

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan salah satu negara dengan konsumsi rokok yang tinggi. Menurut Tobacco Atlas (2023), konsumsi rokok di Indonesia berada pada posisi ketiga tertinggi di dunia. Kondisi ini diperparah dengan terus meningkatnya prevalensi perokok aktif di Indonesia. Data Survei Kesehatan Indonesia (SKI) 2023 menunjukkan bahwa jumlah perokok aktif diperkirakan telah mencapai 70 juta orang, dengan 7,4% di antaranya merupakan perokok berusia 10–18 tahun. Berdasarkan Badan Pusat Statistik (BPS) Indonesia 2024, proporsi perokok di Indonesia mencapai sekitar 28,99%. Peningkatan signifikan juga terjadi pada kelompok anak dan remaja. Survei Kesehatan Indonesia 2023 mencatat bahwa kelompok usia 15–19 tahun merupakan perokok terbanyak (56,5%), disusul kelompok usia 10–14 tahun (18,4%).

Mengonsumsi rokok dan terkena paparan rokok memiliki dampak buruk bagi kesehatan (Sherman et al., 1991; Skurnik et al., 1998; Prasad et al., 2009; Edvardsson et al., 2012). Sherman et al. (1991) menjelaskan bahwa merokok merupakan penyebab kanker paru-paru, rongga mulut, laring, kandung kemih, dan panggul ginjal serta merupakan faktor penyebab berkembangnya kanker pankreas, lambung, leher rahim, hati, penis, dan rektum. Prasad et al. (2009) menyebut bahwa merokok berkontribusi pada patogenesis penyakit arteri koroner dan kematian mendadak. Mekanisme yang terlibat meliputi peningkatan aterosklerosis, trombosis koroner, kejang arteri, aritmia jantung, dan penurunan kapasitas pengangkutan oksigen oleh darah.

Mengonsumsi rokok merupakan suatu perilaku yang dapat menular ke orang yang lain. Nelson et al. (2011) menjelaskan bahwa anak-anak yang orang tuanya merokok secara signifikan lebih mungkin untuk merokok dibandingkan dengan anak-anak yang orang tuanya bukan perokok. Edvardsson et al. (2012) menjelaskan bahwa orang tua dan teman sebaya yang perokok atau bukan perokok memengaruhi perilaku dan niat anak-anak menjadi perokok melalui proses yang berbeda-beda. Hal ini menunjukkan bahwa lingkungan keluarga dan pergaulan memiliki peranan penting dalam membentuk perilaku merokok pada generasi muda.

Fenomena penularan perilaku merokok ini dapat disederhanakan dalam model matematika yang dapat dipelajari berdasarkan teori, alat dan metode yang telah ada.



Optimized using
trial version
www.balesio.com

Salah satu alat yang banyak digunakan dalam penelitian tentang fenomena ini. Dari tahun 1997 sampai sekarang, peneliti telah menggunakan model matematika dalam mempelajari individu terhadap suatu penularan perilaku merokok. Model ini didasarkan pada prinsip-prinsip teori penyebaran penyakit menular, seperti tingkat kontak, laju kelahiran, laju kematian, dan laju pemulihan. Kelompok-kelompok ini diintegrasikan ke dalam persamaan matematis. Model ini memberikan gambaran tentang seberapa cepat penularan perilaku merokok dalam suatu populasi.

Model perilaku merokok telah diteliti dengan beberapa kelompok. Model dengan tiga kelompok diteliti oleh Garsow et al. (1997), Zeb et al. (2018), dan Alzahrani et al. (2020) dengan kelompok potensial merokok - perokok berat - berhenti merokok. Model dengan empat kelompok diteliti oleh Sharomi et al. (2008), Alkhudhari et al. (2014). Jung et al. (2018) dengan kelompok potensial - perokok berat - berhenti sementara -berhenti permanen, Zaman et al. (2011), ur Rahman et al. (2019), Zhang et al. (2022) dengan kelompok potensial - kadang-kadang - perokok berat - berhenti permanen. Model dengan lima kelompok diteliti oleh Tabassum et al. (2020), Widayani et al. (2021) dengan kelompok potensial - kadang-kadang - perokok berat - berhenti sementara - berhenti permanen.

Dalam model merokok, fungsi tingkat kejadian memiliki peranan penting dalam menentukan kecepatan penularan. Pada penelitian sebelumnya, fungsi tingkat kejadian bilinear βSI seperti yang dilakukan oleh Alkhudhari et al. (2014), Ucar et al. (2019), Tabassum et al. (2020), Samad et al. (2020), Widayani et al. (2021), Alrabain et al. (2021), Singh et al. (2021), Zang et al. (2022), dan Habte et al. (2022), di mana tingkat infeksi terhadap individu rentan cukup tinggi. Menurut Li et al. (2014), fungsi tingkat kejadian bilinear dikembangkan dengan hukum aksi massa yang mana lebih tepat untuk penyakit yang penularannya cepat seperti influenza, covid19, dan lain-lain. Sedangkan, tingkat penularan setelah berkontak dalam model merokok cukup lambat sehingga fungsi bilinear kurang cocok digunakan.

Selanjutnya, penelitian ini melibatkan waktu tunda. Banyak penelitian yang telah melibatkan waktu tunda di antaranya Tipsri et al. (2015), Zeb et al. (2018), dan Avila et al. (2019). Pelibatan waktu tunda sangat penting dalam model dinamika populasi. Dalam dinamika populasi kecanduan rokok, dampak dari suatu perubahan populasi tidak terjadi secara instan, tetapi ada penundaan atau keterlambatan sebelum efeknya dirasakan. Misalnya, suatu kelompok yang rentan berinteraksi dengan kelompok kecanduan, efek perubahan perilaku tidak selalu langsung terjadi. Ada waktu yang diperlukan sebelum perubahan tersebut benar-benar memengaruhi kelompok rentan menjadi kelompok kecanduan. Waktu tunda ini dapat disebabkan oleh berbagai hal. Jadi, dengan adanya waktu tunda model dinamika populasi kecanduan rokok memberikan representasi yang lebih realistis tentang bagaimana populasi bereaksi terhadap perubahan serta dapat memberikan prediksi yang lebih akurat.

Sebagaimana uraian tersebut, penelitian ini menggunakan fungsi tingkat kejadian tipe Holling dengan kelompok rentan, kecanduan, berhenti sementara, berhenti permanen, dan tidak tertarik dengan merokok. Beberapa penelitian yang telah menggunakan fungsi ini yaitu Gao et al. (2006), Zhang et al. (2008), dan Zeb et al. (2018). Fungsi tingkat kejadian tipe Holling digunakan karena adanya efek muncul akibat perubahan perilaku individu rentan ketika jumlah. Pada saat kelompok rentan semakin besar, tidak secara signifikan meningkatkan kontak efektif meningkat secara proporsional, karena mengurangi interaksi atau memiliki batasan untuk berkontak. Penggunaan fungsi ini dianggap lebih relevan dibandingkan dengan fungsi bilinear.



