



**LAN HARGA EMAS BERBASIS MODEL *HYBRID AUTOREGRESSIVE
NAL INTEGRATED MOVING AVERAGE – FUZZY TIME SERIES SINGH***

**DINDA SYAFIRA SYAHRATUNNISA
H051221078**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
2026**



**LAN HARGA EMAS BERBASIS MODEL *HYBRID AUTOREGRESSIVE
NAL INTEGRATED MOVING AVERAGE – FUZZY TIME SERIES SINGH***

DINDA SYAFIRA SYAHRATUNNISA
H051221078



Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Statistika

Program Studi Statistika

pada

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
JANUARI 2026**



SKRIPSI

ANALISIS PERUBAHAN HARGA EMAS BERBASIS MODEL *HYBRID AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL INTEGRATED MOVING AVERAGE – FUZZY TIME SERIES SINGH*

yang disusun dan diajukan oleh

DINDA SYAFIRA SYAHRATUNNISA
H051221078

Skripsi,

Telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Statistika pada 05 Januari 2026
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Statistika
Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan:
Pembimbing Tugas Akhir,

Sitti Sahriman, S.Si., M.Si
NIP. 19881018 201504 2 002

Mengetahui:
Ketua Program Studi,



Indriyati, S.Si., M.Si.
NIP. 19770808 200501 2 002



PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Peramalan Harga Emas Berbasis Model *Hybrid Autoregressive Fractional Integrated Moving Average – Fuzzy Time Series Singh*" adalah benar karya saya dengan arahan dari pembimbing Sitti Sahriman, S.Si., M.Si. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 05 Januari 2026



Dinda Syafira Syahrattunnisa
H051221078



UCAPAN TERIMA KASIH

Alhamdulillah, dengan rahmat, taufik, dan hidayah Allah Subhanahu penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini sebagai syarat memperoleh gelar Sarjana Statistika pada Departemen Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin. Penulis menyadari bahwa dalam proses penyusunan tugas akhir ini terdapat berbagai kendala dan tantangan. Namun, berkat doa, dukungan, bimbingan, serta bantuan dari berbagai pihak, penulis dapat menyelesaikannya dengan baik.

Dengan penuh ketulusan dan kerendahan hati, penulis menyampaikan terima kasih kepada Ibu **Sitti Sahriman, S.Si., M.Si.** selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, serta ilmu yang sangat berharga selama proses penyusunan skripsi. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Ibu **Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.** dan Ibu **Andi Isna Yunita, S.Si., M.Si.** selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan, kritik, dan saran yang membangun sehingga tugas akhir ini dapat menjadi lebih baik.

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kedua orang tua tercinta, Ibu **Endah Wahyungingsih, S.T.** dan **Ayah Khairuddin, S.H.**, atas doa yang tak pernah putus, dukungan yang selalu menguatkan, semangat, kasih sayang, serta segala bantuan yang tidak ternilai selama penulis menempuh pendidikan hingga menyelesaikan tugas akhir ini.

Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada **Ima, Arni, Ica,** dan **Mey** yang selalu memberikan semangat dan membantu selama masa perkuliahan. Terima kasih terkhusus penulis sampaikan kepada **Angel** yang selalu bersama penulis sejak awal proses penulisan skripsi, belajar dari nol, menghadapi revisi bersama-sama, dan saling mendukung hingga tahap akhir. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada **Safi, Zulfa, Ian,** dan **Galang** sebagai teman SMA yang senantiasa memberikan dukungan dan semangat.

Penulis juga menyampaikan terima kasih secara khusus kepada **Muh. Yanuar Shadiq** atas kehadiran, perhatian, dan dukungan tulus yang telah menjadi sumber kekuatan serta semangat bagi penulis selama proses penyusunan tugas akhir ini. Terakhir, penulis mengucapkan terima kasih kepada diri sendiri yang telah berjuang dengan penuh kesabaran, tetap bertahan, dan tidak pernah berhenti melangkah hingga tugas akhir ini dapat diselesaikan. Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih memiliki keterbatasan. Oleh karena itu, penulis dengan segala kerendahan hati memohon maaf atas segala kekurangan yang terdapat dalam penyusunan tugas akhir ini.

Makassar, 05 Januari 2026

Dinda Syafira Syahrattunnisa



ABSTRAK

ifira Syahrattunnisa. **Peramalan Harga Emas Berbasis Model *Hybrid Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average – Fuzzy Time Series Singh*** (dibimbing oleh Sitti Sahriman, S.Si., M.Si.)

Latar Belakang. Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) merupakan metode peramalan yang efektif dalam menangkap pola linear dengan karakteristik *long memory*, namun memiliki keterbatasan dalam memodelkan hubungan nonlinear pada data keuangan. Untuk mengatasi keterbatasan tersebut, penelitian ini mengembangkan model *hybrid* ARFIMA-*Fuzzy Time Series Singh* (FTS *Singh*) yang menggabungkan kemampuan ARFIMA dalam memodelkan komponen linear *long memory* dengan FTS *Singh* dalam menangkap pola nonlinear. Model ini diterapkan pada data harga emas yang berperan sebagai aset lindung nilai dan dipengaruhi oleh kondisi ekonomi global sehingga memiliki karakteristik nonlinear dan *long memory*. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh akurasi peramalan harga emas internasional periode November 2023 hingga Januari 2025 menggunakan metode *hybrid* ARFIMA dan FTS *Singh*. **Metode.** Penelitian ini menggunakan data harga emas (XAU/USD) periode Januari 2019 hingga Januari 2025. Analisis dilakukan melalui dua tahap, yaitu pemodelan awal menggunakan ARFIMA untuk menangkap komponen linear dan sifat *long memory*, kemudian pemodelan residual menggunakan FTS *Singh* untuk mempelajari pola nonlinear. **Hasil.** Model ARFIMA terbaik yang diperoleh adalah ARFIMA(1, d , 0) dengan nilai parameter $d = 0,239$, yang mengindikasikan adanya karakteristik *long memory* pada data harga emas. **Kesimpulan.** Model *hybrid* ARFIMA-FTS *Singh* menunjukkan akurasi yang lebih baik dibandingkan model ARFIMA tunggal dan FTS *Singh* tunggal, dengan nilai MAPE sebesar 1,63% yang menunjukkan tingkat akurasi peramalan sangat baik. Hasil ini diharapkan dapat memberikan wawasan bagi pembaca dalam pengembangan dan penerapan model *hybrid* ARFIMA-FTS *Singh*.

Kata Kunci: ARFIMA; FTS; *Long memory*; Nonlinear; Harga Emas



ABSTRACT

afira Syahrattunnisa. **Forecasting Gold Prices Based on the Hybrid
 issive Fractionally Integrated Moving Average – Fuzzy Time Series
 Singh Model** (supervised by Sitti Sahriman, S.Si., M.Si.)

Background. The Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) model is an effective forecasting method for capturing linear patterns with long memory characteristics; however, it has limitations in modeling nonlinear relationships in financial data. To address this limitation, this study develops a hybrid ARFIMA–Fuzzy Time Series Singh (FTS Singh) model that combines the ability of ARFIMA to model linear long-memory components with the capability of FTS Singh to capture nonlinear patterns. This model is applied to gold price data, which serve as a hedge asset and are influenced by global economic conditions, resulting in nonlinear behavior and long memory characteristics. **Objective.** This study aims to achieve accurate forecasting of international gold prices for the period from November 2023 to January 2025 using the hybrid ARFIMA–FTS Singh method. **Method.** This study used gold price (XAU/USD) data from January 2019 to January 2025. The analysis was conducted in two stages: initial modeling using ARFIMA to capture linear components and long memory properties, followed by residual modeling using FTS Singh to capture nonlinear patterns. **Results.** The best ARFIMA model obtained was ARFIMA(1, d , 0) with a parameter value of $d = 0,239$, indicating the presence of long memory characteristics in the gold price data. **Conclusion.** The hybrid ARFIMA–FTS Singh model demonstrates better forecasting accuracy than the single ARFIMA and FTS Singh models, with a Mean Absolute Percentage Error (MAPE) of 1.63%, indicating a very high level of forecasting accuracy. These results are expected to provide insights for the development and application of hybrid ARFIMA–FTS Singh models.

