

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pemodelan matematika terapan merupakan salah satu elemen fundamental dalam upaya memahami dan menyelesaikan permasalahan lingkungan nyata yang kompleks. Pendekatan ini mengombinasikan teori matematika tingkat lanjut dengan metode komputasi modern sehingga mampu memberikan solusi terhadap persoalan yang tidak dapat ditangani secara analitik (Taylor, 2011). Dalam ranah matematika numerik, metode beda hingga telah terbukti sebagai salah satu pendekatan yang andal dalam mendiskretisasi dan menyelesaikan persamaan diferensial parsial (PDE), khususnya untuk proses fisik dengan mekanisme transportasi multidimensi yang rumit (Alam, 2024).

Persamaan diferensial parsial banyak digunakan untuk menggambarkan sistem alami maupun buatan, mencakup dinamika fluida, perpindahan panas dan massa, mekanika padat, epidemiologi, rekayasa biomedis, hingga pemrosesan citra (Ha, 2024; Akgül, 2024). Pada kenyataannya, masalah lingkungan yang kompleks jarang dapat diselesaikan dengan solusi analitik bentuk tertutup, sehingga pendekatan numerik menjadi kebutuhan mendesak dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan rekayasa. Salah satu persamaan fundamental dalam mekanika fluida komputasi adalah persamaan adveksi-difusi, yang secara matematis dan fisik menjelaskan fenomena transport massa akibat pergerakan fluida secara keseluruhan (adveksi) dan proses difusi, baik turbulen maupun molekuler.

Metode numerik untuk penyelesaian persamaan adveksi-difusi dapat dibedakan menjadi metode eksplisit, seperti Forward Time Centered Space (FTCS), Leapfrog, dan DuFort–Frankel, serta metode implisit, seperti Backward Time Centered Space (BTCS), Crank–Nicolson, dan Alternating Direction Implicit (ADI) (Hutomo, 2019). Pemilihan skema numerik yang sesuai sangat menentukan kestabilan, akurasi, dan efisiensi model, khususnya pada transportasi fluida tiga dimensi yang kompleks.

Isu global yang relevan dengan topik ini adalah pelepasan air limbah radioaktif dari Pembangkit Listrik Tenaga Nuklir Fukushima Daiichi (FDNPP) di Jepang. Sejak 24 Agustus 2023, pemerintah Jepang mulai melakukan pelepasan terkendali air limbah yang telah diolah dengan Advanced Liquid Processing System (ALPS) ke Samudra Pasifik, di bawah pengawasan International Atomic Energy Agency (IAEA) (IAEA, 2025). Rencana tersebut mencakup pelepasan sekitar 1,3 juta ton air limbah yang diperkirakan



kurang lebih 30 tahun (TEPCO, 2024). Meskipun air olahan ini eselamatan internasional yang ditetapkan oleh WHO dan IAEA, rawatiran publik mengenai dampak jangka panjang terhadap anan komersial, dan kesehatan manusia.

utama yang menjadi perhatian adalah tritium (^3H), isotop gen yang memiliki sifat kimia hampir sama dengan air, sehingga

sulit dan mahal untuk dipisahkan (Wu, 2024). Dengan waktu paruh yang panjang, yakni 12,32 tahun, tritium dapat bertahan lama di lingkungan laut. Oleh karena itu, diperlukan pemodelan prediktif yang efektif untuk mempelajari dispersi, pengenceran, dan nasib tritium di perairan laut (Cauquoin, 2025). Pemodelan dua dimensi memang telah menunjukkan hasil awal yang menjanjikan, namun sering kali menyederhanakan proses oseanografi tiga dimensi yang kompleks sehingga berpotensi menghasilkan prediksi yang keliru terhadap jalur transportasi dan distribusi konsentrasi kontaminan (Hwang, 2024).

Sejalan dengan kemajuan oseanografi komputasi, pengembangan model tiga dimensi resolusi tinggi kini dimungkinkan, dengan kemampuan menangkap skala pencampuran dan transportasi yang jauh lebih detail (Guo, 2025). Oleh karena itu, pengembangan dan validasi model numerik adveksi-difusi tiga dimensi yang kompleks akan menjadi dasar ilmiah yang kokoh dalam memahami dinamika transportasi, menelaah variasi spasial-temporal konsentrasi, serta menilai risiko lingkungan akibat pelepasan radionuklida secara terkendali dari FDNPP.

Penelitian mengenai penyebaran polutan dalam perairan telah dilakukan dengan berbagai pendekatan. Kuo dkk. (2008) menggunakan metode finite analytic (kombinasi metode analitik dan beda hingga) untuk simulasi transportasi polutan dalam akuifer tiga dimensi, meskipun belum secara langsung relevan dengan aliran air laut. Monfared dkk. (2013) memprediksi pola kualitas air musiman di waduk menggunakan model adveksi-difusi tiga dimensi secara eksplisit. Kusuma dkk. (2018) mengembangkan simulasi adveksi-difusi tiga dimensi pada model sederhana berbentuk box model. Lebih baru, Kourakos dkk. (2025) membandingkan model adveksi-difusi tiga dimensi penuh dengan pendekatan quasi-3D dalam memprediksi transportasi polutan di akuifer, termasuk pengaruh adveksi, difusi lateral, dan dispersi dalam air bawah tanah.

Meskipun penelitian-penelitian tersebut telah berkontribusi penting dalam memahami proses transportasi polutan, sebagian besar masih terbatas pada waduk atau akuifer, bukan pada lingkungan laut dengan dinamika kompleks seperti yang terjadi di sekitar FDNPP. Dengan demikian, penelitian ini menawarkan kontribusi baru melalui pengembangan model adveksi-difusi tiga dimensi resolusi tinggi yang secara khusus divalidasi untuk memodelkan dispersi tritium pada kawasan pelepasan FDNPP. Penelitian ini diharapkan memberikan representasi yang lebih realistis terhadap kompleksitas lingkungan laut, serta mendukung kajian risiko lingkungan yang berbasis ilmiah dan dapat dipertanggungjawabkan.

Berdasarkan penelusuran literatur yang dilakukan, maka diputuskan untuk dilakukan penelitian terkait Penyebaran Limbah Nuklir Jepang dengan Pendekatan Adveksi-Difusi yang kemudian dituangkan dalam bentuk



PELEPASAN LIMBAH NUKLIR JEPANG DENGAN MENGGUNAKAN MODEL ADVEKSI-DIFUSI TIGA DIMENSI PADA PERAIRAN FDNPP

1.2. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dibahas pada skripsi ini

1. Bagaimana pemodelan numerik dari persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi pada penyebaran limbah nuklir di jepang?
2. Bagaimana kestabilan dari model numerik yang diperoleh dari persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi pada penyebaran limbah nuklir di jepang?
3. Bagaimana kekonvergenan dari pemodelan numerik yang diperoleh dari persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi pada penyebaran limbah nuklir di jepang?
4. Bagaimana hasil simulasi dari pemodelan numerik yang diperoleh dari persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi pada penyebaran limbah nuklir di jepang dan perbandingannya dengan hasil pada model 2-Dimensi?

1.3. Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada pemodelan penyebaran limbah radioaktif berupa tritium (3H) yang dilepaskan dari Pembangkit Listrik Tenaga Nuklir (PLTN) Fukushima Daiichi ke perairan laut. Wilayah studi dibatasi pada domain laut berbentuk persegi dengan radius 20 km dari lokasi sumber pelepasan, mencakup kolom air hingga dasar laut dengan kedalaman bervariasi sesuai data bathimetri. Simulasi dilakukan selama 96 hari dengan periode pembuangan aktif selama 17 hari pada awal simulasi. Tritium diperlakukan sebagai zat konservatif di kolom air, sehingga proses peluruhan radioaktif, penyerapan oleh sedimen, bioakumulasi, serta reaksi kimia diabaikan karena kontribusinya yang sangat kecil pada skala waktu penelitian ini. Peluruhan tritium sendiri memiliki waktu paruh sekitar 12,32 tahun, sehingga kehilangan konsentrasi hanya sekitar 1,5% selama 96 hari dan tidak signifikan terhadap hasil simulasi.

