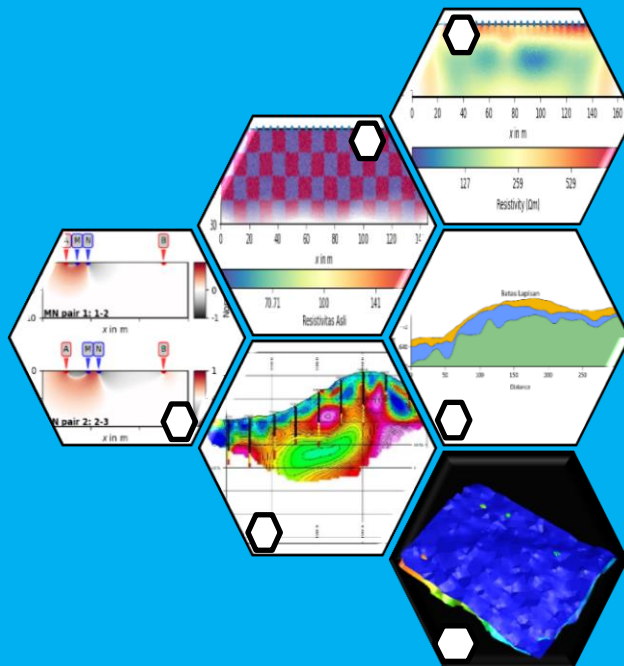


OPTIMASI PEMODELAN RESISTIVITAS BAWAH PERMUKAAN UNTUK EXPLORASI NIKEL LATERIT DI BLOK X MENGGUNAKAN KONFIGURASI EDGE GRADIEN

OPTIMIZATION OF SUBSURFACE RESISTIVITY MODELLING FOR LATERITE NICKEL EXPLORATION IN BLOCK X USING EDGE GRADIENT CONFIGURATION



MUHAMMAD ALFAUZI
H042222006



PROGRAM STUDI MAGISTER GEOFISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2026

**OPTIMASI PEMODELAN RESISTIVITAS BAWAH PERMUKAAN UNTUK
EKSPLORASI NIKEL LATERIT DI BLOK X MENGGUNAKAN
KONFIGURASI EDGE GRADIENT**

**MUHAMMAD ALFAUZI
H042222006**



**PROGRAM STUDI MAGISTER GEOFISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2026**

LEMBAR PENGESAHAN

**OPTIMASI PEMODELAN RESISTIVITAS BAWAH PERMUKAAN UNTUK
EKSPLORASI NIKEL LATERIT DI BLOK X MENGGUNAKAN KONFIGURASI
EDGE GRADIENT**

MUHAMMAD ALFAUZI

H042222006

telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian Magister Pada tanggal 09 April 2026
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Pada

Program Studi Magister Geofisika
Departemen Geofisika
Fakultas MIPA
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan:

Pembimbing Utama



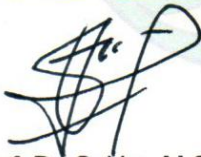
Dr. Eng. Muh. Alimuddin Hamzah
NIP. 196709291993031003

Pembimbing Pertama



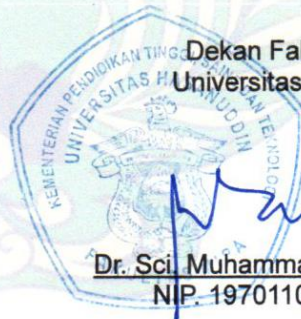
Dr. Muh. Taufiq Rafie, S.Si., MT.
NIP. 199502072024123001

Ketua Program Studi Magister Geofisika
Universitas Hasanuddin



Prof. Dr. Sakka, M.Si.
NIP. 196410251991031002

Dekan Fakultas MIPA
Universitas Hasanuddin



Dr. Sci. Muhammad Zakir, S.Si., M.Si
NIP. 197011031999031001

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul "OPTIMASI PEMODELAN RESISTIVITAS BAWAH PERMUKAAN UNTUK EKSPLORASI NIKEL LATERIT DI BLOK X MENGGUNAKAN KONFIGURASI EDGE GRADIENT" adalah benar karya saya dengan arahan dari tim pembimbing, yaitu Dr. Eng. Muh. Alimuddin Hamzah sebagai Pembimbing Utama dan Dr. Muh. Taufiq Rafie, S.Si., MT sebagai Pembimbing Pertama. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari isi tesis ini telah dipublikasikan dalam bentuk artikel dengan judul "Interpretation of Laterite Nickel Exploration Using Integrated Electrical Resistivity Tomography and Drillhole Data: A Case Study from the Sorowako Region, Indonesia" di Bulletin of Geophysics and Oceanography, yang saat ini berstatus *Underreview* ketika pernyataan ini dibuat. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan tesis ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, April 2026



Muhammad Alfauzi
NIM.H042222006

UCAPAN TERIMA KASIH

Alhamdulillah Rabbil 'Alamin, puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga tesis ini dengan judul "*Optimasi Pemodelan Resistivitas Bawah Permukaan Untuk Eksplorasi Nikel Laterit di Blok X Menggunakan Konfigurasi Edge Gradient*" dapat terselesaikan dengan baik oleh penulis sebagai salah satu syarat kelulusan pada Program Studi Magister Geofisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW beserta keluarga dan sahabatnya. Penulis dapat menyelesaikan tesis ini tidak lepas dari dukungan, doa, serta bantuan berbagai pihak. Dengan segala hormat, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Orang Tua (Drs Asri dan Sitti Rahma) yang telah mendoakan dan mendukung sampai dengan saat ini.
2. Bapak Dr. Eng. Muh. Alimuddin Hamzah dan Bapak Dr. Muh. Taufiq Rafie, S.Si., MT selaku dosen pembimbing, atas segala bimbingan, ilmu, arahan, dan motivasi yang sangat berharga selama proses penelitian hingga penyusunan tesis ini.
3. Bapak Prof. Dr. Sakka M.Si selaku Ketua Program Studi Magister Geofisika, seluruh Dosen Departemen Geofisika yang senantiasa memberikan ilmu kepada penulis, serta staff Departemen Geofisika.
4. Bapak Sabrianto Aswad S.Si, M.T, selaku dosen yang memberikan arahan yang baik mengenai Metode ERT dan Nikel Laterit.
5. PT Vale Indonesia Tbk yang telah memberikan kesempatan untuk menjalin kerja sama dalam proyek Kedaireka, sebagai pemilik resmi data, serta atas dukungan fasilitas dan pelayanan akomodasi selama pelaksanaan proyek tersebut.
6. Seluruh Dosen-dosen Departemen Geofisika Unhas.
7. Bapak Muh. Farid Wajedy S.Si, M.Si yang telah membantu codingan mengenai PYGMT dan Saudara William Desmond Tonapa S. Si, yang telah membagi ilmu dan code tentang pyGIMLI
8. Teman teman rekan S2 Geofisika angkatan 2022 (Tri NurHidayah, S.Si, M.Si, Bapak Firdaus Muhiddin S.Si, Maksun Madjidi. SR, S.Si, dan lain lain) periode kedua dan angkatan 2023 (Sri Wahyuni S.Si, M.Si, Rachmat Jariah Jamal S.Si)
9. Istri Tercinta Sakinah Azzahra yang menemani dan mendukung selama ini.
10. Kanda Nur Hidayat Nurdin S.Si, M.Si selaku operator alat dalam akusisi data dalam penelitian ini.
11. Pak Putra dan pak Anto selaku pegawai TU Departemen Geofisika, yang sangat amanah dalam membantu administrasi ketika sebelum dan setelah pengajuan seminar/Sidang.

ABSTRAK

ALFAUZI, M. Optimasi Pemodelan Resistivitas Bawah Permukaan Untuk Eksplorasi Nikel Laterit di Blok X menggunakan Konfigurasi Edge Gradient.

(Dibimbing oleh Dr. Muhammad Alimuddin Hamzah Assegaf, M. Eng dan Dr. Muhammad Taufiq Rafie, S.Si, M.T.)

Latar Belakang. Metode Electrical Resistivity (ERT) digunakan secara luas dalam pencitraan bawah permukaan karena mampu memodelkan distribusi resistivitas dua hingga tiga dimensi dengan resolusi tinggi. Pada eksplorasi nikel laterit, ERT efektif dalam mengidentifikasi perbedaan stratigrafi seperti Limonite, Saprolite, dan Badrock yang memiliki karakteristik fisik berbeda. Tantangan utama metode ini terletak pada proses inversi yang bersifat non-linar dan tidak tunggal, sehingga hasilnya sangat dipengaruhi oleh pemilihan parameter inversi. Untuk mengevaluasi kemampuan resolusi, diterapkan Checkboard Test dan Analisis sensitivitas sebagai metode dalam menilai keandalan interpretasi area dengan ketidakpastian yang tinggi.

Tujuan. Interpretasi lapisan limonit, saprolit, dan bedrock berdasarkan uji resolusi serta optimasi parameter inversi menggunakan pyGIMLi dan Res2DInv dengan validasi data drillhole. **Hasil.** Lapisan limonit menempati zona paling dangkal dan dicirikan oleh nilai resistivitas yang relatif tinggi. Di bawahnya, lapisan saprolit menunjukkan respons resistivitas yang lebih rendah dan sangat bervariasi, mencerminkan heterogenitas litologi yang kuat akibat keberadaan interval kaya bongkah serta pengayaan silika lokal, yang secara signifikan memodifikasi sifat resistivitas material. Unit bedrock memperlihatkan dua karakteristik resistivitas yang kontras dalam area interpretasi. Nilai resistivitas yang sangat tinggi diinterpretasikan sebagai bedrock yang kompak dan masif, sedangkan zona dengan resistivitas lebih rendah berkaitan dengan bedrock yang terfraktur atau memiliki sistem kekar. Keberadaan sistem rekahan ini memfasilitasi akumulasi fluida, sehingga menyebabkan penurunan nilai resistivitas bulk yang terukur. Integrasi data drillhole mengonfirmasi posisi vertikal batas limonit–saprolit dan saprolit–bedrock serta secara signifikan mengurangi ambiguitas dalam penentuan batas tersebut.

Kesimpulan. Keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa optimasi parameter inversi yang dikombinasikan dengan data drillhole meningkatkan ketepatan interpretasi batas litologi Limonite–Saprolite dan Saprolite–Bedrock. Konsistensi hasil inversi pyGIMLi dan Res2DInv dengan kontrol geologi sumur bor memperkuat akurasi pemetaan geologi bawah permukaan pada sistem nikel laterit serta meningkatkan keandalan interpretasi ERT untuk eksplorasi.

ABSTRACT

ALFAUZI, M. **Optimization of Subsurface Resistivity Modeling for Laterite Nickel Exploration in Block X Using the Edge Gradient Configuration.**

(Supervised by Dr. Muhammad Alimuddin Hamzah Assegaf, M. Eng and Dr. Muhammad Taufiq Rafie, S.Si, M.T.)

Background. Electrical Resistivity Tomography (ERT) is widely applied in subsurface imaging due to its capability to model two- to three-dimensional resistivity distributions with high resolution. In laterite nickel exploration, ERT is effective for identifying stratigraphic differences such as limonite, saprolite, and bedrock, which exhibit distinct physical characteristics. The main challenge of this method lies in the inversion process, which is non-linear and non-unique, causing the results to be strongly influenced by the selection of inversion parameters. To evaluate resolution capability, a checkerboard test and sensitivity analysis were applied to assess the reliability of interpretation in areas with high uncertainty. **Aim.** This study aims to interpret limonite, saprolite, and bedrock layers based on resolution testing and inversion parameter optimization using pyGIMLi and Res2DInv, validated by drillhole data. **Results.** The limonite layer occupies the shallowest zone and is characterized by relatively high resistivity values. Beneath it, the saprolite layer exhibits lower and highly variable resistivity responses, reflecting strong lithological heterogeneity caused by boulder-rich intervals and localized silica enrichment, which significantly modify the material's resistivity properties. The bedrock unit shows two contrasting resistivity characteristics within the interpreted area. Very high resistivity values are interpreted as compact and massive bedrock, whereas lower resistivity zones are associated with fractured or jointed bedrock. These fracture systems facilitate fluid accumulation, leading to a reduction in the measured bulk resistivity. Integration of drillhole data confirms the vertical positions of the limonite–saprolite and saprolite–bedrock boundaries and significantly reduces ambiguity in their delineation. **Conclusion.** Overall, this study demonstrates that inversion parameter optimization combined with drillhole data improves the accuracy of interpreting limonite–saprolite and saprolite–bedrock lithological boundaries. The consistency between inversion results from pyGIMLi and Res2DInv and borehole geological control enhances the accuracy of subsurface geological mapping in laterite nickel systems and increases the reliability of ERT interpretation for exploration purposes.

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
ABSTRAK.....	v
ABSTRACT.....	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Metode Electrical Resistivity Tomography (ERT).....	2
1.3 Persamaan Poisson dalam Medan Listrik.....	4
1.4 Metode Elemen Hingga sebagai Kerangka Komputasi Numerik.....	5
1.5 Skema Inversi	6
1.6 Nikel Laterit	7
1.7 Rumusan Masalah	8
1.8 Tujuan Penelitian.....	8
1.9 Manfaat Penelitian	9
BAB II METODOLOGI PENELITIAN	10
2. 1 Lokasi Penelitian	10
2. 2 Akusisi Data	10
2. 2. 1 Akusisi Data Metode ERT	10
2. 2. 2 Data Drillhole (data sekunder)	11
2. 3 Pembuatan Model Sintetik	11
2. 3. 1 Model Checkerboard Resolution Test (CRT)	11
2. 3. 2 Analisis Sensitivitas.....	12
2. 3. 3 Model Geologi Sintetik Berlapis dengan Anomali	13
2. 4 Proses inversi Data	13
2. 4. 1 Inversi 2D dengan Res2Dinv	13
2. 4. 2 Inversi dan Analisis dengan pyGIMLi.....	13
2. 5 Interpretasi batas lapisan Limonit dan Saprolite	14

2. 6 Bagan Alir Penelitian	15
BAB III HASIL PENELITIAN	16
3. 1 Checkboard Test dan Sensitivitas pada model sintetik geologi	16
3. 2 Model Geologi	17
3. 3 Data Lapangan.....	19
3. 3.1 Checkboard Test dan Sensitivitas pada data Lapangan.....	19
3. 3.2 Inversi Data Lapangan	21
3. 4 Model Stratigrafi Nikel Laterit	24
BAB IV PEMBAHASAN	26
BAB V KESIMPULAN	28
DAFTAR PUSTAKA.....	29
Lampiran 1. Titik Drillhole	
Lampiran 2. Pengolahan Data Lintasan N3 menggunakan Res2dinv 5.0.0	
Lampiran 4 Pemodelan ke Depan (<i>Forward modeling</i>)	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 Kerapatan arus listrik J di sekitar sebuah elektroda pada (a) ruang penuh dan (b) setengah ruang (Zhou, 2018)	2
Gambar 1. 2 Aliran arus dari suatu sumber arus titik dan distribusi potensial (Loke, 2022)	3
Gambar 1. 3 Susunan konvensional dengan empat elektroda untuk mengukur resistivitas bawah permukaan (Loke, 2022)	3
Gambar 1. 4 Skema stratigrafi profil laterit yang berkembang pada batuan ultramafik dalam iklim tropis (Elias, 2002)	8
Gambar 2. 1 Peta Lokasi Penelitian.....	10
Gambar 2. 2 Ilustrasi dari konfigurasi Edge Gradien (Zhou, 2018)	11
Gambar 2. 3 Data drillhole yang dibagi setiap 1 meter.....	11
Gambar 2. 4 Contoh analisis Sensitivitas (a) Posisi Elektroda Potensial P1-P2 di tengah (b) Elektroda Potensial P1-P2 mendekati Elektroda Arus C1 (Dahlin, T, & Zhou, B. 2006)	13
Gambar 2. 5 Batas lapisan di tentukan berdasarkan pola ERT yang mengacu pada data drillhole (Patadungan dkk, 2024)	14
Gambar 2. 6 Bagan alir penelitian	15
Gambar 3. 1 Model Checkboard Tes.....	16
Gambar 3. 2 Hasil Inversi Model Checkboard Test.....	16
Gambar 3. 3 Penampang Sensitivitas Model Sintetik Geologi	17
Gambar 3. 4 Salah satu contoh Kondisi lapangan dengan 3 jenis lapisan Geologi	17
Gambar 3. 5 Model sintetik Geologi dengan 3 jenis Lapisan	17
Gambar 3. 6 Penampang hasil Inversi dari model sintetik Geologi	18
Gambar 3. 7 Grafik Resistivitas dari Extrak 1d model sintetik Geologi dengan hasil inversi.....	19
Gambar 3. 8 Penampang Resistivitas (a) model Checkboard; (b) Inversi Checkboard Test, pada Lintasan N3	20
Gambar 3. 9 Penampang Sensitivitas Lintasan N3	20
Gambar 3. 10 Lintasan N3 dengan menggunakan (a) Pygimli, (b) Res2dinv	21
Gambar 3. 11 Penggabungan data Bor pada Penampang ERT	21
Gambar 3. 12 Hasil Penentuan Batas lapisan Lim-Sap-BRK, berdasarkan overlay Data drillhole dengan Penampang Resistivitas (a) Pygimli, (b) Res2dinv.....	22
Gambar 3. 13 Stratigrafi berdasarkan hasil inversi: (a) pyGIMLi; (b) Res2DInv	25

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Metode Electrical Resistivity Tomography (ERT) merupakan salah satu metode geofisika yang digunakan secara luas dalam survey bawah permukaan, termasuk pada bidang geoteknik, hidrogeologi, pemantauan lingkungan, dan eksplorasi sumber daya mineral. Keunggulan utama metode ini terletak pada kemampuannya dalam menghasilkan citra dua maupun tiga dimensi distribusi resistivitas bawah permukaan dengan resolusi spasial yang tinggi, sehingga sangat bermanfaat untuk mengidentifikasi struktur geologi tersembunyi yang tidak dapat diamati secara langsung dari permukaan (Loke et al., 2013). Salah satu penerapan metode ERT pada sumber daya mineral adalah eksplorasi nikel laterit, dimana Nikel Laterit merupakan hasil dari proses pelapukan batuan ultrabasa dan membentuk zona-zona lapisan dengan karakteristik fisik yang berbeda. Karena masing-masing zona, seperti tanah penutup (top soil), zona limonit yang kaya akan kandungan besi, serta zona saprolit yang didominasi oleh mineral silikat dan magnesium, memiliki kontras resistivitas yang cukup signifikan, metode ERT mampu memetakan perbedaan ini secara cukup jelas (Van Balen et al., 2020). Dengan demikian, ERT memberikan peluang besar untuk pemetaan awal zona mineralisasi nikel laterit secara non-destruktif sebelum dilakukan tahapan eksplorasi lanjutan seperti pengeboran. Salah satu kendala dari metode ini terletak pada tahap interpretasi data, yang sangat dipengaruhi oleh proses inversi. Inversi merupakan tahapan komputasional untuk merekonstruksi distribusi resistivitas bawah permukaan berdasarkan data tegangan yang diperoleh dari pengukuran di lapangan. Prosedur ini bersifat non-linier dan ill-posed, yang berarti bahwa solusinya tidak selalu tunggal dan sangat tergantung pada pemilihan parameter seperti tingkat kelicinan (smoothness), faktor peredaman (damping), serta regularisasi geometri (Tikhonov & Arsenin, 1977; Günther et al., 2006). Oleh sebab itu, diperlukan langkah evaluatif terhadap efektivitas parameter yang digunakan agar interpretasi yang dihasilkan dapat diharapkan. Salah satu teknik yang umum diterapkan untuk menilai kemampuan sistem dalam memetakan resistivitas adalah *Checkerboard Resolution Test* (CRT). Uji ini dilakukan dengan membangun model sintetik berupa pola menyerupai papan catur, di mana blok-bloknya memiliki nilai resistivitas yang disusun secara selang-seling. Data sintetis kemudian disimulasikan dan diinversi, lalu hasilnya dibandingkan dengan model awal untuk mengukur sejauh mana sistem dapat mereproduksi variasi lateral maupun vertikal (Zhdanov, 2002). Melalui pendekatan ini, CRT memberikan visualisasi mengenai batas resolusi dan ketelitian pemodelan dari sistem ERT yang digunakan. Selain CRT, penelitian ini juga mempertimbangkan konsep analisis sensitivitas yang berperan penting dalam menilai tingkat kemampuan hasil interpretasi. Peta sensitivitas menggambarkan kontribusi masing-masing elemen model terhadap data pengukuran, sehingga zona dengan nilai sensitivitas tinggi umumnya menghasilkan pemodelan yang lebih akurat dan dapat dipercaya. Sebaliknya, wilayah dengan sensitivitas rendah sering kali mengindikasikan tingkat ketidakpastian yang lebih besar dalam hasil inversi (Oldenburg & Li, 1999). Melalui pendekatan ini, analisis sensitivitas dapat membantu mengidentifikasi area-area yang perlu dicermati lebih lanjut dalam proses pengambilan keputusan eksplorasi.