Keywords: ARFIMA; FTS Singh; Long memory; Nonlinear; Gold Price



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA	v
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	v
UCAPAN TERIMA KASIH	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Batasan Masalah	3
1.3. Tujuan Penelitian	3
1.4. Manfaat Penelitian	3
1.5. Landasan Teori	3
1.5.1. Peramalan	3
1.5.2. <i>Time series</i>	4
1.5.3. Stasioneritas	4
1.5.4. Uji Diagnostik Model	5
1.5.5. Uji Linearitas	6
1.5.6. Model <i>Autoregressive Fractional Integrated Moving Average</i> ...	6
1.5.7. <i>Fuzzy Time series Singh</i>	12
1.5.8. <i>Hybrid ARFIMA-FTS Singh</i>	15
1.5.9. Pemilihan Model Peramalan Terbaik	16
1.5.10. Akurasi Model Peramalan	16
1.5.11. Harga Emas	17



ETODOLOGI PENELITIAN	18
1. Sumber Data	18
2. Variabel Penelitian	18
2.3. Metode Analisis Data	18
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	21
3.1 Deskripsi Data.....	21
3.2 Identifikasi Kestasioneran Data	22
3.3 Identifikasi Long Memory	23
3.4 Pembentukan Model ARFIMA	26
3.5 Uji Diagnostik Model	28
3.6 Model Terbaik ARFIMA	29
3.7 Uji linearitas	30
3.8 Penerapan Fuzzy Time series Singh	31
3.9 Peramalan Hybrid ARFIMA-FTS Singh	36
BAB IV PENUTUP	40
4.1. Kesimpulan	40
4.2. Saran.....	40
DAFTAR PUSTAKA.....	41
LAMPIRAN	45



DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 1. Plot Data Deret Waktu Harga Emas Periode Januari 2019 hingga Januari 2025	21
Gambar 2. (a) Plot ACF dan (b) PACF Harga Emas	22
Gambar 3. (a) Plot ACF dan (b) PACF Data Harga Emas Hasil Differencing	27
Gambar 4. Plot Data Fitting Harga Emas Menggunakan Data Berfrekuensi Mingguan Periode Januari 2019 hingga Oktober 2023	37
Gambar 5. Plot Perbandingan Hasil Peramalan Harga Emas Menggunakan Data Berfrekuensi Mingguan Periode November 2023 hingga Januari 2025	39



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1. Kriteria Peramalan	16
Tabel 2. Kriteria Tingkat Hubungan Korelasi Pearson.....	17
Tabel 3. Variabel Respons dan Prediktor	18
Tabel 4. Hasil Uji <i>Augmented Dickey-Fuller</i> Data Harga Emas (USD)	23
Tabel 5. Estimasi Parameter Model Tentatif ARFIMA.....	28
Tabel 6. Uji Diagnostik Model ARFIMA.....	29
Tabel 7. Nilai AIC Model ARFIMA	30
Tabel 8. Uji Linearitas Residual ARFIMA.....	30
Tabel 9. Interval Kelas	31
Tabel 10. Derajat Keanggotaan Fuzzy	32
Tabel 11. Fuzzifikasi Data	33
Tabel 12. <i>Fuzzy Logical Relationship</i> (FLR) Data	33
Tabel 13. <i>Fuzzy Logical Relationship Group</i> (FLRG) Data	34
Tabel 14. Hasil <i>Defuzzifikasi</i>	35
Tabel 15. Nilai Akurasi <i>Fitting</i> Model	37
Tabel 16. Nilai Akurasi Peramalan Model	38



DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1. Data Aktual Harga Emas (USD)	46
Lampiran 2. Nilai Residual Model ARFIMA(1; 0,239; 0)	49
Lampiran 3. Nilai <i>Defuzzyfikasi</i> FTS Singh.....	52
Lampiran 4. Data <i>Fitting</i> Model ARFIMA dan <i>Hybrid</i> ARFIMA-FTS Singh	55
Lampiran 5. Data <i>Testing</i> Model ARFIMA dan <i>Hybrid</i> ARFIMA-FTS Singh	58



BAB I PENDAHULUAN

Latar Belakang

Emas merupakan logam mulia yang memiliki nilai ekonomi tinggi serta berperan penting dalam menjaga kestabilan perekonomian global. Emas dijadikan sebagai sarana penyimpanan nilai (*store of value*) dan sering menjadi simbol kestabilan keuangan. Di banyak negara, emas juga sering dianggap sebagai aset aman (*safe haven*) karena kemampuannya melindungi kekayaan dari risiko seperti inflasi, pelemahan mata uang, dan kondisi ekonomi global yang tidak pasti (Judijanto et al., 2025). Secara global, pergerakan harga emas menunjukkan tren peningkatan yang signifikan dalam beberapa tahun terakhir. Berdasarkan data historis, harga emas dunia tercatat naik dari sekitar US\$1.268,49 per troy ounce ($\pm$ Rp581.000 per gram) pada tahun 2018 menjadi US\$1.800,10 per troy ounce ($\pm$ Rp860.000 per gram) pada tahun 2022 (Exchange Rates, 2025). Harga emas di Indonesia juga dipengaruhi oleh harga emas internasional yang erat kaitannya dengan nilai dolar Amerika Serikat, kebijakan suku bunga dari *Federal Reserve*, serta kondisi ekonomi global (Aprizal & Harahap, 2025). Dengan mempertimbangkan tingginya volatilitas harga dan pengaruh faktor ekonomi global yang kompleks, peramalan harga emas menjadi penting untuk membantu investor dan pembuat kebijakan memahami dinamika pasar serta meminimalkan risiko ketidakpastian ekonomi (World Gold Council, 2025).

Salah satu tantangan utama dalam melakukan peramalan harga emas adalah karakteristik datanya yang sering kali bersifat tidak stasioner dan nonlinear. Kondisi tersebut membuat proses analisis dan prediksi menjadi kompleks, karena pola pergerakan harga emas tidak selalu mengikuti tren yang stabil maupun konsisten dari waktu ke waktu. Untuk mengatasi permasalahan ini, berbagai metode statistik telah dikembangkan, salah satunya adalah *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Model ARIMA merupakan model gabungan dari model *Autoregressive* (p), *Integrated* (*differencing*) dan *Moving Average* (q). Model ini dikenal efektif dalam mengidentifikasi serta menggambarkan pola linear pada data deret waktu yang memiliki tren dan autokorelasi jangka pendek (Kontopoulou et al., 2023). Namun demikian, meskipun ARIMA efektif dalam menangkap hubungan linear, model ini memiliki keterbatasan dalam menghadapi pola *long memory* yang sering muncul dalam data keuangan. Untuk mengatasi kelemahan tersebut, dikembangkan model lanjutan yang dikenal sebagai *Autoregressive Fractional Integrated Moving Average* (ARFIMA), yaitu generalisasi dari ARIMA dengan konsep *differencing* dalam bentuk pecahan (*fractional differencing*).

Berbeda dengan model ARIMA yang membatasi nilai parameter *differencing* (d) pada bilangan bulat, ARFIMA memungkinkan d bernilai pecahan, sehingga memberikan fleksibilitas yang lebih besar dalam menggambarkan perilaku dinamis data. Keunggulan utama ARFIMA terletak pada kemampuannya dalam memodelkan karakteristik *long memory* secara lebih realistis



lingkan model ARIMA. Melalui estimasi parameter fraksional, ARFIMA mendeteksi tingkat keterkaitan antarobservasi yang terpisah jauh dalam entang waktu, sehingga memberikan gambaran yang lebih mendalam mengenai dinamika data ekonomi dan keuangan. Meskipun model ARFIMA unggul dalam menangkap pola linear *long memory*, model ini masih memiliki keterbatasan, yaitu kurang mampu menangkap pola nonlinear serta menghadapi tingkat ketidakpastian yang tinggi pada data keuangan. Harga emas merespons perubahan variabel ekonomi global seperti *real effective exchange rate* dan indeks ketidakpastian ekonomi secara nonlinear, sehingga menunjukkan bahwa pergerakan harga emas tidak sepenuhnya mengikuti pola linear (Bilgin, 2018). Hal ini menjelaskan bahwa model linear seperti ARFIMA menjadi kurang optimal ketika dihadapkan pada hubungan yang kompleks antarvariabel.

