

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Universitas Hasanuddin yang disingkat UNHAS, adalah salah satu perguruan tinggi Negeri di Makassar, Sulawesi Selatan. Pada tahun 2017 lalu, Universitas Hasanuddin memasuki tantangan sekaligus harapan yang baru, pasalnya Unhas mulai menjalankan penuh statusnya sebagai Perguruan Tinggi Negeri Berbadan Hukum (PTNBH) yang sebelumnya sejak tahun lalu Unhas telah menguji coba sistem tersebut yang sudah diamanahkan pemerintah bersama belasan PTN lainnya (Wikipedia, 2025). Di dalam lingkungan kampus terdapat tenaga pekerja yang diantaranya pimpinan universitas, dosen, staf rektorat, staf fakultas maupun staf departemen. Tenaga pekerja terdiri dari beberapa status yaitu Pegawai Negeri Sipil (PNS), Pegawai Pemerintah dengan Perjanjian Kerja (PPPK), dan pegawai honorer seperti halnya dengan dosen atau tenaga pendidik. Sebagai tenaga kerja yang profesional pada jenjang pendidikan tinggi dan diangkat melalui peraturan perundang-undangan tugas dan tanggung jawab dosen tercantum dalam tri dharma perguruan tinggi, yaitu pendidikan, penelitian, dan pengabdian kepada masyarakat.

Dalam melaksanakan kewajibannya dosen memiliki hak untuk memperoleh imbalan kerja, salah satu imbalan kerja yang dapat diberikan kepada dosen PNS adalah dana pensiun. Dosen yang telah terangkat menjadi Pegawai Negeri Sipil berhak untuk memperoleh program dana pensiun. Program dana pensiun dibedakan menjadi dua, yaitu program pensiun manfaat pasti (*defined benefit cost*) dengan manfaat yang telah ditetapkan dan iuran pasti yang dihitung dalam perhitungan aktuarial. Kemudian program pensiun iuran pasti (*contribution benefit cost*) dimana iurannya telah ditetapkan dan hasil dari pengembangannya dihitung menjadi manfaat pensiun. Salah satu yang menggunakan program pensiun manfaat pasti yaitu Pegawai Negeri Sipil (PNS) (Mery dkk., 2022). Program pensiun dikelola oleh dua jenis Lembaga, yaitu Dana Pensiun Pemberi Kerja (DPPK) dan Dana Pensiun Lembaga Keuangan (DPLK). DPPK didirikan oleh pemberi kerja sedangkan DPLK didirikan oleh Lembaga keuangan seperti perusahaan asuransi atau Bank (Ananda Setiawan & Lestari., 2024).

Lembaga pengelola dana pensiun perlu melakukan perhitungan aktuarial sebelum peserta memasuki usia pensiun, termasuk perhitungan iuran normal dan kewajiban aktuarial agar program dana pensiun tetap berlanjut (Ananda Setiawan & Lestari., 2024). Salah satu metode yang dapat digunakan salah satunya adalah metode *Projected Unit Credit* (PUC). PUC termasuk dalam *Accrued Benefit Cost* yang menekankan manfaat pensiun yang jatuh tempo pada suatu waktu, metode ini membagi total manfaat pensiun yang kemudian dialokasikan selama masa kerja (Gusti & Komang, Ayu Wardhani, 2014). Pendekatan ini memungkinkan perusahaan untuk menghitung kewajiban pensiun dengan lebih akurat dan realistis, mengingat dinamika kenaikan gaji dan perkembangan karir peserta, dengan demikian metode ini memberikan gambaran lebih jelas mengenai biaya yang harus

disiapkan untuk memenuhi kewajiban pensiun di masa depan. (Safrina Amalia & Subartini, 2024)

Program pensiun merupakan suatu bentuk pendanaan jangka panjang maka dalam perhitungan pendanaan pensiun perlu diperhatikan beberapa asumsi agar sesuai dengan kondisi yang sebenarnya. Salah satunya adalah asumsi tingkat suku bunga yang akan digunakan. Tingkat suku bunga selalu bergerak fluktuatif sesuai keadaan ekonomi namun akan mendekati nilai tertentu, model suku bunga seperti ini cocok digunakan karena akan lebih mendekati kehidupan saat ini (Mery dkk, 2022). Ada beberapa model suku bunga yang dapat digunakan dalam perhitungan, contohnya suku bunga *Vasicek* dan *Cox Ingersoll Ross* (CIR) yang mencerminkan perilaku tingkat suku bunga dan mengikuti sifat *Mean Reversion* yaitu suatu keadaan dimana tingkat suku bunga berfluktuasi pada range tertentu dan mempunyai kecenderungan untuk kembali menuju rata-ratanya. Perbedaan utama antara kedua model ini adalah pada nilai yang dihasilkan model *Vasicek* dapat menghasilkan nilai negatif, sedangkan model CIR selalu menghasilkan nilai positif. (Lestari & Mahrani., 2024)

Dari beberapa penelitian terdahulu seperti Implementasi Model Tingkat Suku Bunga (CIR) untuk menentukan iuran normal pensiun program manfaat pasti oleh Zebrilia Dwi tahun 2015 menyatakan bahwa untuk implementasi model CIR pada iuran normal pensiun menunjukkan bahwa iuran normal dengan tingkat suku bunga model CIR cenderung lebih besar dibandingkan dengan iuran normal dengan tingkat suku bunga tetap karena tingkat suku bunga CIR yang lebih sesuai dengan kondisi pasar. Kemudian pada penelitian yang berjudul Analisis Perbandingan Penghitungan Pendanaan Pensiun dengan Model Suku Bunga *Vasicek* dan *Cox Ingersoll Ross* (CIR) Menggunakan Metode *Frozen Initial Liability* oleh Dicky dan Fuji tahun 2024 menyatakan bahwa nilai iuran normal dan kewajiban dengan model *Vasicek* lebih besar daripada model CIR dalam penelitian ini digunakan metode *Mean Absolute Error* (MAE) guna menilai akurasi model prediksi, nilai MAE yang lebih rendah menunjukkan akurasi yang lebih tinggi dalam memprediksi nilai aktual.

