

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara kepulauan dengan kekayaan sumber daya laut yang sangat melimpah. Salah satu potensi besar dari sumber daya tersebut adalah ikan karang, khususnya dari jenis kerapu (*Epinephelus spp.*), yang menjadi komoditas bernilai tinggi dalam perdagangan lokal maupun internasional. Ikan kerapu tidak hanya memiliki nilai ekonomis, tetapi juga memiliki peran penting dalam menjaga keseimbangan rantai makanan dalam ekosistem terumbu karang (Putra et al., 2020).

Namun, dalam dua dekade terakhir, keberadaan populasi ikan kerapu di alam terus mengalami tekanan yang signifikan. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa praktik penangkapan berlebih (*overfishing*), terutama pada fase juvenil dan dewasa, telah menurunkan stok ikan secara drastis di berbagai kawasan perairan Indonesia (Yuliana et al., 2021). Penangkapan secara intensif ini juga diperburuk oleh degradasi habitat, khususnya terumbu karang, yang merupakan tempat pemijahan, perlindungan, dan pembesaran bagi ikan kerapu pada fase-fase awal kehidupannya (Moberg et al., 1999).

Lebih lanjut, perubahan kondisi lingkungan seperti pemanasan global, pencemaran laut, dan penurunan kualitas air turut memengaruhi ekosistem karang dan plankton, yang merupakan sumber makanan utama bagi ikan juvenil. Penurunan konsentrasi plankton di wilayah pesisir dan kerusakan fisik karang menyebabkan terganggunya keberlangsungan hidup fase awal kerapu, yang pada gilirannya akan menurunkan jumlah individu yang mencapai tahap dewasa dan siap bereproduksi (Hilker et al., 2020).

Untuk memahami dinamika tersebut secara lebih komprehensif, pendekatan model matematika ekologi dapat digunakan sebagai alat bantu analisis. Melalui model ini, interaksi antar komponen biotik (ikan juvenil, dewasa, plankton) dan abiotik (karang, tekanan pemanenan) dapat digambarkan secara kuantitatif, sehingga memberikan gambaran terhadap bagaimana perubahan kondisi lingkungan atau kebijakan perikanan dapat mempengaruhi populasi ikan secara keseluruhan (Otto & Day, 2011).

Salah satu pendekatan penting dalam model ekologi adalah struktur umur yang membedakan individu berdasarkan tahap kehidupannya, seperti fase juvenil

dan dewasa. Hal ini penting karena masing-masing fase memiliki karakteristik biologis yang berbeda, seperti tingkat mortalitas, reproduksi, dan kebutuhan ekologis (De Roos et al., 2013). Selain itu, komponen lingkungan seperti terumbu karang sebagai habitat dan plankton sebagai makanan, serta intervensi manusia melalui pemanenan, perlu dimasukkan dalam model untuk mendapatkan gambaran sistem yang realistis dan dapat dianalisis secara dinamis.

Belum adanya model matematis dalam memformulasikan dinamika populasi ikan kerapu berdasarkan tahapan umur dan interaksi ekologisnya dengan habitat (terumbu karang), sumber makanan (plankton), serta tekanan pemanenan. Model ini disusun dalam bentuk sistem persamaan diferensial dengan struktur populasi dua tahap (juvenil dan dewasa) dan mempertimbangkan faktor lingkungan yang mempengaruhi keberlangsungan hidup ikan kerapu. Dari latar belakang di atas, peneliti tertarik untuk meneliti terkait :

**Model Matematika Dinamika Populasi Ikan Kerapu (*Epinephelus spp.*)
Berdasarkan Struktur Umur dan Interaksi Ekologis**

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana pengembangan model matematika yang merepresentasikan dinamika populasi ikan kerapu berdasarkan fase umur (juvenil dan dewasa), interaksi dengan habitat terumbu karang, ketersediaan plankton, dan pengaruh pemanenan?
2. Bagaimana menentukan dan menganalisis dan kestabilan titik kesetimbangan sistem tersebut?
3. Bagaimana pengaruh parameter-parameter kunci, seperti tingkat panen dan kondisi habitat, terhadap kelestarian populasi ikan kerapu dalam jangka panjang?

