

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan pasar modal di Indonesia menunjukkan tren yang signifikan dalam beberapa dekade terakhir. Berdasarkan data Bursa Efek Indonesia (BEI), jumlah investor di pasar modal Indonesia telah meningkat secara substansial dari 10.3 juta investor pada tahun 2022 menjadi 12.16 juta investor pada tahun 2020, dengan pertumbuhan mencapai 18% (OJK, 2023). Peningkatan ini mencerminkan kesadaran masyarakat yang semakin tinggi akan pentingnya investasi di pasar modal sebagai salah satu instrumen untuk mengembangkan kekayaan.

Dalam konteks investasi pasar modal, pembentukan portofolio yang optimal menjadi aspek krusial bagi investor untuk mencapai tujuan investasinya. Metode Mean-Varians yang diperkenalkan oleh Harry Markowitz (1952) telah menjadi landasan fundamental dalam pengambilan keputusan investasi. Markowitz mengemukakan bahwa investor dapat mengoptimalkan *return* portofolio pada tingkat risiko tertentu melalui diversifikasi yang efektif. Pendekatan mean-varian memungkinkan investor untuk mengukur *trade-off* antara faktor risiko dan *return* secara kuantitatif. Namun, metode mean-varians tradisional memiliki beberapa keterbatasan yang signifikan. Pertama, asumsi normalitas distribusi *return* yang menjadi dasar metode ini seringkali tidak sesuai dengan realitas pasar, terutama selama periode volatilitas tinggi atau krisis (Mandelbrot, 1963; Fama, 1965). Kedua, estimasi parameter yang digunakan dalam model mean-varians, seperti *expected return* dan matriks kovarians, seringkali tidak stabil dan sensitif terhadap data noise (Michaud, 1989). Ketiga, model ini bersifat statis dan tidak dapat secara efektif menangkap dinamika pasar yang berubah secara temporal (Kuhn et al, 2009).

Pentingnya optimasi portofolio yang efektif semakin meningkat seiring dengan berkembangnya kompleksitas pasar keuangan global. Volatilitas pasar yang tinggi, terutama selama periode krisis, membutuhkan pendekatan yang lebih canggih dalam manajemen risiko dan optimasi *return*. Penelitian oleh Lo dan MacKinlay (2002) menunjukkan bahwa pasar keuangan memiliki struktur yang lebih kompleks daripada yang diasumsikan dalam teori pasar efisien klasik. Indonesia merupakan negara berkembang yang berarti pasar modal di Indonesia bereaksi lebih sensitif dan volatil dibandingkan dengan pasar modal maju selama periode krisis (Ngo et al., 2023).

Salah satu metode yang menjanjikan untuk mengatasi keterbatasan tersebut



Optimized using
trial version
www.balesio.com

Transformasi Hilbert dalam analisis sinyal keuangan. yang awalnya dikembangkan dalam konteks pemrosesan ampuan untuk mengekstrak informasi fase dan amplitudo dari ng et al., 1998). Keunggulan utama Transformasi Hilbert adalah uk menganalisis sinyal non-stasioner dan non-linear, yang istik umum data keuangan. Penelitian terdahulu telah atas Transformasi Hilbert dalam berbagai aplikasi keuangan.

Huang et al. (2003) menggunakan Transformasi Hilbert untuk menganalisis siklus pasar saham dan menemukan bahwa metode ini dapat mengidentifikasi komponen tren dan siklus dengan lebih akurat dibandingkan metode tradisional.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan dan menguji metodologi baru dalam optimasi portofolio dengan mengintegrasikan transformasi Hilbert ke dalam kerangka kerja mean-varians klasik. Pendekatan ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan strategi investasi yang lebih efektif dan adaptif terhadap dinamika pasar modern.

Penelitian ini tidak hanya akan memberikan kontribusi teoretis dalam pengembangan metodologi optimasi portofolio, tetapi juga memiliki implikasi praktis yang penting bagi praktisi keuangan dan investor dalam mengelola portofolio mereka. Dengan memahami bagaimana transformasi Hilbert dapat meningkatkan kinerja model mean-varians, penelitian ini diharapkan dapat membuka jalan bagi pengembangan alat analisis yang lebih canggih dalam manajemen investasi. Penelitian ini mengusulkan judul **“Penerapan Transformasi Hilbert dalam Optimasi Portofolio Metode Mean-Varians”**.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil penerapan transformasi Hilbert dalam optimasi portofolio menggunakan metode mean-varians?
2. Bagaimana perbandingan antara optimasi portofolio menggunakan metode transformasi Hilbert dengan metode mean-varians?