Setelah model terbentuk, tahap penelitian dilanjutkan dengan analisis kestabilan untuk mengidentifikasi kondisi dimana sistem mencapai keadaan tanpa kecanduan atau justru mempertahankan keadaan endemik. Selanjutnya, dirancang strategi kontrol optimal yang meliputi bimbingan orang tua untuk mencegah individu memulai merokok serta pemberian terapi antinikotin untuk membantu menyembuhkan individu yang telah kecanduan. Kontrol optimal berperan dalam menentukan kombinasi intervensi terbaik guna meminimalkan jumlah individu dalam kelompok kecanduan dengan biaya yang minimum. Terakhir, simulasi numerik dilakukan untuk memverifikasi hasil analisis teoritis serta mengevaluasi efektivitas strategi kontrol dalam mengurangi kecanduan merokok pada periode waktu tertentu.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan permasalahan yang telah diuraikan, penelitian disertasi ini difokuskan pada pengembangan dan analisis model matematika kecanduan merokok dengan menggunakan fungsi tingkat kejadian tipe Holling. Oleh karena itu, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkonstruksi model matematika kecanduan merokok dengan fungsi tingkat kejadian tipe Holling yang menggambarkan dinamika perpindahan individu antar kelompok
 - a. Model kecanduan merokok dengan lima kelompok yaitu rentan, kadang-kadang, kecanduan, berhenti permanen, dan tidak tertarik dengan merokok?
 - b. Model kecanduan merokok dengan lima kelompok yaitu rentan, kecanduan, berhenti sementara, berhenti permanen, dan tidak tertarik dengan merokok serta melibatkan variabel kontrol?
 - c. Model kecanduan merokok dengan empat kelompok yaitu rentan, kecanduan, berhenti sementara, dan berhenti permanen, serta melibatkan waktu tunda.
2. Bagaimana keberadaan titik tetap, bilangan reproduksi dasar, dan kestabilan lokalnya setiap model?
3. Bagaimana pengaruh parameter, variabel kontrol, dan waktu tunda terhadap dinamika kecanduan merokok?
4. Bagaimana simulasi numerik setiap model?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian disertasi ini adalah



model kecanduan merokok dengan fungsi tingkat kejadian tipe
 li atas
 duan merokok dengan lima kelompok yaitu rentan, kadang-
 nduan, berhenti permanen, dan tidak tertarik merokok,
 duan merokok dengan lima kelompok yaitu rentan, kecanduan,
 entara, berhenti permanen, dan tidak tertarik merokok serta
 ariabel kontrol,

- c. Model kecanduan merokok dengan empat kelompok yaitu rentan, kecanduan, berhenti sementara, dan berhenti permanen, serta melibatkan waktu tunda.
2. Menentukan titik tetap dan bilangan reproduksi dasar model, dan menganalisis kestabilan titik tetap setiap model.
3. Menganalisis pengaruh parameter model, penerapan variabel kontrol, dan keberadaan waktu tunda terhadap dinamika kecanduan merokok.
4. Menginterpretasikan hasil simulasi numerik.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan berkontribusi dalam memberi pemahaman tentang dinamika populasi merokok melalui model matematika, membantu melihat perilaku sistem kecanduan sehingga upaya pencegahan dan penyembuhan dapat difokuskan dengan lebih efisien pada suatu kelompok, serta strategi pencegahan dan intervensi sebagai bentuk dukungan kepada pemerintah dalam pembuatan kebijakan untuk mengatasi masalah perokok dalam masyarakat.

1.5 Ruang Lingkup Penelitian

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, maka perlu diberikan batasan masalah dalam penelitian ini, yaitu sebagai berikut

1. Model melibatkan kelompok yang penting dalam kasus kecanduan rokok yaitu rentan, kadang-kadang, kecanduan, berhenti sementara, berhenti permanen, dan individu yang tidak memiliki ketertarikan dengan merokok,
2. Fungsi tingkat kejadian yang digunakan adalah fungsi tingkat kejadian tipe Holling. Fungsi ini diasumsikan bahwa interaksi kelompok rentan dan kecanduan tidak langsung membuat individu kelompok rentan menjadi individu kelompok kecanduan karena adanya efek penghambatan,
3. Pelibatan waktu tunda. Adanya waktu tunda dalam model merepresentasikan keterlambatan efek paparan individu perokok terhadap individu rentan.
4. Pelibatan kontrol optimal. Strategi kontrol optimal pada model diperlukan untuk meminimumkan jumlah kecanduan merokok dengan biaya yang efisien.

1.6 Kebaruan Penelitian

Penelitian tentang model kecanduan merokok merupakan topik yang telah banyak diteliti sebelumnya lebih banyak menggunakan fungsi tingkat kejadian untuk menggambarkan perubahan individu rentan menjadi individu kecanduan. Fungsi tingkat kejadian bilinear hanya mempertimbangkan interaksi antara individu yang rentan dengan kecanduan dalam penularannya. Zardsson et al. (2012) dalam kasus merokok individu rentan berkumpul dengan bukan perokok dapat menjadi faktor penularannya. Zeb et al. (2018) memperkenalkan fungsi tingkat kejadian dengan mempertimbangkan faktor penghambat dalam



penularannya. Model Zeb et al. (2018) hanya menggunakan tiga kelompok yaitu rentan – kecanduan – berhenti permanen. Hubungan antar kelompok cukup sederhana yaitu rentan dapat menjadi kecanduan dan kecanduan dapat menjadi berhenti permanen.

Kebaruan penelitian ini yaitu

1. Membangun dan menganalisis model baru yang mengintegrasikan kontrol optimal dan fungsi tingkat kejadian tipe Holling dengan lima kelompok yaitu rentan, kecanduan, berhenti sementara, berhenti permanen, dan tidak tertarik dengan merokok,
2. Membangun dan menganalisis model baru yang mengintegrasikan fungsi tingkat kejadian tipe Holling dengan lima kelompok yaitu rentan, kadang-kadang, kecanduan, berhenti permanen, dan tidak tertarik dengan merokok,
3. Membangun dan menganalisis model baru yang mengintegrasikan waktu tunda dengan fungsi tingkat kejadian tipe Holling dan empat kelompok yaitu rentan, kecanduan, berhenti sementara, dan berhenti permanen,
4. Simulasi numerik menggunakan data di provinsi Sulawesi Selatan.



BAB II

ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS MODEL SEIRZ PADA KECANDUAN MEROKOK di SULAWESI SELATAN

2.1. Abstrak

Dalam penelitian ini, dibangun dan dianalisis model baru kecanduan merokok dengan kelompok rentan, kecanduan, kadang-kadang, berhenti permanen, dan tidak tertarik merokok. Individu yang rentan dapat menjadi kecanduan merokok dengan menggunakan fungsi tingkat kejadian tipe Holling. Keberadaan titik tetap kecanduan dan tanpa kecanduan dipertimbangkan, kestabilan lokal dianalisis dengan menggunakan linierisasi, metode nilai eigen, dan kriteria Routh-Hurwitz. Bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) dihitung dengan menggunakan metode *the next generation matrix*. Berdasarkan analisis sensitivitas, laju transmisi memiliki efek paling positif terhadap $\mathcal{R}_0$ dan faktor penghambat memiliki efek paling negatif terhadap $\mathcal{R}_0$. Selanjutnya, jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka kestabilan titik tetap tanpa kecanduan adalah stabil asimtotik lokal, sedangkan jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka kestabilan titik tetap kecanduan adalah stabil asimtotik lokal. Berdasarkan data dari Provinsi Sulawesi Selatan, Indonesia, dilakukan simulasi numerik untuk memvisualisasikan dinamika jumlah individu di setiap kelompok. Hasil simulasi memperlihatkan bahwa untuk $\mathcal{R}_0 < 1$, jumlah individu pada kelompok kecanduan menurun menuju nol, sementara jumlah individu yang tidak tertarik merokok meningkat hingga mencapai titik tetap tanpa kecanduan. Sebaliknya untuk $\mathcal{R}_0 > 1$, jumlah individu pada kelompok kecanduan tetap ada meskipun menurun, sedangkan jumlah individu yang tidak tertarik merokok terus meningkat hingga stabil pada titik tetap kecanduan.

2.2. Pendahuluan

Sulawesi Selatan merupakan salah satu provinsi di Indonesia dengan prevalensi perokok yang cukup tinggi. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (2024) merilis hasil riset kesehatan dasar pada penduduk di Sulawesi Selatan, yaitu proporsi perokok setiap hari sebesar 20,6%, perokok kadang-kadang sebesar 3%, mantan perokok sebesar 3,6%, dan bukan perokok sebesar 72,8%. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (2023), jumlah perokok di Sulawesi Selatan selama 15 tahun pada tahun 2023 sebesar 24,24% dari total penduduk. Salah satu penyebab tingginya jumlah perokok di Sulawesi Selatan adalah masyarakat dengan mudah memperoleh rokok di toko-toko dengan harga yang terjangkau.