1.3 Tujuan Penelitian dan Manfaat penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengembangkan model matematika yang menggambarkan dinamika populasi ikan kerapu berdasarkan struktur umur, interaksi dengan habitat dan makanan, serta pengaruh pemanenan.
2. Menentukan titik kesetimbangan dan melakukan analisis kestabilan lokal terhadap model yang dibangun.
3. Menghitung bilangan reproduksi dasar (R_0) sebagai indikator keberlanjutan populasi.
4. Melakukan simulasi numerik untuk menganalisis dinamika sistem di bawah berbagai skenario ekologis dan kebijakan pemanenan.
5. Memberikan rekomendasi berbasis model terhadap pengelolaan sumber daya ikan kerapu secara berkelanjutan.

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

1. Memberikan kontribusi dalam pengembangan model matematika ekologi laut, khususnya pada spesies ikan karang seperti kerapu.
2. Menjadi dasar pertimbangan bagi kebijakan pengelolaan perikanan kerapu yang memperhitungkan aspek struktur umur, habitat, dan tekanan panen.
3. Menyediakan alat bantu simulasi untuk mengevaluasi dampak kebijakan konservasi, seperti larangan panen benih atau restorasi terumbu karang.

4. Memberikan pemahaman kuantitatif mengenai batas aman eksploitasi agar populasi ikan tidak mengalami kepunahan.

1.4 Batasan Masalah

Agar penelitian ini terfokus dan dapat diselesaikan dalam waktu yang tersedia, beberapa batasan ditetapkan sebagai berikut:

1. Model yang dibangun bersifat deterministik (tanpa unsur stokastik) dan tidak mempertimbangkan faktor spasial atau migrasi antar wilayah.
2. Interaksi dalam model hanya melibatkan empat kompartemen utama, yaitu juvenil (J), dewasa (A), terumbu karang (C), dan plankton (P).
3. Pemanenan dilakukan secara proporsional terhadap populasi juvenil dan dewasa.
4. Parameter-parameter dalam model diambil dari literatur atau ditentukan secara asumsi rasional berdasarkan kondisi ekologi tropis.
5. Model tidak memperhitungkan efek genetik, penyakit, atau gangguan lingkungan ekstrem.

1.5 Teori

1.5.1 Ekologi Ikan Kerapu

Ikan kerapu (*Epinephelus spp.*) merupakan salah satu jenis ikan karang yang memiliki peranan penting dalam menjaga keseimbangan ekosistem terumbu karang, sekaligus bernilai ekonomi tinggi sebagai komoditas perikanan ekspor maupun konsumsi lokal. Spesies ini tersebar luas di wilayah tropis dan subtropis, termasuk perairan Indonesia, dan umumnya ditemukan di habitat seperti terumbu karang, dasar berbatu, serta laguna pesisir pada kedalaman 5 hingga 60 meter (Putra et al., 2020). Keberadaan terumbu karang yang sehat sangat vital bagi populasi ikan kerapu, karena berfungsi sebagai tempat berlindung, mencari makan, dan melakukan pemijahan (Moberg & Folke, 1999).

Siklus hidup ikan kerapu dimulai dari fase telur dan larva pelagis, yang kemudian tumbuh menjadi juvenil di perairan dangkal dengan kedalaman kurang dari 3 meter. Juvenil kerap bergantung pada kompleksitas struktur karang untuk mendapatkan perlindungan dari predator dan akses terhadap makanan. Seiring pertumbuhan, individu akan bermigrasi ke perairan lebih dalam dan memasuki fase dewasa. Selain itu, ikan kerapu dikenal memiliki sistem reproduksi hermaprodit

protogini, yaitu individu berkembang sebagai betina terlebih dahulu dan kemudian dapat berubah menjadi jantan ketika telah mencapai ukuran dan umur tertentu (De Roos et al., 2013; Yuliana et al., 2019).