1.3 Tujuan dan Manfaat

1.3.1 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis hasil penerapan transformasi Hilbert dalam optimasi portofolio menggunakan metode mean-varians.
2. Membandingkan hasil optimasi portofolio antara metode transformasi Hilbert dengan metode mean-varians.

1.3.2 Manfaat Penelitian



in ini adalah sebagai berikut:

engan adanya penelitian ini diharapkan dapat menambah pemahaman mengenai penerapan transformasi Hilbert dalam io.

2. Bagi praktisi (investor, trader, perencana keuangan, dan manajer investasi), diharapkan penelitian ini bisa menjadi masukan kedepannya dalam pertimbangan pemilihan metode optimasi portofolio.

1.4 Landasan Teori

1.4.1 Portofolio Mean-Varians

Teori portofolio mean-variance diperkenalkan oleh Harry Markowitz dalam karyanya yang berjudul "Portfolio Selection" pada tahun 1952. Konsep ini muncul sebagai respon terhadap kebutuhan untuk mengoptimalkan alokasi aset dalam investasi, dengan mempertimbangkan risiko dan pengembalian secara bersamaan. Markowitz mengembangkan model matematis yang memungkinkan investor untuk memilih kombinasi aset yang tidak hanya memaksimalkan pengembalian yang diharapkan, tetapi juga meminimalkan risiko yang terkait dengan fluktuasi nilai investasi.

Konsep dasar dari mean-variance portfolio berfokus pada dua parameter utama: mean (rata-rata) pengembalian dan varians dari pengembalian portofolio. Dalam model ini, investor diharapkan untuk membangun portofolio yang terletak pada *efficient frontier*, yaitu kurva yang menunjukkan kombinasi optimal dari risiko dan pengembalian. Portofolio yang berada di garis ini memberikan tingkat pengembalian tertinggi untuk setiap unit risiko yang diambil atau sebaliknya, risiko terendah untuk tingkat pengembalian tertentu (Elton et al., 2014)

Dalam analisis mean-variance, investor menggunakan data historis untuk menghitung rata-rata pengembalian dan varians dari setiap aset dalam portofolio. Kemudian, dengan menggunakan metode optimasi matematis, mereka dapat menentukan bobot masing-masing aset yang menghasilkan portofolio optimal. Pendekatan ini tidak hanya memberikan kerangka kerja teoritis tetapi juga alat praktis bagi investor untuk membuat keputusan investasi yang lebih terinformasi.

Realized return. *Realized return* adalah imbal hasil yang telah diterima oleh investor dari investasi yang telah dilakukan. Jenis *return* ini mencakup keuntungan atau kerugian yang telah terjadi akibat perubahan nilai aset atau investasi selama periode tertentu. *Return* ini dihitung berdasarkan data historis dan memberikan gambaran yang jelas tentang kinerja investasi yang sudah berlangsung. Persamaan (1) menjelaskan cara menghitung *realized return*:

$$r_t^{(i)} = \frac{P_t^{(i)} - P_{t-1}^{(i)}}{P_{t-1}^{(i)}} \quad (1)$$



i pada waktu ke- t

et i pada waktu ke- t

set i pada waktu ke $(t - 1)$

return portofolio sebagai berikut:

$$R_t = \sum_{i=1}^N w_i r_t^{(i)} \quad (2)$$

dengan:

R_t : Nilai *return* portofolio pada waktu ke- t

w_i : Bobot portofolio untuk aset i

$r_t^{(i)}$: Nilai *return* aset i pada waktu ke- t

Matriks Kovariansi. Matriks Kovariansi merupakan komponen penting dalam pembentukan portofolio karena mengukur hubungan statistik antara *return* dari berbagai aset. Matriks ini berisi informasi mengenai varians (risiko individual tiap aset) dan kovarians (tingkat perubahan bersama antara pasangan saham). Matriks kovariansi dapat diperoleh dengan berikut (Uchiyama, et al., 2019):

$$\Gamma = E \left[(r_t^{(i)} - E[r_t^{(i)}])(r_t^{(i)} - E[r_t^{(i)}])^T \right] \quad (3)$$

dengan:

Γ : matriks kovariansi *return*

$r_t^{(i)}$: *return* aset i

$E[r_t^{(i)}]$: Nilai *expected return* aset i

Expected Return Portofolio. Expected *return* portofolio merupakan rata-rata tertimbang dari *return* yang diharapkan dari seluruh aset yang membentuk portofolio investasi. Konsep ini digunakan untuk memperkirakan tingkat keuntungan yang dapat diperoleh investor berdasarkan proporsi dana yang diinvestasikan pada masing-masing aset (Jogiyanto, 2010). Secara matematis, *expected return* portofolio dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^N w_i E[r_t^{(i)}] \quad (4)$$

dengan:

$E[R_p]$: *Expected Return* portofolio

w_i : bobot portofolio untuk aset i

$E[r_t^{(i)}]$: Nilai *expected return* aset i

Variansi dan Standar Deviasi Portofolio. Variansi merupakan ukuran yang digunakan untuk mengukur penyebaran *return* portofolio terhadap nilai rata-rata *return*. Variansi portofolio dihitung dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\sigma^2 = \mathbf{w}^T \Gamma \mathbf{w} \quad (5)$$



o
ector bobot

Sedangkan, standar deviasi adalah akar kuadrat dari variansi dan memberikan interpretasi risiko dalam satuan yang sama dengan *return*. Semakin tinggi nilai standar deviasi, semakin besar risiko yang dihadapi oleh investor. Standar deviasi ini biasa juga disebut sebagai risiko dan volatilitas. Standar deviasi portofolio dapat dihitung sebagai:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma^2} \quad (6)$$

dengan

σ_p : Standar deviasi portofolio

σ^2 : Variansi portofolio

Efficient Frontier. Efficient Frontier merupakan konsep yang diperkenalkan oleh Harry Markowitz pada tahun 1952 sebagai bagian dari teori portofolio modern. Konsep ini mendasari ilmu investasi modern dengan menyediakan kerangka kerja matematis untuk mencari portofolio optimal. Efficient Frontier didefinisikan sebagai kurva yang menggambarkan kumpulan portofolio yang memberikan tingkat *return* tertinggi untuk setiap tingkat risiko atau tingkat risiko terendah untuk setiap tingkat *return* yang diharapkan (Deng, 2022).

Dalam konteks investasi, investor selalu dihadapkan pada trade-off antara risiko dan *return*. Konsep Efficient Frontier memberikan solusi optimal untuk dilema ini dengan mengidentifikasi portofolio-portofolio yang paling efisien (Elton et al., 2014). Secara geometris, kurva Efficient Frontier memiliki bentuk yang khas bergantung pada konteks analisisnya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kurva ini memiliki bentuk U pada kasus yang tidak memasukkan aset bebas risiko (risk-free asset) dan bentuk V yang dirotasi searah jarum jam pada kasus yang memasukkan aset bebas risiko (Deng, 2022).

1.4.2 Transformasi Hilbert

Metode optimasi portofolio Mean-Varians telah menjadi fondasi dalam teori keuangan modern. Namun, metode Mean-Varians konvensional memiliki keterbatasan karena hanya terbatas pada satu periode waktu dan tidak mampu menangkap dengan baik fluktuasi pasar saham yang sangat volatil (Majidah et al., 2024). Namun, keterbatasan metode ini dalam menghadapi fluktuasi pasar telah mendorong para peneliti untuk mengembangkan pendekatan baru yang menggabungkan teknik pemrosesan sinyal, seperti Transformasi Hilbert, dengan model Mean-Varians konvensional.



Hilbert untuk deret waktu diskrit adalah (Uchiyama et al.,

$$\mathcal{H}_D[x_k] = -i \operatorname{sgn} \left(k - \frac{N}{2} \right) \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{i \frac{2\pi n}{N} k} \quad (7)$$

- $\mathcal{H}_D[x_k]$: Transformasi Hilbert untuk deret waktu diskrit pada aset ke-k
- i : Akar kuadrat dari -1
- $\text{sgn}\left(k - \frac{N}{2}\right)$: Fungsi signum yang bernilai 1 jika $\left(k - \frac{N}{2}\right)$ bernilai positif, bernilai -1 jika $\left(k - \frac{N}{2}\right)$ bernilai negatif dan bernilai 0 jika $\left(k - \frac{N}{2}\right)$ bernilai 0
- x_n : Data deret waktu aset ke-n
- $e^{i\frac{2\pi n}{N}}$: Komponen eksponensial kompleks yang merepresentasikan basis Fourier diskrit, dimana n adalah indeks waktu diskrit dan N adalah banyaknya deret waktu diskrit. Bisa juga dituliskan sebagai $\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$

Sinyal analitik kompleks didefinisikan sebagai berikut:

$$z_t = r_t + i\mathcal{H}_D[r_t] \quad (8)$$

dengan:

- z_t : Sinyal analitik kompleks
- r_t : *Return* riil asset pada periode waktu t
- $\mathcal{H}_D[r_t]$: Transformasi Hilbert dari *return* riil
- i : Akar kuadrat dari -1