Merokok memiliki dampak negatif terhadap kesehatan (Jensen et al., 2007; West, 2017; Vineis, 2008; Carbone et al., 2005; Azad et al., 2011). Jensen (2007) merokok merusak kualitas hidup dan berhenti merokok dapat meningkatkan kualitas hidup selain mengurangi risiko kanker baru. West (2017) perilaku merokok dengan konsekuensi kesehatan yang merugikan memberikan dukungan perilaku serta farmakologis dapat meningkatkan keberhasilan upaya berhenti merokok. Vineis (2008), dalam perkiraan bahwa sekitar sepertiga dari kematian yang disebabkan oleh penyakit pernapasan, sepertiga



disebabkan oleh kanker, dan sepertiga disebabkan oleh penyakit kardiovaskular dan sebagian besar pengguna tembakau di masa depan akan berada di negara-negara berpenghasilan rendah. Carbone et al. (2005) memberikan gambaran umum mengenai tantangan kesehatan yang dihadapi oleh perokok rasional dengan mempertimbangkan peran persepsi dalam dampak langsung dari kualitas hidup akibat merokok dan risiko kematian yang lebih cepat. Azad et al. (2011) menunjukkan bahwa merokok berhubungan dengan kesehatan yang buruk dan penanda kesehatan mental di kalangan remaja.

Model perilaku merokok telah diteliti dengan melibatkan beberapa kelompok. Model dengan tiga kelompok (perokok potensial - perokok berat - berhenti permanen) telah diteliti oleh beberapa peneliti; sebagai contoh, lihat (Zeb et al., 2018; Alzahrani, 2020). Zeb et al. (2018) menganalisis perilaku dinamis model PSQ dalam bentuk persamaan diferensial tunda dan menunjukkan kondisi kestabilan titik tetap. Alzahrani dan Zeb (2020) membahas tentang model stokastik PSQ, dan dibahas ambang batas model pada saat noise. Model dengan empat kelompok (Sharomi et al., 2008; Alkhudhari, 2014; Jung et al., 2018) dengan kelompok: potensial - perokok berat - berhenti sementara - berhenti permanen. Sharomi (2008) membangun model dengan tingkat kejadian standar dan menunjukkan bahwa perokok terkendali pada ambang batas kurang dari satu dan tidak terkendali jika ambang batas melebihi satu. Alkhudhari (2014) mempelajari model dengan berhenti sementara dan menunjukkan kestabilan titik tetapnya. Jung (2018) membahas model matematika dengan efek rokok elektrik pada penghentian merokok. Model dengan lima kelompok (potensial - sesekali - perokok berat - berhenti sementara - berhenti permanen) diteliti oleh (Tabassum, 2020; Widayani, 2021). Tabassum (2020) menyelesaikan model merokok dengan skema Evolutionary Padé Approximation (EPA). Widayani (2021) membahas model merokok dengan kontrol yaitu kampanye anti rokok, permen karet nikotin, dan pengobatan, serta menunjukkan bahwa program ini dapat meminimalisir jumlah perokok.

Kecanduan merokok di masyarakat merupakan masalah yang rumit untuk dipecahkan. Dinamika penyebaran merokok dapat disederhanakan dalam model matematika sebagai upaya untuk memahami perilaku dinamika tersebut dan menawarkan strategi untuk meminimalkan jumlah perokok. Dalam penelitian ini, dipertimbangkan fungsi tingkat kejadian tipe Holling dalam mekanisme transmisi dengan lima kelompok yaitu rentan, kadang-kadang, kecanduan, berhenti permanen, dan tidak tertarik untuk merokok. Keberadaan dan kestabilan titik tetap kecanduan dan tanpa kecanduan dibahas dalam model ini. Kestabilan titik tetap pada daerah model dianalisis dengan menggunakan metode nilai eigen, uji kestabilan Routh-Hurwitz, dan



dasar. Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui pengaruh terhadap $\mathcal{R}_0$. Selanjutnya, simulasi dilakukan untuk memvalidasi menggunakan data di Sulawesi Selatan, Indonesia.

an

in ini, diawali dengan mengembangkan model penyebaran

kecanduan merokok, di mana populasi dibagi menjadi lima kelompok yaitu rentan, kadang-kadang, kecanduan, berhenti permanen, dan tidak tertarik merokok. Model tersebut merupakan sistem persamaan diferensial tak linier dan sulit untuk diselesaikan secara analitik, maka digunakan metode pendekatan untuk melinierkan model di sekitar titik tetap dengan bantuan matriks Jacobian. Dari matriks Jacobian tersebut dianalisis kestabilan lokal dari titik tetap dengan menentukan nilai eigen yang diperoleh dari persamaan karakteristik dan menggunakan uji kestabilan Routh-Hurwitz.

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan menggunakan metode *the next-generation matrix*, yang digunakan sebagai indikator penyebaran kecanduan merokok di masyarakat. Selanjutnya, analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui pengaruh positif atau negatif dari parameter model terhadap penyebaran kecanduan merokok dan parameter mana yang berpengaruh dominan. Hasil analisis dikonfirmasi melalui simulasi berdasarkan beberapa data populasi provinsi Sulawesi Selatan, Indonesia.

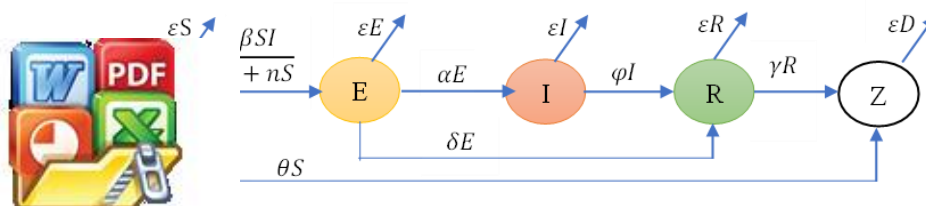
2.4. Hasil Analisis

2.4.1. Model Kecanduan Merokok

Dalam pembentukan model penyebaran kecanduan rokok, populasi dibagi menjadi 5 kelompok yaitu: Rentan (S), Kecanduan (I), Kadang-kadang (E), Berhenti Permanen (R), dan Tidak Tertarik Merokok (Z). Dalam menyederhanakan model untuk penyebaran kecanduan merokok, diberikan asumsi sebagai berikut :

- S menyatakan kelompok individu yang rentan kecanduan merokok dengan kriteria belum pernah merokok namun memiliki kesempatan untuk merokok,
- E menyatakan kelompok individu yang kadang-kadang merokok, namun tidak dapat menularkan kecanduan merokok,
- I menyatakan kelompok individu yang kecanduan merokok dan dapat menularkan kepada individu lain,
- R menyatakan kelompok individu yang berhenti permanen merokok dan tidak dapat menjadi rentan atau kecanduan kembali,
- Z menyatakan kelompok individu yang tidak tertarik merokok.

Dari asumsi tersebut dapat dibuatkan diagram alur model matematika untuk penyebaran kecanduan merokok, sebagai berikut:



Gambar 2.1. Diagram alur model SEIRZ

Berdasarkan asumsi dan Gambar 2.1, maka model matematika yang terbentuk

adalah:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS(t)}{dt} &= \rho - \frac{\beta S(t)I(t)}{1 + nS(t)} - (\varepsilon + \theta)S(t), \\
 \frac{dE(t)}{dt} &= \frac{\beta S(t)I(t)}{1 + nS(t)} - (\varepsilon + \delta + \alpha)E(t), \\
 \frac{dI(t)}{dt} &= \alpha E(t) - (\varepsilon + \varphi)I(t), \\
 \frac{dR(t)}{dt} &= \delta E(t) + \varphi I(t) - (\varepsilon + \gamma)R(t), \\
 \frac{dZ(t)}{dt} &= \gamma R(t) + \theta S(t) - \varepsilon Z(t),
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

di mana $S(t) \geq 0$, $E(t) \geq 0$, $I(t) \geq 0$, $R(t) \geq 0$, $Z(t) \geq 0$, dan $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t) + Z(t)$ adalah total populasi.