Keterbatasan yang dimiliki model ARFIMA mendorong pengembangan pendekatan *hybrid* yang memadukan keunggulan model linear dan model nonlinear untuk menghasilkan peramalan yang lebih akurat terhadap pola data yang kompleks. Salah satu pendekatan *hybrid* yang telah dikembangkan adalah *hybrid ARFIMA–Fuzzy Time series*, di mana ARFIMA berfungsi untuk menangkap struktur linear dan sifat *long memory*, sedangkan *Fuzzy Time series* digunakan untuk memodelkan pola nonlinear dari residu yang tidak dapat dijelaskan oleh model linear (Salman & Aboudi, 2022). Tahapan ini dimulai dengan estimasi parameter fraksional untuk mengidentifikasi *long memory*, kemudian residu ARFIMA digunakan sebagai input di *Fuzzy Time Series* untuk menangkap hubungan nonlinear.

Model *Fuzzy Time series* (FTS) didasarkan pada teori himpunan *fuzzy* (*fuzzy set theory*) yang diperkenalkan oleh Zadeh, kemudian diaplikasikan dalam bidang peramalan oleh Song dan Chissom. salah satunya oleh Singh yang memperkenalkan pembentukan relasi logika *fuzzy* antarperiode secara dinamis untuk menyesuaikan perubahan pola data. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode FTS Singh memiliki kinerja yang lebih akurat dibandingkan metode Chen, terutama karena kemampuannya menangkap variasi nilai antarperiode secara lebih adaptif (Rachim et al., 2020). Selanjutnya, model *hybrid ARFIMA–FTS* dinilai mampu menghasilkan peramalan yang lebih akurat dan stabil, sebagaimana ditunjukkan dalam penelitian Javedani Sadaei et al. (2016) yang menunjukkan bahwa kombinasi ARFIMA dan FTS efektif untuk meramalkan deret waktu dengan karakteristik *long memory*.

Sejumlah penelitian telah menunjukkan efektivitas pendekatan *hybrid ARFIMA–FTS* dalam meningkatkan akurasi peramalan dibandingkan dengan model tunggal. Pada penelitian Salman & Aboudi (2022), model *hybrid ARFIMA–FTS* terbukti secara signifikan lebih unggul dibandingkan model ARFIMA tunggal saat diterapkan pada data harian kasus Covid-19 di Irak, dengan tingkat kesalahan peramalan yang lebih rendah berdasarkan RMSE, MAPE, dan MAE. Temuan serupa juga diperoleh dalam penelitian yang dilakukan oleh Ahmed & Ibrahim (2025), yang menggunakan model *hybrid ARFIMA–FTS* untuk meramalkan harga komoditas pertanian. Hasil penelitian tersebut menunjukkan



model *hybrid* ARFIMA–FTS secara signifikan lebih unggul dibandingkan FUZZY-ARFIMA maupun ARFIMA tunggal, dengan tingkat kesalahan alan yang lebih rendah menurut kriteria RMSE, MAPE, dan MAE.

Model ARFIMA memiliki keunggulan dalam menangkap pola linear serta karakteristik *long memory* pada deret waktu, sedangkan model FTS *Singh* lebih efektif dalam merepresentasikan pola nonlinear dan ketidakpastian yang sering muncul pada data keuangan. Dengan mempertimbangkan kelebihan masing-masing metode, dilakukan penggabungan keduanya dalam bentuk model ***hybrid* ARFIMA–FTS *Singh*** untuk memperoleh hasil peramalan yang lebih akurat. Model *hybrid* ini diharapkan mampu memberikan peramalan yang lebih stabil, terutama dalam menangkap pola *long memory*, dengan meminimalkan kesalahan peramalan dibandingkan penggunaan masing-masing model secara terpisah.

1.2. Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan terbatas pada data historis harga emas selama periode Januari 2019 hingga Januari 2025.
2. Metode estimasi parameter *differencing* (d) yang digunakan adalah *Rescaled Range Statistics* (R/S).
3. Akurasi hasil peramalan dihitung menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mendapatkan estimasi parameter model ARFIMA terbaik untuk data harga emas periode Januari 2019 hingga Januari 2025.
2. Mendapatkan akurasi peramalan harga emas periode November 2023 hingga Januari 2025 menggunakan model *hybrid* ARFIMA-FTS *Singh*.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan kontribusi dalam pengembangan literatur mengenai metode *hybrid* peramalan deret waktu, khususnya *hybrid* ARFIMA dan FTS *Singh*.
2. Menjadi rujukan bagi peneliti selanjutnya yang ingin mengembangkan model *hybrid* lain atau memperluas aplikasinya pada komoditas maupun instrumen finansial yang berbeda.

1.5. Landasan Teori

1.5.1. Peramalan

Peramalan adalah perkiraan terhadap sesuatu yang akan datang pada waktunya, yang belum terjadi dan yang kehadirannya tidak dapat dikenal tanpa keraguan (Aritonang, 2002). Peramalan merupakan aspek penting dalam proses pengambilan keputusan (Montgomery & Johnson, 1998). Peramalan sulit untuk



n dengan baik dan dapat menghasilkan hasil yang optimal, hal ini
disebabkan oleh situasi kondisi yang dinamik. Sering terjadi bahwa perkiraan
yang dibuat tidak sinkron dengan kejadian sebenarnya. Salah satu konsekuensi
yang tidak diinginkan dari hal ini adalah peramalan yang telah disusun perlu
dimodifikasi mengingat semua efek negatif yang dimilikinya. Metode peramalan
kuantitatif dibedakan menjadi dua jenis yaitu metode regresi dan metode deret
waktu. Metode regresi digunakan untuk memprediksi nilai variabel dependen
berdasarkan perubahan pada variabel independen. Sebaliknya metode deret
waktu digunakan untuk memprediksi nilai masa depan dengan
mempertimbangkan hubungan antar nilai-nilai masa lalu (Islamiati, 2020).

1.5.2. *Time series*

Time series atau deret waktu adalah rangkaian data yang diorganisir
berdasarkan urutan waktu tertentu, mencerminkan kejadian-kejadian yang terjadi
pada titik waktu yang spesifik. Setiap pengamatan pada data deret waktu
memiliki keterkaitan atau korelasi dengan nilai variabel yang sama pada periode
sebelumnya (Pakkung et al., 2024). Dalam konteks deret waktu, peramalan
bertujuan untuk meramalkan kejadian-kejadian di masa depan dengan
memanfaatkan informasi dari data historis yang telah dikumpulkan. Analisis data
deret waktu adalah metode statistik yang digunakan untuk memperkirakan
probabilitas kondisi di masa depan, memberikan dasar yang kuat untuk
pengambilan keputusan yang lebih baik (Makridakis et al., 1999). Contoh data
deret waktu meliputi harga saham, nilai tukar mata uang, data inflasi, dan
berbagai jenis data ekonomi atau keuangan lainnya. Metode peramalan deret
waktu berfokus pada identifikasi pola-pola yang terdapat dalam data, dengan
tujuan untuk memproyeksikan nilai-nilai yang mungkin muncul di masa depan
berdasarkan pola-pola tersebut (Aswi, 2017).

1.5.3. *Stasioneritas*

Stasioneritas dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu stasioner dalam rata-rata
(*mean*) dan stasioner dalam variansi (Wei, 2006). Suatu data dikatakan stasioner
dalam rata-rata jika nilai rata-ratanya tetap atau tidak mengalami perubahan
signifikan dari waktu ke waktu, meskipun terdapat fluktuasi di sekitarnya.
Sebaliknya, stasioner dalam variansi berarti ragam atau variasi data tidak
berubah sepanjang waktu. Ciri umum dari data stasioner dapat dilihat melalui
plot deret waktu, di mana pola fluktuasinya relatif stabil. Jika ditinjau dari plot
autocorrelation function (ACF), maka nilai autokorelasi pada data stasioner
biasanya menurun secara cepat setelah beberapa *time lag*. Dengan kata lain,
suatu deret waktu dapat dikatakan stasioner bila struktur datanya tidak
mengalami perubahan pola dalam jangka waktu tertentu (Hyndman &
Athanasopoulos, 2018).