Model hanya mempertimbangkan proses adveksi tiga dimensi dan dispersi (difusi horizontal dan vertikal) di kolom air tanpa mempertimbangkan interaksi dengan atmosfer maupun sedimen. Batas luar domain diberlakukan sebagai batas terbuka (*open boundary*) dengan kondisi *outflow* atau *radiation* untuk memungkinkan massa keluar dari sistem dan inflow untuk memungkinkan aliran masuk ke dalam sistem, sedangkan batas yang bersinggungan dengan daratan diperlakukan sebagai batas reflektif (*no-flux boundary*) untuk mencegah aliran massa menembus pantai. Semua syarat batas diterapkan pada indeks waktu $(n + 1)$ untuk menjaga konsistensi perhitungan sesuai skema numerik yang digunakan. Penelitian ini tidak memasukkan faktor-faktor eksternal seperti variasi iklim ekstrem, kejadian badai, atau perubahan signifikan medan arus yang n data input. Hasil model berupa distribusi spasial-temporal kurva waktu konsentrasi di titik pengamatan, serta evaluasi Keterbatasan penelitian ini adalah ketidakikutsertaan proses an bioakumulasi sehingga hasil hanya menggambarkan dinamika kolom air dalam jangka pendek.



1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian dalam skripsi ini:

1. Mengonstruksi model numerik persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi penyebaran limbah nuklir di Jepang.
2. Menganalisis kestabilan model numerik persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi penyebaran limbah nuklir di Jepang
3. Menyelidiki kekonvergenan model numerik persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi penyebaran limbah nuklir di Jepang.
4. Menunjukkan hasil simulasi pembuangan limbah nuklir di jepang serta perbandingan antara hasil pada model 3-Dimensi dan model 2-Dimensi.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah dapat menambah pemahaman dan wawasan serta dapat menjadi sumber referensi dalam mengembangkan ilmu matematika terapan khususnya di bidang Persamaan Differensial Parsial dan Metode Beda Hingga terkait dengan Penyebaran Limbah maupun Limbah di perairan. Selain itu, penelitian ini juga diharapkan untuk mengurangi tidak akuratnya informasi terkait sebuah berita yang berisikan tentang pembuangan limbah yang di mana informasi yang beredar kebanyakan hanya terbatas pada ruang 2-Dimensi.

1.6. Landasan Teori

Beberapa teori dasar untuk menunjang penelitian ini:

1.6.1 Persamaan Adveksi-Difusi

Persamaan Adveksi-Difusi merupakan persamaan differensial parsial yang menggambarkan sebuah persoalan fenomena transport limbah cair aliran air tanah, yang sering disebut sebagai mass transport atau solute transport. Ada dua proses dasar yang menjadi masalah dalam pengangkutan zat limbah pada aliran air, yaitu Difusi dan Adveksi (Luknanto,1992).

Difusi merupakan peristiwa berpindahnya suatu zat dalam pelarut dari bagian berkonsentrasi tinggi ke bagian berkonsentrasi rendah. Difusi menggambarkan proses bertambah luasnya area penyebaran limbah cair yang disebabkan oleh gerakan acak molekul-molekul limbah. Persamaan difusi adalah persamaan diferensial parsial yang merupakan persamaan yang menggambarkan berpindahnya suatu zat dalam pelarut ntrasi tinggi ke bagian yang berkonsentrasi rendah (Noviyani, dkk.,



wa difusi, Adolph Fick, seorang fisikawan Jerman, mengambil n Fourier mengenai aliran panas, menyatakan bahwa “Pada suatu zat terlarut yang melewati suatu luas penampang dalam satuan

waktu tertentu sebanding dengan gradien konsentrasi zat terlarut pada arah tersebut” (Luknanto, 1992).

Tingkat laju perpindahan massa dinyatakan dengan fluks difusi (q_d), yang didefinisikan sebagai massa (atau jumlah atom) M berdifusi melalui dan tegak lurus terhadap area silang unit padat per satuan waktu (Callister, 2001). Dalam bentuk matematis, dapat digambarkan sebagai berikut

$$q_d = \frac{M}{At} \quad (1)$$

di mana A menunjukkan daerah dimana difusi terjadi dan t adalah waktu difusi yang telah berlalu. Dalam bentuk diferensial menjadi

$$q_d = \frac{1}{A} \frac{dM}{dt} \quad (2)$$

dengan satuan q_d adalah $\frac{kg}{m^2 \cdot s}$.

Salah satu contoh umum difusi dalam keadaan steady-state adalah difusi gas melalui lempeng logam dimana konsentrasi (atau tekanan) yang menyebar pada kedua permukaan plat konstan. Ketika konsentrasi C diplotkan terhadap posisi (atau jarak) di dalam x padat, kurva yang dihasilkan disebut profil konsentrasi, kemiringan pada titik tertentu pada kurva ini adalah gradien konsentrasi:

$$\text{gradien konsentrasi} = \frac{dC}{dx} \quad (3)$$

profil konsentrasi diasumsikan linier dan

$$\text{gradien konsentrasi} = \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{C_A - C_B}{x_A - x_B} \quad (4)$$

dengan koefisien dari konsentrasi massa difusi adalah $\frac{kg}{m^3}$ (Callister, 2001).

Matematik dari difusi steady-state dalam satu arah (x) relatif sederhana, karena fluksnya sebanding dengan gradien konsentrasi melalui ekspresi

$$q_d = -D \frac{dC}{dx} \quad (5)$$

dengan D adalah koefisien difusi dengan satuan (m^2/s). Tanda negatif tersebut arah difusi menuruni gradien konsentrasi, dari arah tinggi sampai rendah. Persamaan (5) merupakan hukum pertama Fick (Callister, 2001).

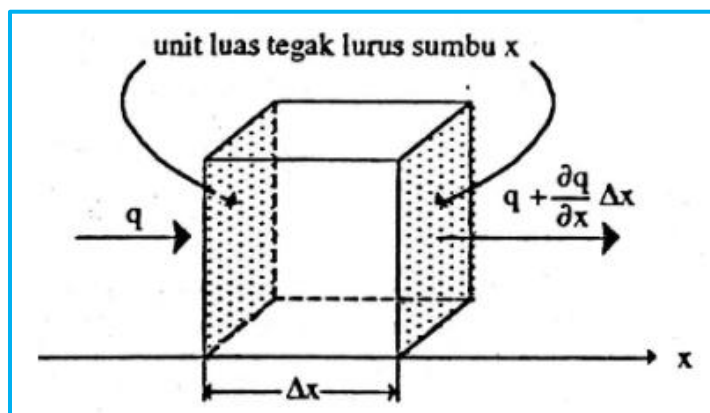


adalah suatu pernyataan yang mengkorelasikan fluks suatu massa dengan gradien konsentrasi. Sekarang akan dijabarkan suatu hukum konservasi massa yang korelasi/persamaan yang kedua yang berlaku untuk semua jenis

proses angkutan. Kombinasi antara hukum Fick dan konservasi massa akan menghasilkan suatu persamaan yang mendeskripsikan proses difusi.