Keterangan variabel dan parameter model tersebut dapat dilihat dari tabel berikut.

Tabel 2.1. Deskripsi parameter model SEIRZ

Parameter	Keterangan	Satuan
ρ	: Jumlah individu baru yang rentan	Orang/tahun
n	: Faktor penghambat transisi rentan ke kecanduan	1/orang
β	: Laju efektivitas kontak	1/(orang $\times$ tahun)
θ	: Laju individu rentan ke tak tertarik merokok	1/tahun
γ	: Laju individu berhenti permanen ke tak tertarik merokok	1/tahun
δ	: Laju individu kadang-kadang merokok ke berhenti permanen	1/tahun
α	: Laju individu kadang-kadang merokok ke kecanduan	1/tahun
φ	: Laju individu kecanduan ke berhenti permanen	1/tahun
ε	: Laju kematian alami	1/tahun

2.4.2. Titik Tetap

Pada bagian ini ditentukan titik tetap model (2.1). Untuk mendapatkan titik tetap, model (2.1) harus memenuhi



$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{dE(t)}{dt} = \frac{dI(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} = \frac{dZ(t)}{dt} = 0,$$

persamaan berikut

$$\rho - \frac{\beta SI}{1 + nS} - (\varepsilon + \theta)S = 0, \tag{2.2}$$

$$\frac{\beta SI}{1 + nS} - (\varepsilon + \delta + \alpha)E = 0, \quad (2.3)$$

$$\alpha E - (\varepsilon + \varphi)I = 0, \quad (2.4)$$

$$\delta E + \varphi I - (\varepsilon + \gamma)R = 0, \quad (2.5)$$

$$\gamma R + \theta S - \varepsilon Z = 0. \quad (2.6)$$

Penyelesaian sistem persamaan (2.2)–(2.6) menghasilkan dua titik tetap, yaitu titik tetap tanpa kecanduan dan titik tetap kecanduan. Titik tetap tanpa kecanduan yaitu

$$T_0(S_0, E_0, I_0, R_0, Z_0) = \left(\frac{\rho}{\varepsilon + \theta}, 0, 0, 0, \frac{\theta \rho}{\varepsilon(\varepsilon + \theta)} \right) \quad (2.7)$$

dan titik tetap kecanduan yaitu

$$T^*(S^*, E^*, I^*, R^*, Z^*) \quad (2.8)$$

dengan

$$S^* = \frac{(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi)}{\alpha\beta - n(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi)},$$

$$I^* = \frac{(\alpha\beta\rho - (\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi))(1 + nS^*)}{(\alpha\beta - n(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi))\beta S^*},$$

$$E^* = \frac{(\varepsilon + \varphi)I^*}{\alpha}, R^* = \frac{\delta E^* + \varphi I^*}{(\varepsilon + \gamma)}, Z^* = \frac{\gamma R^* + \theta S^*}{\varepsilon}.$$

2.4.3. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar untuk model (2.1) dihitung dengan menggunakan *the next generation matrix*. Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari nilai eigen dominan dari matriks FV^{-1} yang didefinisikan sebagai

$$FV^{-1} = \left[\frac{\partial \mathcal{F}_i(E_0)}{\partial x_j} \right] \left[\frac{\partial \mathcal{V}_i(E_0)}{\partial x_j} \right]^{-1},$$

di mana $\mathcal{F}_i$ menunjukkan tingkat kemunculan infeksi baru di kelompok I , $\mathcal{V}_i$ fungsi yang menunjukkan transfer infeksi dari suatu kelompok I ke kelompok lain, dan T_0 adalah titik tetap tanpa kecanduan (Driessche et al., 2002).

Dari model (2.1) dituliskan kembali persamaan kelas merokok yaitu

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{\beta S(t)I(t)}{1 + nS(t)} - (\varepsilon + \delta + \alpha)E(t), \frac{dI(t)}{dt} = \alpha E(t) - (\varepsilon + \varphi)I(t).$$

Berdasarkan sistem tersebut, diperoleh fungsi $\mathcal{F}_i$ dan $\mathcal{V}_i$ sebagai berikut

$$\mathcal{F}_i = \begin{bmatrix} \frac{\beta S(t)I(t)}{1 + nS(t)} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathcal{V}_i = \begin{bmatrix} (\varepsilon + \delta + \alpha)E(t) \\ -\alpha E(t) + (\varepsilon + \varphi)I(t) \end{bmatrix}.$$

di fungsi $\mathcal{F}_i$ dan $\mathcal{V}_i$ yang dievaluasi terhadap titik tetap tanpa



$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta \rho}{\varepsilon + \theta + n\rho} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} \varepsilon + \delta + \alpha & 0 \\ -\alpha & \varepsilon + \varphi \end{bmatrix},$$

$$MN^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\beta\rho}{(\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi)} & \frac{\beta\rho}{(\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \varphi)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari nilai eigen dominan dari matriks MN^{-1} , yaitu

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\alpha\beta\rho}{(\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi)} > 0.$$

2.4.4. Analisis Sensitivitas

Tujuan dari analisis sensitivitas adalah untuk memastikan bagaimana parameter model (2.1) memengaruhi angka $\mathcal{R}_0$.

Definisi 2.1. Normalisasi indeks sensitivitas diperoleh dengan normalisasi dari variabel V yang terdiferensial pada parameter p , didefinisikan sebagai berikut:

$$C_P^V = \frac{P \cdot \partial V}{V \cdot \partial P},$$

di mana V adalah variabel yang akan dianalisis dengan P adalah parameter (Chitnis et al., 2008).

Variabel yang diukur adalah $\mathcal{R}_0$ terhadap parameter yang memengaruhi model (2.1). Pengaruh parameter terhadap nilai $\mathcal{R}_0$ dapat diketahui dengan mengukur indeks sensitivitas parameter menggunakan Definisi 2.1. Nilai positif indeks sensitivitas berarti peningkatan parameter meningkatkan nilai $\mathcal{R}_0$ dan nilai negatif indeks sensitivitas berarti peningkatan parameter menurunkan nilai $\mathcal{R}_0$. Tabel 2.2 menampilkan hasil analisis sensitivitas.

Tabel 2.2. Indeks sensitivitas model SEIRZ

Parameter	Indeks Sensitivitas
ρ	$C_\rho^{\mathcal{R}_0} = \frac{\varepsilon + \theta}{\varepsilon + \theta + n\rho} > 0$
n	$C_n^{\mathcal{R}_0} = \frac{-n\rho}{\varepsilon + \theta + n\rho} < 0$
β	$C_\beta^{\mathcal{R}_0} = 1 > 0$
θ	$C_\theta^{\mathcal{R}_0} = \frac{-\theta}{\varepsilon + \theta + n\rho} < 0$
γ	$C_\gamma^{\mathcal{R}_0} = 0$
δ	$C_\delta^{\mathcal{R}_0} = \frac{-\delta}{\varepsilon + \delta + \alpha} < 0$
	$C_\alpha^{\mathcal{R}_0} = \frac{\varepsilon + \delta}{\varepsilon + \delta + \alpha} > 0$
	$C_\varphi^{\mathcal{R}_0} = \frac{-\varphi}{\varepsilon + \varphi} < 0$
	$C_\varepsilon^{\mathcal{R}_0} = -\varepsilon \left(\frac{1}{\varepsilon + \theta + n\rho} + \frac{1}{\varepsilon + \delta + \alpha} + \frac{1}{\varepsilon + \varphi} \right) < 0$



Jika indeks sensitivitasnya positif, maka sebuah parameter memiliki hubungan positif dengan $\mathcal{R}_0$ dan jika indeks sensitivitasnya negatif, maka sebuah parameter memiliki hubungan negatif dengan $\mathcal{R}_0$. Dari Tabel 2.2, indeks sensitivitas β , ρ , dan α bernilai positif sehingga parameter-parameter tersebut memiliki hubungan positif dengan $\mathcal{R}_0$ dan indeks sensitivitas $n, \theta, \delta, \varphi$ dan ε bernilai negatif sehingga parameter-parameter tersebut memiliki hubungan negatif dengan $\mathcal{R}_0$, sedangkan indeks sensitivitas γ bernilai 0 sehingga tidak berpengaruh terhadap nilai $\mathcal{R}_0$.