Dari segi pola makan, ikan kerapu merupakan predator puncak di ekosistem karang. Juvenil biasanya memanfaatkan fitoplankton dan zooplankton sebagai sumber nutrisi utama, sementara ikan dewasa memangsa ikan kecil, krustasea, dan invertebrata bentik lainnya (Hilker & Westerhoff, 2020). Ketersediaan plankton di perairan dangkal sangat mempengaruhi tingkat kelangsungan hidup dan laju pertumbuhan fase juvenil, sehingga berperan dalam menentukan dinamika populasi jangka panjang.

Faktor lingkungan seperti suhu, salinitas, oksigen terlarut, dan pH air turut berpengaruh terhadap fisiologi dan distribusi ikan kerapu. Degradasi terumbu karang akibat perubahan iklim, penangkapan ikan dengan alat destruktif, sedimentasi, dan pencemaran, menjadi ancaman serius terhadap kualitas habitat alami ikan ini (Moberg & Folke, 1999). Di sisi lain, eksploitasi berlebihan melalui penangkapan intensif, terutama terhadap individu juvenil dan indukan, mempercepat penurunan stok alam secara signifikan (Putra et al., 2020; Yuliana et al., 2019).

Keanekaragaman spesies ikan kerapu di Indonesia tergolong sangat tinggi dan menjadi komponen penting dalam menjaga keseimbangan ekosistem terumbu karang. Tingginya variasi spesies ini berperan dalam mempertahankan stabilitas struktur komunitas karena kerapu berfungsi sebagai predator yang mengontrol populasi organisme lain. Namun, keanekaragaman tersebut juga menuntut adanya pendekatan pengelolaan yang tidak bersifat umum, melainkan disesuaikan dengan karakteristik biologis masing-masing spesies. Oleh karena itu, diperlukan strategi pengelolaan berbasis ekologi yang spesifik lokasi agar lebih adaptif terhadap dinamika lingkungan setempat. Pendekatan ini penting untuk memastikan keberlanjutan populasi kerapu sekaligus menjaga kesehatan ekosistem terumbu karang secara keseluruhan (De Roos et al., 2013).

Dengan demikian, pemahaman mendalam mengenai aspek ekologi ikan kerapu menjadi sangat penting sebagai dasar dalam penyusunan strategi pengelolaan. Aspek-aspek tersebut meliputi siklus hidup, struktur umur, pola makan, serta tingkat ketergantungan terhadap habitat dan faktor lingkungan. Informasi ini dapat digunakan untuk merancang kebijakan yang lebih tepat sasaran dan berbasis

ilmiah. Dengan pendekatan tersebut, strategi konservasi dan pengelolaan perikanan yang berkelanjutan dapat diwujudkan secara lebih efektif.

1.5.2 Model Matematika Ekologi Populasi

Permodelan matematika ekologi merupakan suatu pendekatan yang digunakan untuk merepresentasikan sistem ekologi ke dalam bentuk model matematis. Model ini bertujuan untuk memahami, menganalisis, dan memprediksi dinamika populasi serta interaksi antar komponen biotik dan abiotik dalam suatu ekosistem. Dengan adanya model matematika, proses-proses ekologi yang kompleks dapat disederhanakan ke dalam bentuk persamaan matematika sehingga lebih mudah dipelajari dan dianalisis secara kuantitatif.