Gambar 1 berikut menggambarkan proses angkutan satu dimensi di mana suatu massa terangkut pada arah x . Pada gambar, terdapat dua bidang sejajar dengan satu unit luasan yang tegak lurus sumbu x dan terpisah dengan jarak Δx . $C(x, t)$ adalah massa per unit volume pada titik x dan waktu t . Jadi di dalam volume control terdapat massa sebesar $C(x, t)\Delta x$. Karena molekul bahan terlarut masuk dan keluar dari volume control tersebut, maka laju perubahan massanya adalah

$$\frac{\partial(C\Delta x)}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial t} \Delta x. \quad (6)$$



Gambar 1. Volume control dalam angkutan limbah cair (Luknanto, 1992)

Laju perubahan ini harus sama dengan perbedaan fluks yang masuk dan keluar volume control. Jika fluks massa melalui unit luasan pada titik x adalah $q_d(x, t)$, maka fluks massa tiap unit luasan pada titik $x + \Delta x$ adalah $q_d(x, t) + \frac{\partial q_d(x, t)}{\partial x} \Delta x$, sehingga perbedaan antara keduanya adalah $\frac{\partial q_d(x, t)}{\partial x} \Delta x$. Perbedaan ini harus sama dengan laju perubahan massa dalam volume control, sehingga memberikan persamaan kontinuitas massa sebagai berikut

$$\frac{\partial q_d}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial C}{\partial t} \Delta x = 0 \quad (7)$$

atau

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial q_d}{\partial x}. \quad (8)$$



Untuk proses difusi molekuler berlaku hukum Fick Persmaan (5) tusikan ke dalam persamaan (8) menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(-D \frac{\partial C}{\partial x} \right) = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (9)$$

jika dikembangkan ke dalam 2-Dimensi, maka persamaan (9) menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (10)$$

di mana D_x dan D_y masing-masing koefisien difusi dalam arah x dan y . Jika dikembangkan ke dalam bentuk 3-Dimensi persamaan (9) menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (11)$$

di mana D_z merupakan koefisien difusi dalam arah z .

Berbeda dengan Difusi, Adveksi merupakan proses perpindahan suatu zat atau kuantitas dengan gerakan massa suatu fluida secara pasif, di mana fluks adveksi (q_v) yang didefinisikan sebagai kecepatan aliran atau fluida, jika proses ini adalah pelepasan zat secara pasif oleh cairan pembawa, maka fluks dapat dengan mudah dikaitkan dengan konsentrasi zat dan kecepatan fluida, sehingga persamaan (1) menjadi:

$$q_v = \frac{M}{V} \frac{V}{At} = vC \quad (12)$$

di mana V adalah volume dari fluida dan v adalah kecepatan aliran (Cushman-Roisin & Beckers, 2009).

Proses Difusi Teradveksi merupakan sebuah proses difusi dengan keadaan cairan mengalir/bergerak dengan kecepatan tertentu v . Difusi cairan yang mengalir ini diasumsikan bahwa proses difusi dan adveksi adalah sebuah proses terpisah dan dapat digabungkan. Hal ini berarti proses difusi dalam cairan yang mengalir dianggap sama dengan proses difusi dalam cairan diam. Total massa bahan terlarut teradveksi yang melalui volume kontrol dapat dinyatakan dalam persamaan

$$q_t = q_v + q_d = vC + \left(-D \frac{\partial C}{\partial x} \right). \quad (13)$$

Pada ruas kanan persamaan (13), suku pertama (vC) adalah fluks massa karena teradveksi, sedangkan suku kedua ($-D \frac{\partial C}{\partial x}$) merupakan fluks massa karena proses difusi. Sehingga jika persamaan (13) disubstitusikan ke persamaan (8) menjadi: (Luknanto,



$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(vC)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \quad (15)$$

Persamaan (15) merupakan persamaan Adveksi-Difusi 1-Dimensi, jika dikembangkan ke dalam persamaan Adveksi-Difusi 2-Dimensi maka persamaan menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (16)$$

di mana v_x dan v_y merupakan kecepatan aliran dalam arah x dan y . Jika dikembangkan lagi ke dalam persamaan Adveksi-Difusi 3-Dimensi maka persamaan menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (17)$$

di mana v_z merupakan kecepatan aliran dalam arah z .

1.6.2 Limbah Nuklir

Limbah merupakan salah satu faktor yang menyebabkan rusaknya lingkungan hidup yang sampai saat ini masih menjadi masalah besar, yang mana dampak negatif yang ditimbulkan selain menurunkan higienitas dan kualitas lingkungan. Berdasarkan jenisnya, limbah dibedakan menjadi dua yaitu limbah organik dan limbah anorganik. Limbah organik dapat dengan mudah mengalami pembusukan, sedangkan limbah anorganik sulit mengalami pembusukan (Fordia, dkk, 2017). Limbah dapat diklasifikasikan berdasarkan wujudnya (padat, cair, gas), tingkat bahayanya (limbah B3 dan non-B3), serta sumber asalnya. Limbah B3 (Bahan Berbahaya dan Beracun) adalah limbah yang mengandung zat berbahaya dan beracun yang dapat membahayakan kesehatan manusia dan lingkungan.

Limbah nuklir adalah zat radioaktif dan bahan serta alat bekas yang telah terpapar zat radioaktif atau menjadi radioaktif karena digunakan dalam kegiatan nuklir serta zat radioaktif dan bahan bekas yang sudah tidak digunakan lagi. Limbah nuklir dapat berasal dari berbagai sumber, antara lain Pembangkit Listrik Tenaga Nuklir (PLTN), industri nuklir, penelitian dan pengembangan nuklir, kedokteran nuklir, dan pertahanan. Limbah nuklir diklasifikasikan berdasarkan tingkat radioaktivitasnya menjadi:

- Low-Level Waste (LLW), Limbah dengan tingkat radioaktivitas rendah, seperti pakaian pelindung dan alat laboratorium.



Intermediate-Level Waste (ILW), Mengandung lebih banyak radioaktivitas dan membutuhkan pelindung radiasi.

High-Level Waste (HLW), Limbah hasil dari bahan bakar nuklir bekas yang aktif dan menghasilkan panas (World Nuclear Association, 2022).



Gambar 2. Ilustrasi Limbah Nuklir (Freepik, 2023)

Limbah nuklir berpotensi mencemari lingkungan, termasuk tanah, air, dan udara, serta menimbulkan dampak biologis terhadap makhluk hidup. Paparan radiasi dalam jangka waktu lama dapat mengakibatkan kerusakan pada DNA, memicu kanker, dan menyebabkan mutasi genetik. Pengelolaan limbah nuklir melibatkan tahap pengumpulan, pengolahan, penyimpanan sementara, dan penyimpanan akhir (deep geological disposal). Pengelolaan ini harus memenuhi standar keselamatan nasional dan internasional guna melindungi manusia dan lingkungan dari paparan radiasi (IAEA, 2025). Salah satu radionuklida yang menjadi perhatian global dalam konteks pembuangan ke lingkungan laut adalah tritium (^3H), yaitu isotop hidrogen radioaktif yang bersifat relatif stabil secara kimia dan sukar disaring secara konvensional. Tritium dihasilkan dalam jumlah signifikan sebagai hasil reaksi fisi di dalam reaktor nuklir. Tritium memiliki waktu paruh sekitar 12,3 tahun dan memancarkan radiasi beta dengan energi rendah. Di lingkungan akuatik, tritium umumnya berada dalam bentuk air tertritium (HTO), yang bersifat menyerupai molekul air biasa dan dengan demikian memiliki perilaku penyebaran yang sangat mirip dengan air (UNSCEAR, 2021). Meskipun toksisitasnya rendah dibanding radionuklida lain, tritium tetap diklasifikasikan sebagai zat radioaktif dan perlu dikendalikan pelepasannya ke lingkungan.

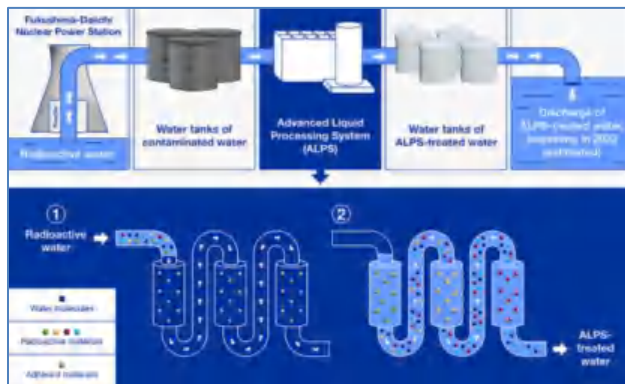
Salah satu kasus pengelolaan limbah nuklir yang menarik perhatian dunia adalah limbah dari Pembangkit Listrik Tenaga Nuklir Fukushima Daiichi di Jepang. Jepang merupakan negara yang memiliki industri nuklir yang besar. Negara ini memiliki 54 reaktor nuklir aktif, yang menghasilkan sekitar 30% dari kebutuhan listriknya. Peristiwa tsunami *Fukushima Daiichi* pada tahun 2011 menyebabkan kerusakan parah pada reaktor nuklir tersebut, sehingga menghasilkan limbah nuklir dalam jumlah besar. Limbah nuklir tersebut harus dikelola dengan cara yang aman dan bertanggungjawab. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan membuangnya ke laut.