Dari penelitian Dicky dan Fuji tahun 2024, Analisis menyeluruh terhadap disparitas nilai MAE kedua model mengungkapkan bahwa volatilitas konstan pada model *Vasicek* berkontribusi pada amplifikasi kesalahan prediksi saat terjadi perubahan suku bunga yang drastis. Hal ini bersumber dari keterbatasan model *Vasicek* dalam mengadaptasi volatilitasnya terhadap dinamika pasar yang berubah. Di sisi lain, model CIR dengan volatilitas yang bergantung pada tingkat suku bunga menunjukkan kemampuan yang lebih baik dalam menyesuaikan prediktifnya terhadap fluktuasi pasar. Volatilitas dinamis model CIR yang mengikuti pola tingkat suku bunga membantu meminimalisir kesalahan prediksi, terutama dalam situasi di mana suku bunga berada pada level rendah. (Ananda Setiawan & Lestari., 2024)

Selain MAE sebagai metode yang digunakan untuk mengevaluasi keakuratan suatu model terdapat metode lain yaitu *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Perbedaan kedua metode ini yaitu informasi yang diberikan, MAE memberikan informasi tentang rata-rata besar kesalahan prediksi dalam satuan yang sama

dengan data asli sedangkan MAPE memperlihatkan seberapa besar keesalahan tersebut secara relatif dengan data asli. Oleh karena itu, akan ditambahkan MAPE untuk memberikan perspektif tambahan dalam mengevaluasi akurasi model tingkat suku bunga stokastik Vasicek dan CIR. Dengan satuan persen, MAPE memungkinkan perbandingan antar model secara lebih proporsional dan dapat mengidentifikasi model mana yang menghasilkan prediksi dengan kesalahan relatif yang lebih kecil terhadap nilai aktual suku bunga. Penggunaan kedua metrik ini secara bersamaan memberikan gambaran yang lebih menyeluruh terhadap performa model yang diuji.

Selain menambahkan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) sebagai ukuran akurasi untuk melengkapi penggunaan *Mean Absolute Error* (MAE) dalam evaluasi model, peneliti menerapkan metode *Projected Unit Credit* (PUC) untuk menghitung nilai kewajiban aktuarial dan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) untuk menentukan parameter suku bunga stokastik. Dari hasil yang diperoleh akan di analisis pengaruh dari usia masuk kerja peserta terhadap nilai kewajiban aktuarial dana pensiun. Oleh karena itu, penelitian ini diberikan judul : **“Penerapan Metode *Projected Unit Credit* dengan Suku Bunga Stokastik dalam Perhitungan Kewajiban Aktuarial Program Dana Pensiun (Studi Kasus: Dosen PNS Universitas Hasanuddin)”**.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana hasil perhitungan kewajiban aktuarial dana pensiun Dosen PNS Universitas Hasanuddin dengan metode *Projected Unit Credit* menggunakan suku bunga stokastik?
2. Bagaimana pengaruh usia masuk kerja terhadap nilai kewajiban aktuarial dana pensiun Dosen PNS Universitas Hasanuddin dengan metode *Projected Unit Credit* menggunakan suku bunga stokastik?

1.3 Tujuan Penelitian

1. Mendapatkan hasil perhitungan kewajiban aktuarial dana pensiun Dosen PNS Universitas Hasanuddin metode *Projected Unit Credit* dengan menggunakan suku bunga stokastik
2. Mengetahui pengaruh usia masuk kerja terhadap nilai kewajiban aktuarial dana pensiun Dosen PNS Universitas Hasanuddin dengan metode *Projected Unit Credit* menggunakan suku bunga stokastik.

1.4 Landasan Teori

1.4.1 Dana Pensiun

Menurut Otoritas Jasa Keuangan (OJK) Dana pensiun adalah badan hukum yang mengelola dan menjalankan program yang menjanjikan manfaat pensiun. Dana pensiun terbagi menjadi dua jenis, yaitu dana pensiun Pemberi Kerja (DPPK) dan Dana Pensiun Lembaga Keuangan (DPLK) (OJK, 2025).

Dana Pensiun Pemberi Kerja (DPPK) adalah dana pensiun yang dibentuk oleh orang atau badan yang mempekerjakan karyawan, selaku pendiri, untuk menyelenggarakan program pensiun manfaat pasti atau program pensiun iuran pasti, bagi kepentingan sebagian atau seluruh karyawannya sebagai peserta dan yang menimbulkan kewajiban terhadap pemberi kerja (OJK, 2025).

Dana Pensiun Lembaga Keuangan (DPLK) adalah dana pensiun yang dibentuk oleh bank atau perusahaan asuransi jiwa untuk menyelenggarakan program pensiun iuran pasti bagi perorangan, baik karyawan maupun pekerja mandiri yang terpisah dari dana pensiun pemberi kerja bagi karyawan bank atau perusahaan asuransi jiwa yang bersangkutan (OJK, 2025).

