

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan salah satu teknik analisis data yang digunakan untuk mengidentifikasi pola hubungan dan pengaruh antara dua variabel, yaitu variabel respon serta satu atau lebih variabel prediktor, melalui estimasi kurva regresi (Puteri et al., 2020). Dalam analisis regresi, terdapat dua pendekatan utama, yaitu regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Regresi parametrik merupakan jenis regresi yang mengasumsikan bentuk kurva regresi telah diketahui sebelumnya, seperti linier, kuadratik, atau kubik. Namun, tidak semua data sesuai untuk dianalisis menggunakan pendekatan parametrik, terutama ketika informasi mengenai bentuk atau pola hubungan antara variabel respon dan prediktor tidak tersedia. Dalam kondisi tersebut, regresi nonparametrik menjadi alternatif yang relevan karena tidak memerlukan asumsi mengenai bentuk atau pola hubungan antara kedua variabel (Hidayat et al., 2018). Dalam perkembangannya, berbagai metode regresi nonparametrik telah dikembangkan untuk menyesuaikan dengan beragam jenis data dan aplikasi. Salah satu metode yang banyak digunakan adalah *spline*. Metode ini memiliki fleksibilitas tinggi karena mampu menyesuaikan diri dengan pola data yang kompleks. Beberapa jenis model regresi *spline* yang telah dikembangkan antara lain *truncated spline*, *smoothing spline*, dan *penalized spline* (Anisa et al., 2023).

Model regresi *spline* merupakan bentuk regresi nonparametrik yang menggunakan fungsi potongan polinomial yang bersifat tersegmen dan kontinu. Fungsi ini memiliki titik-titik penghubung yang disebut knot, yang memberikan fleksibilitas lebih tinggi dibandingkan fungsi polinomial biasa (Nurdiani et al., 2017). Keunggulan utama *spline* terletak pada kemampuannya menangani pola data yang berubah secara tajam. Model *spline* yang optimal diperoleh dengan meminimumkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) (Utami, 2018). Dari berbagai jenis *spline* yang ada, *penalized spline* atau *spline* terpenalti dianggap paling unggul karena mampu menghasilkan estimasi yang lebih akurat. Keunggulan ini berasal dari kemampuannya mengontrol tingkat kemulusan kurva dengan mempertimbangkan titik knot dan parameter penghalus secara bersamaan (Fadilah, 2022). Estimasi parameter pada model ini diperoleh dengan meminimumkan fungsi *Penalized Least Square* (PLS). Namun, metode PLS memiliki kelemahan ketika data mengandung pencilan (Wang et al., 2014). Keberadaan pencilan dapat mempengaruhi hasil pemodelan regresi dan berpotensi menghasilkan kesimpulan yang kurang tepat (Arimie et al., 2020). Oleh karena itu, salah satu cara untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah menggunakan estimator model regresi yang *robust* atau tahan terhadap pencilan.

Pada tahun 1972, Andrews memperkenalkan konsep regresi dengan estimasi *robust* sebagai solusi untuk mengestimasi parameter regresi pada data yang mengandung pencilan. Metode ini memungkinkan model regresi menyesuaikan diri terhadap sebagian besar data tanpa harus menghapus pencilan, sehingga

menghasilkan model yang tahan (resisten) terhadap pencilan. Estimasi dikatakan resisten apabila hasilnya tidak terpengaruh secara signifikan oleh perubahan besar pada sebagian kecil data atau perubahan kecil pada sebagian besar data (A. R. Putri et al., 2021). Beberapa metode estimasi *robust* yang banyak digunakan antara lain *M-Estimator*, *Least Median of Squares* (LMS), *Least Trimmed Squares* (LTS), *S-Estimator*, dan *MM-Estimator*. Di antara metode tersebut, *M-Estimator* dikenal memiliki efisiensi tinggi dalam mengestimasi parameter regresi yang mengandung pencilan karena menggunakan fungsi *loss* berbasis deviasi absolut. Deviasi absolut dihitung dari selisih mutlak antara nilai observasi dan nilai rata-rata. Dengan pendekatan ini, *M-Estimator* mampu menghasilkan estimasi yang lebih tahan terhadap pengaruh pencilan (W. A. Putri, 2024). Beberapa penelitian sebelumnya telah menerapkan regresi *robust M-Estimator* maupun *spline* terpenalti secara terpisah. Misalnya, Islamiyati & Chamidah (2020) mengestimasi parameter regresi menggunakan *spline* terpenalti pada data longitudinal, sedangkan Yang et al. (2019) menerapkan regresi dengan *robust M-Estimator* pada data kesehatan. Pada penelitian-penelitian tersebut, belum ada yang secara bersamaan mengestimasi regresi *spline* terpenalti dan *robust M-Estimator* dalam proses analisisnya. Keunggulan metode ini terletak pada perpaduan fleksibilitas *spline* terpenalti dan ketahanan *robust M-Estimator* terhadap pencilan. *Spline* terpenalti unggul karena mampu mengontrol kemulusan kurva melalui penggunaan titik knot dan parameter penghalus secara bersamaan, sehingga menghasilkan estimasi akurat pada pola data yang berubah tajam. Sementara itu, *robust M-Estimator* tahan terhadap pencilan dengan menggunakan fungsi *loss* berbasis deviasi absolut, sehingga estimasi tidak mudah terdistorsi oleh data pencilan. Model regresi *spline* terpenalti dengan *robust M-Estimator* akan diaplikasikan pada data pasien penderita Demam Berdarah *Dengue* (DBD).