Tokyo Electric Power (TEPCO) merupakan perusahaan pembangkit listrik



Mulanya terjadi karena pada tahun 2011, Jepang mengalami gempa bumi dan tsunami yang menyebabkan rusaknya tiga reaktor akibatkan kegiatan Pembangkit Listrik Tenaga Nuklir (PLTN) di impuh, meski rusak sejak bencana tersebut terjadi, perusahaan memproduksi air untuk mendinginkan reaktor nuklir, artinya duksi air yang tercemar limbah nuklir sebanyak 100m^3 setiap pendinginan ini akhirnya disaring dan ditampung di dalam tangki-

tangki, proses penyaringan air dari PLTN dilakukan dengan *Advance Liquid Processing System* (ALPS) yang mengurangi sebagian besar kadar zat radioaktifnya hingga mencapai standar keamanan sesuai dengan peraturan atau undang-undang yang berlaku, hal ini berujung tumpangan air lebih dari 1.000 tangki yang telah terisi.



Gambar 3. Alur penyaringan limbah nuklir Jepang (IAEA, 2025)

Jepang mengklaim bahwa mereka membutuhkan lahan yang ditempati oleh tangki-tangki tersebut guna membangun infrastruktur baru dengan cara menonaktifkan pembangkit listrik yang rusak dengan aman, mereka juga khawatir akan terjadinya kebocoran atau tangki-tangki tersebut bisa roboh jika suatu saat nanti terjadi gempa bumi lagi, karena adanya alasan krisis daya tampung dan sains itulah menjadikan dalih membenaran dari tindakan Jepang terhadap pembuangan limbah Pembangkit Listrik Tenaga Nuklir (PLTN) di *Fukushima Daiichi* ke laut Samudra Pasifik yang dimulai pada tanggal 24 Agustus 2023. Dalam proses pembuangan limbah nuklir ke laut tersebut, Jepang menjamin bahwa kadar radioaktif limbahnya telah mencapai standar keamanan yang dapat diterima, selain tritium dan karbon-14, penyaringan dilakukan untuk menghilangkan isotop dan hanya menyisakan tritium saja, di mana tritium hanya mengeluarkan level radiasi yang sangat sedikit dan dianggap tidak berbahaya. Jepang juga sudah mengantongi izin dari badan pengawas nuklir Perserikatan Bangsa - Bangsa (PBB) mengenai rencana tersebut (Ally, dkk, 2023).

Sejak dimulainya pelepasan air limbah tertritiasi ke laut lepas Fukushima pada Agustus 2023, berbagai laporan independen dari *International Atomic Energy Agency* (IAEA) secara konsisten mengonfirmasi bahwa konsentrasi tritium dalam air hasil pengolahan ALPS tetap berada jauh di bawah batas operasional Jepang yaitu sekitar 1.500 Bq/L . Pada batch kesebelas hingga ketigabelas, IAEA menyatakan bahwa kadar tritium "*far below the operational limit*". Lebih lanjut, analisis terbaru menunjukkan bahwa



ata sekitar 463 Bq/L , lebih rendah dari batas internal TEPCO yaitu i bawah 1.500 Bq/L (IAEA, 2025). Di sisi pengamatan lingkungan, bahwa konsentrasi tritium di perairan sekitar Fukushima tetap di L pada beberapa titik uji dekat sumber pelepasan . Temuan sejenis h sumber independen, di mana konsentrasi di luar radius simulator h di bawah batas deteksi, sekitar $0,3 \text{ Bq/L}$ jauh di bawah standar

World Health Organization (WHO) setelah dua hari dari akhir fase pelepasan (Kaizer, dkk, 2024).

Pada tahun fiskal 2025, Jepang berencana melanjutkan pembuangan bertahap melalui beberapa batch, masing-masing sekitar $7.800 m^3$, dengan konsentrasi tritium bervariasi antara 700 hingga $1.000 Bq/L$. Total pembuangan selama tahun tersebut diperkirakan mencapai sekitar $15 \times 10^{12} Bq$ tritium dapat dilihat pada tabel rencana pembuangan tahun fiskal 2025 berikut

Putaran	Periode dimulainya pembuangan	Jumlah air yang diolah ALPS	Jumlah Tritium
1	April 2025	Sekitar $7.800 m^3$	Sekitar 2.8 triliun Bq
2	Juni ~ Juli 2025	Sekitar $7.800 m^3$	Sekitar 1.9 triliun Bq
3	Juli ~ Agu. 2025	Sekitar $7.800 m^3$	Sekitar 2.9 triliun Bq
4	Sept. 2025	Sekitar $7.800 m^3$	Sekitar 1.6 triliun Bq
5	Okt. ~ Nov. 2025	Sekitar $7.800 m^3$	Sekitar 1.9 triliun Bq
6	Nov. ~ Dec. 2025	Sekitar $7.800 m^3$	Sekitar 2.2 triliun Bq
7	Maret 2026	Sekitar $7.800 m^3$	Sekitar 2.0 triliun Bq

Tabel 1. Rencana pembuangan limbah nuklir jepang tahun fiskal 2025

di mana konsentrasi tritium akan kurang dari $1.500 Bq/L$ setelah melalui proses pengenceran lebih dari 700 kali dengan air laut (TEPCO, 2024).

1.6.3 Koefisien Adveksi dan Difusi

Pemodelan transport limbah seperti adveksi-difusi di laut memerlukan dua komponen utama untuk parametrik turbulen, yaitu kecepatan medan *Zonal Velocity* (Timur-Barat), *Meridional Velocity* (Utara-Selatan), dan *Vertical Velocity* (Atas_Bawah) sebagai input adveksi serta koefisien difusi/viskositas turbulen yang menggambarkan pencampuran skala subgrid. Pemilihan sumber data untuk kecepatan aliran dan skema parameterisasi turbulen sangat mempengaruhi akurasi dan stabilitas simulasi.

Komponen adveksi menggunakan data yang bersumber dari *Copernicus Marine Service (CMEMS)* pada tanggal 10 April hingga 14 Juli 2025 yang di mana datanya



Optimized using
trial version
www.balesio.com

il model numerik dengan observasi satelit hingga menyediakan u_0 , dan w_0) yang tersedia dalam resolusi spasial/temporal memudahkan input ke model transport. Penggunaan data dari si memudahkan pembuatan koefisien adveksi spasial, mengurangi i dari sumber heterogen, dan memberi produk standar untuk studi (2025), karena data yang diperoleh dari CMEMS memiliki resolusi 9 km) yang di mana pada model menggunakan resolusi spasial

100m sehingga data tersebut dilakukan interpolasi menggunakan metode makima (*Modified Akima Cubic Hermite Interpolation*).

Komponen difusi terdiri dari difusi horizontal dan vertikal. Pada difusi horizontal menggunakan pendekatan model Smagorinsky yang merupakan closure subgrid berbasis skala lokal di mana koefisien viskositas atau *eddy viscosity* proporsional terhadap ukuran grid dan gradien kecepatan lokal seperti pada persamaan berikut

$$K_h = (C_s \cdot l)^2 |S| \quad (18)$$

dengan C_s konstanta Smagorinsky, l skala panjang terkait grid, dan $|S|$ *magnitudo strain rate tensor*. Smagorinsky memberi viskositas yang meningkat di daerah shear atau eddy sehingga mengontrol dissipasi numerik tanpa memaksakan konstanta global yang bisa *under* atau *overdissipative*. Pada beberapa catatan literatur *ocean modelling* nilai dari konstanta Smagorinsky biasanya berkisar antara 0.1 – 0.25 serta skala panjang biasanya berupa fungsi dari $\sqrt{\Delta x \Delta y}$ (Smagorinsky, 1963).