1.4.2 Program Dana Pensiun

Berdasarkan Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 11 tahun 1992 Pasal 1 tentang dana pensiun menyatakan bahwa program pensiun adalah setiap program yang mengupayakan manfaat pensiun bagi peserta. Ada dua jenis program pensiun, yaitu program pensiun manfaat pasti dan program pensiun iuran pasti. Program pensiun manfaat pasti adalah program pensiun yang manfaatnya ditetapkan dalam peraturan dana pensiun sedangkan program pensiun iuran pasti adalah program pensiun yang iurannya telah ditetapkan dalam peraturan dana pensiun dan seluruh iuran beserta hasil pengembangannya dibukukan dalam rekening masing-masing peserta sebagai manfaat pensiun. Adapun yang akan digunakan dalam tugas akhir ini adalah program pensiun manfaat pasti dengan perhitungan menggunakan metode *Accrued Benefit Cost Method* yaitu metode *Projected Unit Credit* sebagai berikut: (Rokhmati & Subchan., 2015)

$$(NC)_x = b_x \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x$$

Keterangan:

b_x = Besar manfaat tahunan pensiun

$\ddot{a}_r$ = Anuitas hidup pada saat pensiun

v^{r-x} = Faktor diskonto untuk nilai sekarang

${}_{r-x}p_x$ = Peluang seseorang berusia x tahun akan tetap bekerja sampai usia pensiun r tahun

1.4.3 Manfaat Pensiun

Manfaat Pensiun adalah pembayaran berkala yang dibayarkan kepada peserta dengan cara yang ditetapkan dalam peraturan dana pensiun. Manfaat pensiun terdiri dari beberapa macam yaitu (Rokhmati & Subchan., 2015):

a. Manfaat Pensiun Normal

Manfaat Pensiun Normal adalah manfaat pensiun bagi peserta yang mulai dibayarkan pada saat peserta pensiun setelah mencapai usia pensiun normal atau setelahnya.

b. Manfaat Pensiun Dipercepat

Manfaat Pensiun Dipercepat adalah manfaat pensiun bagi peserta yang dibayarkan bila peserta pensiun pada usia tertentu sebelum usia pensiun normal.

c. Manfaat Pensiun Cacat

Manfaat Pensiun Cacat adalah manfaat pensiun bagi peserta yang dibayarkan bila peserta menjadi cacat.

d. Manfaat Pensiun Ditunda

Manfaat Pensiun Ditunda adalah manfaat pensiun bagi peserta yang berhenti bekerja sebelum mencapai usia pensiun normal, yang ditunda pembayarannya sampai pada saat peserta pensiun sesuai dengan peraturan dana pensiun. Dalam Tugas Akhir ini, Manfaat Pensiun yang digunakan adalah Manfaat Pensiun Normal yaitu Pada usia 65 tahun.

1.4.4 Tabel mortalitas

Tabel Mortalitas adalah tabel yang berisi peluang seseorang yang meninggal berdasarkan umur pada kelompok orang yang diasuransikan. Tabel ini melacak kelompok individu yang lahir pada tahun yang sama dari lahir hingga meninggal, sehingga dapat digambarkan harapan hidup populasi tersebut. Rumus terkait tabel mortalitas adalah sebagai berikut (Anita Talia dkk., 2024) :

$$\begin{aligned} l_{x+1} &= l_x - d_x \\ d_x &= l_x \times q_x \end{aligned} \tag{1}$$

Keterangan:

d_x = Banyaknya orang yang meninggal antara usia x dan $x + 1$ tahun

l_x = Banyaknya orang yang hidup tepat usia x tahun

l_{x+1} = Banyaknya orang yang hidup tepat usia $x + 1$ tahun

Peluang orang berusia x akan mencapai usia $x + 1$ dinyatakan dalam simbol p_x ,

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Peluang orang berusia x akan meninggal sebelum usia $x + 1$ dinotasikan dengan q_x ,

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

1.4.5 Anuitas

Anuitas adalah suatu rangkaian pembayaran secara terus-menerus dalam pola/interval waktu yang dilakukan selama seseorang masih hidup. Para ahli

aktuarial membuat simbol komutasi atau simbol perantara untuk menyederhanakan perhitungan anuitas hidup dan perhitungan lainnya. Beberapa simbol tersebut yaitu:

$$D_x = v^x l_x = [(1+i)^{-1}]^x \cdot l_x \quad (2)$$

$$N_x = \sum_{t=0}^{\omega} D_{x+t} = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{\omega} \quad (3)$$

Pembayaran anuitas yang dilakukan pada setiap awal periode pembayaran/tahun disebut anuitas awal. Sedangkan, pembayaran anuitas yang dilakukan pada setiap akhir periode pembayaran/tahun disebut anuitas akhir. Dalam penelitian ini digunakan anuitas jiwa awal seumur hidup (Wawan Hafid Syaifudin & Analitika Data, 1992). Anuitas Seumur Hidup adalah serangkaian pembayaran selama seseorang berusia x tahun masih tetap hidup, atau dapat dikatakan bahwa pembayaran akan berhenti dibayarkan setelah seseorang tersebut meninggal dunia. Untuk pembayaran dapat dilakukan di awal periode. Untuk pembayaran anuitas awal seumur hidup dirumuskan dengan (Ananda Setiawan & Lestari., 2024):