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) merupakan penyakit menular yang berpotensi menimbulkan wabah dan menjadi salah satu masalah kesehatan serius di Indonesia. Penyakit ini disebabkan oleh virus *dengue* yang ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* (Amelia et al., 2020). Salah satu indikator utama pasien DBD adalah penurunan jumlah trombosit dalam darah (Rahayuningrum & Morika, 2019). Menurut kriteria laboratorium *World Health Organization* (WHO), kadar trombosit rendah (*trombositopenia*) dan adanya kebocoran plasma yang ditandai dengan hemokonsentrasi merupakan indikator tingkat keparahan DBD. Penurunan jumlah trombosit biasanya terjadi sebelum peningkatan kadar hematokrit dan sebelum penurunan suhu tubuh. Selain parameter tersebut, pemeriksaan jumlah sel darah putih juga diperlukan untuk memperkuat diagnosis (Hadijah, 2022). Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini bertujuan untuk menerapkan model **Regresi *Spline* Terpenalti dengan *Robust M-Estimator* pada Data Pasien DBD** dengan mempertimbangkan variabel jumlah trombosit, suhu tubuh, jumlah sel darah putih, dan kadar hematokrit.

1.2 Batasan Masalah

Berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan sebelumnya, batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Jumlah orde yang digunakan adalah orde satu.
2. Jumlah titik knot yang diuji berkisar antara satu hingga tiga titik knot.
3. Parameter penghalus yang digunakan berada pada rentang 0,1 hingga 3.
4. Estimator *robust* yang digunakan adalah *M-Estimator*.
5. Nilai *tolerance level* yang digunakan sebesar 10^{-5} .

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah memperoleh model pola perubahan jumlah trombosit pada pasien penderita DBD melalui model regresi *spline* terpenalti dengan *robust M-Estimator*.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut.

1. Menyajikan informasi mengenai pemodelan jumlah trombosit pasien penderita DBD menggunakan metode regresi *spline* terpenalti dengan *robust M-Estimator*.
2. Menambah wawasan keilmuan dan pengetahuan dalam mengimplementasikan estimasi model regresi *spline* terpenalti dengan *robust M-Estimator* pada data jumlah trombosit pasien penderita DBD.
3. Menyediakan informasi yang akurat dan terperinci mengenai jumlah trombosit berdasarkan kadar hematokrit, suhu tubuh, dan jumlah sel darah putih pada pasien penderita DBD, sehingga dapat menjadi acuan bagi akademisi maupun praktisi dalam upaya penanganan pasien DBD.

1.5 Landasan Teori

1.5.1 Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi kurva regresi tanpa menetapkan bentuk fungsi secara spesifik. Pada regresi nonparametrik, kurva regresi tidak diasumsikan memiliki bentuk tertentu, melainkan hanya diasumsikan mulus (*smooth*) dan berada dalam ruang fungsi tertentu. Hal ini memberikan fleksibilitas yang tinggi dalam pemodelan regresi nonparametrik. Selain itu, estimasi kurva dengan pendekatan ini dapat menyesuaikan diri dengan pola data secara alami, tanpa dipengaruhi oleh subjektivitas peneliti (Mariati et al., 2019). Secara umum, model regresi nonparametrik dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

dengan y_i merupakan variabel respon pada pengamatan ke- i , $f(x_i)$ adalah fungsi kurva regresi yang tidak diketahui, dan x_i merupakan variabel prediktor pada pengamatan ke- i . Sementara itu, ε_i menyatakan galat dengan nilai *mean* sebesar 0 dan variansi sebesar σ^2 (Eubank, 1999).

1.5.2 Regresi Nonparametrik *Spline*

Spline merupakan salah satu model regresi nonparametrik yang terdiri atas potongan-potongan fungsi polinomial yang tersegmen tetapi tetap bersifat kontinu. Fungsi polinomial yang digunakan pada *spline* memiliki karakteristik khusus yang memberikan tingkat fleksibilitas lebih tinggi dibandingkan dengan fungsi polinomial konvensional. Salah satu komponen utama dalam *spline* adalah titik knot, yaitu titik penghubung antarsegmen kurva yang menandai perubahan perilaku data pada rentang atau selang tertentu (Nurdiani et al., 2017). Titik-titik knot tersebut memungkinkan *spline* menyesuaikan diri terhadap pola data yang mengalami kenaikan atau penurunan, sehingga menghasilkan kurva lebih adaptif dan halus (Utami, 2018). Secara umum, fungsi *spline* berorde q dengan titik-titik knot pada $K_1, K_2, \dots, K_r$ dapat dinyatakan sebagai berikut (Putra et al., 2015).

$$f(x_i) = \beta_0 + \sum_{l=1}^q \beta_l x_i^l + \sum_{h=1}^r \beta_{q+h} (x_i - K_h)_+^q \quad (2)$$

di mana fungsi *polynomial truncated* pada Persamaan (2) adalah sebagai berikut.