Sebelum melakukan pemodelan deret waktu, uji stasioneritas penting
dilakukan untuk memastikan ada atau tidaknya akar unit (*unit root*). Salah satu
uji yang umum digunakan adalah *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji ini



ikan untuk mendeteksi ada tidaknya akar unit dalam data, sehingga dapat itukan apakah deret waktu stasioner atau tidak.

sis uji ADF adalah sebagai berikut (Rosadi, 2012):

$H_0: \delta = 0$ (data memiliki akar unit, data tidak stasioner)

$H_1: \delta < 0$ (data tidak memiliki akar unit, data stasioner)

Statistik uji ADF adalah sebagai berikut :

$$t_{hitung} = \frac{\delta}{SE(\hat{\delta})} \quad (1)$$

Keterangan :

$\hat{\delta}$: Estimator *least square*.

$SE(\hat{\delta})$: *Standard error* dari estimasi parameter.

δ : Koefisien parameter yang diuji.

Kriteria uji adalah menolak H_0 apabila $t_{hitung} > t_{tabel}$ atau $p - value < \alpha$

Apabila hasil uji menunjukkan bahwa data tidak stasioner, maka perlu dilakukan *differencing*, yaitu menghitung selisih antara nilai data saat ini dan beberapa periode sebelumnya.

1.5.4. Uji Diagnostik Model

Pengujian diagnostik dilakukan untuk memastikan bahwa model yang diperoleh merupakan model yang paling sesuai untuk peramalan, dengan cara mengevaluasi apakah residual yang dihasilkan bersifat *white noise* (Makridakis & Wheelwright, 2008). Suatu deret waktu dikatakan bersifat *white noise* apabila setiap pengamatan bersifat saling bebas (tidak berkorelasi) dan memiliki variansi yang konstan sepanjang waktu (Hassani et al., 2025).

Sifat *white noise* ini dapat diuji melalui analisis korelasi residual antar pengamatan, yang dikenal sebagai uji *Ljung-Box* (Montgomery et al., 2008). Hipotesis uji *Ljung-Box* sebagai berikut:

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_t = 0$ (residual *white noise*)

H_1 : Minimal ada satu nilai $\rho_t \neq 0$, $t = 1, 2, \dots, T$ (residual tidak *white noise*)

Statistik uji *Ljung-Box* sebagai adalah berikut (Wei, 2006):

$$Q = T(T+2) \sum_{t=1}^h \frac{\hat{\rho}_t^2}{(T-t)} \quad (2)$$

Keterangan :

T : Jumlah observasi.

$\hat{\rho}_t^2$: Autokorelasi sampel residual pada *lag t*.

t : Jumlah *lag*.

h : *Lag* maksimum yang diuji

Kriteria uji adalah menolak H_0 apabila $Q > X^2$ atau $p - value < \alpha$.

Selain itu, dilakukan juga uji distribusi normal terhadap residual untuk memastikan bahwa residual telah memenuhi asumsi kenormalan. Salah satu uji distribusi normal adalah menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.



sis uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah sebagai berikut :

H_0 : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal

Status uji *Kolmogorov Smirnov* adalah sebagai berikut (Nwogu et al., 2025):

$$D = \max |F_0(Z_t) - S_t(Z_t)|, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

Keterangan :

$F_0(Z_t)$: Distribusi kumulatif relarif dari distribusi teoritis dibahah H_0 .

$S_t(Z_t)$: Distribusi frekuensi kumulatif pengamatan sebanyak sampel

Kriteria uji adalah menolak H_0 apabila $D_{hit} > D_{(\alpha; t)}$ atau $p - value < \alpha$.

1.5.5. Uji Linearitas

Uji linearitas bertujuan untuk mengetahui apakah hubungan antara variabel dalam suatu model bersifat linear atau mengandung unsur nonlinear. Salah satu metode yang umum digunakan untuk menguji hal tersebut adalah uji *Ramsey RESET*. Uji *RESET* memeriksa apakah penambahan bentuk nonlinear dari nilai prediksi dapat meningkatkan kemampuan model dalam menjelaskan data. Jika tidak terdapat peningkatan yang signifikan, maka model dianggap memiliki hubungan yang linear (Warsito & Dwi, 2004).

Hipotesis uji *Ramsey RESET* adalah sebagai berikut :

$H_0: \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$ (Bentuk hubungan linear)

H_1 : paling sedikit satu $\alpha_j \neq 0, j = 2, 3, \dots, k$ (Bentuk hubungan nonlinear)

Statistik uji *Ramsey RESET* adalah sebagai berikut (Warsito & Dwi, 2004):

$$RESET = \frac{(\hat{e}'\hat{e} - \hat{v}'\hat{v}) / (k - 1)}{(\hat{v}'\hat{v}) / (T - k)} \quad (4)$$

Kriteria uji adalah menolak H_0 apabila $RESET > F_{(k-1; T-k)}$ atau $p - value < \alpha$.

1.5.6. Model Autoregressive Fractional Integrated Moving Average

Model deret waktu dengan *long memory* pertama kali diperkenalkan oleh Hurst dan kemudian dikembangkan lebih lanjut oleh Hosking melalui model ARFIMA (Qian & Rasheed, 2004). Berbeda dengan model ARIMA yang menggunakan nilai *differencing* (d) berupa bilangan bulat untuk menangani *short memory*, model ARFIMA memperluas konsep ini dengan menggunakan d bernilai pecahan (bilangan riil), sehingga dapat menangani *long memory* pada data deret waktu. Dengan demikian, model ARFIMA merupakan bentuk perluasan dari model ARIMA, di mana nilai d tidak terbatas pada bilangan bulat saja, melainkan mencakup nilai-nilai riil yang mencerminkan adanya *long memory*. Model ARFIMA (p, d, q), ditunjukkan pada Persamaan (5) (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_q(B)e_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$



1a,

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \text{ dan } \theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

Keterangan :

t : Indeks waktu atau pengamatan ke- t .

d : Parameter *differencing* fraksional.

Z_t : Nilai variabel pada periode ke- t .

B : Operator *backshift*.

$(1 - B)^d$: Operator fraksional *differencing*.

$\phi_p(B)$: Polinomial *autoregressive* ke- p .

$\theta_q(B)$: Polinomial *moving average* ke- q .

ϕ_i : Parameter pada AR untuk $i = 1, 2, \dots, p$.

θ_j : Parameter pada MA untuk $j = 1, 2, \dots, q$.

e_t : Residual pada periode ke- t .

1.5.6.1. Identifikasi Long Memory

Long memory merupakan karakteristik data deret waktu yang memperlihatkan adanya *long memory* dalam strukturnya. Konsep ini erat kaitannya dengan *hurst exponent* atau indeks *Hurst*, yang pertama kali diperkenalkan oleh Harold Edwin Hurst, pada tahun 1951. Indeks *Hurst* digunakan untuk menilai sejauh mana suatu deret waktu dipengaruhi oleh nilai masa lalunya. Melalui indeks *Hurst*, dapat diketahui apakah suatu deret waktu bersifat acak, memiliki tren meningkat (positif), atau justru menurun (negatif) (Hurst, 1951).