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \quad (4)$$

1.4.6 Fungsi Dasar Aktuaria

Fungsi dasar aktuaria adalah seluruh fungsi dasar yang akan membantu dalam proses perhitungan aktuaria. Dalam perumusan dana pensiun, terdapat empat jenis fungsi dasar aktuaria yang digunakan, antara lain fungsi kelangsungan hidup, fungsi tingkat suku bunga, fungsi gaji, dan fungsi manfaat.

a. Fungsi Kelangsungan Hidup

Fungsi kelangsungan hidup (survival) merupakan sebuah fungsi yang menggambarkan peluang hidup seseorang karyawan akan tetap bekerja hingga masa pensiun yang diizinkan (Anita Talia dkk., 2024). Peluang hidup dinotasikan dengan ${}_np_x$, dan dapat dicari dengan rumus:

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (5)$$

Keterangan:

${}_np_x$ = Probabilitas peserta usia x tahun akan bekerja sampai $x + n$ tahun

l_{x+n} = Jumlah peserta aktif kerja pada usia $x + n$ tahun

l_x = Jumlah peserta aktif kerja pada usia x tahun

b. Fungsi Tingkat Suku Bunga

Fungsi tingkat suku bunga digunakan untuk menghitung nilai diskonto dari pembayaran yang akan diterima dimasa mendatang, sehingga dapat disetarakan dengan nilai saat ini. Jika i merupakan nilai suku bunga yang berlaku untuk setiap

tahun pada $t = 1, 2, \dots, n$, maka nilai saat ini dalam satuan mata uang pada tahun tertentu dapat dihitung dengan rumus berikut (Anita Talia dkk., 2024):

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n} \quad (6)$$

Keterangan:

v^n = Faktor diskonto

i = Tingkat suku bunga

Adapun rumus untuk menghitung fungsi diskonto kumulatif sampai tahun ke- t adalah sebagai berikut:

$$DF(t) = \frac{1}{\prod_{k=1}^t (1+i_k)} \quad (7)$$

$$DF(t) = \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2) \dots (1+i_t)}$$

c. Fungsi Gaji

Gaji berarti pembayaran berkala yang diberikan oleh pemberi kerja kepada karyawan sesuai dengan kesepakatan dalam kontrak kerja. Besaran gaji dapat dihitung dengan mempertimbangkan berbagai faktor seperti kenaikan gaji dan lama masa kerja. Hal ini yang disebut dengan fungsi kenaikan gaji. Gaji saat ini untuk seorang karyawan yang berusia x tahun disimbolkan dengan s_x , dan S_x menunjukkan total kumulatif gaji yang diterima sejak berusia y tahun hingga usia $r-1$ tahun, dengan ketentuan $x > y$. fungsi kenaikan gaji ini dinotasikan sebagai berikut (Anita Talia dkk., 2024) :

$$S_x = \sum_{t=e}^{r-1} S_t$$

Jika kenaikan gaji seorang peserta sebesar $s\%$ setiap tahun, maka besarnya gaji terakhir peserta hingga usia $r-1$ berdasarkan gaji pada usia x dinyatakan dengan rumus:

$$S_{r-1} = S_x(1+s)^{r-1-x} \quad (8)$$

Keterangan:

S_{r-1} = Besar gaji peserta pada usia $r-1$

S_x = Gaji peserta saat usia x

s = Tingkat kenaikan gaji (%)

r = Usia pensiun

x = Usia sekarang

d. Fungsi Manfaat

Fungsi manfaat merupakan fungsi yang digunakan untuk menghitung jumlah manfaat pensiun yang akan didapatkan peserta pada saat berhenti bekerja (Anita Talia dkk., 2024). Dalam penentuan besar manfaat pensiun, ada tiga skala gaji yang dapat digunakan, yaitu:

1) Asumsi Gaji Terakhir

$$B_r = k(r - y)s_{r-1} \quad (9)$$

Keterangan:

s_{r-1} = Besar gaji peserta pada usia $r - 1$

r = Usia pensiun

y = Usia awal bekerja

k = Proporsi gaji yang disiapkan manfaat pensiun

2) Asumsi rata-rata gaji selama bekerja

$$B_r = kS_{r-1}$$

Keterangan:

S_{r-1} = Besar total gaji peserta pada usia $r - 1$

3) Asumsi rata-rata gaji selama n tahun

$$B_r = k(r - y) \frac{1}{n} \sum_{t=r-n}^{r-1} S_x(1 + s)^t$$

Keterangan:

t = waktu (tahun)

n = Masa kerja

s = Tingkat kenaikan gaji

Kemudian untuk menghitung *Present Value of Future Benefit* (PVFB), yaitu manfaat pensiun yang akan didapatkan peserta dana pensiun saat peserta berusia r tahun, dapat dicari dengan menggunakan rumus:

$${}^r(PVFB)_x = B_r \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x \quad (10)$$

Keterangan:

${}_{r-x}p_x$ = Peluang seseorang yang akan berusia x tahun akan bertahan hidup dalam rentang waktu r tahun

B_r = Manfaat pensiun pada saat r tahun

r = Usia pensiun

$\ddot{a}_r$ = Nilai sekarang dan anuitas seumur hidup pada r tahun

v^{r-x} = Fungsi diskonto dari usia x sampai r tahun

1.4.7 Proses Wiener

Proses Wiener, dW_t , merupakan proses kontinu pada t yang mengikuti proses Markov dengan *drift rate* 0 dan volatilitas 1. *Drift nol* menunjukkan bahwa nilai harapan dari W pada waktu yang akan datang sama dengan sekarang, atau perubahan rata-rata sama dengan 0. Volatilitas 1 menunjukkan bahwa varians dari perubahan W_t dalam interval waktu T senilai T . Dikatakan proses *Wiener* jika memenuhi sifat berikut (Istiqlal dkk., 2025):

- Nilai inisial $W_0 = 0$, perubahan w selama jangka waktu terkecil Δt adalah $\Delta w = \epsilon\sqrt{\Delta t}$ dengan ϵ berdistribusi normal baku.
- Memiliki inkremen bebas pada interval waktu yang tidak tumpang tindih.
- Memiliki inkremen stasioner yang menyebar normal baku $N(0, 1)$.