$$(x_i - K_h)_+^q = \begin{cases} (x_i - K_h)_+^q, & x \geq k_h \\ 0, & x < k_h \end{cases} \quad (3)$$

dengan

- $f(x_i)$: fungsi regresi
- β_l : parameter polinomial pada orde ke- l
- x_i : variabel prediktor pada pengamatan ke- i
- $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{q+h}$: parameter *truncated*
- K_h : titik knot ke- h , ($h = 1, 2, \dots, r$)
- $(x_i - K_h)_+^q$: fungsi *polynomial truncated*

Model yang menggambarkan hubungan k variabel prediktor dengan satu variabel respon, apabila dinyatakan dalam bentuk fungsi *spline* $f(x_i)$ sebagaimana pada Persamaan (2), dapat dituliskan sebagai berikut (Pratiwi, 2020).

$$f(x_{ij}) = \beta_0 + \sum_{l=1}^q \beta_{lj} x_{ij}^l + \sum_{h=1}^r \beta_{(q+h)j} (x_{ij} - K_{hj})_+^q \quad (4)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, k$

- $f(x_{ij})$: Fungsi regresi *spline* dari pengamatan ke- i pada variabel prediktor ke- j
- x_{ij} : pengamatan ke- i pada variabel prediktor ke- j
- β_{lj} : parameter polinomial pada orde ke- l dan prediktor ke- j
- $\beta_{(q+h)j}$: parameter *truncated* pada titik knot ke- $(q + h)$ dan prediktor ke- j
- K_{hj} : nilai titik knot ke- h pada prediktor ke- j

Apabila model pada Persamaan (4) disajikan ke dalam bentuk matriks, maka dapat dituliskan sebagai berikut.

$$y = X[K]\beta + \varepsilon \quad (5)$$

di mana $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]'$ merupakan vektor berukuran $n \times 1$, $\mathbf{X}[K] = [\mathbf{1} \ \mathbf{X}_1 \ \dots \ \mathbf{X}_k]$ merupakan matriks $\mathbf{X}$ dalam bentuk *spline* dengan orde q dan r titik knot berukuran $n \times (1 + (q + r) \times k)$ dengan

$$\mathbf{1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]', \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{11}^2 & \dots & x_{11}^q & (x_{11} - K_{11})_+^q & \dots & (x_{11} - K_{r1})_+^q \\ x_{21} & x_{21}^2 & \dots & x_{21}^q & (x_{21} - K_{11})_+^q & \dots & (x_{21} - K_{r1})_+^q \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n1}^2 & \dots & x_{n1}^q & (x_{n1} - K_{11})_+^q & \dots & (x_{n1} - K_{r1})_+^q \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} x_{1k} & x_{1k}^2 & \dots & x_{1k}^q & (x_{1k} - K_{1k})_+^q & \dots & (x_{1k} - K_{rk})_+^q \\ x_{2k} & x_{2k}^2 & \dots & x_{2k}^q & (x_{2k} - K_{1k})_+^q & \dots & (x_{2k} - K_{rk})_+^q \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{nk} & x_{nk}^2 & \dots & x_{nk}^q & (x_{nk} - K_{1k})_+^q & \dots & (x_{nk} - K_{rk})_+^q \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \ \beta_{11} \ \dots \ \beta_{q1} \ \beta_{(q+1)1} \ \dots \ \beta_{(q+r)1} \ \dots \ \beta_{1k} \ \dots \ \beta_{qk} \ \beta_{(q+1)k} \ \dots \ \beta_{(q+r)k}]'$ adalah vektor berukuran vektor berukuran $(1 + (q + r) \times k) \times 1$, dan $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n]'$ adalah vektor berukuran $n \times 1$ (Putra et al., 2015).

1.5.3 Regresi Nonparametrik *Spline* Terpenalti

Regresi *spline* terpenalti merupakan salah satu jenis *spline* yang memanfaatkan titik knot dan parameter penghalus secara bersamaan untuk mengestimasi fungsi regresi nonparametrik melalui metode optimasi *Penalized Least Squares* (PLS). Metode ini menggabungkan fungsi galat dengan fungsi penalti, yang secara umum dilambangkan dengan L dan dapat dirumuskan sebagai berikut (Islamiyati, 2020).

$$L = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{j=1}^k \left(\lambda_j \sum_{h=1}^r \beta_{(l+h)j}^2 \right) \quad (6)$$

Fungsi galat $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut dengan $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$.

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$$

dan fungsi penalti $\sum_{j=1}^k \lambda_j (\sum_{h=1}^r \beta_{(l+h)j}^2)$ juga dapat dituliskan ke dalam bentuk matriks menjadi

$$\sum_{j=1}^k \left(\lambda_j \sum_{h=1}^r \beta_{(l+h)j}^2 \right) = \boldsymbol{\beta}' \mathbf{D}_\lambda \boldsymbol{\beta}$$

dengan matriks $\mathbf{D}_\lambda$ merupakan matriks diagonal yang digunakan untuk mengindikasikan koefisien *spline* terpenalti. Matriks ini didefinisikan sebagai berikut.

$$\mathbf{D}_\lambda = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\lambda 1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\lambda d} \end{bmatrix} = \text{diag}(\mathbf{D}_{\lambda 1}, \dots, \mathbf{D}_{\lambda d})$$

di mana

$$D_{\lambda k} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_k \end{bmatrix} = \text{diag} \left(\mathbf{0}_{((l+1) \times 1)}, \lambda_{k(K \times 1)} \right)$$

yang merupakan matriks diagonal dengan entri $(0, \lambda_k)$ yang diterapkan pada variabel prediktor ke- k , di mana λ_k adalah parameter penghalus untuk variabel prediktor tersebut. Persamaan pendugaan parameter β dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\hat{\beta} = (X'X + D_{\lambda})^{-1}X'y \quad (7)$$