Komponen selanjutnya dari difusi yaitu difusi vertikal menggunakan pendekatan model Mellor-Yamada level 2.5 yang merupakan closure turbulensi dua variabel yaitu energi kinetik turbulen dan panjang skala yang memecahkan persamaan turbulensi untuk energi kinetik turbulen (q^2) dan menerapkan formula untuk panjang skala sehingga menghitung difusi atau viskositas vertikal (K_v) yang tergantung keadaan stratifikasi, produksi geser, dan disipasi seperti pada persamaan berikut

$$K_v = S_h \cdot q \cdot l \quad (19)$$

dengan S_h merupakan fungsi stabilitas. Model Mellor-Yamada Level 2.5 banyak digunakan dalam model hidrodinamika pantai dan ocean karena menangani stabilitas stratifikasi dan *bottom mixing* (Mellor dan Yamada, 1982).

1.6.4 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu metode yang dapat diterapkan untuk kasus fenomena transpor di perairan dangkal dan aliran air tanah. Metode ini biasanya dinyatakan dengan persamaan adveksi difusi karena metode ini dapat memberikan hasil pendekatan yang cukup akurat (Hoffmann & Chiang, 1995). Dalam penerapannya, Metode beda hingga dapat menyelesaikan permasalahan aliran fluida dengan pendekatan komputasi dinamika fluida yang di mana bentuk dari persamaan diferensial didekati dengan persamaan beda hingga. Keakuratan dari metode beda hingga diperoleh dari ukuran grid yang kecil, di mana semakin kecil grid yang digunakan akan uratan dari metode ini. Sehingga dibutuhkan perhitungan si komputer agar lebih efisien.



nya fungsi-fungsi yang bentuknya kompleks dapat disederhanakan iran dalam bentuk fungsi polinomial yang lebih sederhana. Fungsi dah dipahami kelakuannya. Apabila kita melakukan pekerjaan nggunakan fungsi yang sesungguhnya, maka akan kita dapatkan

hasil solusi eksak (solusi sejati). Tetapi bila kita melakukan pekerjaan hitungan dengan menggunakan fungsi hampiran, maka akan kita dapatkan hasil solusi hampiran (solusi pendekatan).

Perbedaan antara solusi eksak dan solusi hampiran terletak pada adanya galat pada solusi hampiran. Galat pada solusi numerik harus dihubungkan dengan seberapa teliti polinomial dalam menghampiri fungsi yang sesungguhnya. Biasanya dalam menghampiri fungsi yang sesungguhnya, orang menggunakan apa yang disebut dengan deret Taylor (Zuhair, 2008).

Definisi 1.1 Andaikan suatu fungsi $f(x)$ dan turunannya, yaitu $f'(x), f''(x), f'''(x), \dots, f^{(n)}(x)$ kontinu dalam selang $[a, b]$, dan $x_0 \in [a, b]$, maka untuk nilai x disekitar x_0 dapat diekspansikan (diperluas) ke dalam deret Taylor sebagai,

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{1!} f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(x - x_0)^3}{3!} f'''(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} f^n(x_0).$$

(Zuhair, 2008).

Apabila $h = x - x_0$ atau $x = h + x_0$, persamaan (18) dapat dinyatakan sebagai,

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^n(x_0).$$

Persamaan (20) dan (21) merupakan penjumlahan dari suku-suku yang disebut deret. Jumlah suku-suku dalam deret Taylor adalah tak berhingga (Zuhair, 2008).

Diberikan sebuah fungsi $f(x, t)$ yang analitik, maka $f(x + \Delta x, t)$ dapat diekspansikan dalam sebuah deret Taylor di sekitar x sebagai berikut

$$f(x + \Delta x, t) = f(x, t) + \frac{\Delta x}{1!} \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, t) + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, t) + \dots$$



$$x, t) = f(x, t) - \frac{\Delta x}{1!} \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, t)$$

$$-\frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, t) + \dots$$

Dari persamaan (22) dan (23) dapat diperoleh tiga skema dari persamaan beda hingga yang dapat digunakan untuk mendiskritisasi persamaan diferensial parsial, yaitu Forward Difference (Beda Maju), Backward Difference (Beda Mundur), dan Central Difference (Beda Pusat) (Hoffmann & Chiang, 1995).

Untuk memperoleh pendekatan beda maju orde pertama dilakukan dengan mengubah bentuk persamaan (22) menjadi

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{f(x + \Delta x, t) - f(x, t)}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, t) \\ &\quad - \frac{(\Delta x)^2}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, t) + \dots \end{aligned} \quad (24)$$

Jika suku-suku yang memuat faktor (Δx) atau yang lebih tinggi dijumlahkan dan dinotasikan dengan $O(\Delta x)$, Dimana $O(\Delta x)$ merupakan orde kesalahan pada bentuk suku pertama atau suku terbesar dari sisa deret. Jika indeks i digunakan sebagai diskritisasi titik ke arah x , dan n untuk t maka persamaan (24) di atas menjadi:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i,n} = \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta x} + O(\Delta x). \quad (25)$$

Persamaan (25) di atas merupakan skema pendekatan beda maju orde pertama dari $\frac{\partial f}{\partial x}$ orde pemotongan (Δx) .

Selanjutnya dengan cara yang sama, untuk memperoleh pendekatan beda mundur orde pertama dari $\frac{\partial f}{\partial x}$ dilakukan dengan cara mengubah bentuk persamaan (23) sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{f(x, t) - f(x - \Delta x, t)}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, t) \\ &\quad - \frac{(\Delta x)^2}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, t) + \dots \end{aligned} \quad (26)$$

Jika suku-suku yang memuat faktor (Δx) atau yang lebih tinggi dijumlahkan dan dinotasikan dengan $O(\Delta x)$, Dimana $O(\Delta x)$ merupakan orde kesalahan pada bentuk suku terbesar dari sisa deret. Jika indeks i digunakan sebagai diskritisasi titik ke arah x , dan n untuk t maka persamaan (26) di atas menjadi:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i,n} = \frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta x} + O(\Delta x). \quad (27)$$



Untuk memperoleh pendekatan beda pusat, dapat digunakan operasi aljabar yang melibatkan persamaan (22) dan persamaan (23). Jika persamaan (22) dikurangkan dengan persamaan (23), maka akan diperoleh

$$\begin{aligned} f(x + \Delta x, t) - f(x - \Delta x, t) &= 2\Delta x \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) \\ &+ 2 \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, t) - \dots \end{aligned} \quad (28)$$

Persamaan (28) dapat ditulis sebagai

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x, t) - f(x - \Delta x, t)}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (29)$$

di mana $O(\Delta x)^2$ merupakan orde kesalahan pada bentuk suku pertama atau suku terbesar dari sisa deret. Jika indeks i digunakan sebagai diskritisasi titik ke arah x , dan n untuk t maka persamaan (29) di atas menjadi:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i,n} = \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2. \quad (30)$$

Untuk memperoleh metode beda hingga untuk turunan parsial orde kedua, maka digunakan ekspansi deret Taylor dari $f(x + 2\Delta x, t)$ di sekitar x sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x + 2\Delta x, t) &= f(x, t) + \frac{2\Delta x}{1!} \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, t) \\ &+ \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, t) + \dots \end{aligned} \quad (31)$$

di mana beda maju orde kedua diperoleh dengan mengurangkan persamaan (31) dengan dua kali persamaan (22) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} f(x + 2\Delta x, t) - 2f(x + \Delta x, t) &= -f(x, t) \\ &+ (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, t) + (\Delta x)^3 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, t) + \dots \end{aligned} \quad (32)$$