Untuk meningkatkan performa akuisisi data, penelitian ini menggunakan konfigurasi elektroda Edge Gradient. Konfigurasi ini merupakan pengembangan dari konfigurasi

gradient konvensional, dengan penyesuaian posisi elektroda arus dan potensial agar distribusi sensitivitasnya menjadi lebih merata dan mendalam. Studi sebelumnya menunjukkan bahwa konfigurasi ini mampu menyeimbangkan resolusi lateral dan vertikal, serta meningkatkan kualitas data di kedalaman (Dahlin & Zhou, 2004; Sasaki, 1992).

Dalam penelitian ini, CRT dan analisis sensitivitas digunakan sebagai tahap awal untuk menentukan parameter inversi yang optimal melalui model sintetik. Validasi parameter dilakukan untuk memastikan bahwa hasil inversi dapat merekonstruksi model resistivitas dengan akurat. Setelah parameter optimal diperoleh, mereka kemudian diterapkan pada data hasil pengukuran lapangan di lokasi eksplorasi nikel laterit di Blok X. Hasil pemodelan ini diharapkan dapat memberikan gambaran yang lebih akurat tentang distribusi resistivitas bawah permukaan yang berkorelasi dengan zona-zona mineralisasi nikel (Loke et al., 2013; Van Balen et al., 2020).

1.2 Metode Electrical Resistivity Tomography (ERT)

Metode ERT merupakan salah satu teknik geofisika yang digunakan untuk menyelidiki sifat kelistrikan bawah permukaan dengan cara menginjeksikan arus listrik melalui dua elektroda (elektroda arus) dan mengukur beda potensial melalui dua elektroda lainnya (elektroda potensial) (Zhou, 2018). Adapun prinsip dasar metode ini didasarkan pada persamaan hukum Ohm dalam bentuk vektor, untuk aliran arus dengan medium kontinu, dinyatakan sebagai berikut.

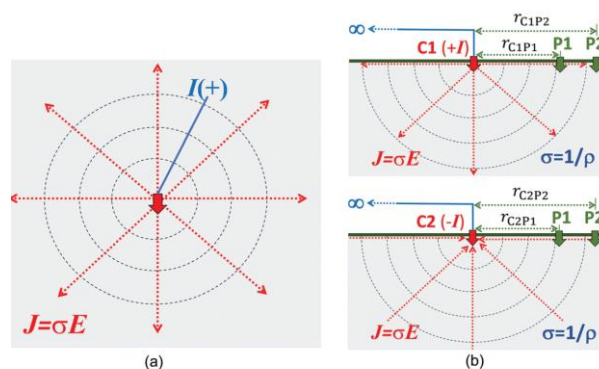
$$J = \sigma E \quad \text{..... (1.1)}$$

Di mana σ adalah konduktivitas medium, J adalah kerapatan arus, dan E adalah intensitas medan listrik (Gambar 1.1). Namun pada praktiknya yang diukur adalah potensial listrik (ϕ), sehingga hubungan antara potensial listrik dan intensitas medan listrik adalah:

$$E = -\nabla\phi \quad \text{..... (1.2)}$$

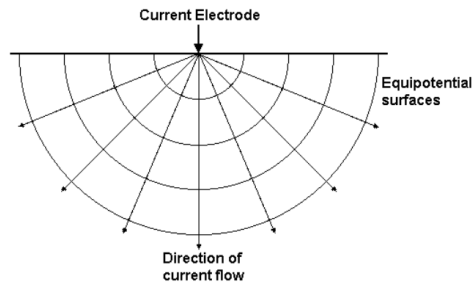
Persamaan (1.2) disubstitusi ke dalam persamaan (1.1), membuat:

$$J = -\sigma\nabla\phi \quad \text{..... (1.3)}$$



Gambar 1. 1 Kerapatan arus listrik J di sekitar sebuah elektroda pada (a) ruang penuh dan (b) setengah ruang (Zhou, 2018)

Penerapan konsep ini dalam kasus sederhana, seperti pada medium homogen dengan satu sumber arus titik di permukaan tanah (Gambar 1.2), dimana arus mengalir secara radial dari sumber dan potensial listrik berbanding terbalik dengan jarak dari sumber arus. Permukaan ekuipotensial berbentuk setengah bola, dan arus mengalir tegak lurus terhadap permukaan ekuipotensial, sehingga potensial dinyatakan sebagai:



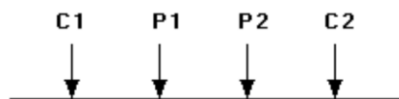
Gambar 1. 2 Aliran arus dari suatu sumber arus titik dan distribusi potensial (Loke, 2022)

$$\phi = \frac{\rho I}{2\pi r} \dots\dots\dots (1.4)$$

Dengan ρ adalah resistivitas medium (kebalikan dari konduktivitas $\rho = 1/\sigma$), dan r adalah r adalah jarak suatu titik dalam medium dari elektroda arus. Namun pada pelaksanaan survei resistivitas, yang diukur adalah beda potensial antara dua titik (Gambar 1.3). Beda potensial ditunjukkan dalam bentuk persamaan seperti:

$$\Delta\phi = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{C1P1}} - \frac{1}{r_{C2P1}} - \frac{1}{r_{C1P2}} + \frac{1}{r_{C2P2}} \right) \dots\dots\dots (1.5)$$

Persamaan di atas memberikan potensial yang akan diukur pada medium homogen setengah ruang dengan susunan 4 elektroda.



Gambar 1. 3 Susunan konvensional dengan empat elektroda untuk mengukur resistivitas bawah permukaan (Loke, 2022)

Dalam survei di lapangan, kondisi bawah permukaan bersifat tidak homogen, dengan distribusi resistivitas 3 dimensi. Pengukuran resistivitas dilakukan dengan menginjeksikan arus melalui dua elektroda arus (C1 dan C2 dalam Gambar 1.3), dan mengukur beda potensial pada dua elektroda potensial (P1 dan P2). Dari nilai arus (I) dan beda potensial ($\Delta\phi$), maka resistivitas semu (ρ_α) dapat dihitung dengan:

$$\rho_\alpha = k \frac{\Delta\phi}{I} \dots\dots\dots (1.6)$$

Dimana

$$k = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{r_{C1P1}} - \frac{1}{r_{C2P1}} - \frac{1}{r_{C1P2}} + \frac{1}{r_{C2P2}}\right)} \dots\dots\dots (1.7)$$

Nilai k merupakan faktor geometrik yang tergantung pada susunan keempat elektroda. Alat ukur resistivitas di lapangan biasanya memberikan nilai resistansi $R = \frac{\Delta\phi}{I}$, sehingga resistivitas semu dihitung sebagai:

$$\rho_\alpha = k R \dots\dots\dots (1.8)$$

Nilai resistivitas yang dihitung bukan merupakan resistivitas sejati dari bawah permukaan, melainkan resistivitas "semu", yaitu resistivitas dari tanah homogen yang akan memberikan nilai resistansi yang sama untuk susunan elektroda yang sama. Hubungan antara resistivitas semu dan resistivitas sejati cukup kompleks. Menentukan resistivitas sejati bawah permukaan dari data resistivitas semu disebut sebagai *masalah inversi* (Loke, 2022).

1.3 Persamaan Poisson dalam Medan Listrik

Persamaan Poisson merupakan salah satu persamaan diferensial parsial fundamental dalam elektromagnetik yang menjelaskan hubungan antara distribusi potensial listrik dan sumber muatan dalam suatu medium. Persamaan ini diturunkan dari hukum dasar medan listrik (persamaan 1.2), yaitu hukum Gauss, serta hubungan antara medan listrik dan potensial.

Hubungan ini menunjukkan bahwa medan listrik selalu mengarah dari potensial tinggi menuju potensial rendah. Untuk menghubungkan medan listrik dengan distribusi muatan, digunakan hukum Gauss yang menyatakan bahwa fluks medan listrik yang menembus suatu permukaan tertutup sebanding dengan jumlah muatan yang berada di dalamnya, yaitu:

$$\oint_{\partial B} \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = Q \dots\dots\dots (1.9)$$

dimana ϵ adalah permitivitas medium, $\mathbf{n}$ adalah vektor normal keluar permukaan, dan Q adalah total muatan dalam volume tertutup B .

Dengan menggunakan teorema divergensi, integral permukaan tersebut dapat diubah menjadi integral volume:

$$\int_B \nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) dV = Q \dots\dots\dots (1.10)$$

Selanjutnya, mensubstitusikan hubungan persamaan 1.2, diperoleh:

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = -\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) \dots\dots\dots (1.11)$$

Sehingga persamaan integral menjadi:

$$\int_B -\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) dV = Q \dots\dots\dots (1.12)$$

Jika volume B diperkecil hingga mendekati suatu titik $\mathbf{r}$, maka besaran $\frac{Q}{V}$ dapat didefinisikan sebagai rapat muatan listrik $\rho(\mathbf{r})$, sehingga diperoleh bentuk diferensial:

$$-\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) = \rho(\mathbf{r}) \dots\dots\dots (1.13)$$

Untuk kasus muatan yang terlokalisasi pada satu titik r_0 , distribusi muatan dinyatakan menggunakan fungsi delta Dirac:

$$\rho(r) = Q_0 \delta(r - r_0) \dots\dots\dots (1.14)$$

Sehingga Persamaan Poisson menjadi:

$$-\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) = Q_0 \delta(r - r_0) \dots\dots\dots (1.15)$$

Dalam metode Electrical Resistivity Tomography (ERT), Persamaan Poisson dimodifikasi dengan mengganti permitivitas listrik ϵ menjadi konduktivitas listrik σ , sehingga diperoleh:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = -I \delta(r - r_s) \dots\dots\dots (1.16)$$

Dimana V adalah potensial listrik, σ merupakan konduktivitas medium, I sebagai arus listrik yang diinjeksi, dan $\delta(r - r_s)$ merepresentasikan sumber arus pada posisi elektroda (Liu, 2011).

1.4 Metode Elemen Hingga sebagai Kerangka Komputasi Numerik

Metode Elemen Hingga (FEM) menyediakan kerangka komputasi sistematis untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial (PDE) secara numerik, khususnya masalah nilai batas eliptik seperti persamaan Poisson. Prosedur ini dimulai dengan reformulasi variasional dari PDE utama. Bentuk lemah diperoleh dengan mengalikan persamaan menggunakan fungsi uji dan menerapkan teorema Green, yang secara efektif mengurangi persyaratan keterdiferensialan dari solusi. Ruang solusi berdimensi tak hingga kemudian dibatasi ke subruang berdimensi hingga, yang biasanya dibangun menggunakan fungsi basis linear kontinu sepotong-sepotong yang didefinisikan pada triangulasi domain komputasi.

Dalam praktiknya, pendekatan elemen hingga diperoleh dengan mengganti ruang fungsi berdimensi tak-hingga dengan subruang diskrit $V_{h,0}$ yang secara khusus memenuhi syarat batas. Masalah diskrit tersebut kemudian diformulasikan sebagai: temukan $u_h \in V_{h,0}$ sehingga

$$\int_{\Omega} \nabla u_h \cdot \nabla v \, dx = \int_{\Omega} f v \, dx, \forall v \in H_{h,0} \dots\dots\dots (1.17)$$

Formulasi ini menghasilkan sistem linear yang simetris dan definit positif, yang menjamin keberadaan dan ketunggalan solusi numerik. Analisis galat menunjukkan bahwa solusi elemen hingga konvergen ke solusi eksak seiring dengan pematatan mesh, dengan laju konvergensi yang ditentukan oleh derajat polinomial ruang elemen hingga dan keteraturan solusi eksak (Larson, 2010). Oleh karena itu, FEM menjadi teknik numerik yang kokoh, serbaguna, dan mapan yang banyak diterapkan dalam rekayasa dan ilmu terapan, dihargai karena landasan matematisnya yang ketat, fleksibilitas dalam menangani geometri kompleks, serta stabilitas numeriknya yang teruji.

1.5 Skema Inversi

Inversi bertujuan untuk merekonstruksi distribusi spasial suatu sifat fisik bawah permukaan $p(\mathbf{r})$ dari sejumlah terbatas N pengukuran, yang dihimpun dalam vektor data $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_N)^T$. Karena permasalahan inversi secara inheren bersifat *ill-posed* dan distribusi sifat yang sebenarnya bersifat kontinu di ruang, maka $p(\mathbf{r})$ didekati menggunakan representasi berdimensi hingga melalui proses diskretisasi. Hal ini dicapai dengan mengekspansikan sifat fisik tersebut dalam bentuk M fungsi basis $\phi_i(\mathbf{r})$, sehingga

$$p(\mathbf{r}) \approx \sum_{i=1}^M m_i \phi_i(\mathbf{r}) \dots\dots\dots (1.18)$$

di mana koefisien m_i mendefinisikan vektor model $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_M)^T$. Dalam aplikasi praktis, fungsi basis umumnya dipilih sebagai fungsi konstan bertingkat (*piecewise constant*) yang didefinisikan pada sekumpulan sub-domain (sel atau elemen) yang mendiskretkan daerah kajian, sehingga memungkinkan tercapainya keseimbangan antara fleksibilitas model dan stabilitas numerik.

Hubungan antara parameter model dan data teramati dinyatakan melalui suatu operator *forward* $\mathbf{f}(\mathbf{m})$, yang memprediksi respons *forward* teoretis dari suatu model tertentu. Untuk permasalahan linear, hubungan ini dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai $\mathbf{f}(\mathbf{m}) = \mathbf{F}\mathbf{m}$, sedangkan untuk permasalahan nonlinier, seperti yang dikendalikan oleh persamaan Maxwell, respons *forward* bergantung secara eksplisit pada model itu sendiri. Dalam kondisi tersebut, diperlukan suatu skema inversi iteratif. Dimulai dari model awal $\mathbf{m}_0$, model diperbarui secara iteratif menurut

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \Delta\mathbf{m}_k \dots\dots\dots (1.19)$$

Untuk menentukan pembaruan model $\Delta\mathbf{m}_k$, operator *forward* dilinierkan di sekitar model saat ini dengan menggunakan pendekatan deret Taylor orde pertama,

$$\mathbf{f}(\mathbf{m}_k + \Delta\mathbf{m}_k) \approx \mathbf{f}(\mathbf{m}_k) + \mathbf{J}_k \Delta\mathbf{m}_k, \dots\dots\dots (1.20)$$

di mana $\mathbf{J}_k$ adalah matriks Jacobian atau matriks sensitivitas dengan elemen $[\mathbf{J}_k]_{ij} = \partial f_i(\mathbf{m}_k) / \partial m_j$. Tujuan dari proses inversi adalah untuk meminimalkan selisih antara data teramati dan respons yang diprediksi oleh model.

Data hasil pengamatan tidak dapat dihindarkan dari pengaruh derau (*noise*), yang umumnya diasumsikan berdistribusi Gaussian dan tidak berkorelasi. Berdasarkan asumsi tersebut, ketidakpastian data ε_i diakomodasi melalui matriks pembobot diagonal $\mathbf{W}_d = \text{diag}(1/\varepsilon_i)$. Ketidaksesuaian data (*data misfit*) kemudian dikuantifikasi menggunakan fungsi objektif L_2 - norma,

$$\phi_d(\mathbf{m}) = \|\mathbf{W}_d[\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})]\|_2^2 = (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}))^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})), \dots\dots\dots (1.21)$$

di mana $\mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d$ merepresentasikan invers dari matriks kovarians data. Nilai *misfit* ternormalisasi $X^2 = \phi_2/N$ yang mendekati satu menunjukkan bahwa data telah dipasangkan dengan baik sesuai dengan ketidakpastian yang diestimasi (Günther, 2004). Karena permasalahan inversi umumnya bersifat *ill-conditioned*, diperlukan

regularisasi untuk menstabilkan solusi dan menekan osilasi model yang tidak bersifat fisik. Hal ini dicapai dengan menambahkan suku kendala model (*model constraint*) ke dalam *data misfit*, sehingga menghasilkan fungsi objektif gabungan dalam bentuk

$$\phi(\mathbf{m}) = \phi_d(\mathbf{m}) + \lambda \phi_m(\mathbf{m}), \dots\dots\dots(1.22)$$

di mana $\phi(\mathbf{m})$ memberikan penalti terhadap kekasaran model atau penyimpangan dari model acuan $\mathbf{m}_{ref}$, λ merupakan parameter *trade-off*, dan operator regularisasi umumnya dinyatakan dalam bentuk $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$. Proses minimisasi terhadap fungsi objektif yang telah dilinierkan menghasilkan persamaan pembaruan Gauss–Newton,

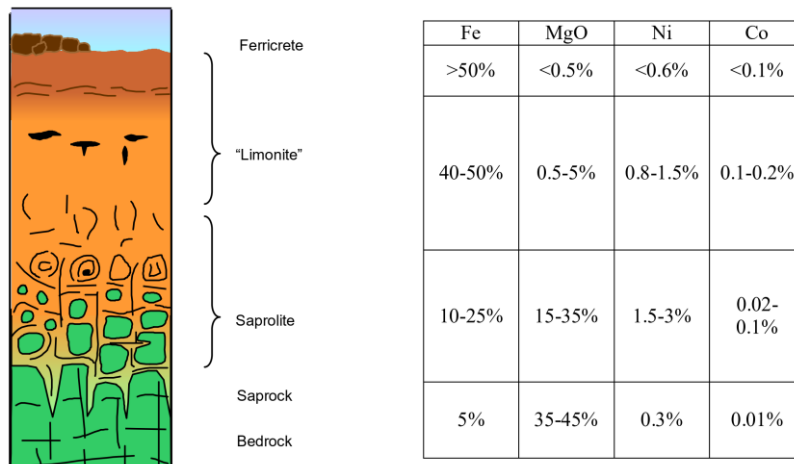
$$(\mathbf{J}_k^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{J}_k + \lambda \mathbf{G}^T \mathbf{G}) \Delta \mathbf{m}_k = \mathbf{J}_k^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})] - \Delta \mathbf{G}^T \mathbf{G} (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{ref}) \dots\dots\dots(1.23)$$

Sistem persamaan ini diselesaikan secara iteratif hingga kriteria konvergensi yang didasarkan pada penurunan *data misfit* atau kestabilan model terpenuhi. Model hasil inversi yang diperoleh merepresentasikan kompromi optimal antara kecocokan terhadap data hasil pengamatan dan pemenuhan kendala regularisasi yang diterapkan (Günther et al., 2017).