Persamaan (7) disubstitusikan ke dalam persamaan $\hat{y} = X\hat{\beta}$ sehingga diperoleh bentuk matriks dugaan persamaan regresi *spline* terpenalti sebagai berikut.

$$\hat{y} = X(X'X + D_{\lambda})^{-1}X'y \quad (8)$$

1.5.4 Penentuan Parameter Penghalus Optimal

Pendugaan kurva regresi *spline* terpenalti yang terbaik bergantung pada pemilihan titik knot (K) dan parameter penghalus (λ) yang optimal (Islamiyati, 2020). Salah satu metode untuk menentukan titik knot dan parameter penghalus optimal adalah algoritma *full search*. Dalam pendekatan *full search*, titik knot (K) dihitung dalam rentang minimum hingga maksimum yang telah ditentukan. Jumlah titik knot (K) maksimum yang dihitung, yaitu $K < (n_{\text{unique}} - q - 1)$, dengan n_{unique} menyatakan banyaknya nilai unik pada variabel prediktor dan q derajat *spline*. Posisi knot kemudian ditentukan berdasarkan kuantil dari nilai-nilai unik variabel prediktor, sehingga knot tersebar mengikuti distribusi data (Octavia et al., 2024). Selanjutnya, dari seluruh kombinasi titik knot (K) dan parameter penghalus (λ) yang dicoba, dipilih kombinasi yang menghasilkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum (Marina & Budiantara, 2013). Titik knot dan parameter penghalus yang menghasilkan nilai GCV terkecil dianggap sebagai kombinasi optimal untuk memperoleh model *spline* terpenalti terbaik. Metode GCV dapat dituliskan sebagai berikut.

$$GCV(\lambda) = \frac{n^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})'(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})}{(n^{-1}\text{tr}[\mathbf{I} - \mathbf{H}(\lambda)])^2} \quad (9)$$

di mana $\mathbf{y}$ adalah vektor variabel respon, $\hat{\mathbf{y}}$ adalah vektor dugaan variabel respon, n menyatakan jumlah pengamatan, dan $\mathbf{H}(\lambda)$ adalah matriks *hat* yang diperoleh berdasarkan $\mathbf{H}(\lambda) = X(X'X + D_{\lambda})^{-1}X'$ (Fadilah, 2022).

1.5.5 Pencilan dan Metode Deteksi Pencilan

Pencilan merupakan data yang berada jauh dari mayoritas data lainnya dalam suatu populasi. Keberadaan pencilan dapat menyebabkan distribusi data menjadi tidak normal, menimbulkan bias dalam penaksiran parameter, serta mempengaruhi hasil analisis secara keseluruhan (Erda & Djuraidah, 2019). Beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi pencilan dalam suatu analisis adalah sebagai berikut.

a. *Scatterplot*

Metode ini dilakukan dengan memplotkan data terhadap observasi ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$). Selain itu, apabila telah diporeleh model regresi, analisis dapat dilakukan dengan memplotkan nilai galat (ε) terhadap nilai prediksi ($\hat{y}$). Apabila terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola keseluruhan data, hal tersebut mengindikasikan adanya pencilan (Musfirah, 2022).

b. *Boxplot*

Metode ini merupakan salah satu metode yang paling umum digunakan untuk mendeteksi pencilan dengan memanfaatkan nilai kuartil dan jangkauan antar kuartil. Kuartil pertama, kedua, dan ketiga membagi data yang telah diurutkan sebelumnya menjadi empat bagian. Jangkauan antar kuartil (*Interquartile Range* atau *IQR*) didefinisikan sebagai selisih antara kuartil ketiga dan pertama, yaitu $IQR = Q_3 - Q_1$. Data dikategorikan sebagai pencilan apabila nilainya kurang dari $Q_1 - 1.5 \times IQR$ atau lebih dari $Q_3 + 1.5 \times IQR$ (Musfirah, 2022).

c. Metode *Residual Studentized*

Metode *residual studentized* dilakukan dengan menghitung nilai galat yang telah dinormalisasi terhadap variansinya. Nilai *residual studentized* didefinisikan sebagai berikut.

$$t_i = \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{\hat{\sigma}_i^2(1 - h_{ii})}} \quad (10)$$

di mana $\hat{\sigma}_i^2$ merupakan variansi yang dihitung tanpa mengikutsertakan pengamatan ke- i dengan nilai

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{(n - p)\hat{\sigma}^2}{n - p - 1} - \frac{\varepsilon_i^2}{(n - p - 1)(1 - h_{ii})}$$

dan

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n - p}$$

Selain itu, h_{ii} merupakan nilai pengaruh (*leverage value*) yang diperoleh dari elemen-elemen diagonal pada matriks *hat H*, dengan $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X} + \mathbf{D}_\lambda)^{-1}\mathbf{X}'$. Matriks $\mathbf{X}$ berisi nilai-nilai variabel prediktor dari setiap pengamatan. Nilai h_{ii} berada dalam rentang 0 hingga 1, dengan $\sum_{i=1}^n h_{ii} = p$, di mana p menyatakan jumlah parameter dalam model regresi, termasuk *intercept* dan n adalah jumlah data yang diamati. Suatu pengamatan ke- i diidentifikasi sebagai pencilan apabila memiliki nilai $|t_i| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-p-1}$ (Nilam Cayo & Haryatmi, 2021).