2.4.5. Analisis Kestabilan

Pada bagian ini, analisis kestabilan titik tetap model dituliskan dalam teorema berikut.

Teorema 2.1. *Titik tetap tanpa kecanduan T_0 (2.7) model (2.1) adalah stabil asimtotik lokal, jika $\mathcal{R}_0 < 1$, dan tidak stabil jika $\mathcal{R}_0 > 1$.*

Bukti. Matriks Jacobi model (2.1) yang dievaluasi pada titik tetap tanpa kecanduan T_0 sebagai berikut

$$J_{T_0} = \begin{bmatrix} -(\varepsilon + \theta) & 0 & -\frac{\beta\rho}{\varepsilon + \theta + n\rho} & 0 & 0 \\ 0 & -(\varepsilon + \delta + \alpha) & \frac{\alpha\beta\rho}{\varepsilon + \theta + n\rho} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\varepsilon + \varphi) & 0 & 0 \\ 0 & \delta & \varphi & -(\varepsilon + \gamma) & 0 \\ \theta & 0 & 0 & \gamma & -\varepsilon \end{bmatrix}.$$

Persamaan karakteristik J_{T_0} yaitu

$$f(\lambda) = (\lambda + \varepsilon)(\lambda + \varepsilon + \gamma)(\lambda + \varepsilon + \theta)(\lambda^2 + \xi_1\lambda + \xi_2), \quad (2.9)$$

di mana $k_1 = (\varepsilon + \delta + \alpha + \varepsilon + \varphi) > 0$ dan $k_2 = (\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) - \frac{\alpha\beta\rho}{\varepsilon + \theta + n\rho}$.

Dari persamaan (2.9), diperoleh $\lambda_1 = -\varepsilon$, $\lambda_2 = -(\varepsilon + \gamma)$, dan $\lambda_3 = -(\varepsilon + \theta)$. Jika $\mathcal{R}_0 = \frac{\alpha\beta\rho}{(\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi)} < 1$, maka $k_2 = (\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) - \frac{\alpha\beta\rho}{\varepsilon + \theta + n\rho} > 0$. Karena $k_1, k_2 > 0$, menurut kriteria Routh-Hurwitz (Chitnis, et al., 2008), diperoleh $Re(\lambda_4) < 0$ dan $Re(\lambda_5) < 0$. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka bagian real dari semua nilai eigen dari matriks Jacobi J_{T_0} adalah negatif sehingga kestabilan titik tetap tanpa kecanduan T_0 model (2.1) adalah stabil asimtotik lokal.

Teorema 2.2. *Titik tetap kecanduan T^* (2.8) model (2.1) adalah stabil asimtotik lokal, jika $\mathcal{R}_0 > 1$.*

Bukti. Matriks Jacobi model (2.1) yang dievaluasi pada titik tetap kecanduan T^*



$$\begin{bmatrix} \frac{\gamma^2}{nS^{*2}} + \varepsilon + \theta & 0 & -\frac{\beta S^*}{1 + nS^*} & 0 & 0 \\ \frac{\beta I^*}{nS^{*2}} & -(\varepsilon + \delta + \alpha) & \frac{\beta S^*}{1 + nS^*} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\varepsilon + \varphi) & 0 & 0 \\ 0 & \delta & \varphi & -(\varepsilon + \gamma) & 0 \\ \theta & 0 & 0 & \gamma & -\varepsilon \end{bmatrix}.$$

Persamaan karakteristik J_{T^*} yaitu

$$f(\lambda) = (\lambda + \mu)(\lambda + \varepsilon + \gamma)(\lambda^3 + k_1\lambda^2 + k_2\lambda + k_3), \quad (2.10)$$

di mana $a = \frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta > 0$, $b = (\varepsilon + \delta + \alpha) > 0$, $c = (\varepsilon + \varphi) > 0$,

$d = \frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} > 0$, $e = \frac{\beta S^*}{(1+nS^*)} > 0$, $k_1 = a + b + c$, $k_2 = ab + ac + bc - ae$, dan $k_3 = abc + dea - aea$.

Dari persamaan (2.10), diperoleh $\lambda_1 = -\mu$ dan $\lambda_2 = -(\varepsilon + \gamma)$. Jika

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\alpha\beta\rho}{(\varepsilon+\theta+n\rho)(\varepsilon+\delta+\alpha)(\varepsilon+\varphi)} > 1, \text{ diperoleh } \alpha\beta\rho - (\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) > 0.$$

Karena $(\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) > 0$,

$(\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) > n\rho(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi)$ dan diketahui bahwa

$\alpha\beta\rho - (\varepsilon + \theta + n\rho)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) > 0$, maka diperoleh

$\alpha\beta\rho - n\rho(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) > 0$ dan $\alpha\beta - n(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) > 0$, sehingga

$$S^* = \frac{(\varepsilon+\delta+\alpha)(\varepsilon+\varphi)}{\alpha\beta - n(\varepsilon+\delta+\alpha)(\varepsilon+\varphi)} > 0 \text{ dan } I^* = \frac{(\alpha\beta\rho - (\varepsilon+\theta+n\rho)(\varepsilon+\delta+\alpha)(\varepsilon+\varphi))(1+nS^*)}{(\alpha\beta - n(\varepsilon+\delta+\alpha)(\varepsilon+\varphi))\beta S^*} > 0.$$

Selanjutnya untuk memeriksa nilai eigen λ_3 , λ_4 , dan λ_5 akan ditunjukkan bahwa $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $k_3 > 0$, dan $k_1k_2 > k_3$. Perhatikan bahwa

$$k_1 = a + b + c = \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right) + (\varepsilon + \delta + \alpha) + (\varepsilon + \varphi) > 0 \text{ dan}$$

$$k_2 = ab + ac + bc - ae = \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right)(\varepsilon + \delta + \alpha) + \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right)(\varepsilon + \varphi) + (\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) - \frac{\alpha\beta S^*}{1+nS^*}.$$

Karena $\frac{\alpha\beta S^*}{1+nS^*} = (\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi)$ maka $bc - ae = 0$, diperoleh

$$k_2 = \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right)(\varepsilon + \delta + \alpha) + \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right)(\varepsilon + \varphi) = (ab + ac) > 0,$$

$$k_3 = abc + dea - aea$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right)(\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) + \frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} \frac{\alpha\beta S^*}{(1+nS^*)} \\ &\quad - \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right) \frac{\beta S^*}{(1+nS^*)} \alpha \\ &= \left(\frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} + \varepsilon + \theta\right) \left((\varepsilon + \delta + \alpha)(\varepsilon + \varphi) - \frac{\alpha\beta S^*}{(1+nS^*)} \right) \\ &\quad + \frac{\beta I^*}{(1+nS^*)^2} \frac{\beta S^*}{(1+nS^*)} \alpha \\ &= dea > 0, \end{aligned}$$

$$\therefore (ab + ac) = (a + c)(ab + ac) + ab^2 + (\varepsilon + \theta)bc + dbc.$$

a $k_1k_2 = (a + c)(ab + ac) + ab^2 + (\varepsilon + \theta)bc + dea$. Diketahui

a $k_1k_2 > k_3$. Karena $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $k_3 > 0$, dan $k_1k_2 > k_3$,

h-Hurwitz (Chitnis, et al., 2008), diperoleh $Re(\lambda_3) < 0$,

$\lambda_5 < 0$. Analisis ini menunjukkan bahwa ketika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka

1, 2, 3, 4, 5. Jadi, titik tetap kecanduan T^* adalah stabil asimtotik



lokal, jika $\mathcal{R}_0 > 1$.