Suatu proses deret waktu dikatakan memiliki *long memory* apabila ketergantungan beruntunnya (*serial dependence*) atau fungsi autokorelasinya (ACF) menurun lebih lambat dibandingkan dengan penurunan secara eksponensial (Peiris & Hunt, 2023). Qian & Rasheed (2004) menyebutkan bahwa untuk mendeteksi adanya *long memory*, statistik *Hurst* dapat dihitung melalui metode R/S. Hasil perhitungan tersebut memberikan gambaran mengenai karakteristik memori panjang data, sehingga mempermudah dalam mengidentifikasi pola dependensi dan menentukan sifat *long memory* suatu deret (Qian & Rasheed, 2004). Identifikasi *long memory* dengan menentukan nilai *Hurst* (H) diperoleh melalui perhitungan dengan metode *Rescaled Range Statistics* (R/S) dengan langkah-langkah sebagai berikut (Safitri et al., 2019):

1. Menghitung *mean*.

$$\bar{Z} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Z_t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (6)$$

2. Menghitung *adjusted mean*.

$$Z_t^{adj} = Z_t - \bar{Z}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (7)$$



Menghitung deviasi kumulatif.

$$Z_t^* = \sum_{t=1}^t Z_t^{adj}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (8)$$

4. Menghitung rentang deviasi kumulatif.

$$R_t = \max(Z_1, Z_2, \dots, Z_t) - \min(Z_1, Z_2, \dots, Z_t), \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (9)$$

5. Menghitung standar deviasi.

$$s_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Z_t - \bar{Z})^2}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (10)$$

6. Menghitung *Rescaled Range* (R/S).

$$\left(\frac{R}{S}\right)_t = \frac{R_s}{S_t}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (11)$$

7. Menentukan nilai *Hurst* (H) melalui statistik R/S dari data deret waktu.

$$\left(\frac{R}{S}\right)_t = c \cdot t^H, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (12)$$

$$\log\left(\frac{R}{S}\right)_t = \log c + H \log t \quad (13)$$

8. Selanjutnya nilai *Hurst* (H) dapat diperoleh menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS), dimana X_t dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$X_t = \log(t) \quad (14)$$

9. Sehingga nilai H dihitung menggunakan Persamaan (15).

$$H = \frac{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2} \quad (15)$$

dengan $Y_t = \log(R/S)_t$.

Indeks *Hurst* (H) memiliki rentang nilai antara 0 dan 1, dengan interpretasi sebagai berikut:

1. Jika $H = 0,5$, menunjukkan bahwa perilaku acak atau tidak adanya *long memory*.
2. Jika $H > 0,5$, menunjukkan bahwa kecenderungan positif atau dependensi *long memory*.
3. Jika $H < 0,5$, menunjukkan bahwa kecenderungan negatif.

Dengan demikian, ketika nilai $H > 0,5$, menandakan bahwa data memiliki pola *long memory*. Sebaliknya, jika $H < 0,5$, menandakan bahwa data memiliki kecenderungan terhadap pembalikan tren *short memory*.



1. Estimasi Parameter d

Estimasi parameter *differencing* (d) dalam model ARFIMA dapat diestimasi menggunakan *Metode Rescaled Range Statistics* (R/S). Metode R/S merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter *long memory* d pada suatu deret waktu. Selain metode GPH, metode R/S sering digunakan karena sifatnya yang sederhana namun cukup efektif dalam mendeteksi adanya *long memory* dalam data. Metode ini tidak hanya berfungsi untuk mendeteksi keberadaan *long memory*, tetapi juga dapat digunakan untuk mengestimasi nilai parameter d yang diperoleh menggunakan Persamaan (16) (Akbar & Kharisudin, 2018).

$$d_{R/S} = H - 0,5 \quad (16)$$

Nilai H pada Persamaan (16) merupakan nilai *Hurst* yang diperoleh dari tahap identifikasi *long memory* yang dirumuskan pada Persamaan (15). Dengan demikian, nilai H tidak hanya digunakan untuk mendeteksi keberadaan *long memory*, tetapi juga menjadi dasar dalam penentuan besar kecilnya parameter *differencing* fraksional d .

1.5.6.3. Fractional Differencing

ARFIMA membedakan dirinya dari ARIMA dengan kemampuannya untuk menggunakan nilai d yang mencakup bilangan riil, yang mengindikasikan adanya *long memory* dalam data. Model ARFIMA ini mampu mengatasi data yang menunjukkan pola *long memory* dengan lebih efektif dibandingkan ARIMA yang hanya dapat menangani data dengan *short memory* melalui bilangan bulat untuk d (Oktaviani & Rifai, 2024). Karakteristik data yang *fractionally integrated* untuk berbagai nilai d adalah sebagai berikut (Hosking, 1981):

1. $d \geq \frac{1}{2}$ menyatakan proses *long-memory* dan tidak stasioner.
2. $0 < d < \frac{1}{2}$ menyatakan proses *long-memory* dan stasioner dengan ketergantungan positif.
3. $-\frac{1}{2} < d < 0$ menyatakan proses *long-memory* dan stasioner dengan ketergantungan negatif.
4. $d = 0,1,2$ menyatakan proses *short memory*.

1.5.6.4. Estimasi Parameter Model

Identifikasi untuk model ARFIMA dilakukan dengan memperhatikan plot data deret waktu untuk melihat pola data. Model ARFIMA(p, d, q) terdiri atas tiga komponen, yaitu p yang merupakan orde dari proses *autoregressive*, d yang merupakan orde *differencing*, dan q yang merupakan orde dari proses *moving average* (Wei, 2006). Penentuan nilai p dan q dilakukan dengan mengamati pola *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF). Setelah orde model ditentukan, langkah selanjutnya adalah melakukan pendugaan parameter model. Salah satu metode yang digunakan untuk



iga parameter model AR(p) dan MA(q) adalah metode *Exact Maximum likelihood* (EML).

Metode EML pertama kali diperkenalkan oleh Sowell (1992) dan banyak digunakan dalam proses estimasi parameter model deret waktu dengan karakteristik *long memory*. Prinsip dasar metode EML adalah memaksimumkan fungsi *likelihood* yang dibentuk secara eksplisit berdasarkan struktur model ARFIMA, sehingga ketergantungan jangka panjang pada data dapat dimodelkan secara tepat. Setelah orde model ditetapkan, pendugaan parameter dilakukan berdasarkan notasi model seperti pada Persamaan (5). Dari Persamaan (5), residual dapat ditulis sebagai berikut.

$$e_t = \theta_q(B)^{-1} \phi_p(B)(1 - B)^d Z_t \quad (17)$$

Bentuk lebih rincinya dapat dituliskan pada Persamaan (18) sebagai berikut.

$$e_t = \frac{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d (Z_t - \mu)}{1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q} \quad (18)$$

Selanjutnya, diasumsikan bahwa residual e_t berdistribusi normal. Fungsi *likelihood* dari vektor $e = (e_1, e_2, \dots, e_T)$ didefinisikan sebagai berikut.

$$L(\phi, \theta, \sigma_e^2) = (2\pi\sigma_e^2)^{-\frac{T}{2}} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T e_t^2 \right) \quad (19)$$

Untuk memudahkan proses estimasi parameter, fungsi *likelihood* tersebut diubah ke bentuk *log-likelihood* dengan mengambil logaritma alami, sehingga diperoleh Persamaan (20) sebagai berikut.

$$\ln L(\phi, \theta, \sigma_e^2) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi\sigma_e^2) - \frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T e_t^2 \quad (20)$$

Dengan mensubstitusikan bentuk residual pada Persamaan (18) ke dalam fungsi *log-likelihood*, diperoleh fungsi *log-likelihood* lengkap dari parameter $(\phi, \theta, \sigma_e^2)$ sebagai berikut.

$$\ln L(\phi, \theta, \sigma_e^2) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi\sigma_e^2) - \frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T \left(\frac{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d (Z_t - \mu)}{(1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q)} \right)^2 \quad (21)$$

Kondisi maksimum dicapai ketika turunan pertama fungsi *log-likelihood* terhadap masing-masing parameter sama dengan nol. Dengan memisalkan residual e_t sebagaimana didefinisikan pada Persamaan (18), turunan pertama fungsi *log-likelihood* terhadap parameter *autoregressive* ditulis pada Persamaan (22) sebagai berikut.