1.5.6 Regresi Robust M-Estimator

Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika galat model tidak berdistribusi normal atau Ketika terdapat pencilan yang dapat mempengaruhi hasil pemodelan (Draper, 1998). Metode ini menjadi alat penting dalam analisis data yang terkontaminasi oleh pencilan karena mampu menghasilkan estimasi yang tahan terhadap pengaruh pencilan (Chen, 2002). Terdapat beberapa pendekatan dalam mengestimasi parameter pada regresi *robust*, salah satunya adalah *M-Estimator*

(Gasul et al., 2023). Regresi *robust* dengan pendekatan *M-Estimator* dilakukan dengan meminimalkan fungsi galat melalui persamaan berikut.

$$\hat{\beta}_M = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n w(\varepsilon_i) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n w \left(y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta_j \right) = 0 \quad (11)$$

Untuk mendapatkan skala pada estimator ini, biasanya dengan menyelesaikan persamaan ini.

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^n w(u_i) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n w \left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}} \right) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n w \left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta_j}{\hat{\sigma}} \right) \quad (12)$$

dengan $u_i = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}}$ dan $\hat{\sigma}$ adalah skala estimasi *robust*. Nilai s sering digunakan adalah:

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}|\varepsilon_i - \text{median}(\varepsilon_i)|}{0.6745} \quad (13)$$

Nilai konstanta 0.6745 digunakan agar estimasi $\hat{\sigma}$ mendekati estimasi tak bias dari σ , serta menghasilkan galat yang mendekati distribusi normal (Haryanto et al., 2019).

Dalam regresi *robust M-Estimator*, terdapat fungsi objektif yang digunakan untuk mengevaluasi kinerja model. Fungsi ini dioptimalkan untuk meminimalkan kesalahan prediksi. Salah satu fungsi objektif yang umum digunakan adalah fungsi *tukey bisquare*. Adapun fungsi objektif *M-Estimator* tersebut adalah sebagai berikut.

$$w(u_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2, & |u_i| \leq c \\ 0, & |u_i| > c \end{cases} \quad (14)$$

Nilai c disebut sebagai *tunning constant* dengan nilai $c = 4.685$ (Fadilah, 2022).

1.5.7 Estimasi Fungsi Regresi *Spline* dengan *Robust M-Estimator*

Berdasarkan Persamaan (1), model regresi nonparametrik dapat dituliskan sebagai berikut.

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

Dengan y_i adalah variabel respon pada pengamatan ke- i , $f(x_i)$ adalah fungsi kurva regresi yang tidak diketahui, dan x_i adalah variabel prediktor pada pengamatan ke- i . Sementara itu, ε_i menyatakan galat dengan nilai *mean* sebesar 0 dan variansi sebesar σ^2 . Selanjutnya, fungsi $f(x_i)$ dalam Persamaan (15) dinyatakan sebagai fungsi *spline* yang memperhitungkan titik knot seperti pada persamaan berikut.

$$f(x_i) = \beta_0 + \sum_{l=1}^q \beta_l x_i^l + \sum_{h=1}^r \beta_{q+h} (x_i - K_h)_+^q, i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

dengan parameter β adalah koefisien regresi *spline*, q adalah orde *spline*, dan h adalah jumlah titik knot.

Apabila $f(x_i)$ dalam Persamaan (16) disubstitusi ke Persamaan (15), maka model regresi nonparametrik *spline* dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$y_i = \beta_0 + \sum_{l=1}^q \beta_l x_i^l + \sum_{h=1}^r \beta_{q+h} (x_i - K_h)_+^q + \varepsilon_i \quad (17)$$

Persamaan (17) dapat diuraikan seperti berikut.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \cdots + \beta_q x_i^q + \beta_{q+1} (x_i - K_1)_+^q + \beta_{q+2} (x_i - K_2)_+^q + \cdots + \beta_{q+h} (x_i - K_h)_+^q + \varepsilon_i \quad (18)$$

Apabila Persamaan (18) dinyatakan untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$; maka diperoleh persamaan berikut.

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_1^2 + \cdots + \beta_q x_1^q + \beta_{q+1} (x_1 - K_1)_+^q + \cdots + \beta_{q+h} (x_1 - K_h)_+^q \\ &\quad + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_2 + \beta_2 x_2^2 + \cdots + \beta_q x_2^q + \beta_{q+1} (x_2 - K_1)_+^q + \cdots + \beta_{q+h} (x_2 - K_h)_+^q \\ &\quad + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_0 + \beta_1 x_n + \beta_2 x_n^2 + \cdots + \beta_q x_n^q + \beta_{q+1} (x_n - K_1)_+^q + \cdots + \beta_{q+h} (x_n - K_h)_+^q \\ &\quad + \varepsilon_n \end{aligned} \quad (19)$$

Persamaan (19) dapat pula dinyatakan sebagai berikut.

$$y_i = X_i \beta + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

Parameter β pada Persamaan (20) diestimasi menggunakan kriteria optimasi *penalized robust M-estimator* yang memperhitungkan fungsi *goodness of fit* serta fungsi penalti. Kriteria estimasi *robust M-estimator* diterapkan dalam model regresi nonparametrik terpenalti karena data diasumsikan mengandung pencilan.