1.4.8 Model Tingkat Suku Bunga Vasicek

Model Vasicek pertama kali ditemukan oleh Oldrich Vasicek pada tahun 1977. Model Vasicek merupakan pemodelan pergerakan suku bunga yang cenderung Kembali kepada tingkat suku bunga rata-rata atau titik keseimbangan (Mean Reversion) setelah mengalami fluktuasi (Nur Rahmalita dkk., 2020). Tingkat suku bunga model vasicek diasumsikan mengikuti persamaan diferensial stokastik berikut:

$$dr(t) = \alpha(\theta - r(t))dt + \sigma dW(t) \quad (11)$$

Keterangan:

$r(t)$ = Tingkat suku bunga pada saat ke - t

α = Kecepatan $r(t)$ menuju titik keseimbangan

θ = Nilai rata-rata jangka panjang dari $r(t)$

σ = Fluktuasi suku bunga atau volatilitas

$W(t)$ = Proses Wiener

Dengan menggunakan teknik yang diterapkan pada proses Ornstein-Uhlenbeck, diperoleh persamaan ekspektasi dari r_t sebagai berikut:

$$E[r(t)] = r(0)e^{-\alpha t} + \theta(1 - e^{-\alpha t}) \quad (12)$$

Agar lebih mudah untuk diterapkan dalam perhitungan maka persamaan 12, akan diubah ke solusi diskrit menjadi:

$$E[r(t)] = \theta + (r_{t-1} - \theta)e^{-\alpha t} \quad (13)$$

Keterangan:

$E[r(t)]$ = Ekspektasi tingkat suku bunga pada waktu t

$r(0)$ = Tingkat suku bunga awal

α = Kecepatan $r(t)$ menuju titik keseimbangan

θ = Nilai rata-rata jangka Panjang dari $r(t)$

$e^{-\alpha t}$ = Faktor eksponensial yang menunjukkan seberapa besar pengaruh suku bunga awal $r(0)$ masih tersisa pada waktu t

1.4.9 Model Cox Ingersoll Ross (CIR)

Model suku bunga *Cox Ingersoll Ross* (CIR) diperkenalkan pada tahun 1985 oleh John C. Cox, Jonathan E. Ingersoll, jr., dan Stephen A. Ross. Model ini menjelaskan perilaku dinamis suku bunga dari waktu ke waktu. Model ini bergantung pada konsep *mean reversion* yang menyatakan bahwa tingkat suku bunga akan selalu berfluktuasi, namun pada akhirnya akan kembali ke nilai keseimbangan dalam jangka panjang. Bentuk dari Model CIR adalah persamaan berikut:

$$dr(t) = \kappa(\mu - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dW(t) \quad (14)$$

Dengan

$r(t)$ =Tingkat suku bunga pada saat ke- t

μ = Rata-rata tingkat suku bunga jangka Panjang

κ = Kecepatan penyesuaian $r(t)$ terhadap μ

σ = Volatilitas yang menggambarkan pergerakan dari tingkat suku bunga

$W(t)$ = Proses Wiener

Faktor deviasi standar $\sigma\sqrt{r(t)}$ akan menghindari kemungkinan suku bunga non positif untuk semua nilai positif k dan μ suku bunga nol juga tidak bisa jika kondisinya $2k\mu \geq \sigma^2$ terpenuhi. Dari persamaan (19) diperoleh nilai ekspektasinya sebagai berikut:

$$E[r(t)] = r(0)e^{-\kappa t} + \theta(1 - e^{-\kappa t}) \quad (15)$$

Seperti persamaan 12 yang diubah ke solusi diskrit agar lebih mudah digunakan dalam perhitungan begitu pula dengan persamaan 15 akan diubah ke solusi diskrit menjadi:

$$E[r(t)] = \theta + (r_{t-1} - \theta)e^{-\kappa t} \quad (16)$$

Keterangan:

$E[r(t)]$ = Ekspektasi tingkat suku bunga pada waktu t

$r(0)$ =Tingkat suku bunga awal

κ =Kecepatan $r(t)$ menuju titik keseimbangan

θ =Nilai rata-rata jangka Panjang dari $r(t)$

$e^{-\kappa t}$ = Faktor eksponensial yang menunjukkan seberapa besar pengaruh suku bunga awal $r(0)$ masih tersisa pada waktu t

1.4.10 Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Maximum Likelihood Estimation (MLE) adalah suatu pendekatan yang bertujuan untuk mengoptimalkan fungsi *Likelihood* untuk mendapatkan penaksir parameter yang memiliki probabilitas maksimum (Ananda Setiawan & Lestari., 2024). Dari model Vasicek akan mengestimasi parameter α , θ_{vas} dan σ_{vas} , sedangkan untuk model CIR akan mengestimasi parameter κ , θ_{CIR} dan σ_{CIR} . Parameter α dan k menyatakan kecepatan suku bunga untuk Kembali menuju θ . Parameter θ

menyatakan rata-rata suku bunga tingkat suku bunga (*mean reversion*) dan parameter σ menyatakan volatilitas tingkat suku bunga untuk kembali pada θ . Dengan hasil estimasi parameter akan diperoleh hasil estimasi suku bunga yang sesuai dengan data historis (Lestari & Mahrani., 2024).