Menurut Murray (2002), permodelan matematika dalam ekologi dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa jenis, seperti model pertumbuhan populasi, model interaksi antarspesies, model penyebaran penyakit, serta model rantai makanan dan jaringan trofik. Setiap jenis model memiliki tujuan yang berbeda, namun secara umum digunakan untuk memahami dinamika sistem ekologi secara kuantitatif. Model-model tersebut biasanya disusun dalam bentuk persamaan diferensial, baik orde satu maupun lebih tinggi, yang menggambarkan perubahan jumlah populasi atau biomassa terhadap waktu. Dengan pendekatan ini, peneliti dapat menganalisis pola dinamika populasi serta memprediksi respons ekosistem terhadap berbagai perubahan lingkungan.

1.5.3 Konsep Dasar Model Populasi

Dalam membangun model matematika untuk mempelajari dinamika populasi, terdapat beberapa pendekatan model dasar yang dapat dijadikan fondasi. Pendekatan ini mencakup model pertumbuhan eksponensial dan logistik, model interaksi predator–mangsa (*Lotka–Volterra*), serta model multi kompartemen yang melibatkan banyak komponen ekosistem. Ketiga pendekatan ini penting karena memberikan gambaran awal terhadap dinamika populasi dan menjadi landasan dalam menyusun model yang lebih kompleks, termasuk dalam konteks ekologi perikanan.

a. Model Eksponensial dan Logistik

Model pertumbuhan eksponensial digunakan untuk menggambarkan populasi yang tumbuh tanpa batas dalam lingkungan yang ideal dan tanpa hambatan. Model ini ditulis dalam bentuk:

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

di mana N adalah ukuran populasi, dan r adalah laju pertumbuhan intrinsik. Model ini cocok digunakan untuk populasi awal yang masih kecil dan belum menghadapi keterbatasan sumber daya (Otto & Day, 2013).

Namun, dalam kenyataan ekologis, pertumbuhan populasi akan dipengaruhi oleh keterbatasan lingkungan. Oleh karena itu, digunakan model logistik sebagai bentuk perbaikan terhadap model eksponensial. Model logistik dituliskan sebagai:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

dengan K sebagai kapasitas dukung lingkungan. Model ini menunjukkan bahwa ketika populasi mendekati K , laju pertumbuhan akan melambat. Hal ini lebih realistis untuk diterapkan dalam konteks ekosistem laut yang memiliki keterbatasan ruang, makanan, dan tempat berlindung (Murray, 2002).

b. Model Predator–Mangsa (*Lotka–Volterra*)

Model *Lotka–Volterra* merupakan model klasik yang menggambarkan interaksi antara dua spesies, yaitu pemangsa (*predator*) dan mangsa (*prey*). Dalam ekologi laut, contoh penerapannya adalah interaksi antara ikan Kerapu dan plankton atau organisme yang menjadi makanan utamanya. Model ini dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dH}{dt} &= \alpha H - \beta HP \\ \frac{dP}{dt} &= \delta HP - \gamma P,\end{aligned}$$

dengan:

H : populasi mangsa,

P : populasi pemangsa,

$\alpha, \beta, \delta, \gamma$: parameter yang merepresentasikan laju kelahiran, kematian, dan interaksi.

Model ini menghasilkan fluktuasi populasi secara periodik, di mana pertumbuhan pemangsa tergantung pada ketersediaan mangsa, dan populasi mangsa ditekan oleh aktivitas predasi (Brauer et al., 2020). Model ini banyak

digunakan sebagai dasar untuk mengembangkan interaksi spesies dalam suatu ekosistem laut.

c. Model Interaksi Ekosistem Multi Kompartemen

Model multi kompartemen dikembangkan untuk mengakomodasi kompleksitas interaksi antar berbagai komponen dalam suatu ekosistem. Dalam konteks populasi ikan kerapu, komponen yang dapat dilibatkan antara lain:

- Juvenil: fase awal pertumbuhan ikan yang sangat dipengaruhi oleh ketersediaan makanan (plankton) dan kondisi habitat (karang),
- Dewasa: fase ikan yang telah matang dan menjadi target pemanenan,
- Terumbu karang: habitat utama yang berfungsi sebagai tempat perlindungan dan pemijahan,
- Plankton: sebagai sumber makanan utama, terutama bagi ikan di fase juvenil,
- Manusia: sebagai faktor eksternal berupa kegiatan penangkapan atau eksploitasi sumber daya laut,

Model ini dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial yang saling terhubung dan memungkinkan kita untuk mengevaluasi skenario pengelolaan, efek tekanan pemanenan, serta dampak kerusakan habitat terhadap kelangsungan populasi (Hilker & Westerhoff, 2020; Wang et al., 2022).