Misalkan kriteria *robust M-estimator* dalam regresi *spline* terpenalti untuk menghasilkan taksiran β disimbolkan dengan β_{PM} , maka kriteria β_{PM} dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\beta_{PM} = \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n X_i' w_{i\beta} (y_i - X_i \beta) + \lambda D \beta \quad (21)$$

Robust M-estimator dilakukan dengan meminimumkan $\hat{\beta}$ pada Persamaan (21). Selanjutnya, estimasi *spline* terpenalti *robust M-estimator* mengacu pada algoritma *robust M-estimator*.

Langkah pertama dalam proses ini adalah menghitung parameter $\hat{\beta}$ sebagai nilai parameter awal dengan menggunakan kriteria *Penalized Least Square* atau PLS. Kriteria optimasi pada fungsi regresi *spline* melalui PLS dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$L = \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{j=1}^k \left(\lambda_j \sum_{h=1}^r \beta_{(l+h)_j^2} \right) \right\} \quad (22)$$

dengan $\hat{y}_i$ adalah fungsi *spline* yang dibangun melalui pendekatan titik knot dan λ berperan sebagai parameter penghalus. Dengan demikian, kriteria tersebut dapat dituliskan kembali sebagai berikut.

$$L = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \lambda \boldsymbol{\beta}' \mathbf{D} \boldsymbol{\beta} \quad (23)$$

Selanjutnya, untuk memperoleh taksiran koefisien β , Persamaan (23) diturunkan terhadap parameter β .

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + \lambda \beta' \mathbf{D} \beta$$

Kemudian hasil turunannya disamakan dengan nol seperti berikut ini.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \beta} &= -2\mathbf{X}'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + 2\lambda \beta' \mathbf{D} \beta = 0 \\ &= -\mathbf{X}'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + \lambda \beta' \mathbf{D} \beta = 0 \\ &= -\mathbf{X}'\mathbf{y} + \mathbf{X}'\mathbf{X}\beta + \lambda \beta' \mathbf{D} \beta = 0 \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})\beta = \mathbf{X}'\mathbf{y} \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh taksiran koefisien β sebagai berikut.

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (24)$$

Nilai $\hat{\beta}$ pada Persamaan (24) selanjutnya digunakan sebagai β awal dalam algoritma *spline* terpenalti dengan menggunakan *robust M-estimator*. Setelah itu, Langkah kedua dilakukan dengan menghitung nilai galat, yaitu $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$ dengan ketentuan sebagai berikut.

$$\hat{y}_i = X_i \hat{\beta} \quad (25)$$

Nilai galat ε_i selanjutnya digunakan untuk menghitung $\hat{\sigma}$ pada regresi *spline* terpenalti dengan menggunakan *robust M-estimator*. Taksiran tersebut dinyatakan sebagai berikut.

$$\hat{\sigma}_M = \frac{MAD}{0.6745} = \frac{\text{median}|\varepsilon_i - \text{median}(\varepsilon_i)|}{0.6745}$$

Langkah ketiga adalah menghitung nilai pembobot w_i , yaitu sebagai berikut.

$$w(u_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{u_i}{4.685}\right)^2\right)^2, & |u_i| \leq 4.685 \\ 0, & |u_i| > 4.685 \end{cases}$$

dengan $u_i = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_M}$

Pada Langkah keempat, parameter β_{PM} dihitung melalui metode *Penalized Weighted Least Square* atau PWLS dengan menggunakan pembobot w_i . Kriteria estimasi *robust M-estimator* pada Persamaan (21) selanjutnya dapat diuraikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n X_i' w_i \beta_{PM} y_i - \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n X_i' w_i \beta_{PM} X_i \beta_{PM} &= 0 \\ &+ \lambda D \beta_{PM} \\ \sum_{i=1}^n \frac{X_i' w_i \beta_{PM} y_i}{\hat{\sigma}} - \sum_{i=1}^n \frac{X_i' w_i \beta_{PM} X_i \beta_{PM}}{\hat{\sigma}} + \frac{\hat{\sigma} D \beta_{PM}}{\hat{\sigma}} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n X_i' w_i \beta_{PM} y_i - \sum_{i=1}^n X_i' w_i \beta_{PM} X_i \beta_{PM} &= 0 \\ &+ \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PM} \\ \sum_{i=1}^n X_i' w_i \beta_{PM} y_i + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PM} &= \sum_{i=1}^n X_i' w_i \beta_{PM} X_i \beta_{PM} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i' w_{i\beta} X_i \beta_{PM} + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PM} = \sum_{i=1}^n X_i' w_{i\beta_{PM}} y_i \quad (26)$$

Persamaan $\sum_{i=1}^n X_i' w_{i\beta} X_i \beta_{PM}$ pada Persamaan (26) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & x_{2k} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad (27)$$

Bagian kanan dari Persamaan (26) dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (28)$$

Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut.