2.4.6. Simulasi Numerik

Simulasi numerik model (2.1) dilakukan untuk menunjukkan sifat kestabilan dari setiap titik tetap dan untuk memahami apa yang terjadi pada dinamika kecanduan merokok. Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik (2024) di Provinsi Sulawesi Selatan, Indonesia, jumlah penduduk pada tahun 2023 sekitar 9.362,29 (ribu), rata-rata pertumbuhan penduduk sekitar 129 (ribu), dan angka harapan hidup sekitar 73,63 tahun. Misalkan jumlah individu baru yang rentan sama dengan rata-rata penduduk yaitu 129 (ribu) dan angka kematian alami yaitu $1/73,63 = 0,0135$. Menurut Kementerian Kesehatan Indonesia (2023) di Sulawesi Selatan, proporsi perokok setiap hari adalah 20,6%, perokok kadang-kadang 3%, mantan perokok 3,6%, dan bukan perokok 72,8%. Misalkan nilai awal tiap kelompok adalah $S(0) = 2500$ (ribu), $E(0) = 3\% \times 9.362,29 = 280,8687$ (ribu), $I(0) = 20,6\% \times 9.362,29 = 1928,63174$ (ribu), $R(0) = 3,6\% \times 9.362,29 = 337,04244$ (ribu), dan $Z(0) = 4315,74712$ (ribu). Nilai-nilai parameter yang digunakan untuk simulasi diberikan pada Tabel 2.3 berikut ini.

Tabel 2.3. Nilai parameter model SEIRZ

Parameter	Nilai	Referensi
ρ	129	(BPS, 2023)
n	0,04	Asumsi
θ	0,1	Asumsi
γ	0,1	Asumsi
δ	0,1	Asumsi
α	0,25	Asumsi
φ	0,1	Asumsi
ε	0,014	(BPS, 2023)

Parameter π sebesar 129 orang per tahun menunjukkan jumlah individu baru yang masuk ke kelompok rentan (S), baik melalui kelahiran maupun perpindahan penduduk, sehingga menambah populasi yang berpotensi terpapar perilaku merokok; nilai ini diambil dari data BPS 2023. Parameter $n = 0,04$ per orang merupakan faktor penghambat laju transmisi. Nilai n menggambarkan peningkatan individu rentan tidak secara linier meningkatkan risiko penularan merokok, nilai n diberikan berdasarkan asumsi karena sulit diperoleh dari data empiris.



Optimized using
trial version
www.balesio.com

sebesar 0,1 per tahun mengukur laju individu rentan yang tidak tertarik merokok dan langsung berpindah ke kelompok Z , tersedia data spesifik, nilai ini diasumsikan. Selanjutnya, α menggambarkan laju individu yang telah berhenti permanen masuk ke kelompok tidak tertarik merokok (Z), mencerminkan dalam mempertahankan perilaku bebas rokok, dan nilai ini diasumsikan.

Parameter δ yang bernilai 0,1 per tahun, menunjukkan laju perubahan individu yang kadang-kadang merokok (E) menjadi berhenti permanen (R), nilai ini diasumsikan karena data lapangan spesifik tidak tersedia. Parameter α sebesar 0,25 per tahun menggambarkan laju perkembangan kadang-kadang merokok (E) menjadi kecanduan (I), nilai ini ditetapkan berdasarkan asumsi. Parameter φ sebesar 0,1 per tahun mewakili laju pemulihan individu kecanduan yang berhasil berhenti secara permanen, nilai ini juga diambil sebagai asumsi. Terakhir, parameter μ sebesar 0,014 per tahun menunjukkan laju kematian alami sesuai data BPS 2023.

2.4.6.1 Simulasi untuk Analisis Sensitivitas

Untuk menyelidiki pengaruh parameter terhadap nilai $\mathcal{R}_0$ digunakan nilai parameter pada Tabel 2.3 dan $\beta = 0,0067861$. Hasil simulasi sensitivitas pada Tabel 2.4 di bawah ini.

Tabel 2.4. Nilai indeks sensitivitas model SEIRZ

Parameter (P)	Indeks Sensitivitas	$\mathcal{R}_0 = 1.000008321$	
		P + 10%	P – 10%
ρ	0,02161547213	1,001977249	0,997612336
n	-0,9783845279	0,910888407	1,108458152
β	1	1,100009153	0,900007488
θ	-0,0189609404	0,998115799	1,001908032
γ	0	1,000008321	1,000008321
δ	-0,2747252747	0,973270130	1,028257144
α	0,3131868132	1,029314477	0,966379721
φ	-0,8771929825	0,919362488	1,096162967
ε	-0,1639230877	0,983830376	1,016620724

Tabel 2.4 menjelaskan bahwa parameter ρ , β , dan α memiliki indeks sensitivitas yang positif. Hal ini mengindikasikan bahwa parameter-parameter tersebut berpengaruh positif terhadap $\mathcal{R}_0$. Peningkatan nilai masing-masing parameter akan meningkatkan nilai $\mathcal{R}_0$ dan sebaliknya. Indeks sensitivitas β adalah yang terbesar, sehingga parameter ini memiliki pengaruh paling positif terhadap $\mathcal{R}_0$. Ketika nilai β dinaikkan sebesar 10%, maka nilai $\mathcal{R}_0$ meningkat dari 1,000008321 menjadi 1,100009153, peningkatan yang paling signifikan dibandingkan dengan parameter lainnya. Ketika nilai β diturunkan sebesar 10%, nilai $\mathcal{R}_0$ juga mengalami penurunan dari 1,000008321 menjadi 0,9000074886.

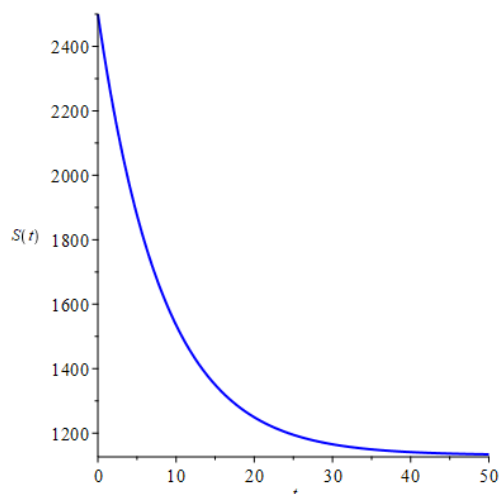


Tabel 2.4 juga menunjukkan bahwa parameter yang memiliki indeks sensitivitas negatif terhadap $\mathcal{R}_0$ adalah n , θ , δ , φ , dan ε . Hal ini mengindikasikan bahwa parameter-parameter tersebut berpengaruh negatif terhadap $\mathcal{R}_0$. Setiap kenaikan satu unit pada parameter-parameter tersebut akan menyebabkan $\mathcal{R}_0$ menurun dan sebaliknya. Sementara itu, parameter γ adalah yang terkecil, sehingga parameter ini mempengaruhi $\mathcal{R}_0$ paling sedikit. Ketika nilai parameter n dinaikkan sebesar 10%, maka nilai $\mathcal{R}_0$ juga meningkat dari 1,000008321 menjadi 0,9108884079, dan ketika nilai n

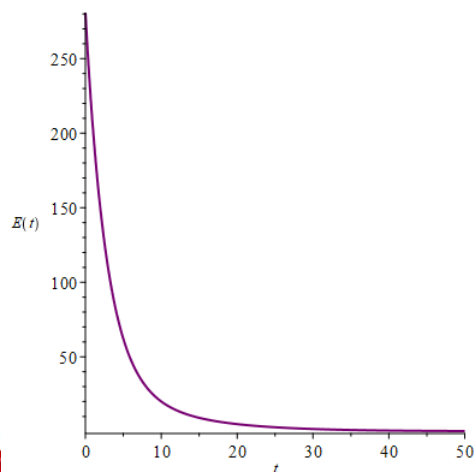
diturunkan sebesar 10%, maka nilai $\mathcal{R}_0$ juga mengalami kenaikan dari 1,000008321 menjadi 1,108458152. Parameter γ memiliki indeks sensitivitas sebesar 0, yang mengindikasikan bahwa parameter tersebut tidak mempengaruhi $\mathcal{R}_0$.