1.6 Nikel Laterit

Nikel laterit terbentuk dari proses pelapukan kimia yang berlangsung secara dinamis dan bertahap dalam kondisi iklim yang lembap dan stabil secara tektonik. Pada proses ini menghasilkan stratifikasi yang khas dalam profil laterit (Gambar 1.4), di mana setiap lapisan mencerminkan tahapan pelapukan yang berbeda. Lapisan paling bawah, yang dikenal sebagai saprock, masih mengandung banyak batuan segar dengan sedikit produk alterasi, dan pelapukan terjadi terutama di batas kontak antar mineral serta sepanjang retakan batuan. Seiring bertambahnya kedalaman pelapukan, proporsi mineral primer semakin berkurang, dan zona yang lebih retak mengalami alterasi total, membentuk saprolit. Pada zona ini, masih terdapat struktur batuan induk yang dapat dikenali, dengan bongkahan batuan yang masih utuh berada di dalam campuran mineral primer dan hasil alterasi.

Pada bagian atas profil laterit, zona pelapukan lebih lanjut menghasilkan lapisan pedolit, yang lebih umum disebut sebagai zona limonit dalam laterit oksida. Zona ini didominasi oleh mineral hasil alterasi seperti goethite ($\text{FeO}(\text{OH})$) dan hematite (Fe_2O_3), yang menyebabkan hilangnya struktur asli batuan induk. Stratifikasi dalam profil laterit ini merupakan hasil dari transformasi mineral yang terjadi akibat pelepasan unsur-unsur kimia yang mudah larut, konsentrasi residu unsur yang kurang mobil, serta pembentukan mineral sekunder yang stabil dalam lingkungan pelapukan. Dengan demikian, setiap lapisan dalam profil laterit mencerminkan perkembangan bertahap dari proses pelapukan batuan ultramafik, yang menjadi faktor utama dalam pembentukan endapan nikel laterit (Elias, 2002).



Gambar 1. 4 Skema stratigrafi profil laterit yang berkembang pada batuan ultramafik dalam iklim tropis (Elias, 2002)

1.7 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini, sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan parameter inversi ERT yang optimal untuk konfigurasi Edge Gradient sehingga mampu menghasilkan rekonstruksi model resistivitas yang stabil dan akurat, khususnya pada sistem laterit nikel yang memiliki kontras resistivitas tinggi?
2. Sejauh mana Checkerboard Resolution Test (CRT) dan analisis sensitivitas dapat digunakan untuk menetapkan batas resolusi (confidence boundary) serta menilai kemampuan model dalam merekonstruksi struktur bawah permukaan pada kedalaman tertentu?
3. Bagaimana penggabungan hasil inversi ERT dengan data drillhole dapat meningkatkan ketelitian interpretasi batas litologi, terutama pada antarmuka Limonite–Saprolite dan Saprolite–Bedrock di Blok X?

1.8 Tujuan Penelitian

Adapun Tujuan pada penelitian ini yaitu:

1. Mengoptimalkan parameter inversi ERT untuk konfigurasi Edge Gradient melalui pemodelan sintetik, analisis sensitivitas, dan Checkerboard Resolution Test (CRT) guna memperoleh parameter inversi yang stabil, teruji, dan memiliki batas resolusi yang jelas sebelum diterapkan pada data lapangan.
2. Interpretasi geologi pada eksplorasi nikel laterit di Blok X dengan mengintegrasikan hasil inversi ERT (pyGIMLi dan Res2DInv) dengan kontrol geologi dari data drillhole, sehingga batas litologi Limonite–Saprolite dan Saprolite–Bedrock dapat diidentifikasi secara lebih tepat.

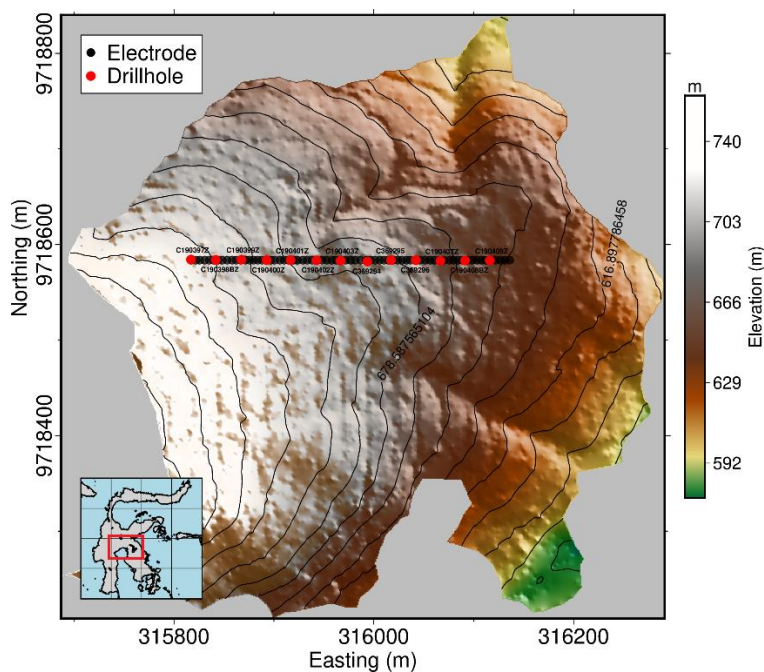
1.9 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk meningkatkan akurasi dan keandalan interpretasi geologi pada eksplorasi nikel laterit melalui optimasi parameter inversi ERT yang divalidasi dengan model sintetik, analisis sensitivitas, CRT, dan data drillhole.

METODOLOGI PENELITIAN

2. 1 Lokasi Penelitian

Lokasi penelitian berada di **Blok X**, Luwu Timur, Sulawesi Selatan (Gambar 2.1), dengan area penelitian yang dominan terletak di sekitar kawasan tambang. Penelitian ini difokuskan pada penerapan metode Electrical Resistivity Tomography (ERT) untuk memetakan resistivitas tanah dan struktur bawah permukaan di sekitar area tambang. Data ERT yang diperoleh akan dikorelasikan dengan data bor untuk meningkatkan akurasi pemahaman tentang kondisi bawah permukaan di wilayah Blok X



Gambar 2. 1 Peta Lokasi Penelitian

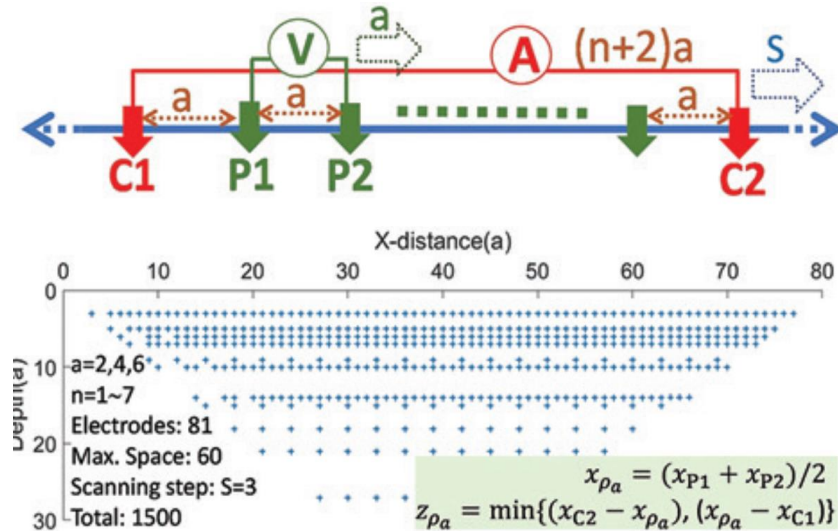
2. 2 Akusisi Data

2.2.1 Akusisi Data Metode ERT

Dalam penelitian ini, proses pengambilan data (akusisi) menggunakan alat Resistivimeter Geomative GD 20 Supreme 140 elektroda dengan spasi 5 meter, memiliki total 14 Lintasan dengan arah 7 Barat-Timur dan 7 Utara-Selatan, adapun posisi elektroda telah disesuaikan dengan titik stake out dari pengukuran survey topografi. Adapun jarakl antara Lintasan *Inline* ataupun *crossline* masing masing 50 meter.

Pada tahap akusisi menggunakan konfigurasi edge gradien dimana konsep pengukuran dilakukan dengan jarak elektroda "a" antara pemancar A dan B (Gambar 2.2). Elektroda arus B tetap berada pada elektroda pertama hingga elektroda arus A

mencapai elektroda terakhir pada garis 2D. Setelah itu, elektroda arus A tetap berada pada elektroda terakhir hingga elektroda arus B mencapai elektroda arus A, yang menghasilkan sejumlah besar pengukuran yang dapat memberikan informasi lebih rinci mengenai distribusi medan potensial di wilayah yang diukur.



Gambar 2. 2 Ilustrasi dari konfigurasi Edge Gradien (Zhou, 2018)

2. 2. 2 Data Drillhole (data sekunder)

Data drillhole yang digunakan berupa data sekunder berjumlah 102 lubang, dengan jarak antara titik 12,5 – 25 meter. Data ini memiliki total kedalaman berkisar 10 – 40 meter, dengan informasi litologi setiap 1 meter (Gambar 2.3).



Gambar 2. 3 Data drillhole yang dibagi setiap 1 meter

2. 3 Pembuatan Model Sintetik

2. 3. 1 Model Checkerboard Resolution Test (CRT)

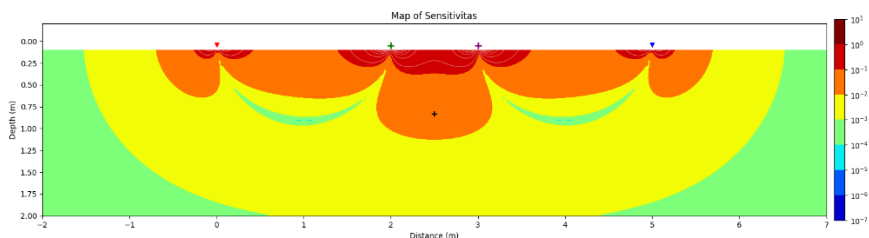
Metode ini digunakan untuk menguji kemampuan metode inversi dalam merekonstruksi detail spasial dari variasi resistivitas bawah permukaan melalui pendekatan uji resolusi checkerboard. Dalam tahap ini, dibuat pola dua dimensi berbentuk kotak-kotak (checkerboard) yang terdiri dari blok-blok dengan nilai

resistivitas tinggi dan rendah secara bergantian (Gambar 3.1). Variasi ukuran blok serta kedalaman distribusinya sengaja diatur untuk mengevaluasi sejauh mana metode inversi dapat membedakan perubahan resistivitas secara lateral maupun vertikal. Skema konfigurasi elektroda yang digunakan adalah konfigurasi *Edge Gradient*, yang dirancang khusus untuk meningkatkan sensitivitas pada kedalaman tertentu dan arah tertentu, sehingga dapat memengaruhi kualitas hasil inversi. Setelah model checkerboard dibuat, dilakukan proses *forward modeling* untuk menghasilkan data semu resistivitas yang merepresentasikan respons pengukuran dari model tersebut. Data semu ini kemudian digunakan dalam proses *inversi* guna memulihkan kembali distribusi resistivitas. Hasil dari proses ini dianalisis untuk menilai sejauh mana pola checkerboard asli dapat direkonstruksi, yang sekaligus menjadi indikator kualitas resolusi spasial dari model inversi. Dengan demikian, model ini memberikan informasi penting mengenai kemampuan dan keterbatasan teknik inversi dalam menggambarkan struktur bawah permukaan secara detail, terutama dalam konteks deteksi objek-objek geologi yang kontras secara resistivitas.

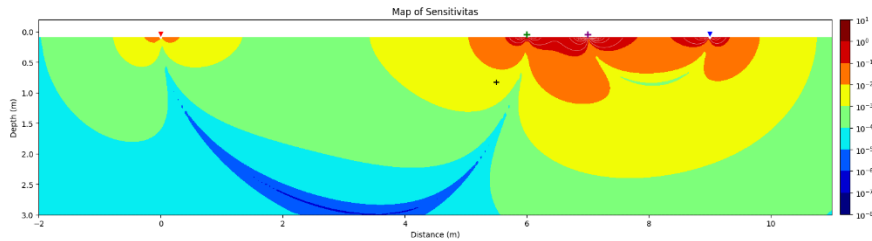
2. 3. 2 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas digunakan untuk menggambarkan pengaruh anomali resistivitas berbentuk titik pada potensial atau perbedaan potensial yang diukur dalam geometri elektroda tertentu (Fediuk dkk, 2020; Furman dkk, 2007). Fungsi sensitivitas pada dasarnya menunjukkan sejauh mana perubahan resistivitas di suatu bagian bawah permukaan akan memengaruhi nilai potensial yang diukur oleh array. Semakin tinggi nilai fungsi sensitivitas, semakin besar pengaruh wilayah bawah permukaan tersebut terhadap pengukuran. Secara matematis, fungsi sensitivitas diberikan oleh turunan Fréchet pada persamaan 2.1 (McGillivray dan Oldenburg, 1990). Pada konfigurasi Edge Gradien, analisis ini dilakukan dengan mengamati distribusi potensial sebagai respons terhadap variasi posisi elektroda arus (C1–C2) dan elektroda potensial (P1–P2). Dalam skema nya, pengukuran dilakukan dengan menempatkan posisi arus C1 dan C2 berada di ujung ujung elektroda dan Potensial P1-P2 bergerak dari dekat arus C1 menuju arus C2.

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta \sigma} = \frac{V^p - V}{\sigma^p - \sigma^i} \dots\dots\dots (2.1)$$



(a)



(b)

Gambar 2. 4 Contoh analisis Sensitivitas (a) Posisi Elektroda Potensial P1-P2 di tengah (b) Elektroda Potensial P1-P2 mendekati Elektroda Arus C1 (Dahlin, T, & Zhou, B. 2006)

2. 3. 3 Model Geologi Sintetik Berlapis dengan Anomali

Model ini dirancang untuk merepresentasikan kondisi geologi yang lebih realistis, khususnya yang berkaitan dengan endapan laterit nikel, dengan struktur bawah permukaan yang terdiri dari beberapa lapisan horizontal serta satu atau lebih anomali resistivitas. Dalam pembuatannya, model dibagi menjadi tiga lapisan utama, yaitu: lapisan pertama yang merepresentasikan tanah laterit dengan nilai resistivitas sedang; lapisan kedua berupa saprolit yang memiliki resistivitas rendah atau tinggi tergantung pada tingkat mineralisasi, dan lapisan ketiga sebagai batuan dasar dengan resistivitas tinggi (Gambar 3.5). Konfigurasi elektroda yang digunakan dalam model ini adalah *Edge Gradient*, karena dianggap mampu memberikan resolusi yang baik terutama dalam mendeteksi struktur lateral dan vertikal secara bersamaan. Data hasil *forward modeling* dari model ini kemudian digunakan untuk menguji berbagai parameter inversi, guna menilai seberapa akurat bentuk dan posisi anomali resistivitas dapat dikenali kembali dari hasil proses inversi. Pendekatan ini memberikan gambaran menyeluruh mengenai efektivitas metode ERT dalam mengidentifikasi target geologi yang kompleks, seperti endapan nikel laterit.

2. 4 Proses inversi Data

2. 4. 1 Inversi 2D dengan Res2Dinv

Data hasil pengukuran dimasukkan ke dalam perangkat lunak *Res2Dinv* untuk dilakukan proses inversi dua dimensi. Dalam tahap ini, parameter inversi seperti model awal, jenis regularisasi, dan tingkat smoothness disesuaikan dengan konfigurasi elektroda *Edge Gradient* yang digunakan pada pengukuran lapangan. Proses inversi menghasilkan penampang resistivitas dua dimensi yang merepresentasikan variasi lateral dan vertikal resistivitas bawah permukaan, yang selanjutnya digunakan sebagai dasar interpretasi geologi dan identifikasi zona batas lapisan.

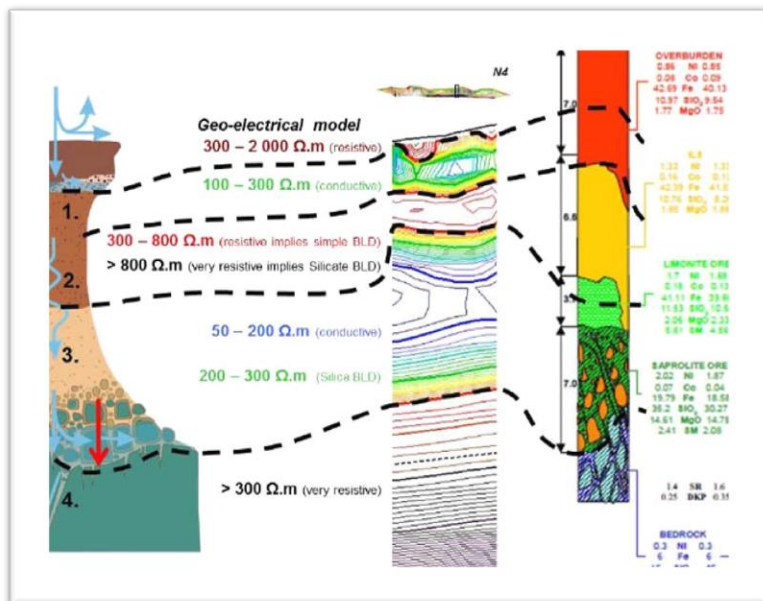
2. 4. 2 Inversi dan Analisis dengan pyGIMLI

Selanjutnya, data yang sama juga diproses menggunakan *pyGIMLi* untuk keperluan inversi numerik yang lebih fleksibel dan analisis tambahan. Dalam *pyGIMLi*, data

diimpor dan diolah dengan skrip Python yang memungkinkan penyesuaian parameter inversi secara rinci. Selain mendapatkan model resistivitas hasil inversi, dilakukan pula perhitungan *Analisis sensitivitas* dan *checkerboard resolution test* untuk menilai keandalan model serta batas resolusi spasial dari data yang diperoleh.