$$X'W_{\beta M}X\beta + \lambda D\beta = X'W_{\beta M}y \quad (29)$$

Matriks W_{β} adalah matriks diagonal berukuran $n \times n$ yang elemen diagonalnya berisi nilai pembobot sesuai dengan iterasi yang sedang berlangsung. Berdasarkan matriks pembobot tersebut, selanjutnya diperoleh estimator $\hat{\beta}_{PM}$ dengan mengacu pada Persamaan (29).

$$\begin{aligned} (X'W_{\beta M}X + \lambda D)\beta - X'W_{\beta M}y &= 0 \\ (X'W_{\beta M}X + \lambda D)\beta &= X'W_{\beta M}y \\ \hat{\beta}_{PM} &= (X'W_{\beta M}X + \lambda D)^{-1} X'W_{\beta M}y \quad (30) \end{aligned}$$

Selanjutnya, pada Langkah kelima dilakukan proses estimasi untuk memperoleh nilai $\hat{\beta}_{PM}$ pada iterasi pertama yang dinyatakan sebagai $\hat{\beta}_{PM(1)}$. Untuk mendapatkan nilai $\hat{\beta}_{PM(m+1)}$ digunakan Persamaan (30) sebagai dasar perhitungan.

$$\hat{\beta}_{PM(m+1)} = (X'W_{\beta M}^{(m)}X + \lambda D)^{-1} X'W_{\beta M}^{(m)}y, m = 1, 2, \dots$$

Proses iterasi dilanjutkan sampai diperoleh nilai $\hat{\beta}_{PM}$ yang konvergen. Kondisi konvergen ditetapkan ketika selisih antarnilai koefisien regresi $\leq 10^{-5}$.

1.5.8 Demam Berdarah *Dengue*

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) adalah penyakit infeksi yang disebabkan oleh virus *dengue*. Gejala yang muncul antara lain demam, nyeri otot atau sendi, *leukopenia*, ruam kulit, *limfadenopati*, *trombositopenia*, dan *diatesis hemoragik*. DBD ditandai dengan perembesan plasma yang dapat menyebabkan *hemokonsentrasi* atau penumpukan cairan di dalam tubuh. Virus *dengue* masuk ke dalam tubuh manusia melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* atau *Aedes albopictus*. Virus ini menyerang berbagai organ, seperti hati (*hepar*), kelenjar getah bening (*nodus limfatikus*), sumsum tulang, dan paru-paru. Setelah menggigit individu yang terinfeksi, virus akan berkembang biak di kelenjar liur nyamuk selama 8 hingga 10 hari, sebelum dapat ditularkan kembali ke manusia melalui gigitan berikutnya. Infeksi *dengue* pertama umumnya hanya menyebabkan gejala demam *dengue*. Namun, DBD

biasanya terjadi akibat infeksi ulang oleh *serotipe* virus *dengue* yang berbeda, yang dikenal sebagai *secondary heterologous infection* atau *sequential infection hypothesis* (Hadijah, 2022).

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) dapat berkembang menjadi *Sindrom Syok Dengue* (SSD), yang berpotensi fatal apabila tidak ditangani dengan tepat. Oleh karena itu, diagnosis yang akurat serta pemantauan perkembangan penyakit secara cermat sangatlah penting. Pada fase awal DBD, jumlah leukosit cenderung menurun, namun seiring waktu dapat kembali normal dengan dominasi sel neutrofil. Ketika penyakit memasuki fase akhir, jumlah leukosit dan sel *polimorfonuklear* akan mengalami penurunan, sedangkan kadar limfosit meningkat. Kondisi ini dikenal sebagai pergeseran ke kanan (*shift to the right*) dalam hitung jenis leukosit. Leukosit atau yang dikenal sebagai sel darah putih merupakan komponen penting dalam sistem kekebalan tubuh yang berperan dalam melawan infeksi akibat virus, bakteri, maupun toksin metabolik. Terdapat lima jenis utama leukosit, masing-masing memiliki fungsi spesifik dalam menghadapi patogen, yaitu *neutrofil*, *eosinofil*, *basofil*, *monosit*, dan *limfosit* (Purwanto, 2002).

Menurut kriteria laboratorium yang ditetapkan oleh *World Health Organization* (WHO), penurunan jumlah trombosit (*trombositopenia*) dan kebocoran plasma yang ditandai oleh hemokonsentrasi merupakan indikator utama tingkat keparahan penyakit DBD. *Trombositopenia* pada DBD disebabkan oleh menurunnya produksi trombosit di sumsum tulang serta peningkatan konsumsi trombosit akibat aktivitas sistem imun dan kerusakan endotel vaskular. Mekanisme peningkatan penggunaan trombosit ini berperan penting dalam memicu terjadinya *trombositopenia*. Penurunan jumlah trombosit umumnya terjadi sebelum peningkatan kadar hematokrit dan sebelum suhu tubuh mengalami penurunan. *Trombositopenia* dikategorikan terjadi ketika jumlah trombosit turun di bawah $10^3 \text{ sel}/\mu\text{l}$, dan biasanya muncul antara hari ketiga hingga hari ketujuh sejak timbulnya gejala (Hadijah, 2022).