Persamaan (32) di atas dapat diubah menjadi



$$\frac{f(x + 2\Delta x, t) - 2f(x + \Delta x, t) + f(x, t)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x) \quad (33)$$

akan orde pemotongan. Jika indeks i digunakan untuk diskritisasi titik arah t maka diperoleh persamaan beda maju untuk orde kedua,

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{i,n} = \frac{f_{i+2}^n - 2f_{i+1}^n + f_i^n}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x). \quad (34)$$

Selanjutnya dengan cara yang sama, untuk memperoleh pendekatan beda mundur orde kedua dari $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ dilakukan dengan cara yang sama dengan beda maju orde kedua sehingga diperoleh

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x, t) - 2f(x - \Delta x, t) + f(x - 2\Delta x, t)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x) \quad (35)$$

atau dalam bentuk indeks i dan n dapat dituliskan

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{i,n} = \frac{f_i^n - 2f_{i-1}^n + f_{i-2}^n}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x). \quad (36)$$

Berbeda dengan metode beda pusat untuk orde pertama, metode beda pusat untuk orde kedua diperoleh dengan menjumlahkan persamaan (22) dengan (23) sehingga diperoleh persamaan:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x + \Delta x, t) - 2f(x, t) + f(x - \Delta x, t)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \quad (37)$$

persamaan (37) dapat ditulis dalam bentuk indeks sebagai berikut

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{i,n} = \frac{f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \quad (38)$$

di mana persamaan (38) merupakan pendekatan beda pusat untuk turunan parsial orde dua (Alman, 2013).

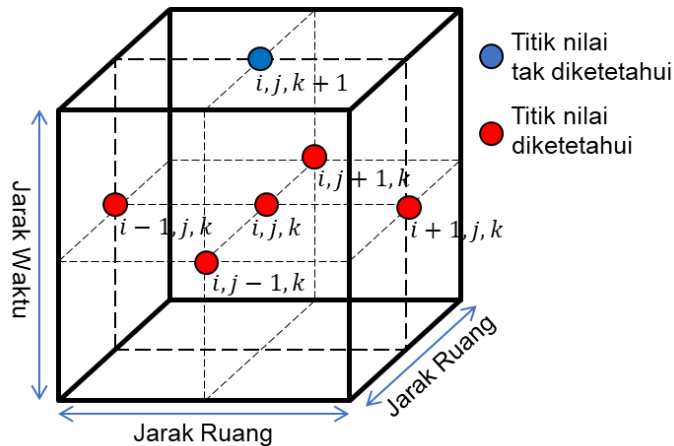
1.6.5 Formulasi Eksplisit dan Implisit

Berbagai formulasi dari metode iteratif dapat dibagi menjadi dua kategori. Jika suatu formulasi menghasilkan hanya satu yang tidak diketahui, maka itu disebut metode iteratif titik. Formulasi ini mirip dengan metode eksplisit persamaan parabola. Di sisi lain, jika formulasi melibatkan lebih dari satu yang tidak diketahui (biasanya tiga tidak diketahui, menghasilkan koefisien matriks tridiagonal), itu diklasifikasikan sebagai metode garis iteratif, yang mirip dengan formulasi implisit dari persamaan parabola (Hoffmann & Chiang, 1995).

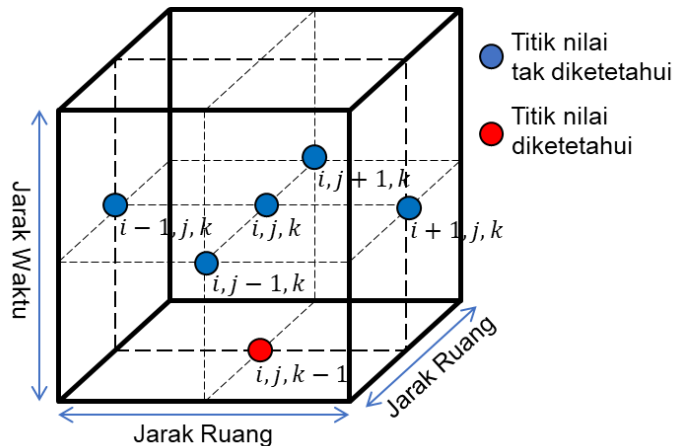


eksplisit pada metode beda hingga lebih mudah digunakan jika dibandingkan dengan formulasi implisit, karena pada formulasi eksplisit hanya perlu menyelesaikan satu persamaan beda sehingga iterasi dilakukan sedikit berbeda dengan formulasi implisit yang memerlukan penyelesaian persamaan beda hingga lebih dari satu tidak dapat diketahui secara langsung. Dalam suatu turunan parsial ada persamaan yang perlu dilakukan evaluasi iterasi implisit.

Beberapa metode dalam formulasi eksplisit dapat diterapkan seperti Forward Time Centered Space (FTCS), Centered Time Centered Space (CTCS), Saul'yev, Richardson, dan DuFort-Frankel. Metode yang biasa digunakan dalam formulasi implisit sebenarnya hanya memodifikasi dari pendekatan deret Taylor nya. Metode dalam formulasi ini seperti metode Backward in Time and Central in Space (BTCS) dan Crank-Nicolson. Diskritasi formula eksplisit dan implisit dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 4. Titik grid untuk skema eksplisit FTCS



Gambar 5. Titik grid untuk skema eksplisit BTCS

Dalam evaluasi nilai pada tiap grid untuk formulasi implisit, terbentuk suatu sistem persamaan linier yang dapat dibentuk ke dalam suatu matriks dengan ordo $n \times n$.



Metode dalam pemecahan persamaan linier tersebut seperti Gauss dan metode numerik iteratif. Banyak metode yang dapat menyelesaikan persamaan implisit. Salah satu metode numerik yang banyak digunakan adalah metode Gauss-Seidel. Metode Gauss-Seidel iteratif dalam menyelesaikan persamaan linier multivariabel

1.6.6 Konsistensi, Stabilitas, dan Konvergensi Persamaan Beda Hingga

Skema beda hingga dikatakan konsisten jika dapat direduksi menjadi persamaan diferensial parsial (PDP) awal seiring dengan hilangnya variabel bebas. Jika $\Delta x, \Delta y, \Delta z \rightarrow 0$ dan $\Delta t \rightarrow 0$, maka solusi dengan metode beda hingga sama dengan solusi analitik PDP. Pada umumnya solusi dengan Metode beda hingga akan sesuai dengan solusi PDP, sehingga kriteria konsistensi dengan sendirinya terpenuhi. Suatu persamaan beda dikatakan konsisten dengan persamaan differensial yang didekati, jika selisih antara persamaan beda dengan persamaan diferensial parsialnya menuju nol, ketika gridnya dibuat menuju nol, atau dengan kata lain persamaan beda tersebut dapat diubah menjadi PDP awal ketika panjang gridnya dibuat menuju nol (Alman, 2013).

Penerapan suatu skema numerik pada suatu persamaan differensial parsial menghasilkan suatu persamaan beda hingga. Solusi numerik dari persamaan beda hingga tersebut belum tentu menghasilkan solusi yang sama dengan solusi eksak dari persamaan differensial parsial tersebut. Suatu persamaan beda hingga dikatakan stabil jika skema tersebut menghasilkan solusi yang terbatas (berhingga) dan jika solusi yang diperoleh dari skema tersebut tidak terbatas, maka dikatakan tidak stabil (Urroz, 2004).

Dalam menganalisis kestabilan suatu persamaan beda, ada beberapa metode yang dapat digunakan. Salah satu metode yang banyak digunakan dalam menganalisis kestabilan persamaan beda hingga diantaranya metode von Neumann. Dalam metode ini, suatu solusi dari persamaan beda hingga diekspansi dengan menggunakan sebuah komponen Deret Fourier sebagai berikut

$$C_i^n = \rho^n e^{IP(\Delta x)i} \quad (39)$$

dengan $I = \sqrt{-1}$, dimana ρ^n merupakan amplitude pada waktu n dan P merupakan gelombang pada arah x .