2.4.6.2 Simulasi Titik Tetap Tanpa Kecanduan Model SEIRZ

Simulasi untuk kestabilan titik tetap tanpa kecanduan T_0 menggunakan nilai parameter yang diberikan, $\beta = 0,0002$, dan kondisi awal untuk setiap kelompok dalam model (2.1). Nilai parameter yang diberikan menghasilkan $\mathcal{R}_0 = 0,0294722541$ dan titik tetap tanpa kecanduan $T_0 = (1131,578947, 0, 0, 0, 8082,706767)$. Nilai eigen dari matriks Jacobian yang terkait dengan titik tetap tersebut adalah $\lambda_1 = -0,014$, $\lambda_2 = -0,114$, $\lambda_3 = -0,114$, $\lambda_4 = -0,1092002286$, dan $\lambda_5 = -0,3687997714$. Dari nilai $\mathcal{R}_0$ dan nilai eigen dari matriks Jacobian, disimpulkan bahwa titik tetap yang tidak terpengaruh T_0 stabil asimtotik lokal. Dinamika setiap kelompok ditunjukkan pada gambar di bawah ini.

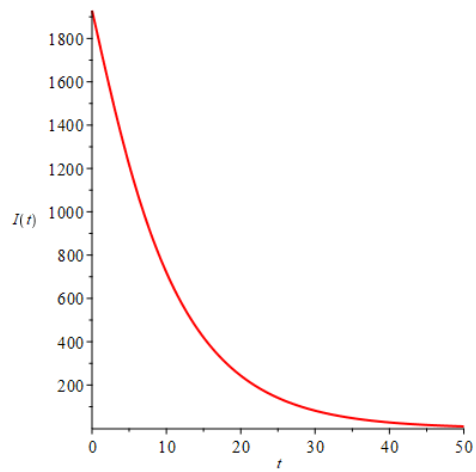


(a)

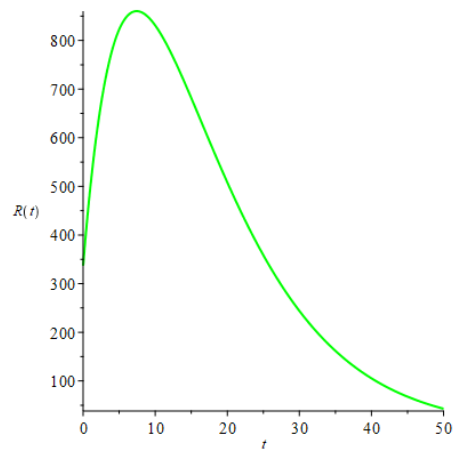


(b)

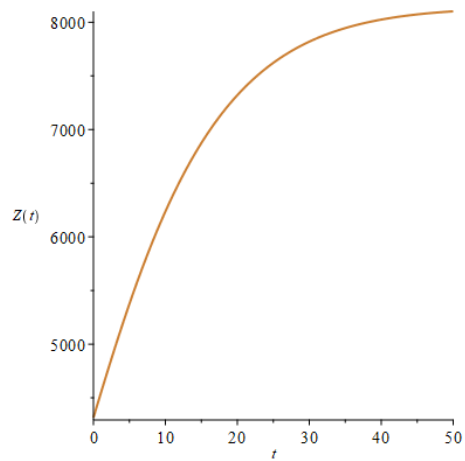




(c)



(d)



(e)

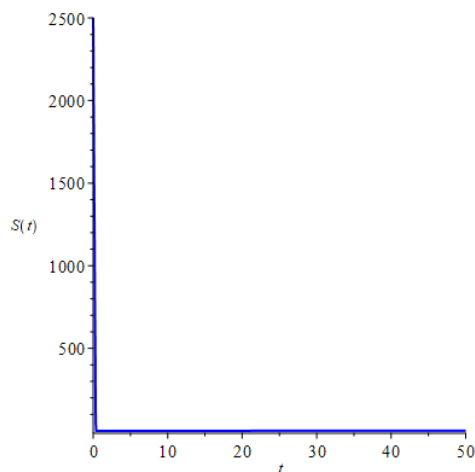
ambar 2.2. Kurva solusi model (2.1) dengan $\mathcal{R}_0 < 1$



Pada Gambar 2.2a, jumlah individu di kelompok S berkurang secara perlahan tetapi tetap stabil di atas nol, menunjukkan bahwa masih ada kelompok yang rentan. Pada Gambar 2.2b, jumlah individu di kelompok E berkurang hingga menuju nol seiring waktu. Pada Gambar 2.2c, jumlah individu di kelompok I juga terus berkurang hingga menuju 0, menunjukkan penurunan kecanduan dalam populasi. Pada Gambar 2.2d, jumlah individu di kelompok R berkurang hingga menuju 0. Pada Gambar 2.2e, jumlah individu di kelompok Z meningkat secara signifikan, menunjukkan dominasi kelompok yang tidak tertarik merokok dalam kondisi titik tetap tanpa kecanduan. Hasil simulasi ini konsisten dengan Teorema 2.1, bahwa jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik tetap tanpa kecanduan model (2.1) secara lokal stabil secara asimtotik.

2.4.6.3 Simulasi Titik Tetap Kecanduan Model SEIRZ

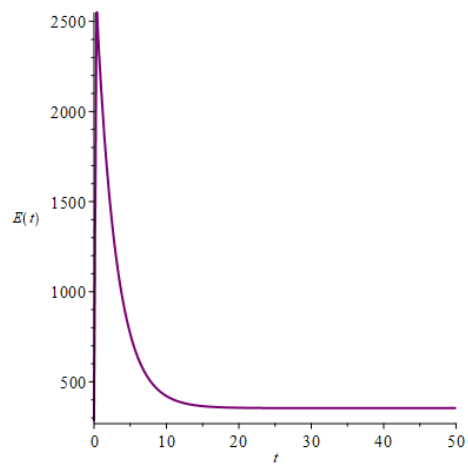
Simulasi untuk kestabilan titik tetap T^* dengan menggunakan nilai parameter yang diberikan, $\beta = 0,15$, dan kondisi awal untuk setiap kelompok dalam model (2.1). Untuk nilai parameter yang diberikan, kita mendapatkan $\mathcal{R}_0 = 22,10419064$ dan $T^* = (1,157807331, 354,0329944, 776,3881456, 991,5974913, 7091,109276)$. Nilai eigen dari matriks Jacobian yang terkait dengan titik tetap T^* adalah $\lambda_1 = -0,014$, $\lambda_2 = -0,114$, $\lambda_3 = -0,1024508807$, $\lambda_4 = -0,1139994434$, dan $\lambda_5 = -106,7524911$. Dari nilai $\mathcal{R}_0$ dan nilai eigen dari matriks Jacobian, disimpulkan bahwa titik tetap T^* stabil asimtotik lokal. Dinamika setiap kelompok ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



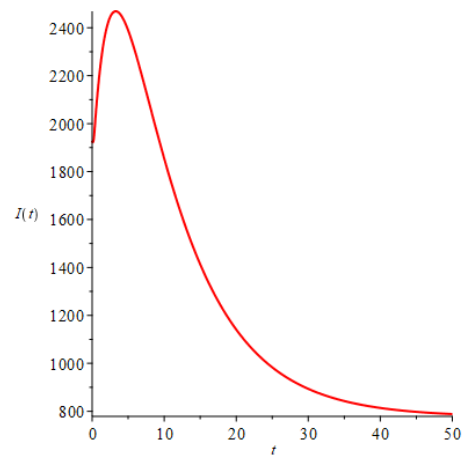
(a)