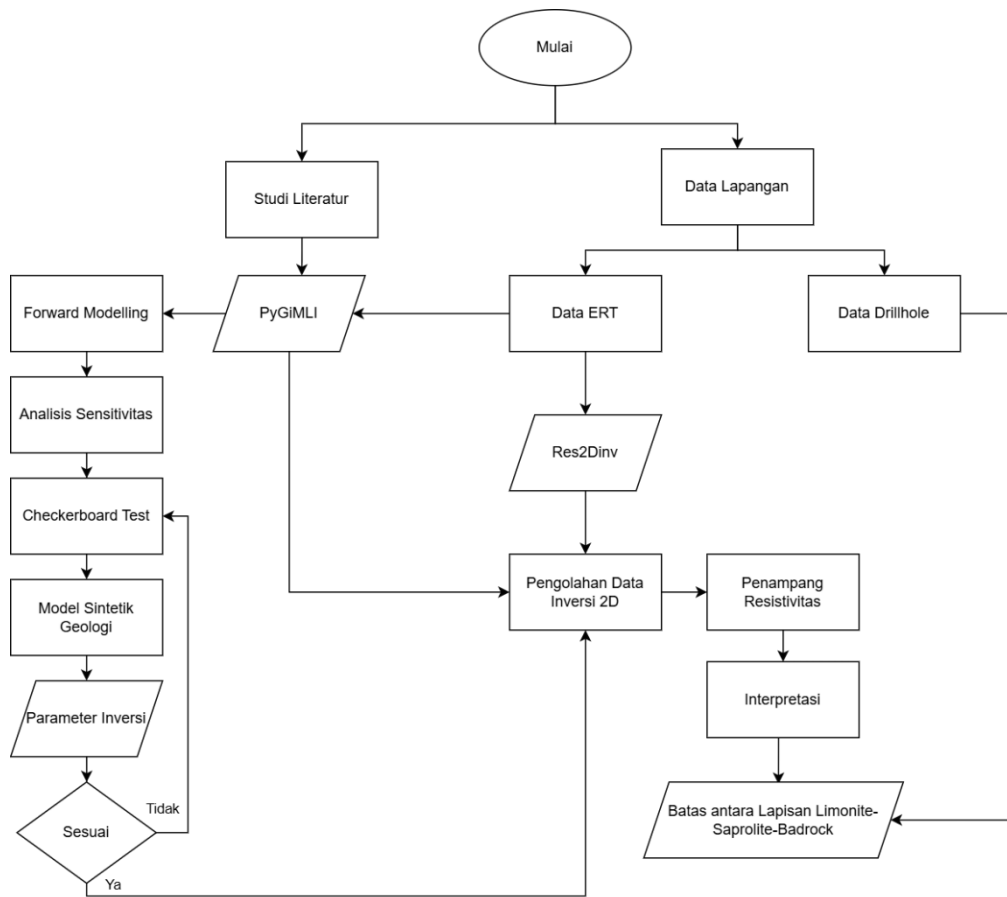
2.5 Interpretasi batas lapisan Limonit dan Saprolite

Interpretasi batas antara lapisan limonit dan saprolit dilakukan berdasarkan hasil penampang resistivitas dari inversi data ERT. Nilai resistivitas yang lebih tinggi diasosiasikan dengan lapisan limonit, yang umumnya bersifat kering, dan memiliki porositas yang rendah. Sebaliknya, nilai resistivitas yang lebih rendah diasosiasikan dengan lapisan saprolit, yang cenderung lebih lembap, kaya mineral terlarut, dan berpori sehingga lebih konduktif. Perubahan signifikan pada kontur resistivitas secara vertikal dimanfaatkan untuk mengidentifikasi transisi antar lapisan (Gambar 2.5). Interpretasi ini diperkuat dengan data geologi regional dan data drillhole (bor) yang tersedia, yang memberikan informasi kedalaman dan litologi aktual di titik-titik tertentu.



Gambar 2. 5 Batas lapisan di tentukan berdasarkan pola ERT yang mengacu pada data drillhole (Patadungan dkk, 2024)

2. 6 Bagan Alir Penelitian



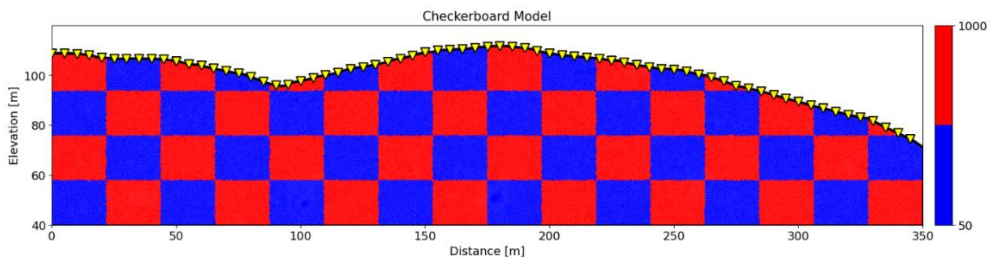
Gambar 2. 6 Bagan alir penelitian

BAB III

HASIL PENELITIAN

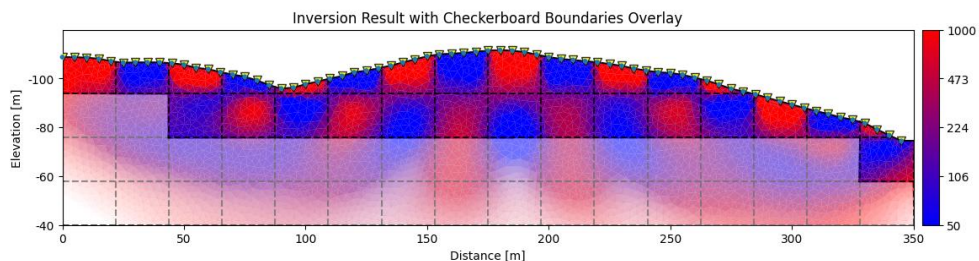
3. 1 Checkboard Test dan Sensitivitas pada model sintetik geologi

Uji resolusi *checkerboard* dilakukan dengan menggunakan dua nilai resistivitas yang memiliki kontras signifikan, yaitu 50 Ωm dan 1000 Ωm (Gambar 3.1). Setiap kotak dalam model dirancang dengan dimensi sekitar 25 m. Topografi pada model tersebut disesuaikan dengan karakteristik karakteristik geologi yang ditunjukkan pada Gambar 3. 4.



Gambar 3. 1 Model Checkboard Tes

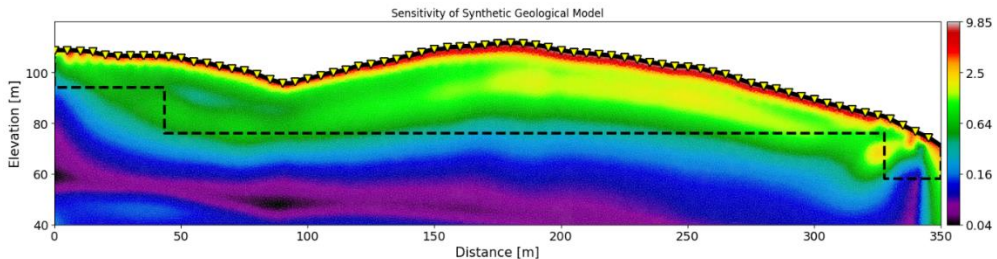
Hasil inversi (Gambar 3.2) menunjukkan bahwa hanya sebagian pola checkerboard yang dapat direkonstruksi secara konsisten, sementara beberapa zona mengalami peluruhan atau pergeseran pola. Temuan ini menegaskan bahwa kemampuan skema inversi dalam mempertahankan anomali resistivitas kontras bergantung pada geometri elektroda, distribusi data, serta kondisi geologi bawah permukaan. Dengan demikian, Checkerboard Test memberikan batasan kuantitatif awal mengenai tingkat resolusi lateral dan vertikal dari konfigurasi yang digunakan.



Gambar 3. 2 Hasil Inversi Model Checkboard Test

Pemahaman mengenai batas resolusi semakin diperjelas ketika hasil Checkerboard Test dibandingkan dengan penampang sensitivitas model (Gambar 3.3). Overlay kedua hasil tersebut menunjukkan bahwa bagian model yang berhasil direkonstruksi dengan baik berkorespondensi dengan zona yang memiliki nilai sensitivitas relatif tinggi. Nilai sensitivitas sekitar 0.64 yang ditandai dengan warna hijau mewakili area dengan tingkat keandalan interpretasi yang lebih baik, sedangkan zona dengan sensitivitas lebih rendah menunjukkan peningkatan ketidakpastian dan kecenderungan terjadinya *inversion instability* akibat lemahnya kendali data terhadap

struktur bawah permukaan. Keterkaitan ini menggarisbawahi peran sensitivitas sebagai indikator penting dalam menilai batas toleransi interpretasi model sintetik serta dalam menentukan bagian penampang yang dapat dijadikan dasar interpretasi geologi secara lebih meyakinkan.



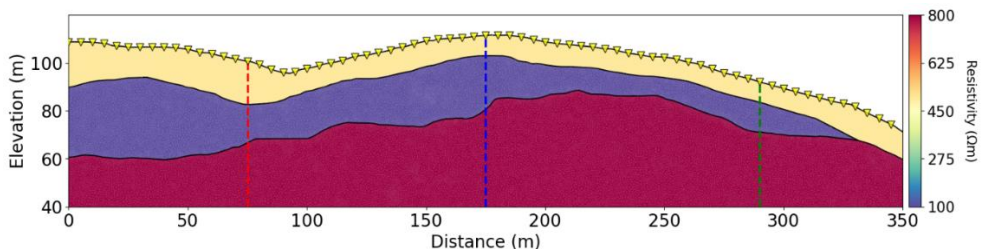
Gambar 3. 3 Penampang Sensitivitas Model Sintetik Geologi

3. 2 Model Geologi

Model geologi dikonstruksi untuk merepresentasikan kondisi lapangan secara realistis (Gambar 3.4) dengan tiga satuan litologi utama. Lapisan paling atas terdiri atas limonit dengan resistivitas sekitar 500 Ωm , diikuti oleh lapisan saprolit pada kedalaman menengah dengan resistivitas 100 Ωm , dan lapisan terdalam berupa bedrock yang memiliki resistivitas lebih tinggi, yaitu 800 Ωm (Gambar 3.5). Model sintetik ini kemudian digunakan sebagai dasar untuk proses inversi (Gambar 3.6), yang menghasilkan penampang resistivitas yang menunjukkan kesesuaian yang baik dengan model awal.



Gambar 3. 4 Salah satu contoh Kondisi lapangan dengan 3 jenis lapisan Geologi

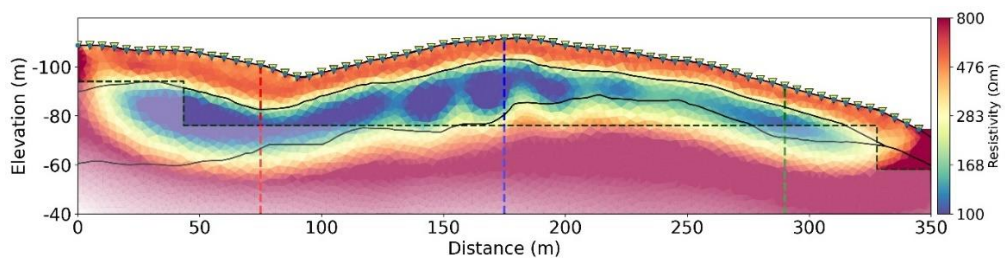


Gambar 3. 5 Model sintetik Geologi dengan 3 jenis Lapisan

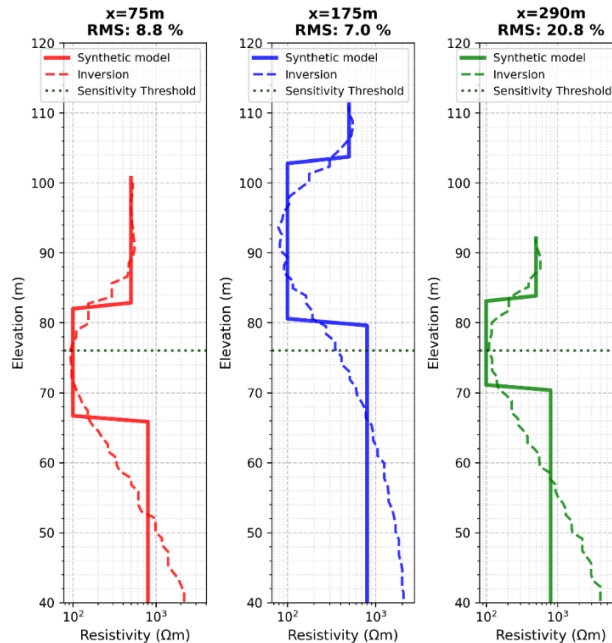
Tingkat kesesuaian tersebut diuji lebih lanjut melalui analisis ekstraksi 1D pada tiga posisi berbeda, yaitu pada $x = 75 \text{ m}$, $x = 175 \text{ m}$, dan $x = 290 \text{ m}$. Hasil perbandingan antara model sintetik dan hasil inversi (Gambar 3.7) menunjukkan nilai RMS error

masing-masing sebesar sekitar 10.6% pada $x = 75$ m, 4.7% pada $x = 175$ m, dan 13.8% pada $x = 290$ m. Variasi nilai RMS ini masih berada dalam rentang yang dapat diterima untuk pemodelan resistivitas dengan kontras antar-lapisan yang cukup tinggi. Secara keseluruhan, hasil ini memberikan dukungan kuat terhadap reliabilitas proses inversi yang diterapkan untuk kasus tiga lapisan dengan karakteristik resistivitas yang berbeda, serta mengonfirmasi bahwa pendekatan inversi mampu merekonstruksi struktur bawah permukaan secara konsisten dengan model geologi sintetik.

Garis batas sensitivitas memberikan acuan yang jelas mengenai tingkat kualitas interpretasi pada penampang hasil inversi. Berdasarkan distribusi sensitivitas tersebut, batas antara lapisan limonit dan saprolit menunjukkan tingkat kepercayaan yang tinggi, sehingga hampir seluruh zonanya dapat diinterpretasikan secara meyakinkan. Sebaliknya, pada batas antara saprolit dan bedrock, hanya sebagian segmen yang berada dalam rentang sensitivitas memadai, sehingga interpretasinya lebih terbatas. Temuan ini menegaskan bahwa kualitas rekonstruksi struktur bawah permukaan sangat dipengaruhi oleh variasi sensitivitas terhadap perubahan resistivitas pada kedalaman yang berbeda.



Gambar 3. 6 Penampang hasil Inversi dari model sintetik Geologi

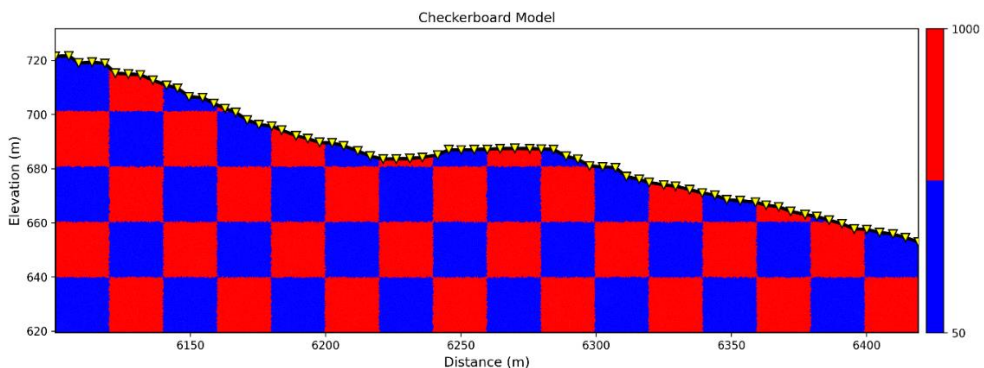


Gambar 3. 7 Grafik Resistivitas dari Ekstrak 1d model sintetik Geologi dengan hasil inversi

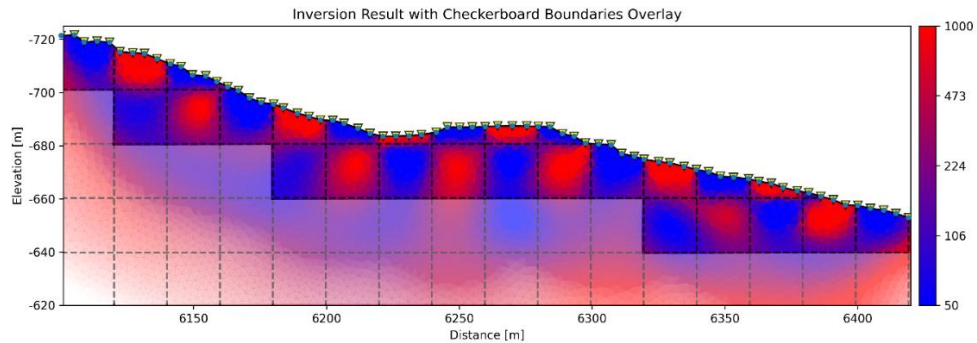
3. 3 Data Lapangan

3. 3.1 Checkerboard Test dan Sensitivitas pada data Lapangan

Pada pelaksanaan Checkerboard Resolution Test (CRT) untuk lintasan N3, model sintetik dibuat dengan mempertimbangkan kondisi topografi asli di lapangan. Pola checkerboard disusun menggunakan dua nilai resistivitas kontras, yaitu 50 Ωm untuk blok berwarna biru dan 1000 Ωm untuk blok berwarna merah, masing-masing dengan dimensi sel 20 $\times$ 20 m (Gambar 3.8a). Desain ini dipilih untuk merepresentasikan skema checkerboard pada model sintetik sebelumnya (Gambar 3.5), sehingga memungkinkan evaluasi yang konsisten terhadap kemampuan model inversi dalam merekonstruksi variasi resistivitas bawah permukaan.