Persamaan (2.5.1) di atas disubstitusikan ke dalam persamaan beda yang akan dianalisis kemudian ditentukan kondisi bagi Δx dan Δt agar $|\rho| \leq 1$ yang artinya untuk kondisi tersebut persamaan beda yang dibuat menghasilkan solusi yang berhingga. Kondisi kestabilan dari metode von Neumann dapat dituliskan sebagai berikut : (Alman, 2013)

1. Jika untuk nilai Δx dan Δt tertentu, $|\rho| \leq 1$ maka persamaan beda yang dibuat bersifat stabil bersyarat.
2. Jika $|\rho| \leq 1$ untuk semua nilai Δx dan Δt , maka persamaan beda yang dibuat bersifat stabil tak bersyarat.



cat ditemukan nilai Δx dan Δt sehingga, $|\rho| \leq 1$ maka persamaan buat bersifat tidak stabil.

Fourier di atas (37), digunakan untuk masalah satu dimensi. asalah Multidimensi, komponen Fourier yang digunakan untuk an persamaan beda adalah

$$C_{i,j}^n = \rho^n e^{IP(\Delta x)i} e^{IQ(\Delta y)j} = \rho^n e^{I(P\Delta xi+Q\Delta yj)} \quad (40)$$

untuk permasalahan 3-Dimensi komponen Fourier yang digunakan seperti berikut

$$C_{i,j,k}^n = \rho^n e^{IP(\Delta x)i} e^{IQ(\Delta y)j} e^{IR(\Delta z)k} = \rho^n e^{I(P\Delta xi+Q\Delta yj+R\Delta zk)}. \quad (41)$$

Suatu persamaan beda dikatakan konvergen jika solusi persamaan beda semakin mendekati solusi eksak atau analitik dari persamaan differensial parsial yang dihampiri ketika ukuran grid $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, dan Δt dibuat mendekati nol. Atau dengan kata lain persamaan beda dapat dinyatakan konvergen (Chern, 2013): “Jika $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t \rightarrow 0$ maka $\varepsilon \rightarrow 0$, $|T_{i,j}^n - T^*| < \varepsilon$, dimana ε merupakan kesalahan yang diperoleh dari selisih $T_{i,j}^n$ sebagai solusi numerik dalam bentuk diskrit dengan T^* sebagai solusi analitik”. Dengan kata lain, suatu persamaan beda dapat dikatakan Konvergen jika persamaan beda tersebut Konsisten dan juga Stabil.

1.6.7 Persoalan Nilai Awal dan Batas

Untuk mendapatkan solusi khusus dari persamaan diferensial parsial (PDP), sebuah kondisi tambahan harus ada dalam menentukan solusi dari persamaan diferensial parsial. Kondisi tambahan dapat diklasifikasikan sebagai kondisi awal dan kondisi batas.

Kondisi awal adalah persyaratan bahwa variabel terikat ditentukan pada beberapa keadaan awal, sedangkan kondisi batas merupakan syarat bahwa variabel terikat atau turunannya harus terpenuhi pada batas domain dari persamaan differensial parsialnya. Jenis-jenis kondisi batas dapat dibedakan atas (Hoffmann, 2000):

1. Kondisi batas Dirichlet. Kondisi batas ini merupakan persoalan syarat batas dimana yang diketahui adalah nilai C (konstan) ditetapkan disekeliling batas.
2. Kondisi batas Neumann. Kondisi batas ini merupakan persoalan syarat batas dimana yang diketahui adalah nilai $\frac{\partial C}{\partial n}$ disekeliling batasan atau dengan kata lain batas ditetapkan dalam bentuk turunan.
3. Kondisi batas Robbin atau campuran merupakan persoalan syarat batas jika C (konstan) ditetapkan pada sebagian batasan sedangkan pada batasan lain ditetapkan dengan nilai $\frac{\partial C}{\partial n}$.

Kondisi awal menggunakan data pembuangan limbah nuklir tritium di titik yang bertepatan dengan lokasi *fukushima daiichi nuclear power plant* yaitu $37^{\circ}25'22.82''N$ dan $140^{\circ}56'E$ dengan konsentrasi seperti pada tabel 1, sedangkan untuk merupakan lokasi PLTN dianggap tidak memiliki konsentrasi atau model yang digunakan, Kondisi batas yang digunakan seperti



sehingga gradien nol atau tidak terjadi pertukaran koefisien ke daratan, oleh karena itu konsentrasi diasumsikan tidak menembus batas, di mana

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0. \quad (42)$$

2. Pada sisi laut yang merupakan laut terbuka dengan arus keluar atau *outflow* atau *inflow* menggunakan ekspansi deret Taylor di titik x atau y dengan Neumann *zero-gradient* seperti pada persamaan (42) sehingga diperoleh ekstrapolasi untuk *outflow* dan *inflow* seperti berikut

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x + \Delta x) + \Delta x f'(x + \Delta x) + \frac{\Delta x}{2!} f''(x + \Delta x) \dots \\ &= f(x + \Delta x) + \Delta x f'(x + \Delta x) \\ f(x) &= f(x - \Delta x) + \Delta x f'(x - \Delta x) + \frac{\Delta x}{2!} f''(x - \Delta x) \dots \\ &= f(x - \Delta x) + \Delta x f'(x - \Delta x). \end{aligned} \quad (43)$$

di mana semua syarat batas diterapkan pada indeks waktu $n + 1$ untuk menjaga konsistensi perhitungan sesuai skema numerik yang digunakan.



BAB II

METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini bersifat pengembangan ilmu dengan menerapkan konsep dari suatu sistem persamaan diferensial parsial. Hasil dari kajian ini berupa hasil simulasi dari penyebaran limbah nuklir beserta analisis kestabilan, konsistensi, dan kekonvergenan dari skema beda hingga yang dikonstruksi, serta hasil tersebut dapat diterapkan dalam penelitian yang serupa selanjutnya. Beberapa tahapan penting dalam penelitian ini:

2.1. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi kepustakaan (*library research*). Metode ini merupakan metode yang dilakukan dengan mengkaji beberapa literatur-literatur yang ada dengan tujuan menunjang dan memastikan penelitian yang dilakukan belum diteliti oleh para peneliti sebelumnya. Penulis mencari lalu mengumpulkan data dan informasi yang terkait dengan konsep Beda Hingga serta konsep yang mendukung Persamaan Adveksi-Difusi 2-Dimensi maupun 3-Dimensi. Pencarian ini difokuskan pada bagaimana mengkonstruksi skema beda hingga yang digunakan serta menunjukkan suatu skema tersebut konsisten, stabil, dan konvergen. Semua instrumen yang ditemukan seperti jurnal, buku, ataupun catatan harian penelitian (*logbook*) dikumpulkan dan digunakan.

2.2. Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada wilayah laut di sekitar PLTN Fukushima Daiichi dengan radius 20km dari titik pelepasan limbah, mencakup perairan pesisir dan laut terbuka di sekitarnya. Simulasi dijalankan selama 96 hari dengan periode pembuangan aktif limbah tritium selama 17 hari pada awal simulasi. Pemodelan dilakukan menggunakan data oseanografi dan bathimetri yang diolah dan diinterpolasikan ke dalam grid model beresolusi 100m.