$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T \frac{\partial}{\partial \phi_i} (e_t^2) = -\frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T 2e_t \frac{\partial e_t}{\partial \phi_i} \\
 \frac{\partial \ln L}{\partial \phi_i} &= -\frac{1}{\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T e_t \frac{\partial e_t}{\partial \phi_i} \\
 \frac{\partial e_t}{\partial \phi_i} &= -\frac{B^i(1-B)^d(Z_t - \mu)}{1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q} \\
 \frac{\partial \ln L}{\partial \phi_i} &= \frac{1}{\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T e_t \left(\frac{B^i(1-B)^d(Z_t - \mu)}{1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{22}$$

Selanjutnya, turunan fungsi *log-likelihood* terhadap parameter *moving average* ditulis pada persamaan (23) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} &= -\frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T \frac{\partial}{\partial \theta_j} (e_t^2) = -\frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T 2e_t \frac{\partial e_t}{\partial \theta_j} \\
 \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} &= -\frac{1}{\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T e_t \frac{\partial e_t}{\partial \theta_j} \\
 \frac{\partial e_t}{\partial \theta_j} &= -\frac{(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1-B)^d(Z_t - \mu)B^j}{(1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)^2} \\
 \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} &= \frac{1}{\sigma_e^2} \sum_{t=1}^T e_t \left(\frac{(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1-B)^d(Z_t - \mu)B^j}{(1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)^2} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{23}$$

Berdasarkan Persamaan (22) dan Persamaan (23), terlihat bahwa turunan fungsi *log-likelihood* terhadap parameter mengandung operator *fractional differencing* $(1-B)^d$ yang berasal dari residual pada Persamaan (18). Keberadaan operator ini menunjukkan bahwa pada metode EML, struktur *long memory* dimasukkan secara langsung ke dalam proses estimasi parameter melalui residual dan turunannya. Dengan demikian, EML untuk model ARFIMA secara eksplisit memperhitungkan ketergantungan jangka panjang data, sedangkan pada MLE untuk model ARMA atau ARIMA, komponen fraksional tersebut tidak muncul (Sowell, 1992).

1.5.6.5. Pengujian Parameter

Uji signifikansi parameter model dilakukan setelah estimasi orde untuk memastikan bahwa model yang diperoleh memadai. Dengan uji ini, dapat dinilai keakuratan model serta validitas prediksinya. Jika parameter-parameter tersebut signifikan, model dapat dianggap lebih tepat dalam merepresentasikan struktur data dan memberikan hasil peramalan yang lebih andal. Menurut Agresti (2006), signifikan parameter menentukan apakah parameter berpengaruh atau tidak di dalam model.



sis yang digunakan dalam pengujian parameter adalah sebagai berikut:
 sis untuk model AR(p)

$H_0: \phi_i = 0$ (parameter tidak signifikan terhadap model)

$H_1: \phi_i \neq 0$ (parameter signifikan terhadap model) dengan $i = 1, 2, \dots, p$

Hipotesis untuk model MA(q)

$H_0: \theta_j = 0$ (parameter tidak signifikan terhadap model)

$H_1: \theta_j \neq 0$ (parameter signifikan terhadap model) dengan $j = 1, 2, \dots, q$

Statistik uji:

Untuk model AR(p)

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}_i}{SE(\hat{\phi}_i)} \quad (24)$$

Untuk model MA(q)

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}_j}{SE(\hat{\theta}_j)} \quad (25)$$

Kriteria uji adalah menolak H_0 jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\alpha, db}$ atau $p - value < \alpha$.

1.5.7. Fuzzy Time series Singh

Menurut Singh (2007) sebuah *fuzzy set* adalah sebuah kelas atau golongan dari objek dengan sebuah rangkaian kesatuan dari derajat keanggotaan (*grade of membership*). Misalkan U adalah himpunan semesta dengan $U = \{u_1, u_2, \dots, u_T\}$ di mana u_t merupakan elemen pada semesta pembicaraan U . Variabel linguistik A_i yang didefinisikan pada semesta pembicaraan U ditunjukkan pada Persamaan (26) sebagai berikut.

$$A_i = \frac{\mu_{A_i}(u_1)}{u_1} + \frac{\mu_{A_i}(u_2)}{u_2} + \dots + \frac{\mu_{A_i}(u_T)}{u_T} \quad (26)$$

Fungsi μ_{A_i} merupakan fungsi keanggotaan dari himpunan fuzzy A_i yang memetakan setiap elemen pada semesta pembicaraan U ke dalam interval $[0, 1]$, yaitu $\mu_{A_i}: U \rightarrow [0, 1]$. Notasi $\mu_{A_i}(u_t)$ menyatakan derajat keanggotaan elemen u_t terhadap himpunan fuzzy A_i . Berikut adalah langkah-langkah dalam proses peramalan pada FTS Singh.

Langkah 1. Menentukan *universe of discourse* (semesta pembicaraan)

Setelah mengurutkan data historis maka didapat nilai maksimum dan minimum. Lalu menghitung *universe of discourse* ditunjukkan pada Persamaan (27).

$$U = [D_{min} - D_1; D_{max} + D_2] \quad (27)$$

Keterangan :

D_{min} : Data minimum.

D_{max} : Data maksimum.

D_1 : Bilangan positif sembarang pertama yang ditentukan.

D_2 : Bilangan positif sembarang kedua yang ditentukan.



Langkah 2. Menentukan panjang interval

semesta pembicara U dibagi kedalam beberapa interval dengan jarak yang sama dengan menetapkan panjang interval menggunakan Persamaan (28).

$$l = \frac{[(D_{max} + D_2) - (D_{min} - D_1)]}{k} \quad (28)$$

Nilai k merupakan banyaknya interval *fuzzy* yang ditentukan dengan menggunakan aturan *Sturges*, yaitu:

$$k = 1 + 3,322 \log_{10}(n) \quad (29)$$

Kemudian semesta pembicara U dibagi menjadi beberapa kelas sesuai panjang dan banyaknya interval yang diperoleh, maka setiap interval yang diperoleh dengan Persamaan (30).

$$\begin{aligned} u_1 &= [D_{min} - D_1, D_{min} - D_1 + l] \\ u_2 &= [D_{min} - D_1 + l, D_{min} - D_1 + 2l] \\ &\vdots \\ u_n &= [D_{min} - D_1 + (k - 1)l, D_{min} - D_1 + nl] \end{aligned} \quad (30)$$

Setelah diperoleh interval, maka dihitung nilai tengah dari setiap interval dengan persamaan (31).

$$m_n = \frac{d_n + d_{n+1}}{2} \quad (31)$$

Keterangan :

d_n : Batas interval minimum.

d_{n+1} : Batas interval maksimum.

Langkah 3. Mendefinisikan himpunan *fuzzy* pada U dan melakukan fuzzifikasi pada data historis yang diamati. Misalkan $A_1, A_2, \dots, A_n$ adalah himpunan *fuzzy* yang memiliki nilai linguistik dari satu variabel linguistik. Pendefinisian himpunan *fuzzy* adalah sebagai berikut:

$$A_1 = \{1/u_1, 0.5/u_2, 0/u_3, \dots, 0/u_p\}$$

$$A_2 = \{0.5/u_1, 1/u_2, 0.5/u_3, \dots, 0/u_p\}$$

$\vdots$

$$A_p = \{0/u_1, 0/u_2, 0/u_3, \dots, 0.5/u_{p-1}, 1/u_p\}$$

Di mana $u_i (i = 1, 2, \dots, p)$ adalah elemen dari himpunan semesta (U) dan bilangan yang diberi simbol “/” menyatakan derajat keanggotaan yang di mana nilainya adalah 0, 0.5, atau 1.

Langkah 4. Melakukan dan membuat tabel *Fuzzy Logical Relationship* (FLR) berdasarkan data yang diamati, di mana penentuan dilakukan berdasarkan nilai derajat keanggotaan menggunakan fungsi keanggotaan segitiga. Proses ini



Itkan fuzzifikasi data historis dan penetapan hubungan logika *fuzzy* dengan sebagai berikut:

adalah produksi *fuzzy* bulan $t - 1$ dan A_j adalah produksi bulan fuzzifikasi, maka hubungan logis *fuzzy* ditunjukkan pada Persamaan (32):

$$A_i \rightarrow A_j \quad (32)$$

Keterangan :

A_i : Keadaan saat ini.

A_j : keadaan berikutnya.

Selain aturan tersebut, ada beberapa notasi yang digunakan untuk proses fuzzifikasi dengan metode *Singh* yaitu:

- $[* A_i]$ adalah interval yang sesuai u_j keanggotaan dengan A_j adalah supremum (yaitu 1).
- $L[* A_i]$ adalah batas bawah dari interval u_j .
- $U[* A_i]$ adalah batas atas dari interval u_j .
- $\ell[* A_i]$ adalah panjang interval u_j yang keanggotaannya di A_j adalah supremum (yaitu 1).