(a)

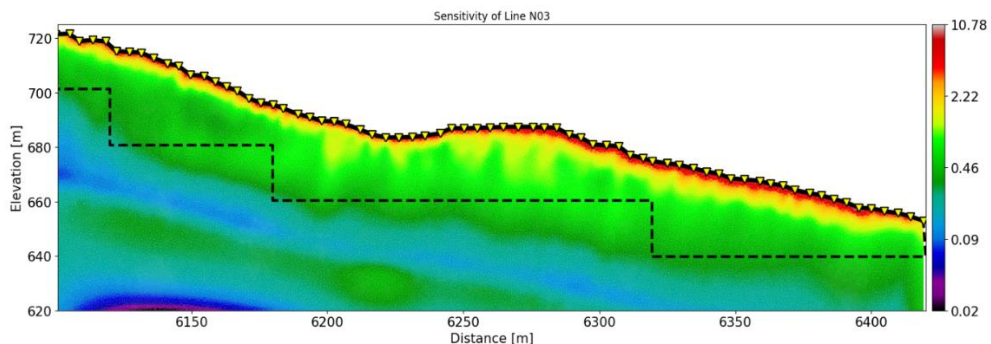


(b)

Gambar 3. 8 Penampang Resistivitas (a) model Checkerboard; (b) Inversi Checkerboard Test, pada Lintasan N3

Hasil inversi Checkerboard Test pada Lintasan N3 (Gambar 3.8b) menunjukkan bahwa pola checkerboard hanya dapat direkonstruksi secara konsisten hingga kedalaman sekitar 30 meter dari permukaan topografi. Kedalaman ini kemudian ditetapkan sebagai *confidence boundary* atau batas keyakinan interpretasi pada penampang 2D resistivitas. Penetapan batas tersebut mencerminkan sejauh mana sistem akuisisi dan algoritma inversi mampu mempertahankan pola anomali resistivitas dengan kontras tinggi pada kedalaman tertentu. Sehingga, kedalaman 30 meter menjadi acuan penting dalam menentukan ruang interpretasi yang masih berada dalam zona resolusi yang dapat diterima.

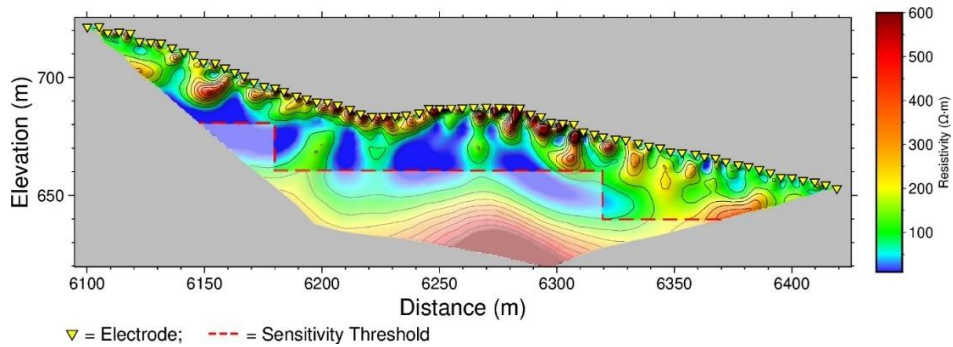
Ketika batas keyakinan ini divisualisasikan pada penampang sensitivitas Lintasan N3, terlihat bahwa garis tersebut selaras dengan rentang nilai sensitivitas sekitar 0.46, yang ditunjukkan oleh warna hijau (Gambar 3.9). Nilai sensitivitas ini mencerminkan tingkat pengaruh perubahan resistivitas terhadap respons data pada kedalaman tersebut, sehingga berfungsi sebagai indikator kritis untuk menilai seberapa jauh hasil inversi masih dapat dipercaya.



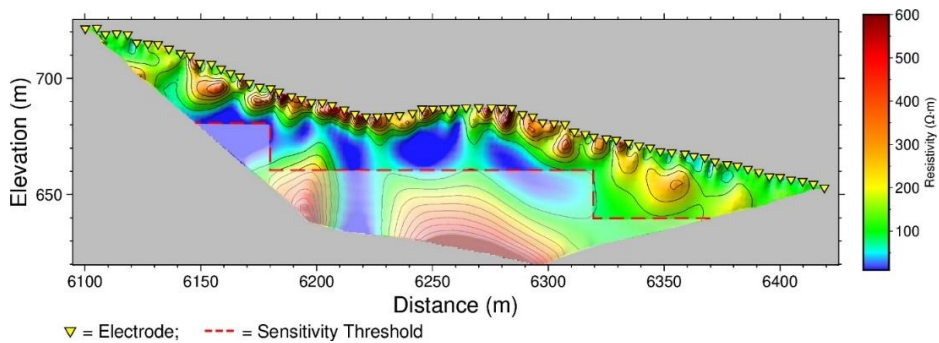
Gambar 3. 9 Penampang Sensitivitas Lintasan N3

3.3.2 Inversi Data Lapangan

Hasil Inversi untuk lintasan N3 menggunakan dua aplikasi yaitu Pygimli (Gambar 3.10a) dan Res2dinv (Gambar 3.10b) sebagai hasil pembandingan. Dimana parameter inversi dari model sintetik geologi (Gambar 3.5) digunakan kembali pada pengolahan pygimli untuk lintasan N3.

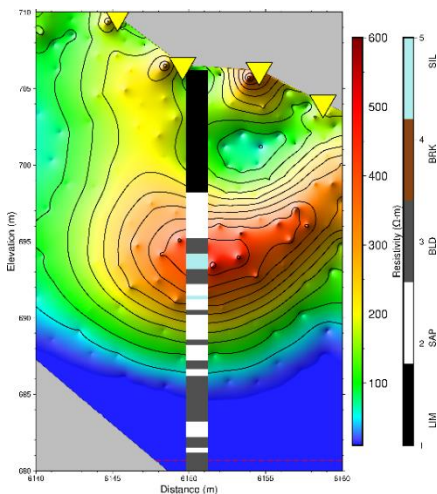


(a)



(b)

Gambar 3. 10 Lintasan N3 dengan menggunakan (a) Pygimli, (b) Res2dinv



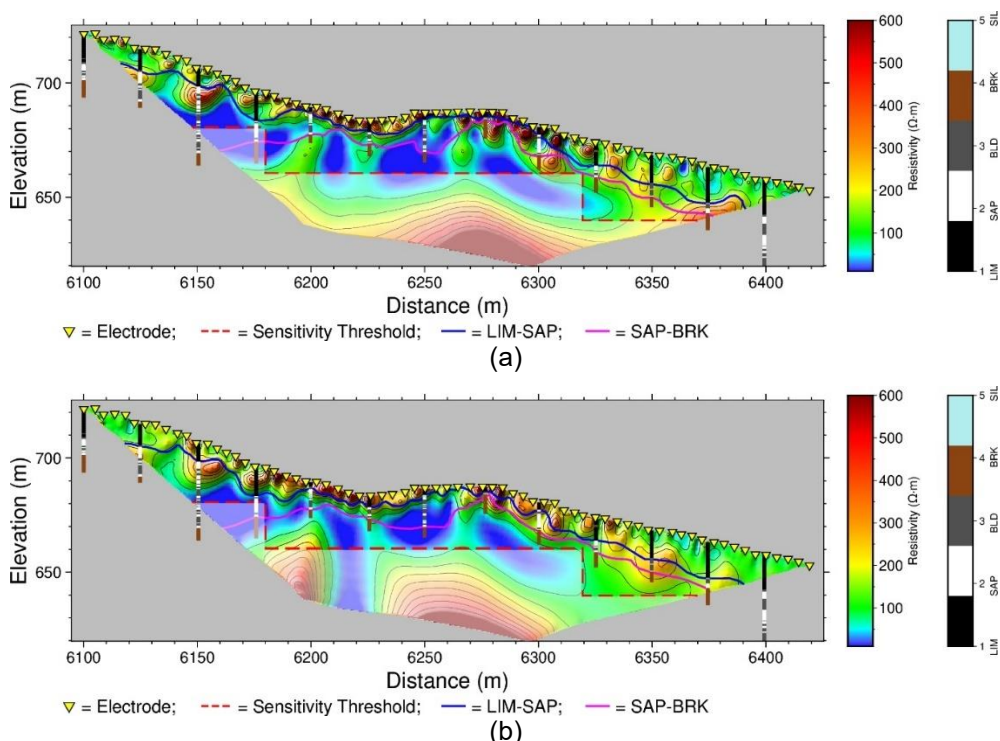
Gambar 3. 11 Penggabungan data Bor pada Penampang ERT

Pada **Gambar 3.11** menunjukkan Data drillhole dimanfaatkan sebagai kontrol geologi utama untuk meningkatkan akurasi interpretasi batas litologi, khususnya untuk membedakan lapisan limonit, saprolit, dan bedrock. Informasi litologi dari drillhole mengindikasikan keberadaan zona boulder serta akumulasi silika (silicified zone), yang keduanya diketahui memberikan kontras resistivitas yang signifikan pada survei geolistrik. Zona resistivitas tinggi secara konsisten berkorelasi dengan akumulasi silika yang masif, sedangkan nilai resistivitas rendah umumnya terkait dengan zona

boulder yang memiliki karakteristik seperti rekahan batuan.

Struktur berongga pada boulder tersebut mengindikasikan adanya pengisian oleh fluida, yang selanjutnya menurunkan resistivitas bulk medium. Model penampang drillhole selanjutnya dioverlay dengan penampang Electrical Resistivity Tomography (ERT) untuk meningkatkan ketepatan penentuan batas stratigrafi pada lintasan N3.

Penggabungan data drillhole dengan penampang hasil inversi dari *pyGIMLi* dan *Res2DInv* memungkinkan identifikasi yang lebih komprehensif terhadap batas Limonite–Saprolite dan Saprolite–Bedrock (**Gambar III.12**). Perbedaan pola batas lapisan yang muncul antara kedua hasil inversi terutama dipengaruhi oleh variasi distribusi resistivitas yang dihasilkan masing-masing perangkat lunak. Hal tersebut terkait dengan perbedaan skema regularisasi, parameter pemulusan, serta pendekatan numerik yang digunakan pada kedua algoritma inversi. Akibatnya, kontur resistivitas yang direkonstruksi menunjukkan pola kontras yang tidak sepenuhnya identik, yang pada akhirnya menghasilkan variasi dalam interpretasi geologi bawah permukaan.



Gambar 3. 12 Hasil Penentuan Batas lapisan Lim-Sap-BRK, berdasarkan overlay Data drillhole dengan Penampang Resistivitas (a) Pygimli, (b) Res2dinv

Penggabungan antara drillhole dan model resistivitas memberikan dasar yang kuat untuk menentukan geometri lapisan laterit nikel pada lintasan N3. Pendekatan

integratif ini juga meningkatkan keandalan interpretasi, terutama dalam zona transisi antara limonit dan saprolit yang secara geofisika sering menunjukkan perubahan resistivitas yang bertahap.

Integrasi informasi bor dengan data ERT menyoroti variasi lateral resistivitas yang signifikan, yang mencerminkan perubahan litologi dan kondisi fisik bawah permukaan di seluruh area penelitian. Pada lubang bor C190399Z (Lamp. 1 (1)), horizon Limonit teridentifikasi pada kedalaman sekitar 8 m, menunjukkan peran data bor sebagai kendala geologi utama dalam memperhalus penentuan batas litologi, khususnya dalam membedakan satuan Limonit, Saprolit, dan Batuan Dasar. Log bor juga menunjukkan keberadaan interval kaya bongkah (boulder-rich) dan zona tersilisifikasi (Elias, 2002), yang keduanya menghasilkan kontras resistivitas listrik yang kuat dalam investigasi geolistrik. Zona dengan resistivitas tinggi secara sistematis diasosiasikan dengan pengayaan silika masif, sedangkan nilai resistivitas rendah umumnya berkaitan dengan interval yang didominasi bongkah dan mengalami rekahan intensif. Porositas tinggi pada zona bongkah terrekahkan ini memfasilitasi akumulasi fluida, sehingga menurunkan resistivitas curah efektif (Ruslan et al., 2025; Fitri, 2023).

Pada lubang bor C190400Z (Lamp. 1 (2)), lapisan Limonit berkembang dari permukaan hingga kedalaman sekitar 10 m dan menunjukkan respons resistivitas sedang yang relatif homogen. Sebaliknya, lapisan Saprolit dan Batuan Dasar didominasi oleh nilai resistivitas rendah, yang kemungkinan disebabkan oleh porositas tinggi pada Saprolit serta keberadaan zona rekahan pada kontak Saprolit–Batuan Dasar yang memungkinkan retensi fluida. Kondisi geologi yang lebih kompleks teramati pada lubang bor C190401Z (Lamp. 1 (3)), yang secara konsisten tercermin dalam distribusi resistivitas. Lapisan Limonit menunjukkan resistivitas relatif tinggi, sedangkan Saprolit mengandung sisipan material kaya silika dengan resistivitas sedang serta zona bongkah lokal yang dicirikan oleh resistivitas lebih rendah. Batuan Dasar di bawahnya memperlihatkan nilai resistivitas yang sebanding dengan Saprolit kaya silika, mengindikasikan sifat kelistrikan yang serupa.

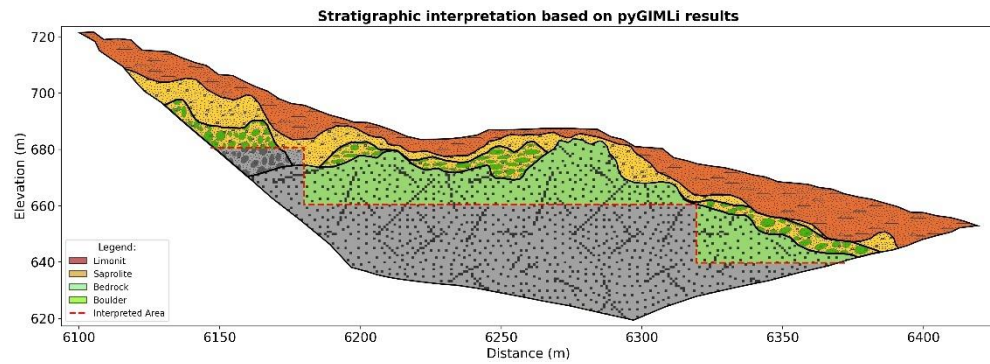
Pada lubang bor C190402Z (Lamp. 1 (4)), nilai resistivitas tinggi berkaitan dengan lapisan Limonit, sementara Saprolit dan Batuan Dasar menunjukkan pola resistivitas yang hampir tidak dapat dibedakan. Kesamaan ini kemungkinan berhubungan dengan kondisi fisik yang sebanding, khususnya porositas tinggi pada kedua lapisan yang memungkinkan kejenuhan fluida yang signifikan. Sebaliknya, lubang bor C190403Z (Lamp. 1 (5)), yang terletak berdekatan dengan SI-4, menunjukkan kesesuaian yang lebih kuat antara observasi geologi dan respons ERT. Pada lokasi ini, lapisan Limonit ditandai oleh resistivitas tinggi, sedangkan Saprolit dan Batuan Dasar didominasi oleh nilai resistivitas rendah. Suatu zona resistivitas menengah yang khas, dengan ketebalan sekitar 2 m, teridentifikasi pada kontak Limonit–Saprolit dan diinterpretasikan sebagai pengayaan silika pada bagian atas Saprolit.

Pada lubang bor C369294 (Lamp. 1 (6)), lapisan Limonit dan Saprolit relatif tipis, berada pada kedalaman hanya sekitar 2–3 m dari permukaan, dan menunjukkan nilai resistivitas yang sangat tinggi. Kondisi ini kemungkinan dipengaruhi oleh posisi lubang bor yang berada di atas bukit kecil, di mana erosi permukaan telah mengurangi ketebalan lapisan laterit serta mendorong kondisi dekat permukaan yang lebih kering. Di dalam Saprolit, zona dengan resistivitas sedang diinterpretasikan sebagai jalur permeabel sempit atau zona mikro-rekahan. Pola resistivitas serupa juga diamati pada lubang bor C369295 (Lamp. 1 (7)); namun, lapisan Saprolit jauh lebih tebal (sekitar 9 m) dan dicirikan oleh resistivitas sedang, sementara zona kaya bongkah menunjukkan respons resistivitas relatif tinggi.

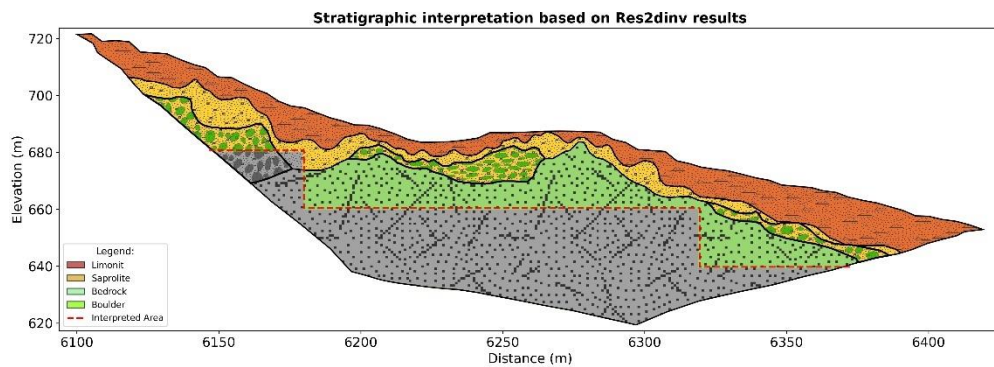
Berbeda dengan lubang bor lainnya, lubang bor C190408Z (Lamp. 1 (8)) memperlihatkan respons resistivitas rendah pada lapisan Limonit, sedangkan Saprolit dan Batuan Dasar dicirikan oleh nilai resistivitas tinggi. Pola anomali ini diinterpretasikan dipengaruhi oleh posisi lubang bor yang berada pada bagian lereng bawah dari lintasan survei, di mana infiltrasi air permukaan kemungkinan lebih intensif, sehingga meningkatkan kadar kelembapan pada lapisan Limonit dekat permukaan.

3. 4 Model Stratigrafi Nikel Laterit

Perbandingan antara hasil inversi yang diperoleh menggunakan pyGIMLI dan Res2DInv menunjukkan adanya perbedaan yang cukup jelas pada kontras resistivitas dan geometri kontur. Perbedaan tersebut sejalan dengan temuan penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa variasi dalam formulasi numerik dan strategi regularisasi dapat menghasilkan model inversi yang tidak identik meskipun menggunakan dataset yang sama (Günther et al., 2006; Loke, 2022). Meskipun demikian, kedua pendekatan inversi tersebut memperlihatkan kesesuaian yang kuat dalam memetakan satuan litologi utama ketika dikorelasikan dengan data bor. Seperti yang ditunjukkan pada Gambar III.13, lapisan limonit, saprolit, dan batuan dasar memiliki distribusi spasial, ketebalan, dan kedalaman yang relatif serupa pada kedua model. Selain itu, kedua hasil inversi secara konsisten mengidentifikasi anomali resistivitas lokal di dalam lapisan saprolit yang diinterpretasikan sebagai zona kaya boulder. Boulder tersebut merepresentasikan fragmen batuan dasar yang mengalami pelapukan intensif dan proses fraktur (Choi et al., 2021). Keberadaan fragmen batuan dasar yang terlapuk sebagian, mineral alterasi, dan fluida pori yang saling terhubung di dalam lapisan saprolit menghasilkan heterogenitas yang signifikan, sehingga menjelaskan rentang nilai resistivitas yang luas pada horizon tersebut.