a. Model Vasicek

Untuk memperoleh estimasi parameter dari model vasicek dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan fungsi kepadatan peluang dari data suku bunga yang berdistribusi normal. Karena data keuangan dunia nyata berada pada interval diskrit, maka digunakan bentuk diskrit dari persamaan (11) yang ditulis sebagai:

$$r_t = r_{t-1} + \alpha(\theta - r_{t-1})\Delta t \quad (17)$$

Dimana:

r_t = Suku bunga pada waktu t

r_{t-1} = Suku bunga pada waktu $t - 1$

Δt = Selisih waktu antara pengamatan (1/12 untuk data bulanan)

$\alpha(\theta - r_t)\Delta t$ = Komponen deterministik yang mewakili tarikan kearah rata-rata

Diperoleh juga nilai varians dalam bentuk diskrit sebagai berikut:

$$Var[r_t] = \sigma^2 \Delta t \quad (18)$$

Nilai ε_t sebagai selisih antara suku bunga prediksi dan suku bunga aktual pada waktu t dapat ditulis dalam persamaan

$$f(r_t|r_{t-1}) = -\frac{1}{2}\ln(2\pi Var_t) - \frac{(r_t - \theta_t)^2}{2Var_t} \quad (19)$$

Sehingga diperoleh rumus fungsi Log-Likelihood total untuk model Vasicek adalah:

$$\begin{aligned} \ell(\alpha, \theta, \sigma) = & -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n-1} \left[\ln\left(\frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha\Delta t})\right) \right. \\ & \left. + \frac{(r_t - r_{t-1}e^{-\alpha\Delta t} - \theta e^{-\alpha\Delta t})^2}{\frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha\Delta t})} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Rumus ini kemudian diimplementasikan dalam excel untuk setiap t , dan memaksimalkan fungsi total log likelihood menggunakan fitur solver.

b. Model CIR

Model CIR mengikuti persamaan diferensial stokastik (14), model ini memiliki solusi transisi eksak, yaitu bahwa r_t mengikuti *noncentral chi-squared distribution* untuk selang waktu $\Delta = t - s$, distribusi bersarat pada nilai sebelumnya r_s . dengan bentuk:

$$r_t|r_s \sim c \cdot \chi_v^2(\lambda)$$

Dengan Parameter:

$$c = \frac{\sigma^2(1-e^{-\kappa\Delta t})}{4\kappa}, \quad v = \frac{4\kappa\theta}{\sigma^2}, \quad \lambda = \frac{4\kappa e^{-\kappa\Delta t}r_s}{\sigma^2(1-e^{-\kappa\Delta t})}.$$

Artinya, variabel acak r_t dapat direpresentasikan sebagai suatu skala c dari *noncentral chi-squared distribution* dengan derajat kebebasan v dan parameter non-sentralitas λ . Berikut adalah bentuk PDF dari *noncentral chi-squared distribution* :

Jika $Y \sim \chi_v'^2(\lambda)$, maka fungsi densitas peluangnya (pdf) adalah:

$$f_Y(y) = \frac{1}{2} e^{-\frac{y+\lambda}{2}} \left(\frac{y}{\lambda}\right)^{v/4-1/2} I_{\frac{v}{2}-1}(\sqrt{\lambda y}), \quad y > 0$$

Dengan $I_\alpha(\cdot)$ adalah fungsi Bessel jenis pertama yang telah dimodifikasi.

Karena $r_t = cY$, maka pdf r_t diperoleh melalui transformasi variabel:

$$f_{r_t|r_s}(x) = \frac{1}{c} f_Y\left(\frac{x}{c}\right), \quad x \geq 0.$$

Sehingga pdf distribusi transisi eksak model CIR menjadi:

$$f_{r_t|r_s}(x) = \frac{1}{2c} \exp\left(-\frac{x}{2c} - \frac{\lambda}{2}\right) \left(\frac{x}{\lambda c}\right)^{\frac{v}{4}-\frac{1}{2}} I_{\frac{v}{2}-1}\left(\sqrt{\frac{\lambda x}{c}}\right), \quad x \geq 0$$

Agar dapat dihitung praktis, chan et al. (1992) dan Bibby & Sorensen (1965) mengusulkan pendekatan gaussian log-likelihood berdasarkan diskritisasi Euler dari model. Model CIR yang didiskritisasi adalah sebagai berikut

$$r_t = r_{t-1} + \kappa(\theta - r_{t-1})\Delta t + \sigma\sqrt{r_{t-1}} \cdot \sqrt{\Delta t} \quad (21)$$

Kemudian diperoleh nilai varians adalah sebagai berikut:

$$Var[r_t] = \sigma^2 r_{t-1} \Delta t \quad (22)$$

maka likelihood untuk satu pengamatan adalah:

$$f(r_t|r_{t-1}) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2 r_{t-1} \Delta t) - \frac{(r_t - r_{t-1} - \kappa(\theta - r_{t-1})\Delta t)^2}{2\sigma^2 r_{t-1} \Delta t} \quad (23)$$