Menurut Otto & Day (2013), pendekatan multi kompartemen ini penting karena mampu memetakan hubungan sebab-akibat yang kompleks dalam suatu ekosistem, serta memungkinkan simulasi terhadap berbagai kebijakan pengelolaan berbasis ilmu pengetahuan.

1.5.4 Sistem Persamaan Diferensial dalam Ekologi

Persamaan Diferensial merupakan persamaan yang melibatkan satu atau lebih fungsi variabel bebas dan turunannya terhadap satu atau lebih variabel bebas (Pamunjak, 1990). Secara umum sistem persamaan diferensial dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

⋮

$$\frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

atau dapat ditulis

$$\dot{x}(t) = f(x, t),$$

dengan $\dot{x}(t) = \left(\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_n}{dt}\right)$ dan $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ merupakan semua fungsi yang turunan parsial utamanya kontinu di $\mathbb{R}^n, x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ merupakan variabel tak bebas, dan t merupakan variabel bebas. Persamaan dikatakan sebagai persamaan non autonomus jika variabel t dinyatakan secara eksplisit, namun jika persamaan tersebut dinyatakan implisit, maka persamaan tersebut menjadi persamaan autonomus yang berbentuk

$$\dot{x}(t) = f(x)$$

Sistem autonomus dikelompokkan menjadi dua, yaitu sistem autonomus linear dan autonomus nonliniar (Boyce et al., 2017)

Salah satu pendekatan yang umum digunakan dalam pemodelan ekologi adalah sistem persamaan diferensial biasa atau *Ordinary Differential Equations* (ODE). Sistem ini digunakan untuk menggambarkan bagaimana suatu variabel populasi berubah terhadap waktu sebagai akibat dari proses biologis dan interaksi dengan lingkungan sekitar. Dalam konteks ekologi laut, perubahan jumlah individu dalam suatu populasi ikan dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti pertumbuhan alami, kematian, ketersediaan makanan, habitat, serta intervensi manusia seperti pemanenan. Oleh karena itu, ODE digunakan untuk merepresentasikan hubungan matematis antar komponen tersebut dalam bentuk sistem dinamika.

Secara umum, bentuk dasar ODE untuk populasi $N(t)$ pada waktu t dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{dN}{dt} = f(N).$$

Dalam studi ekologi multi spesies atau multi kompartemen, model dapat diperluas menjadi sistem dengan variabel, misalnya:

$$\frac{dJ}{dt} = f_1(J, A, C, P) - H(J)$$

$$\frac{dA}{dt} = f_2(J, A, C, P) - H(A)$$

$$\frac{dC}{dt} = f_3(J, A, C)$$

$$\frac{dJ}{dt} = f_4(P, J),$$

di mana :

$J(t)$ menyatakan populasi ikan juvenil pada waktu

$C(t)$ menyatakan kondisi atau kepadatan terumbu karang,

$P(t)$ menyatakan konsentrasi plankton sebagai sumber makanan,

$H(A)$ menyatakan laju pemanenan terhadap ikan dewasa,

$H(J)$ menyatakan laju pemanenan terhadap ikan juvenil.

Model ODE telah digunakan secara luas dalam studi ekologi laut untuk mengevaluasi keberlanjutan perikanan dan konservasi spesies yang terancam (Otto & Day, 2013; Hilker & Westerhoff, 2020).