(a)



(b)

Gambar 3. 13 Stratigrafi berdasarkan hasil inversi: (a) pyGIMLi; (b) Res2DInv

BAB IV

PEMBAHASAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa integrasi model sintetik geologi, analisis sensitivitas, dan Checkerboard Resolution Test (CRT) merupakan pendekatan yang efektif untuk mengoptimalkan parameter inversi ERT pada eksplorasi nikel laterit. Pendekatan ini secara langsung menjawab permasalahan utama yang dikemukakan pada bagian pendahuluan, yaitu tingginya ketidakpastian inversi akibat sifat ill-posed pada metode ERT serta keterbatasan resolusi pada kedalaman tertentu. Dengan melakukan penyesuaian parameter berbasis model sintetik sebelum penerapan ke data lapangan, penelitian ini memastikan bahwa parameter inversi yang digunakan telah divalidasi secara numerik dan geofisik, sehingga model resistivitas yang dihasilkan lebih stabil dan layak dijadikan dasar interpretasi geologi.

Hasil sensitivitas menunjukkan bahwa kontribusi terbesar terhadap respon data terkonsentrasi pada kedalaman dangkal hingga menengah, yang konsisten dengan teori peluruhan sensitivitas terhadap kedalaman sebagaimana dijelaskan oleh McGillivray & Oldenburg (1990). Informasi ini penting karena memberikan pemahaman teoretis mengenai batas kemampuan pencitraan konfigurasi Edge Gradient yang digunakan. Ketika sensitivitas dikombinasikan dengan CRT, diperoleh batas resolusi praktis hingga kedalaman sekitar 30 m yang merupakan kedalaman di mana pola sintetik masih dapat direkonstruksi dengan baik. Kesesuaian hasil kedua metode tersebut merupakan indikator kuat bahwa batas ini dapat dijadikan confidence boundary yang reliabel untuk data lapangan.

Penerapan parameter inversi yang telah dioptimalkan pada lintasan N3 memperlihatkan bahwa pendekatan sintetik mampu meningkatkan stabilitas inversi dan memperjelas kontras antara lapisan limonit, saprolit, dan bedrock. Model resistivitas yang dihasilkan menunjukkan pola yang konsisten dengan karakter resistivitas laterit nikel yang dilaporkan dalam literatur, di mana saprolit umumnya memiliki resistivitas rendah hingga menengah, sementara limonit dan zona tersilikasi memperlihatkan resistivitas lebih tinggi (Dahlin & Zhou, 2004; Huang et al., 2021). Keselarasan ini memperkuat argumen bahwa parameter yang diperoleh dari eksperimen sintetik memang relevan secara geologi.

Penggabungan data drillhole memberikan peran penting dalam memvalidasi interpretasi batas litologi, khususnya pada zona transisi limonit–saprolit dan saprolit–bedrock yang umumnya menunjukkan kontras resistivitas yang berangsur. Korelasi antara zona resistivitas tinggi dengan akumulasi silika serta resistivitas rendah dengan keberadaan boulder mengindikasikan bahwa respon resistivitas tidak semata-mata dikontrol oleh litologi, tetapi juga oleh kondisi fisis seperti porositas, tingkat rekahan, dan kandungan fluida. Temuan ini menegaskan bahwa interpretasi ERT pada endapan nikel laterit memerlukan dukungan informasi geologi untuk meminimalkan kesalahan penafsiran. Oleh karena itu, integrasi ERT dan data drillhole secara signifikan meningkatkan ketepatan penentuan batas stratigrafi, yang merupakan faktor kunci dalam estimasi volume dan sebaran mineral laterit.

Adapun hasil inversi dari kedua penampang memberikan informasi persebaran boulder pada lapisan saprolite yang mana boulder tersebut merupakan fragmen dari batuan dasar badrock yang mengalami pelapukan dan rekahan(Choi dan kawan kawan 2021). Kombinasi yang terjadi pada lapisan saprolite menyebabkan keragaman nilai resistivitas. Namun pada daerah limonite nilai resistivitas lebih kontras di sebabkan adanya pengaruh sifat permeabilitas

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan pentingnya pengujian sintetik dan CRT dalam eksplorasi nikel laterit berbasis ERT. Pendekatan ini mampu mengurangi ambiguitas interpretasi, memperjelas batas resolusi model, dan meningkatkan kesesuaian antara hasil inversi dengan kondisi geologi sebenarnya. Dengan adanya batas kedalaman interpretasi yang jelas serta integrasi data borehole sebagai informasi geologi, model resistivitas yang diperoleh dapat digunakan secara lebih percaya diri untuk kebutuhan eksplorasi, termasuk delineasi lapisan mineral dan estimasi volume. Temuan ini memberikan kontribusi metodologis yang kuat bagi pengembangan praktik terbaik (best practices) dalam aplikasi ERT di endapan laterit nikel, serta dapat diterapkan pada studi geofisika lain yang memiliki permasalahan serupa terkait resolusi dan stabilitas inversi.

BAB V

KESIMPULAN

Adapun kesimpulan pada penelitian ini:

1. Pendekatan pemodelan sintetik dalam penelitian ini berhasil menggambarkan tiga lapisan utama limonit, saprolit, dan bedrock, dengan kontras resistivitas yang cukup realistis. Hasil inversi juga menunjukkan bahwa struktur tersebut dapat direkonstruksi dengan baik, terlihat dari kecocokan antara model sintetik dan hasil ekstraksi 1D pada beberapa titik uji yang memiliki nilai error RMS rendah ($<14\%$). Hal ini menunjukkan bahwa parameter inversi yang digunakan cukup stabil dan bisa diandalkan untuk memetakan variasi resistivitas. Selain itu, analisis sensitivitas dan Checkerboard Resolution Test (CRT) ikut membantu dalam menentukan batas resolusi model, sehingga parameter inversi yang telah dioptimalkan ini dapat divalidasi dengan lebih kuat sebelum diterapkan pada data lapangan.
2. Penerapan parameter inversi yang telah dioptimalkan pada data lapangan di Blok X, serta penggabungan dengan data drillhole, mampu meningkatkan ketepatan interpretasi batas litologi Limonite–Saprolite dan Saprolite–Bedrock. Hasil inversi menggunakan pyGIMLi dan Res2DInv menunjukkan konsistensi pola resistivitas dengan kontrol geologi sumur bor, sehingga memperkuat akurasi pemetaan geologi bawah permukaan pada sistem nikel laterit. Dengan demikian, penelitian ini memberikan kontribusi penting dalam meningkatkan reliabilitas interpretasi ERT untuk eksplorasi nikel laterit melalui kombinasi optimasi inversi dan verifikasi geologi.

DAFTAR PUSTAKA

- Al Ghiffari, M. R., Y. Sudiyanto, D. M. Nurjaman, N. Wicaksono, H. E. Fatahillah, F. Septiawan, R. N. Pratama, T. Widiaputra, M. L. Aziz, W. Hidayat, W. Garinas, Y. Anantasena, and V. Nursanti (2025), Groundwater characteristics in nickel laterite deposits in the Pomalaa Region, Kolaka Regency, Southeast Sulawesi: Insights from resistivity, pumping test, and water chemistry, *Iraqi Geological Journal*, 58(1F), 120–137, <https://doi.org/10.46717/igj.2025.58.1F.9>
- Antonelli, F., Stevanato, R., Fries, M., Abreu, G. C., Ferreira, F. J. F., & Serrano, V. D. (2019). Resistivity and Induced Polarization applied to epithermal gold deposit in the Torre Target, at Castro Basin-PR. In *Proceedings of the 16th International Congress of the Brazilian Geophysical Society* (pp. xx–xx). Rio de Janeiro, Brazil: SBGf. DOI: [10.22564/16cisbqf2019.135](https://doi.org/10.22564/16cisbqf2019.135)
- Arboleda-Zapata M, Guillemoteau J, Tronicke J (2022). A comprehensive workflow to analyze ensembles of globally inverted 2D electrical resistivity models. *Journal of Applied Geophysics*.;196:104512. DOI: [10.1016/j.jappgeo.2021.104512](https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2021.104512)
- Asare A, Owusu-Nimo F, Ali B, Ampofo BA. (2024). Estimating the depth of investigation in electrical resistivity survey: Laboratory measurements. *Journal of Science and Technology*. 42(1). DOI: [10.4314/jst.v42i1.2](https://doi.org/10.4314/jst.v42i1.2)
- Cai, J. T., Ruan, B. Y., Zhao, G. Z., & Zhu, G. P. 2013. Two-Dimensional Modeling of Complex Resistivity Using Finite Element Method. *Chinese Journal of Geophysics*, 50(6), 1615-1624.
- Coggon. J. H (1971). Electromagnetic And Electrical Modeling By The Finite Element Method. *Geophysics*, Vol. 36, No.1, 132-155.
- Dahlin, T., & Zhou, B. (2004). A numerical comparison of 2D resistivity imaging with 10 electrode arrays. *Geophysical Prospecting*, 52(5), 379–398. DOI: [10.1111/j.1365-2478.2004.00423.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2004.00423.x)
- Doyoro, Y. G., Chang, P.-Y., & Puntu, J. M. (2021). Uncertainty of the 2D resistivity survey on the subsurface cavities. *Applied Sciences*, 11(7), Article 3054. <https://doi.org/10.3390/app11073143>
- Elias, M. (2002), Nickel laterite deposits—Geological overview, resources and exploitation, in *Giant Ore Deposits: Characteristics, Genesis and Exploration*, edited by D. R. Cooke and J. Pongratz, CODES Special Publication 4, pp. 205–220, Centre for Ore Deposit Research, University of Tasmania, Hobart, Australia.
- Fediuk, A., Wilken, D., Thorwart, M., Wunderlich, T., Erkul, E., & Rabbel, W. (2020). The applicability of an inverse Schlumberger array for near-surface targets in shallow water environments. *Remote Sensing*, 12(13), 2132. ; <https://doi.org/10.3390/rs12132132>

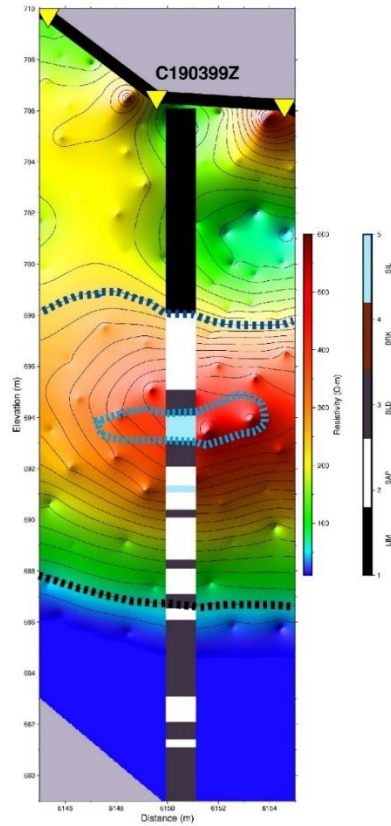
- Fitri, A. (2023), Comparative analysis of water content in laterite nickel in the Limonite and Saprolite zones in the North Morowali mine area, *American Journal of Engineering Research (AJER)*, 12(8), 49–53.
- Grandis, H. 2009. Pengantar Inversi Geofisika. Himpunan Ahli Geofisika Indonesia (HAGI): Bandung
- Gunther, T. (2004). *Inversion methods and resolution analysis for the 2D/3D reconstruction of resistivity structures from DC measurements* (Dissertation, Doctor rerum naturalium). Technische Universität Bergakademie Freiberg, Freiberg, Germany.
- Günther, T., Rücker, C., & Spitzer, K. (2006). Three-dimensional modelling and inversion of DC resistivity data incorporating topography—II. Inversion. *Geophysical Journal International*, 166(2), 506–517. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03011.x>
- Hernandi, D., Ardiyanto, P., Hakim, M., Hidayat, I., and Noor, M. E. S. (2017), Ni laterite electrical resistivity tomography (ERT) geological model, in *Proceedings of the Joint Convention Malang 2017 (HAGI–IAGI–IAFMI–IATMI)*, Malang, Indonesia, 25–28 September.
- Humphreys, E., & Clayton, R. W. (1988). Adaptation of back projection tomography to seismic travel time problems. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 93(B2), 1073–1085. DOI: [10.1029/JB093iB02p01073](https://doi.org/10.1029/JB093iB02p01073)
- Ilyas, A., & Koike, K. (2012). *Geostatistical modeling of ore grade distribution from geomorphic characterization in a laterite nickel deposit*. Natural Resources Research, 21(2), 157–170. <https://doi.org/10.1007/s11053-012-9170-8>
- Larson, M. G., and F. Bengzon (2013), *The Finite Element Method: Theory, Implementation, and Applications*, Springer, Heidelberg, Germany, <https://doi.org/10.1007/978-3-642-33287-6>
- Liu, J.-L. (2011). *Poisson's equation in electrostatics*. Department of Applied Mathematics, National Hsinchu University of Education.
- Loke, M. H. (2022). *Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys* (Rev. ed., January 15, 2022). Geotomo Software. <http://www.geotomosoft.com>
- Loke, M. H., Wilkinson, P. B., & Chambers, J. E. (2013). Fast computation of optimized electrode arrays for 2-D resistivity surveys. *Geophysical Journal International*, 193(1), 439–451. DOI: [10.1016/j.cageo.2010.03.016](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2010.03.016)
- Muttaqy, F., Nugraha, A. D., Mori, J., Puspito, N. T., Supendi, P., & Rohadi, S. (2022). Seismic imaging of lithospheric structure beneath Central-East Java Region,

- Indonesia: Relation to recent earthquakes. *Frontiers in Earth Science*, 10, 756806. <https://doi.org/10.3389/feart.2022.756806>
- Nazilatunni'mah, Yatini, Y., and Wicaksono, M. A. (2024), Delineation of nickel laterite deposits based on geoelectric method in Area "X", Southeast Sulawesi, Indonesia, *Engineering and Technology Journal*, 9(8), 4871–4877, <https://doi.org/10.47191/etj/v9i08.36>
- Nurjayanty, Y., Djamaluddin, & Budiman, A. A. (2022). *Block model of laterite nickel reserve in the Sorowako Village research area, South Sulawesi Province*. *Journal of Geology & Exploration*, 1(1), 18–21. DOI:[10.58227/jge.v1i1.5](https://doi.org/10.58227/jge.v1i1.5)
- Oldenburg, D. W., & Li, Y. (1999). Estimating depth of investigation in DC resistivity and IP surveys. *Geophysics*, 64(2), 403–416. DOI:[10.1190/1.1444545](https://doi.org/10.1190/1.1444545)
- Pahlawantika, I. A., Yatini, Y., & Wicaksono, M. A. (2025). *Integration of electrical resistivity tomography and borehole data for mapping laterite–Bedrock boundaries in a nickel deposit, "PHO" Block, Southeast Sulawesi*. *Indonesian Journal of Applied Physics*, (April 2025). <https://doi.org/10.13057/ijap.v15i1.93950>
- Patadungan, E., Azikin, B., & Pachri, H. (2024). *Characteristics of laterite nickel based on geochemical data and Electrical Resistivity Tomography (ERT) of ultramafic rocks in the Sorowako Area, East Luwu Regency*. *Journal of Geology & Exploration*, x(x), 65–76. <https://doi.org/10.58227/jge.v3i2.179>
- Rücker C, Günther T, Wagner FM. pyGIMLi: An open-source library for modelling and inversion in geophysics. *Comput Geosci*. 2017; 104:106–123. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.07.011>.
- Ruslan, A. R. N., Yatini, Y., and Wicaksono, M. A. (2025), Delineation of nickel laterite based on electrical resistivity tomography (ERT) method at Kolaka Regency, Southeast Sulawesi, *Jambura Geoscience Review*, 7(1), 48–59, <https://doi.org/10.37905/jgeosrev.v7i1.22109>.
- Sasaki, Y. (1992). Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation. *Geophysical Prospecting*, 40(4), 453–464. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1992.tb00536.x>
- Sharma, P.V. (1986). *Geophysical Methods in Geology*, Elsevier Science, New York, USA.
- Tang, J.-T., Wang, F.-Y., & Ren, Z.-Y. (2010). 2.5-D DC resistivity modeling by adaptive finite-element method with unstructured triangulation. *Chinese Journal*

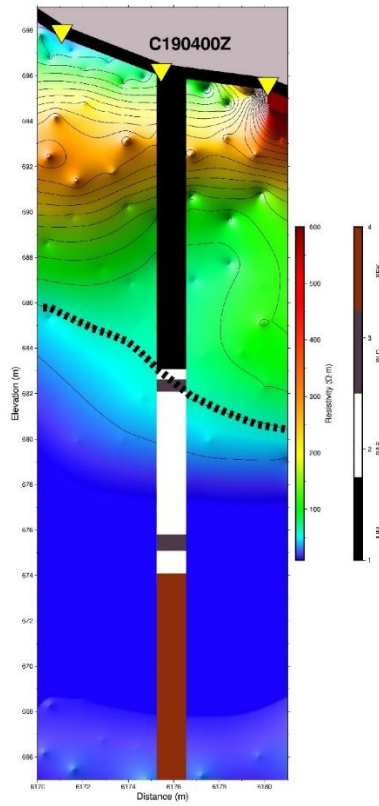
- of *Geophysics*, 53(3), 708–716. <https://doi.org/10.3969/j.issn.0001-5733.2010.03.026>
- Varfinezhad, R., & Oskooi, B. (2019). 2D DC resistivity forward modeling based on the integral equation method and a comparison with the RES2DMOD results. *Journal of Earth and Space Physics*, 45(4), 1–12. <https://doi.org/10.22059/jesphys.2019.260824.1007020>
- Vu, M. T., and A. Jardani. “Convolutional Neural Networks with SegNet Architecture Applied to Three-Dimensional Tomography of Subsurface Electrical Resistivity (CNN-3D-ERT).” *Geophysical Journal International*, vol. 224, no. 2, 2021, pp. 1440–1456. <https://doi.org/10.1093/gji/ggab024>.
- Wessel, P., Luis, J. F., Uieda, L., Scharroo, R., Wobbe, F., Smith, W. H. F., & Tian, D. (2019). *The Generic Mapping Tools version 6*. Geochemistry, Geophysics, Geosystems, 20(11), 5556–5564. <https://doi.org/10.1029/2019GC008515>
- Wicaksono, M. A., Mordekhai, Sumargono, D., and Rahmat, A. S. (2023), Integrating resistivity and geochemical component data with Bayesian inference to characterize nickel laterites: A case study from Pomalaa region using large-scale borehole data, in *Proceedings of the Joint Convex Pangkalpinang 2023 (IAGI–IAFMI–HAGI–IATMI–PERHAPI)*, Pangkalpinang, Indonesia, 23–26 October.
- Zalsabilla, I. (2024). *Perbandingan Metode Electrical Resistivity Tomography (ERT) dan Metode Ground Penetrating Radar (GPR) dalam Penentuan Batas dan Ketebalan Lapisan Laterit*. Program Studi Geofisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin, Maka
- Zhao, D., Hasegawa, A., & Horiuchi, S. (1992). Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 97(B13), 19909–19928. <https://doi.org/10.1029/92JB00603>
- Zhdanov, M. S. (2002). *Geophysical inverse theory and regularization problems*. Methods in Geochemistry and Geophysics, 36.
- Zhou, B. & Greenhalgh, S.A., 2001. Finite element three-dimensional direct current resistivity modelling: accuracy and efficiency considerations. *Geophysical Journal International*, 146(3), pp.611–623. DOI:[10.1046/j.0956-540x.2001.01412.x](https://doi.org/10.1046/j.0956-540x.2001.01412.x)
- Zhou, M., Tian, X., Yang, Z., Liu, Q., & Gao, Z. (2023). The 3-D shallow velocity structure and sedimentary structure of 2017 Ms6.6 Jinghe earthquake source area derived from dense array observations of ambient noise. *Frontiers in Earth Science*, 11, 1112132. <https://doi.org/10.3389/feart.2023.1112132>