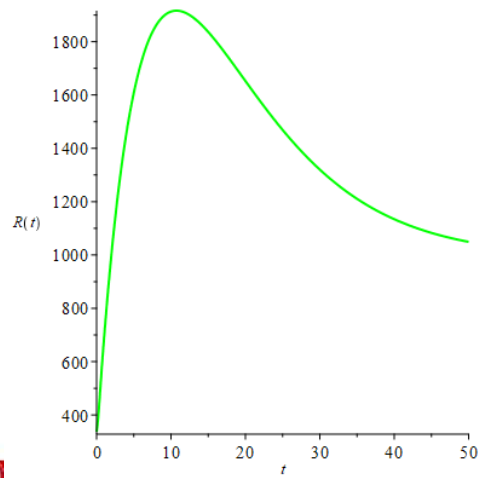
Optimized using
trial version
www.balesio.com



(b)

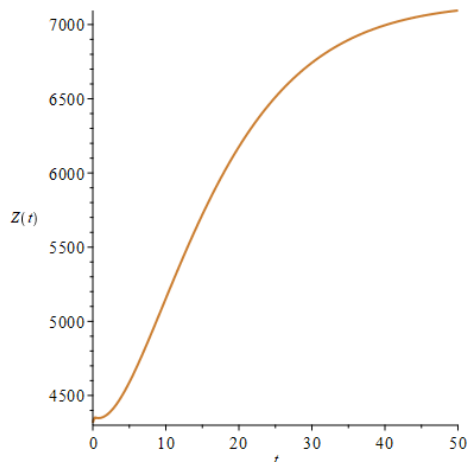


(c)



(d)





(e)

Gambar 2.3. Kurva solusi model (2.1) dengan $\mathcal{R}_0 > 1$

Pada Gambar 2.3a, jumlah individu di kelompok S terus menurun seiring waktu tetapi tidak mencapai nol, menunjukkan bahwa selalu ada individu yang berpotensi menjadi perokok. Pada Gambar 2.3b, jumlah individu di kelompok E awalnya meningkat, kemudian menurun hingga stabil pada nilai positif, yang berarti perokok sesekali tetap ada dalam populasi. Pada Gambar 2.3c, jumlah individu di kelompok I meningkat tajam pada awal periode waktu sebelum perlahan menurun dan stabil pada nilai positif, menunjukkan bahwa kecanduan tetap ada di masyarakat. Pada Gambar 2.3d, jumlah individu di kelompok R awalnya meningkat lalu menurun tetapi tidak mencapai nol, artinya mantan perokok tetap ada dalam populasi. Sementara itu, pada Gambar 2.3f, jumlah individu di kelompok Z meningkat seiring waktu, menunjukkan bahwa semakin banyak individu yang tetap tidak tertarik pada merokok. Hasil simulasi ini mengonfirmasi Teorema 2.2 bahwa jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka titik tetap kecanduan T^* dari model (2.1) secara lokal stabil secara asimtotik.

2.5. Kesimpulan

Model baru kecanduan merokok dibentuk dengan menggunakan kelompok rentan, kadang-kadang, kecanduan, berhenti permanen, dan tidak tertarik merokok. Model kecanduan merokok dengan mengintegrasikan fungsi tingkat kejadian tipe Holling dengan lima kelompok memiliki dua titik tetap, yaitu titik tetap tanpa kecanduan dan titik tetap kecanduan. Berdasarkan analisis sensitivitas, parameter ρ, β , dan α berpengaruh positif terhadap $\mathcal{R}_0$, parameter $n, \theta, \delta, \varphi$, dan ε berpengaruh negatif terhadap $\mathcal{R}_0$, dan parameter γ menyatakan bahwa laju individu dari R ke Z tidak



pada $\mathcal{R}_0$. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik tetap tanpa kecanduan T_0 adalah sedangkan jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka titik tetap T^* adalah stabil asimtotik dengan menggunakan data sekunder dari Provinsi Sulawesi dan referensi lain menunjukkan bahwa, perokok kadang-kadang kecanduan mengalami penurunan pada akhir waktu simulasi.

$\mathcal{R}_0 > 1$, jumlah perokok kadang-kadang menurun menuju E^* namun tetap berada di dalam komunitas, sedangkan kecanduan merokok meningkat di awal waktu, kemudian pada waktu tertentu menurun menuju I^* namun tetap berada di dalam komunitas. Strategi lain untuk mengurangi jumlah perokok kadang-kadang dan perokok yang kecanduan adalah dengan menaikkan nilai parameter θ, δ, φ , dan ε , dan pada saat yang sama menurunkan nilai parameter ρ, β , dan α .

2.6. Daftar Pustaka

- Alkhudhari, Z., Al-Sheikh, S., & Al-Tuwairqi, S. (2014). Stability analysis of a giving up smoking model. *International Journal of Applied Mathematical Research*, 3(2), 168-177.
- Alzahrani, A., & Zeb, A. (2020). Detectable sensation of a stochastic smoking model. *Open Mathematics*, 18(1), 1045-1055.
- Azad, S. N., Hossain, M. M., & Parveen, R. (2011). Impacts of smoking habit by young generation in our society. *AIUB Journal of Business and Economics*, 10(1 & 2), 45-64.
- Badan Pusat Statistik. 2023 <<https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/MTQzNSMy/persentase-merokok-pada-penduduk-umur---15-tahun-menurut-provinsi--persen-.html>> (2023).
- Badan Pusat Statitika. 2024. <<https://sulsel.bps.go.id/indicator/12/83/1/jumlah-penduduk.html>> (2024).
- Carbone, J. C., Kverndokk, S., & Røgeberg, O. J. (2005). Smoking, health, risk, and perception. *Journal of Health Economics*, 24(4), 631-653.
- Chitnis, N., Hyman, J. M., & Cushing, J. M. (2008). Determining important parameters in the spread of malaria through the sensitivity analysis of a mathematical model. *Bulletin of mathematical biology*, 70, 1272-1296
- Jensen, K., Jensen, A. B., & Grau, C. (2007). Smoking has a negative impact upon health related quality of life after treatment for head and neck cancer. *Oral oncology*, 43(2), 187-192.
- Jung, J. H., Park, A., & Jung, I. H. (2018). Qualitative and sensitivity analysis of the effect of electronic cigarettes on smoking cessation. *Computational and mathematical methods in medicine*, 2018(1), 3738584.



k Indonesia. 2024. <SKI 2023 Dalam Angka - Badan Kebijakan Kesehatan | BPKP Kemenkes (kemkes.go.id)> (2024).

al, A. B. (2008). Curtailing smoking dynamics: a mathematical ach. *Applied Mathematics and Computation*, 195(2), 475-499.

eed, M., Chaudhry, N. A., & Akram, S. (2020). Treatment of demiological smoking model using evolutionary Padé-

approximation: Treatment of non-linear smoking model using EPA. Proceedings of the Pakistan Academy of Sciences: A. Physical and Computational Sciences, 57(2), 11-19.

Van den Driessche, P., & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical biosciences*, 180(1-2), 29-48.

Vineis, P. (2008). Smoking and impact on health. *European Respiratory Review*, 17(110), 182-186.

West, R. (2017). Tobacco smoking: Health impact, prevalence, correlates and interventions. *Psychology & health*, 32(8), 1018-1036.

Widayani, H., Lestari, P., & Palagay, U. (2021, December). Smoking Model Incorporate Anti-Smoking Campaign, Nicotine Gum, and Treatment. In *International Conference on Science and Engineering (ICSE-UIN-SUKA 2021)* (pp. 27-34). Atlantis Press.

Zeb, A., Bano, A., Alzahrani, E., & Zaman, G. (2018). Dynamical analysis of cigarette smoking model with a saturated incidence rate. *AIP Advances*, 8(4).



Optimized using
trial version
www.balesio.com