1.5.5 Titik Keseimbangan

Titik keseimbangan (*equilibrium point*) merupakan kondisi ketika seluruh variabel dalam suatu sistem model berada dalam keadaan stabil, yaitu tidak mengalami perubahan terhadap waktu. Suatu titik $x^* \in \mathbb{R}^n$ dikatakan sebagai titik keseimbangan dari $\dot{x}(t) = f(x)$ dengan $x^* \in \mathbb{R}^n$ apabila memenuhi syarat $f(x^*) = 0$ dengan

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$

dengan kata lain $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ merupakan titik keseimbangan dari $\dot{x}(t) = f(x)$ maka harus memenuhi $f_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ (Winggins, 1990).

Menurut Brauer, dan Feng (2020), titik keseimbangan menggambarkan kondisi jangka panjang dari sistem populasi dalam situasi tertentu. Dalam konteks penelitian ini, titik keseimbangan dapat menunjukkan apakah populasi ikan dan kondisi ekosistem karang cenderung menuju stabil atau mengalami kepunahan, tergantung parameter pertumbuhan, interaksi, dan pemanenan.

1.5.6 Kestabilan Titik Keseimbangan

Setelah titik keseimbangan diperoleh, langkah selanjutnya adalah mengevaluasi apakah titik tersebut stabil atau tidak stabil. Titik keseimbangan yang stabil menunjukkan bahwa jika terjadi sedikit gangguan, sistem akan kembali ke titik

tersebut. Sebaliknya, titik kesetimbangan yang tidak stabil menunjukkan bahwa gangguan kecil dapat menyebabkan sistem menjauh dari titik tersebut (Murray, 2002).

Metode yang digunakan dalam menilai kestabilan adalah liniarisasi, yaitu dengan menghitung matriks Jacobi dari sistem persamaan diferensial. Apabila x^* merupakan titik kesetimbangan dari sistem diferensial nonlinear $\dot{x} = f(x)$, maka sistem tersebut dapat didekati dengan sistem linear di sekitar titik x^* sebagai

$$\dot{x} = f(x^*)x.$$

Persamaan di atas dikatakan sebagai persamaan linear jika dihasilkan di sekitar titik keseimbangan x^* , dimana $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ dan

$$J(x^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x^*)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x^*)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x^*)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x^*)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x^*)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(x^*)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

yang disebut sebagai matriks Jacobi dari f di titik x^* .

Kestabilan titik kesetimbangan x^* dapat ditentukan dengan menganalisis nilai eigen dari matriks Jacobi. Nilai eigen diperoleh sebagai solusi dari persamaan karakteristik

$$\det(J - \lambda I) = 0$$

dengan I adalah matriks identitas dan λ menyatakan nilai eigen.

Otto dan Day (2013) menjelaskan bahwa untuk menentukan kestabilan, dilakukan analisis terhadap nilai eigen dari matriks Jacobi. Jika semua nilai eigen memiliki bagian real negatif, maka titik kesetimbangan bersifat stabil asimtotik lokal. Sebaliknya, jika terdapat nilai eigen dengan bagian real positif, sistem menjadi tidak stabil.

1.5.7 Kriteria Kestabilan Routh–Hurwitz

Kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz* digunakan untuk menentukan jenis nilai eigen dari suatu persamaan karakteristik tanpa menyelesaikan akar-akar dari polinomial tersebut secara eksplisit. Kriteria ini memberikan syarat perlu dan cukup agar akar polinomial

$$P(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_n$$

memiliki bagian real negatif. Syarat-syarat tersebut sebagai berikut (Murray, 2002). Semua koefisien a_i , dengan $i = 1, 2, \dots, n$ harus real dan positif.