Lampiran 1. Titik Drillhole

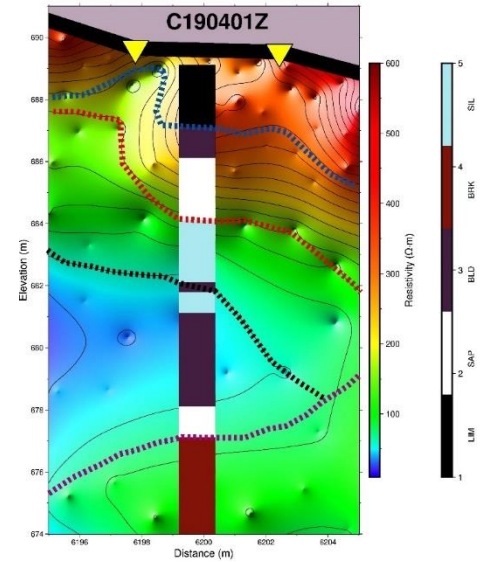
1. Drillhole C190399Z



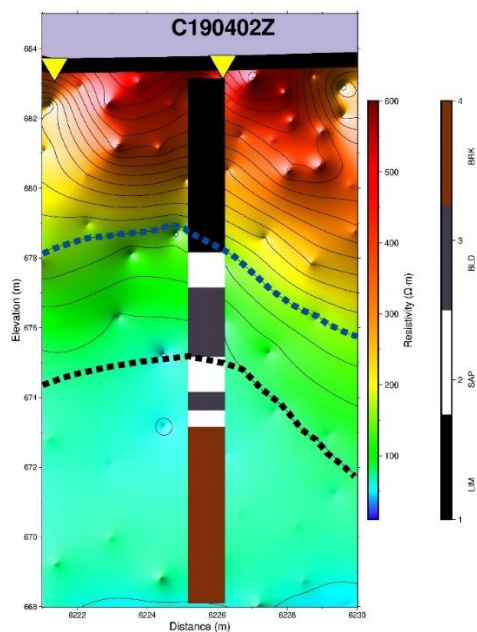
2. Drillhole C190400Z



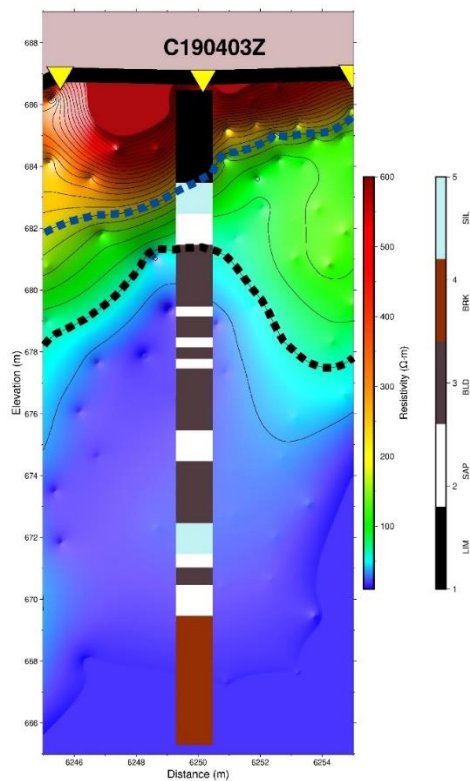
3. Drillhole C190401Z



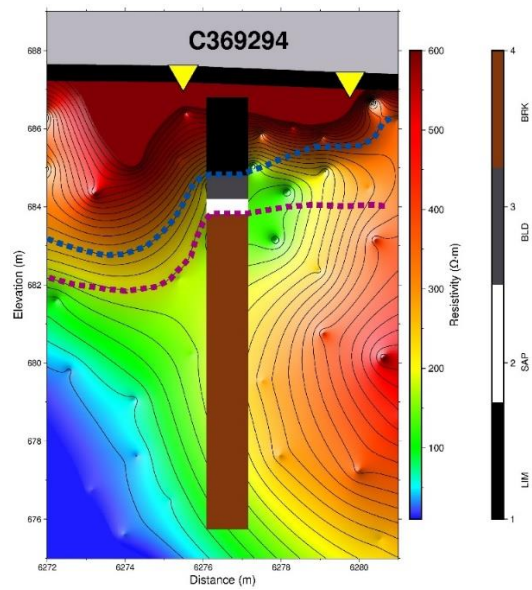
4. . Drillhole C190402Z



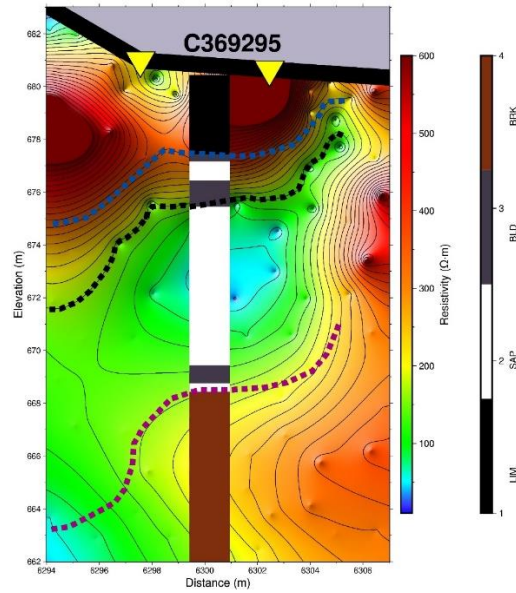
5. Drillhole C190403Z



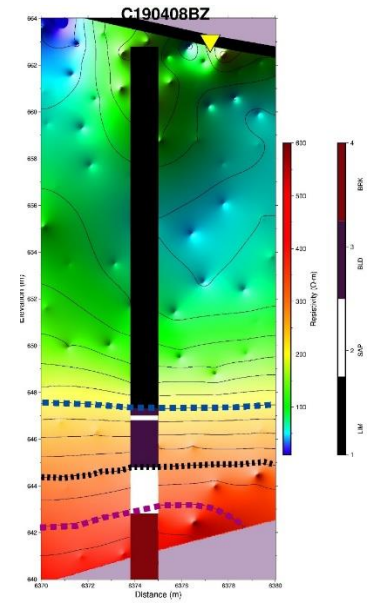
6. Drillhole C369294



7. Drillhole C369295

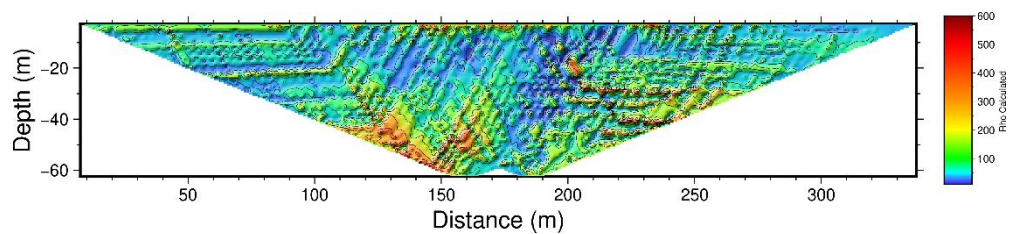


8. Drillhole C190408BZ

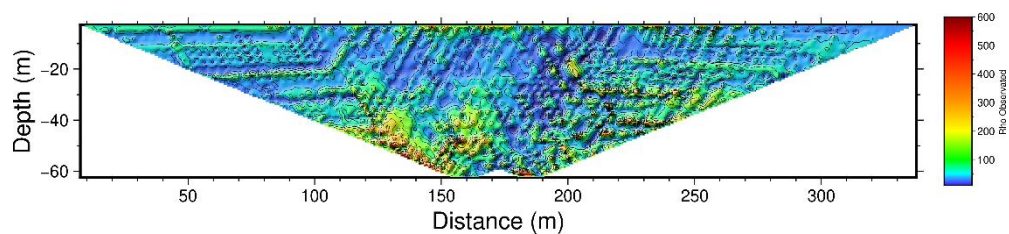


Lampiran 2. Pengolahan Data Lintasan N3 menggunakan Res2dinv 5.0.0

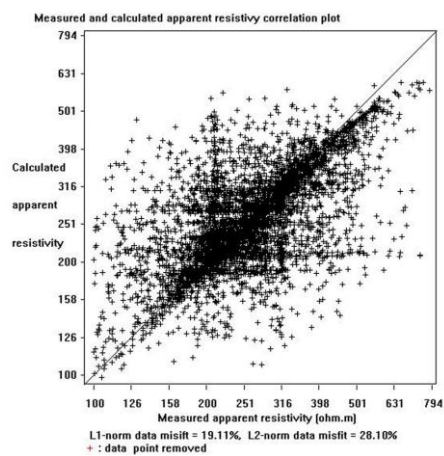
(a) Kalkulasi



(b) Observasi

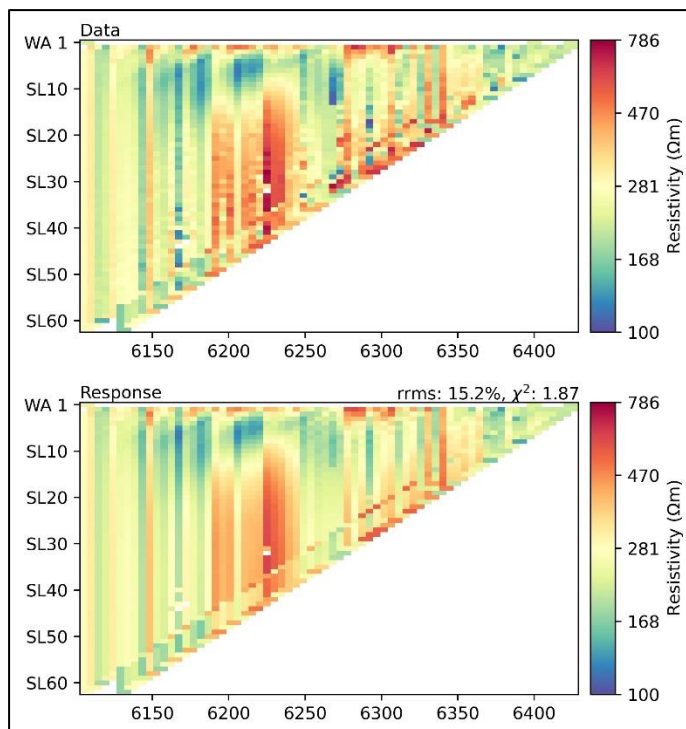


(c) RMS error

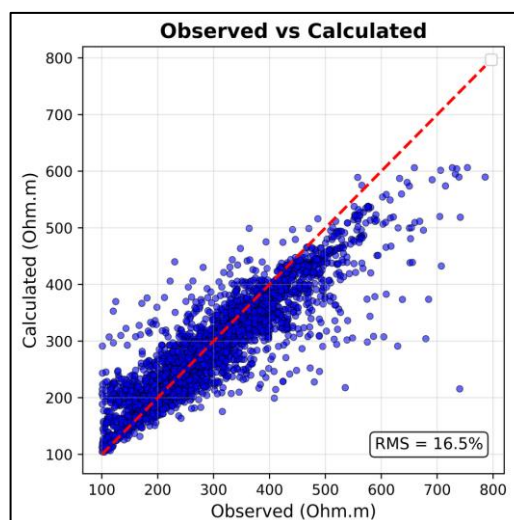


Lampiran 3. Pengolahan data Lintasan N3 menggunakan PyGimLi

(a) Kalkulasi dan Observasi



(b) Rms Error



Lampiran 4 Pemodelan ke Depan (*Forward modeling*)

Pemodelan ke depan adalah proses untuk memprediksi distribusi potensial listrik pada setiap titik dipermukaan tanah, berdasarkan persamaan yang menggambarkan aliran arus listrik melalui tanah dengan distribusi resistivitas yang tidak homogen. Proses ini penting dalam inversi karena diperlukan untuk menghitung nilai resistivitas semu teoritis/kalkulasi. Nilai ini kemudian dibandingkan dengan nilai terukur dari data lapangan untuk mengevaluasi kesesuaian model terhadap kondisi sebenarnya di bawah permukaan. Metode yang sering digunakan dalam pemodelan kedepan adalah metode *Finite Difference* (FD) dan metode *Finite Element* (FE). *Finite Element* membagi domain menjadi elemen-elemen kecil yang lebih fleksibel dalam bentuk seperti *rectangular* atau *triangular*. Setiap elemen memiliki titik-titik simpul (Nodes), dimana potensial dihitung dan kemudian di interpolasi di seluruh elemen. Metode FE cocok untuk daerah dengan topografi yang kompleks atau batas yang tidak beraturan (Looke, 2022).

Untuk mendapatkan kesesuaian antara model teoritis (respon model) dan data lapangan, dilakukan proses coba-coba (*trial and error*) dengan cara mengubah nilai parameter modelnya. Istilah "*Forward Modeling*" tidak hanya mencakup perhitungan respon model tetapi juga merupakan proses coba-coba secara manual untuk mendapatkan model yang memberikan respon yang cocok dengan data lapangan. Penggunaan *Forward Modeling* dalam kasus ketika terdapat *noise* yang cukup besar lebih efektif digunakan (Grandis, 2009).

- **Dalam metode geolistrik, penerapan *finite element* dalam mencari potensial arus.**

Ketika ada sumber arus (I) yang mengalir keluar atau masuk, maka untuk menghitung distribusi potensial (V) dengan konduktivitas listrik (σ) tidak homogen, maka digunakan persamaan Poisson.

$$\nabla(\sigma \cdot \nabla V) = I$$

Pada kenyataannya arus dialirkan melalui probe yang terbatas (arus dialirkan melalui suatu alat atau antarmuka fisik dengan ukuran dan bentuk tertentu bukan melalui titik yang benar-benar kecil atau tidak berdimensi). Untuk tujuan pemodelan, arus dianggap berasal dari sumber titik. Oleh karena itu, sumber arus dapat di jelaskan oleh fungsi delta Diract (δ) dan arus titik (I) (Coggon, 1971). Jika A merupakan titik sumber arus, maka:

$$\nabla(\sigma \cdot \nabla V) = I\delta(A)$$

Dimana (σ) merupakan konduktivitas dan ∇V ialah perubahan potensial. Maka dengan menerapkan transformasi Fourier Cosinus akan didapatkan nilai potensialnya.

$$V_{(x,y,k)} = \int_0^{\infty} V_{x,y,z} \cos(Kz) dz$$

Dengan menggunakan fungsi Bessel dengan pendekatan batas tak hingga, maka variasi potensial listrik pada penampang geolistrik 2D diberikan oleh:

$$F(v) = \int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \sigma (\nabla V)^2 + \frac{1}{2} \sigma k^2 V^2 - I \delta(A) V \right] d\Omega$$

Daerah domain Ω didiskritisasi menjadi beberapa elemen berbentuk segiempat seperti pada gambar. Jumlah node total adalah n , maka integral domain Ω didekomposisi menjadi integral untuk setiap elemen e (Cai dkk., 2007).

$$F(v) = \sum_{\Omega} \int_e \frac{1}{2} \sigma (\nabla V)^2 d\Omega + \sum_{\Omega} \int_e \frac{1}{2} \sigma k^2 V^2 d\Omega - \sum_{\Omega} \int_e I \delta(A) V d\Omega$$

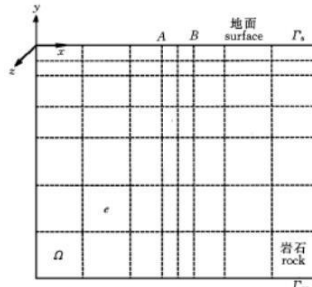


Fig. 1 Division of region Ω

Jika persamaan diatas diselesaikan pada setiap suku masing-masing maka;

1. Suku pertama

$$\sum_{\Omega} \int_e \frac{1}{2} \sigma (\nabla V)^2 d\Omega = \sum_{\Omega} \int_e \frac{1}{2} \sigma \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 dx dy$$

• Apabila potensial (V) terhadap x diturunkan secara parsial maka

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial x} V_i ; n = node \\ &= \left(\frac{\partial N_1}{\partial x} \right)^T V_e \end{aligned}$$

Dengan $V_e = (V_1, V_2, V_3, V_4)^T$ dan $\frac{\partial N_1}{\partial x} = \left(\frac{\partial N_1}{\partial x}, \frac{\partial N_2}{\partial x}, \frac{\partial N_3}{\partial x}, \frac{\partial N_4}{\partial x} \right)^T$, maka

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 = V_e^T \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^T V_e$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 = (V_1, V_2, V_3, V_4)^T \left(\frac{\partial N_1}{\partial x}, \frac{\partial N_2}{\partial x}, \frac{\partial N_3}{\partial x}, \frac{\partial N_4}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N_1}{\partial x}, \frac{\partial N_2}{\partial x}, \frac{\partial N_3}{\partial x}, \frac{\partial N_4}{\partial x} \right)^T (V_1, V_2, V_3, V_4)$$

Apabila potensial (V) terhadap y diturunkan secara parsial maka

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial y} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i ; n = node \\ &= \left(\frac{\partial N_1}{\partial y} \right)^T V_e \end{aligned}$$

Dengan $V_e = (V_1, V_2, V_3, V_4)^T$ dan $\frac{\partial N_1}{\partial x} = \left(\frac{\partial N_1}{\partial y}, \frac{\partial N_2}{\partial y}, \frac{\partial N_3}{\partial y}, \frac{\partial N_4}{\partial y} \right)^T$, maka

$$\left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 = V_e^T \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right)^T V_e$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 = (V_1, V_2, V_3, V_4)^T \left(\frac{\partial N_1}{\partial y}, \frac{\partial N_2}{\partial y}, \frac{\partial N_3}{\partial y}, \frac{\partial N_4}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_1}{\partial y}, \frac{\partial N_2}{\partial y}, \frac{\partial N_3}{\partial y}, \frac{\partial N_4}{\partial y} \right)^T (V_1, V_2, V_3, V_4)$$

Dengan mensubstitusikan ke dalam persamaan awal pada suku pertama maka;

$$\sum_{\Omega} \int_e \frac{1}{2} \sigma (\nabla V)^2 d\Omega = \int_e \frac{1}{2} \sigma \left[V_e^T \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^T V_e + V_e^T \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right)^T V_e \right] dx dy$$

Jika $\sigma \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right)^T$ merupakan matriks maka $[K_{1e}]$

$$\sum_{\Omega} \int_e \frac{1}{2} \sigma (\nabla V)^2 d\Omega = \frac{1}{2} V_e^T [K_{1e}] V_e$$

Dimana

$$\begin{aligned} K_{1e} &= \int_e \sum_{i=1}^4 \sigma \left[\left(\frac{\partial N}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^T \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right)^T \right] dx dy \\ &= \sum_{i=1}^4 \left\{ \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sigma \left[\left(\frac{\partial N}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial \xi} \right)^T \left(\frac{\partial N}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial \eta} \right)^T \right] d\xi d\eta \right\} \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sigma \left[\left(\frac{\partial N}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial \xi} \right)^T \left(\frac{\partial N}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial \eta} \right)^T \right] d\xi d\eta \\ K_{1e} &= \sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [B] d\xi d\eta \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan matriks $[B]$ atau *shape function* maka terlebih dahulu membuat fungsi uji linear menggunakan persamaan Polinomial Langrange lalu menurunkan fungsi uji tersebut terhadap arah ξ dan η .