BAB II METODE PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari rekam medis pasien penderita DBD di Rumah Sakit Umum Daerah Daya Kota Makassar selama periode 2022 – 2025. Variabel dalam penelitian ini terdiri atas variabel respon dan variabel prediktor. Daftar variabel yang digunakan disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Variabel Respon dan Prediktor

Variabel	Keterangan	Deskripsi
y	Kadar Trombosit	Kadar trombosit pada pasien penderita DBD yang diukur melalui hasil uji laboratorium pada hari pertama mereka dirawat di rumah sakit dengan kadar rata-rata sebesar 10^3 sel/ μ l.
x_1	Suhu Tubuh	Suhu tubuh pasien yang diukur pada hari pertama perawatan inap di rumah sakit dan dinyatakan dalam satuan °C.
x_2	Sel Darah Putih	Jumlah sel darah putih pada hasil pemeriksaan laboratorium pasien yang diukur pada hari pertama perawatan di rumah sakit dan dinyatakan dalam satuan 10^3 sel/ μ l.
x_3	Kadar Hematokrit	Kadar hematokrit pada hasil pemeriksaan laboratorium pasien yang diukur pada hari pertama perawatan di rumah sakit dan dinyatakan dalam satuan persen (%).

2.2 Metode Analisis

Pendekatan analisis yang digunakan dalam penelitian menggunakan model regresi *spline* terpenalti dengan *robust M-Estimator*. Adapun prosedur analisis yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut.

1. Melakukan eksplorasi data dari variabel respon, yaitu kadar trombosit dan variabel prediktor, yaitu suhu tubuh, jumlah sel darah putih, dan kadar hematokrit untuk mengetahui statistik deskriptif dari masing-masing variabel penelitian.
2. Melakukan spesifikasi model menggunakan *scatter plot* untuk mengetahui bentuk pola hubungan dari variabel respon terhadap masing-masing variabel prediktor.
3. Menyusun matriks desain *spline* menggunakan basis fungsi *truncated* untuk setiap variabel prediktor, dengan jumlah titik knot $r = 1, 2, 3$ sesuai Persamaan (4).

$$f(x_{ij}) = \beta_0 + \sum_{l=1}^q \beta_{lj} x_{ij}^l + \sum_{h=1}^r \beta_{(q+h)j} (x_{ij} - K_{hj})_+^q, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k$$

4. Memodelkan data dengan menggunakan regresi *spline* terpenalti.

$$y_i = \sum_{j=1}^k f(x_{ij}) + \varepsilon_i$$

5. Mengestimasi model regresi *spline* terpenalti dengan metode *Penalized Least Squares* (PLS) berdasarkan Persamaan (7).

$$\hat{\beta} = (X'X + \lambda D)^{-1} X'y$$

6. Memperoleh estimasi optimal model regresi *spline* terpenalti berdasarkan pemilihan titik knot dan parameter penghalus (λ) yang menghasilkan nilai GCV minimum.
7. Mengidentifikasi pencilan menggunakan *residual studentized* pada galat model berdasarkan parameter yang diperoleh dari metode PLS pada model regresi *spline* terpenalti optimal. Pendeteksian pencilan dilakukan menggunakan Persamaan (10).

$$t_i = \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{\hat{\sigma}_i^2(1 - h_{ii})}}$$

8. Apabila ditemukan pencilan, maka estimasi robust dengan metode *M-estimator* digunakan dalam mengestimasi model regresi *spline* terpenalti. Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut.

- Menghitung nilai nilai galat $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$, dengan $\hat{y}_i$ merupakan nilai hasil estimasi dari regresi *spline* terpenalti menggunakan metode PLS.
- Menghitung nilai skala $\hat{\sigma}$ dengan *Median Absolute Deviation* (MAD) sesuai dengan Persamaan (13) pada iterasi ke- m .

$$\hat{\sigma}_M^{(m)} = \frac{\text{median}|\varepsilon_i - \text{median}(\varepsilon_i)|}{0.6745}$$

- Menghitung nilai galat ternormalisasi yang distandarisasi terhadap nilai skala.

$$u_i^{(m)} = \frac{\varepsilon_i^{(m)}}{\hat{\sigma}^{(m)}}$$

- Menghitung nilai fungsi objektif menggunakan fungsi *tukey bisquare* sesuai dengan Persamaan (14)

$$w(u_i)^{(m)} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{u_i^{(m)}}{c}\right)^2\right)^2 & , |u_i^{(m)}| \leq c \\ 0 & , |u_i^{(m)}| > c \end{cases}$$

dengan konstantas $c = 4,685$.

- Mengestimasi parameter $\beta_M^{(m)}$ menggunakan metode *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS) dengan pembobot $w(u_i)$ serta memperoleh galat baru $\varepsilon_i^{(m)}$.

- f. Mengulang Langkah iterasi dengan menggunakan galat $\varepsilon_i^{(m)}$ dan skala estimasi $\hat{\sigma}_M^{(m)}$ hingga terpenuhi kriteria konvergensi berikut.

$$|\hat{\beta}_M^{(m)} - \hat{\beta}_M^{(m+1)}| < \varepsilon |\hat{\beta}_M^{(m)}|$$

dengan *tolerance level* $\varepsilon = 10^{-5}$, sehingga estimasi parameter β sudah konvergen.

9. Memperoleh model regresi *spline* terpenalti dengan *robust M-estimator* yang konvergen.
10. Menginterpretasikan kadar trombosit berdasarkan suhu tubuh, jumlah sel darah putih, dan kadar hematokrit pada pasien penderita DBD yang diperoleh menggunakan model regresi *spline* terpenalti dengan *robust M-estimator*.