Langkah 5. Membentuk *Fuzzy Logical Relationship Group* (FLGR)

Dari hasil tahap ke-4 lalu diklasifikasikan relasi logika *fuzzy* ke dalam kelompok kelompok dan hubungan yang sama lalu dikelompokkan menjadi satu grup, tanpa adanya pengulangan pada hubungan yang sama.

Langkah 6. Defuzzyfikasi

Defuzzyfikasi bertujuan untuk mengubah nilai *fuzzy* menjadi nilai prediksi. Pada tahap ini, nilai prediksi ditentukan berdasarkan hubungan logika *fuzzy* (FLRG) yang terbentuk. Misalkan nilai pada periode ke- t berada pada state *fuzzy* A_i dengan nilai tengah (*midpoint*) m_i . State A_i memiliki satu atau beberapa state konsekuen $A_{j_1}, A_{j_2}, \dots, A_{j_p}$ yang digunakan dalam proses *defuzzyfikasi*.

Jarak antara *midpoint state* sekarang dan *midpoint* masing-masing state konsekuen dihitung menggunakan Persamaan (33).

$$d_{ij} = |m_i - m_j| \quad (33)$$

Jarak yang telah diperoleh kemudian dikonversi menjadi bobot menggunakan Persamaan (34).

$$w_{ij} = \frac{1}{1 + d_{ij}} \quad (34)$$

Nilai prediksi diperoleh dengan menghitung rata-rata berbobot dari *midpoint state* yang terkait dalam FLRG. *Midpoint* tersebut dikalikan dengan bobot masing-masing, kemudian dijumlahkan dan dibagi dengan total bobotnya, seperti pada Persamaan (35).

$$\hat{e}_{FTS} = \frac{\sum_{j \in J} w_{ij} \cdot m_j}{\sum_{j \in J} w_{ij}} \quad (35)$$



ingan :

- : *State fuzzy* pada periode ke- t .
- : *State fuzzy* berikutnya dalam FLRG.
- : Jarak antar *midpoint state*.
- : Bobot berdasarkan jarak.
- : Nilai residual yang diprediksi oleh FTS *Singh*.

1.5.8. *Hybrid ARFIMA-FTS Singh*

Model *hybrid ARFIMA-FTS Singh* dibangun berdasarkan asumsi bahwa suatu deret waktu $\hat{Z}_{hybrid}$ dapat diuraikan menjadi dua komponen utama, yaitu komponen linear $\hat{Z}_{ARFIMA}$ dan komponen nonlinear $\hat{e}_{FTS}$. Pendekatan ini mengacu pada gagasan Zhang (2003) yang menyatakan bahwa performa peramalan dapat ditingkatkan dengan memodelkan hubungan linear dan nonlinear secara terpisah karena model linear secara tunggal sering kali gagal menangkap seluruh dinamika data. Dalam konteks ini, komponen linear $\hat{Z}_{ARFIMA}$ diperoleh dari hasil estimasi model ARFIMA, sedangkan komponen nonlinear $\hat{e}_{FTS}$ merepresentasikan pola sisaan (residual) yang belum dapat dijelaskan oleh model linear tersebut. Model *hybrid ARFIMA-FTS Singh* dapat dirumuskan seperti Persamaan (36) berikut (Zhang, 2003) .

$$\hat{Z}_{hybrid} = \hat{Z}_{ARFIMA} + \hat{e}_{FTS} \quad (36)$$

Keterangan :

- $\hat{Z}_{ARFIMA}$: Komponen linear hasil estimasi model ARFIMA.
- $\hat{e}_{FTS}$: Komponen nonlinear hasil estimasi model FTS *Singh*.

Pada tahap pertama, ARFIMA digunakan untuk menangkap pola linear sekaligus karakteristik *long memory* pada data. ARFIMA dipilih karena mampu merepresentasikan orde integrasi fraksional, sehingga lebih fleksibel dalam memodelkan data yang memiliki ketergantungan jangka panjang dibandingkan model ARIMA biasa (Hosking, 1981). Hasil estimasi ARFIMA menghasilkan nilai prediksi linear $\hat{Z}_{ARFIMA}$ dan residual e_t . Residual ini penting karena meskipun ARFIMA mampu menjelaskan sebagian besar pola linear, data deret waktu finansial seperti harga emas sering memiliki komponen nonlinear yang tidak bisa ditangkap oleh model linear. Oleh karena itu, residual e_t dipandang sebagai sinyal nonlinear yang harus dimodelkan lebih lanjut agar hasil peramalan menjadi lebih akurat.

Pada tahap kedua, residual tersebut kemudian dimodelkan FTS *Singh* untuk menangkap pola nonlinear yang tersisa. Metode FTS *Singh* mampu memetakan hubungan nonlinear melalui pendekatan linguistik dan aturan *fuzzy* yang fleksibel, sehingga efektif untuk menangani ketidakpastian dan dinamika nonlinear pada data deret waktu. Residual yang telah diproses FTS menghasilkan $\hat{e}_{FTS}$, yaitu komponen nonlinear yang menjadi pelengkap hasil prediksi ARFIMA. Dengan demikian, prediksi akhir model *hybrid* merupakan penjumlahan antara prediksi linear ARFIMA dan prediksi nonlinear hasil FTS *Singh*.



Pemilihan Model Peramalan Terbaik

Salah satu model peramalan terbaik bertujuan untuk menentukan model yang sesuai di antara beberapa alternatif yang ada. Model yang terlalu kompleks dapat menyebabkan *overfitting*, yaitu ketika model hanya cocok pada data *training* tetapi tidak mampu memprediksi data *testing* dengan baik. Sebaliknya, model yang terlalu sederhana dapat menyebabkan *underfitting*, karena tidak mampu menangkap pola penting dalam data. Oleh karena itu, dibutuhkan ukuran tertentu untuk menilai keseimbangan antara dua hal tersebut agar diperoleh model yang optimal (Höge et al., 2018).

Salah satu ukuran yang umum digunakan adalah *Akaike Information Criterion* (AIC). Kriteria ini diperkenalkan oleh Hirotugu Akaike sebagai metode untuk mengevaluasi model statistik dengan tujuan memperoleh tingkat keakuratan prediksi yang optimal. Metode ini digunakan untuk memilih model terbaik dengan meminimalkan model di bawah ini (Cryer & Chan, 2008).

$$AIC = -2\log L(\hat{\theta}) + 2M \quad (37)$$

Keterangan :

M : Jumlah parameter dalam model.

$L(\hat{\theta})$: Fungsi *likelihood* maksimum.

1.5.10. Akurasi Model Peramalan

Meskipun model peramalan dibangun dengan prosedur yang tepat, belum tentu model tersebut cocok dengan data secara akurat. Oleh karena itu, diperlukan ukuran untuk menilai kesesuaian antara hasil peramalan dan data aktual. Salah satu ukuran yang umum digunakan untuk mengukur tingkat kesalahan peramalan adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), yang mengukur besarnya kesalahan antara nilai aktual dan nilai hasil peramalan yang dinyatakan dalam bentuk persentase rata-rata kesalahan absolut. Rumus perhitungan MAPE ditunjukkan pada Persamaan (38) (Montgomery et al., 2015).

$$MAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|Z_t - \hat{Z}_t|}{Z_t} \times 100 \quad (38)$$

Kriteria nilai MAPE ditampilkan dalam Tabel sebagai berikut (Chang et al., 2007).