Langkah-langkah dalam menyelesaikan pemodelan kedepan menggunakan *finite element* adalah melakukan diskritisasi atau *meshing*, dalam satu domain dibagi menjadi beberapa elemen. Kemudian mencari pola dan bentuk distribusi menggunakan *polynomial* atau perpindahan dan turunannya pada setiap mesh untuk melihat perpindahan dari arah x dan y. Desain mesh yang digunakan untuk komputasi sangatlah penting. Jumlah node menentukan tingkat resolusi spasial, karena itu pemilihan node memiliki dampak yang signifikan terhadap akurasi.

Arah koordinat horizontal diwakili oleh $\xi(xi)$ dan arah koordinat vertikal diwakili oleh

η (eta). Setiap node memiliki 2 DOF (*Degree of freedom*/derajat kebebasan) yaitu node dapat mengalami perpindahan kearah x atau vertikal yang dinyatakan dalam (u) dan perpindahan kearah y atau horizontal dinyatakan dalam (v) seperti pada gambar. Dalam pendekatan linear 2D untuk perpindahan node (u dan v) dan shape function (N) dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ a_3 \\ b_3 \\ a_4 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

a. Shape Function (Fungsi Bentuk)

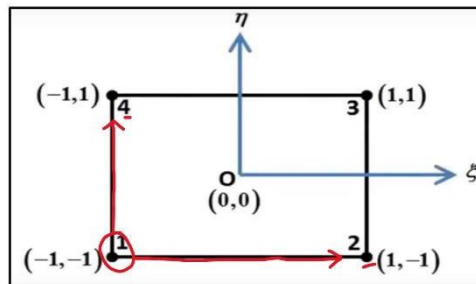
Setiap node memiliki fungsi bentuk yang berbeda-beda, sehingga pada elemen dengan 4 node akan diperoleh 4 shape function juga. Untuk menghitung shape function setiap node dapat digunakan polynomial Langrange 2D (Xiong, 2022):

$$N_k = \frac{\xi - \xi_m}{\xi_k - \xi_m} x \frac{\eta - \eta_m}{\eta_k - \eta_m}$$

Dengan k adalah titik node, dan m adalah titik node yang terhubung dengan node yang dicari.

• **Shape function Node 1**

Pada node 1 memiliki DOF kearah x menuju node 2 dan kearah y menuju node 4



$$N_1 = \frac{\xi - \xi_2}{\xi_1 - \xi_2} x \frac{\eta - \eta_4}{\eta_1 - \eta_4}$$

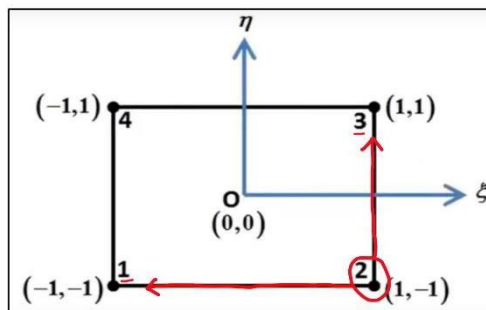
$$N_1 = \frac{\xi - 1}{-1 - 1} x \frac{\eta - 1}{-1 - 1}$$

$$N_1 = \frac{-(1 - \xi)}{-2} x \frac{-(1 - \eta)}{-2}$$

$$N_1 = \frac{(1 - \xi)(1 - \eta)}{4}$$

• **Shape function Node 2**

Pada node 2 memiliki DOF kearah x menuju node 1 dan kearah y menuju node 3



$$N_2 = \frac{\xi - \xi_1}{\xi_2 - \xi_1} x \frac{\eta - \eta_3}{\eta_2 - \eta_3}$$

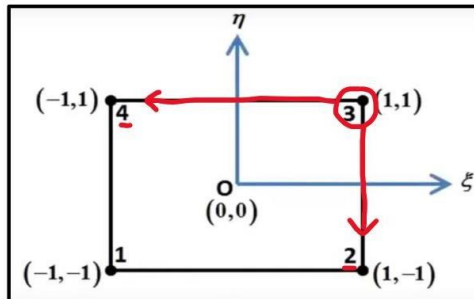
$$N_2 = \frac{\xi - (-1)}{-1 - (-1)} x \frac{\eta - 1}{-1 - 1}$$

$$N_2 = \frac{(1 + \xi)}{2} x \frac{-(1 - \eta)}{2}$$

$$N_2 = \frac{(1 + \xi)(1 - \eta)}{4}$$

- **Shape function Node 3**

Pada node 3 memiliki DOF kearah x menuju node 4 dan kearah y menuju node 2



$$N_3 = \frac{\xi - \xi_4}{\xi_3 - \xi_4} x \frac{\eta - \eta_2}{\eta_3 - \eta_2}$$

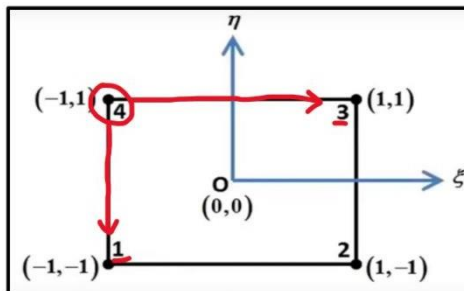
$$N_3 = \frac{\xi - (-1)}{1 - (-1)} x \frac{\eta - (-1)}{1 - (-1)}$$

$$N_3 = \frac{(1 + \xi)}{2} x \frac{(1 + \eta)}{2}$$

$$N_3 = \frac{(1 + \xi)(1 + \eta)}{4}$$

- **Shape function Node 4**

Pada node 4 memiliki DOF kearah x menuju node 3 dan kearah y menuju node 1



$$N_4 = \frac{\xi - \xi_3}{\xi_4 - \xi_3} x \frac{\eta - \eta_1}{\eta_4 - \eta_1}$$

$$N_4 = \frac{\xi - (-1)}{1 - (-1)} x \frac{\eta - (-1)}{1 - (-1)}$$

$$N_4 = \frac{(1 + \xi)}{2} x \frac{(1 + \eta)}{2}$$

$$N_4 = \frac{(1 + \xi)}{2} x \frac{(1 + \eta)}{2}$$

Jika dituliskan dalam bentuk matriks maka *shape function* pada setiap nodenya yaitu

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}$$

Dari shape function dapat dihitung matriks $[B]$ dengan mensubstitusi shape function setiap node.

1. Dalam arah horizontal (ξ)

- Untuk N_1

$$\frac{\partial N_1}{\partial \xi} = \frac{\frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta)}{\partial \xi}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{1}{4}(1 - \eta - \xi + \xi\eta)}{\partial \xi} \\
&= \frac{1}{4}(0 - 0 - 1 + \eta) \\
&= \frac{1}{4}(-1 + \eta)
\end{aligned}$$

- Untuk N_2

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_2}{\partial \xi} &= \frac{\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)}{\partial \xi} \\
&= \frac{\frac{1}{4}(1 - \eta + \xi - \xi\eta)}{\partial \xi} \\
&= \frac{1}{4}(0 - 0 + 1 - \eta) \\
&= \frac{1}{4}(1 - \eta)
\end{aligned}$$

- Untuk N_3

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_3}{\partial \xi} &= \frac{\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)}{\partial \xi} \\
&= \frac{\frac{1}{4}(1 + \eta + \xi + \xi\eta)}{\partial \xi} \\
&= \frac{1}{4}(0 + 0 + 1 + \eta) \\
&= \frac{1}{4}(1 + \eta)
\end{aligned}$$

- Untuk N_4

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_4}{\partial \xi} &= \frac{\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)}{\partial \xi} \\
&= \frac{\frac{1}{4}(1 + \eta - \xi - \xi\eta)}{\partial \xi} \\
&= \frac{1}{4}(0 + 0 - 1 - \eta) \\
&= \frac{1}{4}(-1 - \eta)
\end{aligned}$$

2. Dalam arah vertikal (η)

- Untuk N_1

$$\frac{\partial N_1}{\partial \eta} = \frac{\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)}{\partial \eta}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{1}{4}(1 - \eta - \xi + \xi\eta)}{\partial\eta} \\
&= \frac{1}{4}(0 - 0 - 1 + \xi) \\
&= \frac{1}{4}(-1 + \xi)
\end{aligned}$$

- Untuk N_2

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_2}{\partial\eta} &= \frac{\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)}{\partial\eta} \\
&= \frac{\frac{1}{4}(1 - \eta + \xi - \xi\eta)}{\partial\eta} \\
&= \frac{1}{4}(0 - 1 + 0 - \xi) \\
&= \frac{1}{4}(-1 - \xi)
\end{aligned}$$

- Untuk N_3

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_3}{\partial\eta} &= \frac{\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)}{\partial\eta} \\
&= \frac{\frac{1}{4}(1 + \eta + \xi + \xi\eta)}{\partial\eta} \\
&= \frac{1}{4}(0 + 1 + 0 + \xi) \\
&= \frac{1}{4}(1 + \xi)
\end{aligned}$$

- Untuk N_4

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_4}{\partial\eta} &= \frac{\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)}{\partial\eta} \\
&= \frac{\frac{1}{4}(1 + \eta - \xi - \xi\eta)}{\partial\eta} \\
&= \frac{1}{4}(0 + 1 - 0 - \xi) \\
&= \frac{1}{4}(1 - \xi) \\
&= \frac{1}{4}(-1 - \xi)
\end{aligned}$$

Substitusi ke dalam matriks $[B]$, sehingga diperoleh matriks $[B]$ sebagai berikut:

$$[B] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (-1 + \eta) & 0 & (1 - \eta) & 0 & (1 + \eta) & 0 & (-1 - \eta) & 0 \\ 0 & (-1 + \xi) & 0 & (-1 - \xi) & 0 & (1 + \xi) & 0 & (1 - \xi) \\ (-1 + \xi) & (-1 + \eta) & (-1 - \xi) & (1 - \eta) & (1 + \xi) & (1 + \eta) & (1 - \xi) & (-1 - \eta) \end{bmatrix}$$

Kemudian matriks $[B]^T$ ditranspose kan, sehingga diperoleh:

$$[B]^T = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (-1+\eta) & 0 & (-1+\xi) \\ 0 & (-1+\xi) & (-1+\eta) \\ (1-\eta) & 0 & (-1-\xi) \\ 0 & (-1-\xi) & (1-\eta) \\ (1+\eta) & 0 & (1+\xi) \\ 0 & (1+\xi) & (1+\eta) \\ (-1-\eta) & 0 & (1-\xi) \\ 0 & (1-\xi) & (-1-\eta) \end{bmatrix}$$

$$[C]^T = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (-1+\xi) \\ (-1+\eta) \\ (-1-\xi) \\ (1-\eta) \\ (1+\xi) \\ (1+\eta) \\ (1-\xi) \\ (-1-\eta) \end{bmatrix}$$

Dengan mensubstitusikannya ke dalam persamaan, maka didapatkan matriks K_{1e} .

$$K_{1e} = \sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [B] d\xi d\eta$$

$$K_{1e} = \sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} (-1+\eta) & 0 \\ 0 & (-1+\xi) \\ (1-\eta) & 0 \\ 0 & (-1-\xi) \\ (1+\eta) & 0 \\ 0 & (1+\xi) \\ (-1-\eta) & 0 \\ 0 & (1-\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (-1+\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & (-1-\eta) & 0 \\ 0 & (-1+\xi) & 0 & (-1-\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) \end{bmatrix} d\xi d\eta$$

Nilai konduktivitas dalam persamaan di dapatkan dari nilai konduktivitas titik datum untuk mendapatkan nilai pada setiap node nya. Jika mensubstitusikan semua persamaan ke dalam persamaan di suku pertama, maka akan menjadi :

$$\sum_{\Omega_e} \int_e \frac{1}{2} \sigma (\nabla V)^2 d\Omega = \frac{1}{2} V_e^T \left(\int_{-x}^x \int_{-y}^y \sigma \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \zeta} \end{bmatrix} d\xi d\zeta \right) V_e$$

Perkalian matriks suku pertama ini akan menghasilkan matriks 8x8 yang mewakili luasan area elemen

	u ₁	v ₁	u ₂	v ₂	u ₃	v ₃	u ₄	v ₄	
[K _{1e}]	k ₁₁	k ₁₂	k ₁₃	k ₁₄	k ₁₅	k ₁₆	k ₁₇	k ₁₈	u ₁
	k ₂₁	k ₂₂	k ₂₃	k ₂₄	k ₂₅	k ₂₆	k ₂₇	k ₂₈	v ₁
	k ₃₁	k ₃₂	k ₃₃	k ₃₄	k ₃₅	k ₃₆	k ₃₇	k ₃₈	u ₂
	k ₄₁	k ₄₂	k ₄₃	k ₄₄	k ₄₅	k ₄₆	k ₄₇	k ₄₈	v ₂
	k ₅₁	k ₅₂	k ₅₃	k ₅₄	k ₅₅	k ₅₆	k ₅₇	k ₅₈	u ₃
	k ₆₁	k ₆₂	k ₆₃	k ₆₄	k ₆₅	k ₆₆	k ₆₇	k ₆₈	v ₃
	k ₇₁	k ₇₂	k ₇₃	k ₇₄	k ₇₅	k ₇₆	k ₇₇	k ₇₈	u ₄
	k ₈₁	k ₈₂	k ₈₃	k ₈₄	k ₈₅	k ₈₆	k ₈₇	k ₈₈	v ₄

2. Suku kedua

$$\sum_{\Omega} \int_e \frac{1}{2} \sigma k^2 V^2 d\Omega = \frac{1}{2} \mathbf{v}_e^T \left\{ \int_e \sum_{j=1}^4 N_j \sigma_j (k^2 \mathbf{N}^T \mathbf{N}) dxdy \right\} \mathbf{v}_e = \frac{1}{2} \mathbf{v}_e^T \mathbf{K}_{e2} \mathbf{v}_e$$

$$\mathbf{K}_{e2} = \int_e \sum_{j=1}^4 N_j \sigma_j (k^2 \mathbf{N}^T \mathbf{N}) dxdy$$

$$\mathbf{K}_{e2} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{C}]^T [\mathbf{C}] d\xi d\eta$$

$$\mathbf{K}_{e2} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} (-1+\xi) \\ (-1+\eta) \\ (-1-\xi) \\ (1-\eta) \\ (1+\xi) \\ (1+\eta) \\ (1-\xi) \\ (-1-\eta) \end{bmatrix} [(-1+\xi) \quad (-1+\eta) \quad (-1-\xi) \quad (1-\eta) \quad (1+\xi) \quad (1+\eta) \quad (1-\xi) \quad (-1-\eta)] d\xi d\eta$$

Perkalian matriks suku kedua akan menghasilkan matriks 8x8 yang mewakili luasan area elemen

	u ₁	v ₁	u ₂	v ₂	u ₃	v ₃	u ₄	v ₄	
[K _{2e}]	k ₁₁	k ₁₂	k ₁₃	k ₁₄	k ₁₅	k ₁₆	k ₁₇	k ₁₈	u ₁
	k ₂₁	k ₂₂	k ₂₃	k ₂₄	k ₂₅	k ₂₆	k ₂₇	k ₂₈	v ₁
	k ₃₁	k ₃₂	k ₃₃	k ₃₄	k ₃₅	k ₃₆	k ₃₇	k ₃₈	u ₂
	k ₄₁	k ₄₂	k ₄₃	k ₄₄	k ₄₅	k ₄₆	k ₄₇	k ₄₈	v ₂
	k ₅₁	k ₅₂	k ₅₃	k ₅₄	k ₅₅	k ₅₆	k ₅₇	k ₅₈	u ₃
	k ₆₁	k ₆₂	k ₆₃	k ₆₄	k ₆₅	k ₆₆	k ₆₇	k ₆₈	v ₃
	k ₇₁	k ₇₂	k ₇₃	k ₇₄	k ₇₅	k ₇₆	k ₇₇	k ₇₈	u ₄
	k ₈₁	k ₈₂	k ₈₃	k ₈₄	k ₈₅	k ₈₆	k ₈₇	k ₈₈	v ₄

3. Suku ketiga

$$\sum_{\Omega} \int_e I \delta(A) V d\Omega = \frac{1}{2} I V_A = V^T P$$

Pada persamaan ini dapat menghitung kontribusi batas antar elemen lainnya ketika medan listriknya mengalami perubahan secara signifikan. Pada persamaan ini pula diterapkan kondisi batas (*boundry condition*).

Setelah didapatkan persamaan di setiap suku maka disubstitusikan ke dalam persamaan 4. dengan $F(V) = 0$, maka

$$\begin{aligned} F(V) &= \frac{1}{2} V_e^t K_{1e} V_e + \frac{1}{2} V_e^t K_{2e} V_e - V^T P \\ &= V^T K V - V^T P \\ &= KV - P \end{aligned}$$

Dengan K adalah matriks orde 8x8 yang merupakan penjumlahan dari $(K_{1e} + K_{2e})$, V adalah vektor kolom yang merupakan potensial listrik dari semua titik elemen dalam domain *wave number*. Dengan $F(V) = 0$, maka

$$\begin{aligned} KV &= P \\ V &= K^{-1}P \\ \{V\} &= [K_{1e} + K_{2e}]^{-1} \{P\} \\ \{V\} &= \left[\sigma \left(\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [B] d\xi d\eta \right) + \left(\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [C]^T [C] d\xi d\eta \right) \right]^{-1} \{P\} \end{aligned}$$

Persamaan linear ($KV = P$) diselesaikan untuk memperoleh potensial listrik (V) dari setiap elemen dalam domain.