Sehingga fungsi log-likelihood total adalah:

$$\ell(\kappa, \theta, \sigma) = \sum_{t=1}^n -\frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2 r_{t-1} \Delta t) - \frac{(r_t - r_{t-1} - \kappa(\theta - r_{t-1})\Delta t)^2}{2\sigma^2 r_{t-1} \Delta t} \quad (24)$$

1.4.11 Mean Absolute Error (MAE)

Mean Absolute Error (MAE) ialah metode yang diterapkan guna menilai akurasi model prediksi. MAE mengukur rata-rata selisih antara prediksi dengan nilai sebenarnya. Model peramalan yang memiliki nilai MAE yang lebih rendah menunjukkan akurasi yang lebih tinggi dalam memprediksi nilai aktual. Persamaan

untuk metode MAE dapat dirumuskan sebagai berikut (Ananda Setiawan & Lestari., 2024):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{F}_t - F_t| \quad (25)$$

Keterangan:

$\hat{F}_t$ = Data hasil peramalan

F_t = Nilai sebenarnya

n = Banyak data

1.4.12 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah ukuran standar yang sering digunakan dalam ukuran kesesuaian sebuah model peramalan. MAPE digunakan untuk melihat seberapa jauh (dalam %) hasil peramalan melenceng dari data sebenarnya. Jika nilai MAPE yang dihasilkan dalam sebuah metode semakin kecil maka metode tersebut semakin baik. Rumus MAPE didefinisikan sebagai berikut (Rokhmati & Subchan., 2015):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|r_t - \hat{r}_t|}{r_t} \quad (26)$$

Keterangan:

$\hat{r}_t$ = Nilai ramalan pada periode waktu t

r_t = Nilai aktual untuk periode waktu t

n = Banyak data

Semakin kecil MAPE maka akurasi peramalan yang dihasilkan semakin baik. Berikut ini skala akurasi peramalan.

Tabel 1. Skala Akurasi Peramalan

MAPE	Tingkat Akurasi Peramalan
$\leq 10\%$	<i>Highly Accurate</i>
11% - 20%	<i>Good Forecast</i>
21% - 50%	<i>Reasonable Forecast</i>
51% - lebih	<i>Inaccurate Forecast</i>

1.4.13 Metode *Projected Unit Credit*

Metode *Projected Unit Credit* merupakan metode yang membagi total manfaat pensiun pada usia pensiun normal dengan total masa kerja menjadi satu unit-unit manfaat pensiun yang kemudian dialokasikan untuk setiap periode masa kerja (Gusti & Komang, Ayu Wardhani., 2014). pada titik usia saat ini (usia x tahun) atau dengan kata lain manfaat pensiun dialokasikan ke dalam satuan unit manfaat tahunan yang sama setiap masa kerja. Masa kerja yang dimaksud adalah usia peserta saat masuk kerja (y) hingga usia pensiun (r).

1. Iuran Normal

Iuran normal adalah pembayaran yang dilakukan peserta dana pensiun untuk memperoleh manfaat pensiun. Menurut PSAK No. 24 Revisi 2004, iuran normal peserta program pensiun yang berusia x tahun dan pensiun pada usia r tahun pada metode PUC menjelaskan bahwa nilai saat ini dari manfaat pensiun yang akan datang (PVFB) akan menyebar merata untuk setiap masa kerja ($r-y$). dari definisi ini maka diperoleh persamaan iuran normal untuk metode PUC adalah :

$$\begin{aligned} \text{PUC } r (NC)_x &= \frac{B_r \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}P_x}{r-y} \\ &= \frac{r (NC)_x}{r-y} \end{aligned} \quad (27)$$

2. Kewajiban Aktuaria

Kewajiban aktuaria berdasarkan metode PUC adalah nilai sekarang dari akumulasi manfaat pada masa kerja prorata manfaat. Besar manfaat pensiun (B_r) dialokasikan secara merata untuk setiap tahun masa kerja (Pro Rated) sehingga di dapatkan persamaan kewajiban aktuaria untuk metode PUC, yaitu:

$$\begin{aligned} \text{PUCr}(AL)_x &= B_x \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}P_x \\ &= \frac{(x-y)}{(r-y)} B_r \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}P_x \\ &= \frac{(x-y)}{(r-y)} r (PVFB)_x \end{aligned} \quad (28)$$

Keterangan:

B_x = Manfaat Pensiun saat usia x

$\ddot{a}_r$ = Annuitas hidup di muka pada r tahun

v^{r-x} = Tingkat suku bunga $r - x$ tahun

${}_{r-x}P_x$ = Peluang peserta usia x tahun hidup hingga $r - x$ tahun

BAB II METODOLOGI PENELITIAN

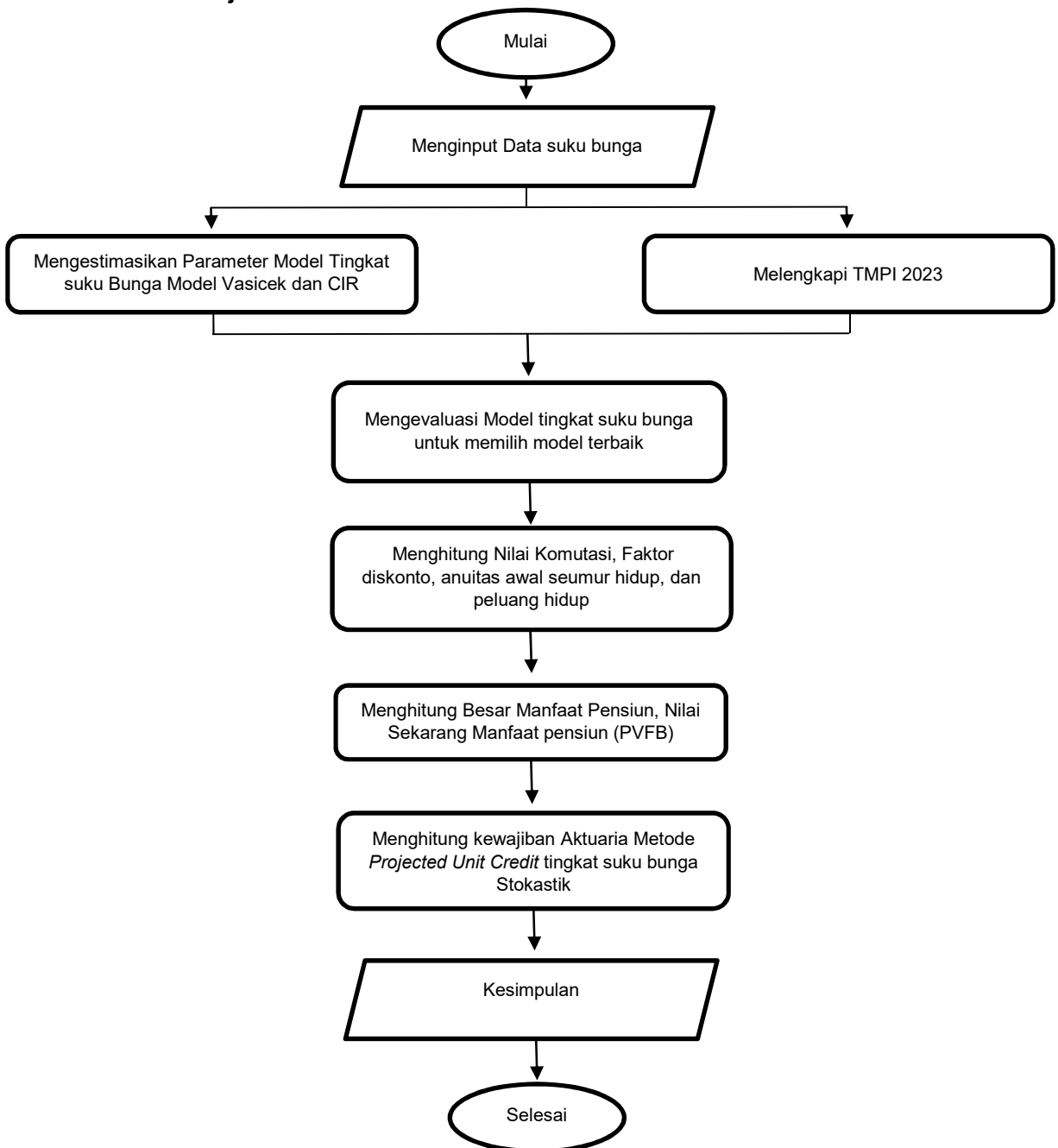
2.1 Pendekatan dan Jenis Penelitian

Dalam penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif yaitu penelitian yang berfokus pada analisis dan pengolahan data numerik atau dalam bentuk angka-angka. Penelitian ini dimulai sejak Januari 2025 yang mencakup studi literatur dengan pengolahan dan perhitungan datanya menggunakan bantuan Microsoft Excel.

Jenis data yang digunakan merupakan data terbaru Dosen PNS Universitas Hasanuddin per Januari 2025 yang diperoleh langsung dari Direktur Keuangan Universitas Hasanuddin Gedung Rektorat lantai 3 berupa data jenis kelamin, tempat dan tanggal lahir, usia saat terdaftar sebagai PNS dan gaji pokok. Penelitian ini juga menggunakan Tabel Mortalitas Penduduk Indonesia 2023, Undang-Undang Nomor 11 Tahun 1969 untuk proporsi gaji yang dipersiapkan untuk manfaat pensiun bagi Pegawai Negeri Sipil, dan suku bunga tahun 2016-2024 yang diperoleh dari website resmi Bank Indonesia. Dalam penelitian ini, digunakan metode Projected Unit Credit Tingkat suku Bunga Stokastik. Berikut adalah langkah-langkah analisis data yang akan dilakukan dalam penelitian ini:

1. Menentukan model tingkat suku bunga stokastik yang cocok dengan data menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
2. Mengukur Akurasi model menggunakan *Mean Absolute Error* (MAE) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).
3. Menyusun tabel perhitungan, berdasarkan Tabel Mortalitas Penduduk Indonesia Tahun 2023.
4. Menghitung akumulasi gaji selama masa kerja.
5. Menghitung faktor diskonto, anuitas awal seumur hidup, dan peluang hidup sampai n tahun berdasarkan suku bunga stokastik.
6. Menghitung besar manfaat pensiun berdasarkan gaji terakhir.
7. Menghitung nilai sekarang manfaat pensiun (PVFB) berdasarkan besar manfaat pensiun, anuitas awal seumur hidup, faktor diskonto, serta peluang hidup sampai n tahun.
8. Menghitung iuran normal dan kewajiban aktuarial menggunakan metode *Projected Unit Credit* tingkat suku bunga stokastik.
9. Analisis pengaruh usia masuk terhadap nilai kewajiban aktuarial.

2.2 Alur kerja



Gambar 1. Alur Kerja