Tabel 1. Kriteria Peramalan

Nilai MAPE	Kriteria
< 10%	Kemampuan Peramalan Sangat Baik
10% – 20%	Kemampuan Peramalan Baik
20% – 50%	Kemampuan Peramalan Cukup Baik
> 50%	Kemampuan Peramalan Buruk

Selain MAPE, koefisien korelasi Pearson juga digunakan sebagai ukuran tambahan untuk menilai tingkat kekuatan hubungan linear antara hasil



alan dan nilai aktual. Penggunaan korelasi ini bertujuan untuk memberikan arah sejauh mana pola pergerakan hasil peramalan mengikuti pola data. Nilai korelasi Pearson dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Ammomo, 2024).

$$r_{Z_t \hat{Z}_t} = \frac{T \cdot \sum Z_t \hat{Z}_t - (\sum Z_t) \cdot (\sum \hat{Z}_t)}{\sqrt{\{T \cdot \sum Z_t^2 - (\sum Z_t)^2\} \cdot \{T \cdot \sum \hat{Z}_t^2 - (\sum \hat{Z}_t)^2\}}} \quad (39)$$

Keterangan :

Z_t : Nilai aktual pada waktu ke- t .
 $\hat{Z}_t$: Hasil peramalan pada waktu ke- t .
 T : Banyaknya pengamatan.

Tujuan dari uji korelasi *Pearson* adalah untuk mengetahui seberapa kuat hubungan antara dua variabel, yang dinyatakan melalui nilai koefisien korelasi (r). Kriteria tingkat hubungan dapat dilihat pada Tabel 2 (Jabnabillah & Margina, 2022).

Tabel 2. Kriteria Tingkat Hubungan Korelasi Pearson

Interval Koefisien	Tingkat Hubungan
0,00 – 0,199	Sangat Lemah
0,20 – 0,399	Lemah
0,40 – 0,599	Sedang
0,60 – 0,799	Kuat
0,80 – 1,000	Sangat Kuat

1.5.11. Harga Emas

Emas merupakan logam mulia yang memiliki nilai ekonomi tinggi serta berperan penting dalam menjaga kestabilan perekonomian global. Emas dijadikan sebagai sarana penyimpanan nilai (*store of value*) dan sering menjadi simbol kestabilan keuangan. Di banyak negara, emas juga sering dianggap sebagai aset aman (*safe haven*) karena kemampuannya melindungi kekayaan dari risiko seperti inflasi, pelemahan mata uang, dan kondisi ekonomi global yang tidak pasti (Judijanto et al., 2025). Ketika pasar keuangan mengalami tekanan atau krisis, harga emas cenderung meningkat karena permintaan terhadap aset aman (*safe haven demand*) melonjak (Beckmann et al., 2015).

Harga emas merupakan salah satu komoditas yang memiliki karakteristik *long memory* atau ketergantungan jangka panjang dalam pergerakan dan volatilitasnya (Wang et al., 2011). Sifat *long memory* ini berarti bahwa fluktuasi harga emas di masa lalu akan terus memberikan pengaruh terhadap dinamika harga di masa mendatang dalam jangka waktu yang lama. Dengan kata lain, perubahan harga emas tidak bersifat acak jangka pendek, melainkan memperlihatkan pola yang bertahan dan cenderung memiliki korelasi antarperiode yang menurun secara perlahan (Baillie et al., 1996).



BAB II METODOLOGI PENELITIAN

Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari situs resmi *Investing.com*. Data tersebut berupa harga emas (USD) dengan frekuensi mingguan, mencakup periode Januari 2019 hingga Januari 2025. Total data observasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah 317 data mingguan. Data tersebut dapat dilihat pada Lampiran 1.

2.2. Variabel Penelitian

Variabel yang diamati pada data harga emas adalah data deret waktu dengan periode mingguan. Adapun variabel yang digunakan dalam penelitian ini ditampilkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Variabel Respons dan Prediktor

Variabel	Keterangan	Deskripsi
t	Waktu	Waktu observasi (mingguan).
Z_t	Harga Emas	Harga penutupan mingguan emas dalam satuan USD per troy ounce.

2.3. Metode Analisis Data

Metode analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *hybrid* ARFIMA-FTS. Data dibagi menjadi dua bagian, yaitu data *training* dan data *testing*. Periode data *training* dimulai dari 6 Januari 2019 hingga 29 Oktober 2023, sedangkan periode data *testing* mulai dari 5 November 2023 hingga 26 Januari 2025. Pengolahan data dibantu dengan perangkat lunak *R-Studio*. Tahapan analisis data dalam penelitian ini ditampilkan sebagai berikut:

1. Analisis Deskriptif Data
 - A. Melakukan analisis deskriptif statistik.
 - B. Membuat plot data harga emas untuk melihat tren selama periode pengamatan.
2. Uji Stasioneritas

Melakukan uji stasioneritas dengan uji ADF untuk melihat kestasioneran dalam rata-rata sesuai Persamaan (1). Kriteria uji ADF adalah menolak H_0 apabila $t_{hitung} > t_{tabel}$ atau $p - value < \alpha$, yang berarti data tidak stasioner.
3. Pemodelan ARFIMA
 - A. Identifikasi *long memory* pada data deret waktu untuk mendeteksi adanya pola *long memory*. Nilai *long-memory* diestimasi melalui indeks *Hurst* (H) menggunakan metode *Rescaled Range Analysis* (R/S) sesuai Persamaan (6) hingga Persamaan (15).
Kriteria uji statistik *Hurst*:
 - Jika $0 < H < 0,5$, menunjukkan sifat *short memory*.
 - Jika $0,5 < H < 1$, menunjukkan sifat *long memory*.



Mengestimasi orde *differencing* (d) menggunakan Metode *Rescaled Range Statistics* (R/S) sesuai Persamaan (16).

Melakukan analisis ACF dan PACF untuk menentukan orde awal p dan q model ARFIMA.

- D. Mengestimasi parameter model ARFIMA(p, d, q) dilakukan berdasarkan data yang telah melalui proses *differencing* dengan nilai d yang telah diperoleh sebelumnya. Estimasi parameter dilakukan menggunakan metode *Exact Maximum Likelihood* (EML) untuk mendapatkan nilai parameter yang paling sesuai dan memilih model terbaik berdasarkan *Akaike Information Criterion* (AIC) sesuai Persamaan (37).
- E. Melakukan uji diagnostik residual, yang meliputi:
 - uji *white noise* sesuai Persamaan (2) untuk menguji apakah residual bersifat acak (*white noise*). Kriteria uji *white noise* adalah menolak H_0 apabila $Q > \chi^2$ atau $p - value < \alpha$ yang berarti residual tidak bersifat *white noise*.
 - Uji normalitas residual menggunakan *Kolmogorov-Smirnov* sesuai Persamaan (3), untuk menguji apakah residual berdistribusi normal. Kriteria uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah menolak H_0 apabila $D_{hit} > D_{(\alpha; t)}$ atau $p - value < \alpha$, yang berarti residual tidak berdistribusi normal.
4. Uji Linearitas
Melakukan uji linearitas dengan uji *Ramsey RESET* sesuai Persamaan (4) untuk menguji apakah residual bersifat linear atau tidak. Kriteria uji *Ramsey RESET* adalah menolak H_0 apabila $RESET > F_{(t-1, T-t)}$ atau $p - value < \alpha$, yang berarti residual mengandung unsur nonlinearitas.
5. Pemodelan *Fuzzy Time series Singh*
 - A. Menggunakan residual hasil model ARFIMA sebagai input untuk model FTS *Singh*.
 - B. Menentukan *universe of discourse* residual sesuai Persamaan (27) dan membaginya ke dalam beberapa interval sesuai Persamaan (28).
 - C. Membentuk himpunan *fuzzy* pada masing-masing interval dan mentransformasi residual ke dalam bentuk *fuzzy set* menggunakan fungsi keanggotaan triangular.
 - D. Menyusun *Fuzzy Logical Relationship* (FLR) dari residual *fuzzy* sesuai Persamaan (32) dan mengelompokkannya menjadi *Fuzzy Logical Relationship Group* (FLRG).
 - E. Menghasilkan peramalan residual menggunakan aturan *fuzzy* dan melakukan *defuzzyfikasi* sesuai Persamaan (33) hingga Persamaan (35).
6. Pembentukan Model *Hybrid ARFIMA-FTS Singh*
 - A. Menggabungkan hasil peramalan ARFIMA dengan peramalan residual FTS untuk membentuk model *hybrid* seperti pada Persamaan (36).



Mengevaluasi akurasi model *hybrid* dengan menghitung kesalahan peramalan menggunakan MAPE seperti pada Persamaan (38).
Mendapatkan hasil peramalan dari model *hybrid* ARFIMA-FTS *Singh*.