2.3. Data dan Sumber Data

Penelitian ini menggunakan dua kelompok data utama, yaitu data bathimetri dan data oseanografi. Data bathimetri diperoleh dari *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) dengan resolusi spasial asli sekitar 500m dalam format NetCDF. Data ini memberikan informasi kedalaman laut yang digunakan untuk membentuk struktur vertikal model numerik (SRTM; Farr, dkk., 2007). Sistem koordinat yang digunakan adalah geografis WGS84. SRTM dipilih karena ketersediaannya yang luas, cakupan global, serta kemudahan integrasi dengan perangkat lunak pemodelan berbasis format NetCDF. SRTM dapat digunakan sebagai basis untuk membangun grid domain dengan radius 20km dari PLTN Fukushima Daiichi.



ografi diperoleh dari CMEMS yang menyediakan parameter dimensi (komponen u , v , dan w), suhu permukaan dan kolom air (T), dengan resolusi spasial asli $0,081^\circ$ atau sekitar 9km dan resolusi waktu 3 jam. Dataset Copernicus juga tersedia dalam format NetCDF. Dataset

Copernicus ini digunakan sebagai forcing untuk model adveksi-difusi yang akan disimulasikan, sehingga keberadaan data arus, suhu, dan salinitas menjadi kunci dalam merepresentasikan proses transport dan pencampuran di kolom air laut. Kedua sumber data ini diolah lebih lanjut melalui proses interpolasi spasial dan vertikal untuk disesuaikan dengan resolusi grid model yang digunakan dalam penelitian, yaitu 100m.

2.4. Metode Pengolahan Data

Data bathimetri dari SRTM dengan resolusi spasial asli ± 500 m. Data ini terlebih dahulu dipotong sesuai domain penelitian dengan radius 20 km dari lokasi PLTN Fukushima Daiichi. Selanjutnya, data dikonversi ke sistem koordinat geografis WGS84 untuk menyeragamkan referensi spasial dengan data oseanografi. Interpolasi spasial dilakukan untuk meningkatkan resolusi dari 500m menjadi 100m sesuai resolusi horizontal grid model. Metode *bicubic interpolation* dipilih untuk data kedalaman guna menghasilkan transisi yang halus antar titik grid. Nilai kedalaman negatif yang merepresentasikan daratan dikoreksi menjadi nol, dan titik-titik tersebut kemudian diberi *land mask* untuk dikecualikan dari perhitungan adveksi-difusi.

Data oseanografi CMEMS berupa kecepatan arus tiga dimensi (u , v , w), suhu (T), dan salinitas (S) dengan resolusi spasial asli $0,081^\circ$ (~ 9 km) dan resolusi temporal harian. Data ini juga dipotong sesuai domain penelitian, kemudian dilakukan interpolasi spasial untuk menyesuaikan resolusi horizontal ke 100m. Pada arah horizontal, interpolasi menggunakan metode makima untuk mempertahankan kelancaran gradien arus tanpa menghasilkan osilasi berlebihan yang umum terjadi pada data dengan perubahan halus namun resolusi tinggi. Pada arah vertikal, data diinterpolasi secara linear ke struktur vertikal model $z(i, j, k)$ yang mengikuti profil kedalaman hasil interpolasi bathimetri, sehingga setiap grid vertikal memiliki nilai parameter yang konsisten dengan kedalaman setempat. Hasil dari proses ini adalah dataset arus, suhu, dan salinitas dengan resolusi spasial $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ dan resolusi temporal yang sesuai dengan konfigurasi model, siap digunakan sebagai masukan pada simulasi adveksi-difusi tritium.

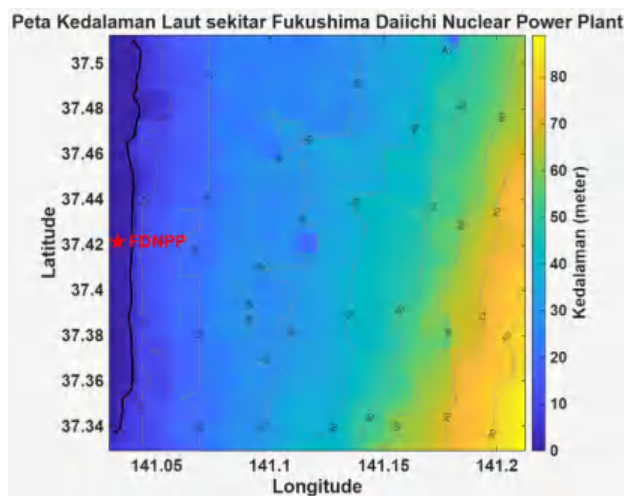
2.5. Desain Model

Domain model berbentuk persegi dengan radius 20 km, yang diambil dari posisi koordinat PLTN Fukushima Daiichi sebagai lokasi sumber pelepasan. Kedalaman laut dalam domain ditentukan menggunakan data bathimetri SRTM, sehingga topografi dasar laut dapat direpresentasikan secara realistis. Ukuran grid horizontal ditetapkan sebesar 100 meter, sehingga resolusi spasial cukup untuk menangkap variabilitas arus dan proses penyebaran dalam skala lokal.





Gambar 6. Peta laut sekitar *Fukushima Daiichi Nuclear Power Plant*

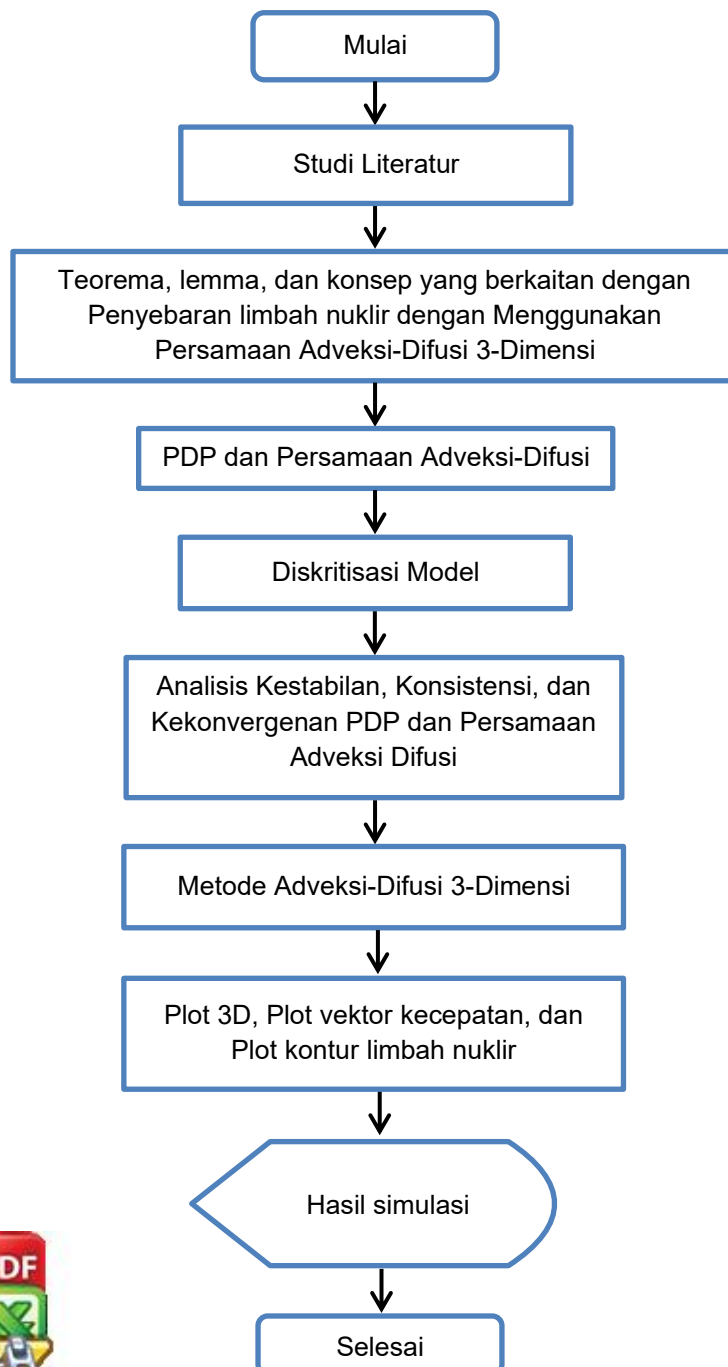


Gambar 7. Peta kontur laut sekitar *Fukushima Daiichi Nuclear Power Plant*



2.6. Alur Penelitian

Alur kerja penelitian ini digambarkan dalam bentuk flowchart berikut



Gambar 8. Flowchart Penelitian