Determinan-determinan khusus yang disebut sebagai determinan Hurwitz, harus memenuhi:

$$\begin{aligned}
 D_1 &= a_1 > 0 \\
 D_2 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ 0 & a_2 \end{vmatrix} > 0 \\
 D_3 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ 1 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \\
 &\vdots \\
 D_k &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & a_2 & a_4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & a_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_k \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Dalam konteks model ekologi populasi ikan, kriteria *Routh–Hurwitz* dapat digunakan untuk mengetahui apakah populasi yang berada pada suatu titik kesetimbangan akan tetap lestari atau justru menuju penurunan yang tidak terkendali.

1.5.8 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Meskipun awalnya dikembangkan dalam model epidemiologi, konsep bilangan reproduksi dasar (R_0) juga dapat diterapkan dalam model ekologi untuk mengukur keberhasilan suatu populasi dalam memperbanyak diri. Dalam konteks ekologi laut, (R_0) dapat diartikan sebagai jumlah rata-rata individu baru yang dihasilkan oleh satu individu sepanjang hidupnya, dalam kondisi lingkungan yang ideal (Brauer et al., 2020).

Interpretasi umum dari R_0 adalah:

Jika (R_0) > 1 : populasi memiliki potensi untuk tumbuh dan bertahan hidup.

Jika (R_0) < 1 : populasi cenderung menurun dan menuju kepunahan.

Jika (R_0) $= 1$: populasi berada dalam kondisi ambang stabil.

Menurut Tien & Earn (2022), nilai R_0 dapat dihitung dengan pendekatan *Next-Generation Matrix*, terutama ketika model memiliki struktur kelas umur atau tahapan hidup seperti juvenil dan dewasa. Nilai ini menjadi indikator penting dalam evaluasi efektivitas kebijakan pemanenan dan konservasi.

BAB II

METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam Penelitian ini adalah studi literatur, yaitu pendekatan yang dilakukan dengan mengumpulkan, mengevaluasi, dan menyusun informasi dari berbagai sumber tertulis yang relevan dengan sumber penelitian. Informasi yang diperoleh kemudian dianalisis dan digunakan sebagai dasar dalam membangun model, sehingga diperoleh model matematika sesuai tujuan.

2.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yaitu data yang diperoleh dari berbagai sumber baik instansi, jurnal, artikel, penelitian terdahulu, serta dokumen lainnya yang memiliki keterkaitan dengan topik yang diteliti.

2.3 Tahapan Penelitian

Penelitian ini dilakukan melalui beberapa tahapan berikut.

1) Pendahuluan

Pada tahap ini, dilakukan identifikasi terhadap permasalahan awal yang akan diangkat sebagai topik penelitian, disertai dengan studi literatur untuk mengumpulkan data dan informasi terkait dinamika populasi ikan kerapu berdasarkan fase umur (juvenil dan dewasa), interaksi dengan habitat terumbu karang, ketersediaan plankton, dan pengaruh pemanenan.

2) Formulasi Model

Tahap ini melibatkan pembentukan asumsi, pengumpulan seluruh variabel dan pengumpulan parameter model yang diperoleh dari studi literatur. Asumsi dasar dibuat untuk menyederhanakan dan merepresentasikan dinamika sistem dengan lebih baik.

3) Analisis Model

Analisis terhadap model yang dikembangkan mencakup beberapa tahap penting yaitu, penentuan titik kesetimbangan, analisis kestabilan terhadap titik tersebut

menggunakan kriteria kestabilan *Rout-Hurwitz*, serta melakukan perhitungan bilangan reproduksi dasar dengan pendekatan *Next Generation Matrix*.

4) Simulasi dan Interpretasi Model

Simulasi dianalisis untuk menginterpretasikan dinamika populasi ikan kerapu berdasarkan fase umur (juvenil dan dewasa), interaksi dengan habitat terumbu karang, ketersediaan plankton, dan pengaruh pemanenan.

5) Penarikan Kesimpulan

Berdasarkan Hasil penelitian yang diperoleh maka ditariklah kesimpulan yang dapat merangkum seluruh hasil penelitian.