Sinyal z_t selanjutnya diproses untuk menghasilkan matriks kovarians kompleks C_z . Matriks ini mengukur seberapa besar hubungan antar aset dengan mempertimbangkan arah dan waktu perubahan. Matriks kovarians kompleks dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$C_z = E[(z_t - E[z_t])(z_t - E[z_t])^*] \quad (9)$$

dengan:

- C_z : Matriks Kovariansi Kompleks dari sinyal analitik kompleks
- z_t : Sinyal analitik kompleks
- z_t^* : Konjugat Hermitian dari z_t

Sejak matriks C_z merupakan matriks Hermitian positif definit, maka dapat dipecah menjadi komponen-komponen utamanya melalui *eigen decomposition*. Matriks C_z diubah menjadi bentuk diagonal dengan bantuan matriks unitary U . Matriks U terdiri dari vektor-vektor eigen (*eigenvectors*) dari C_z . Hasil transformasi ini adalah matriks diagonal yang memuat nilai-nilai eigen (*eigenvalues*). Vektor koefisien bobot w ditransformasi menjadi:

$$\tilde{w} = Uw \quad (10)$$



si dalam basis PCA
ng terdiri dari eigenvectors

Kontribusi risiko dari komponen tersebut adalah:

$$v_m = \tilde{w}_m^2 \lambda_m \quad (11)$$

dengan:

v_m : Risiko dari komponen ke-m

$\tilde{w}$: Bobot transformasi dalam basis PCA

λ_m : Nilai eigen dari komponen ke-m

Persamaan (11) mengubah kontribusi risiko v_m menjadi bentuk distribusi risiko. Distribusi risiko dari komponen-komponen tersebut adalah:

$$p_m = \frac{v_m}{\sum_{m=1}^M v_m} \quad (12)$$

dengan:

p_m : Proporsi risiko dari komponen ke-m

v_m : Risiko dari komponen ke-m

Distribusi ini menunjukkan proporsi risiko yang diberikan oleh masing-masing aset terhadap total risiko. Dari distribusi risiko pada persamaan (12), nilai entropi dapat dilakukan dengan berikut:

$$H = - \sum_{m=1}^M p_m \log p_m \quad (13)$$

dengan:

H : Nilai entropi

p_m : Proporsi risiko dari komponen ke-m

Nilai entropi H merupakan ukuran seberapa meratanya risiko tersebar. Nilai entropi akan tinggi bila risiko tersebar merata di semua aset dan akan rendah jika hanya terkonsentrasi pada beberapa aset saja. Nilai entropi ini digunakan sebagai fungsi objektif pada Lagrangian Function sebagai berikut:

$$L = H - \mu \left(\sum_{m=1}^M w_m - 1 \right) \quad (14)$$

dengan:

L : Fungsi Lagrangian

H : Nilai entropi

μ : Pengganda Lagrange untuk kendala jumlah bobot

Setelah mendefinisikan fungsi Lagrangian pada Persamaan (17), proses optimasi dapat diselesaikan melalui metode numerik. Salah satu metode yang sesuai



masalah optimasi nonlinier dengan constraint adalah SLSQP (Squares Quadratic Programming). SLSQP menyusun subda setiap iterasi untuk menentukan arah perubahan bobot yang ngsi objektif (dalam hal ini, entropi), sambil tetap menjaga lah bobot portofolio dan batas bawah (non-negatif) (Nocedal

Proses ini dilakukan secara iteratif hingga mencapai timal.

$$\min_d \nabla L(w_k)^T d + \frac{1}{2} d^T B_k d \quad (15)$$

dengan:

∇L : Gradien dari Lagrangian

w_k : Bobot pada iterasi ke- k

d : Arah pencarian bobot baru

B_k : Aproksimasi Hessian dari fungsi Lagrangian

1.4.3 Uji Performa

Compound Annual Growth Rate. *Compound Annual Growth Rate* atau CAGR merupakan ukuran yang menunjukkan tingkat pertumbuhan tahunan rata-rata dari suatu investasi selama periode waktu tertentu dengan asumsi keuntungan diinvestasikan kembali setiap akhir periode. CAGR memberikan sudut pandang yang lebih akurat mengenai laju pertumbuhan investasi terutama dalam investasi jangka panjang. Nilai CAGR yang tinggi mengindikasikan potensi pertumbuhan nilai investasi yang lebih optimal dan konsisten dari waktu ke waktu. Persamaan (16) menunjukkan cara menghitung nilai dari CAGR:

$$CAGR = \left(\frac{P_n}{P_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (16)$$

dengan:

P_n : Nilai akhir periode portofolio

P_0 : Nilai awal periode portofolio

n : jumlah tahun

Sharpe Ratio. Rasio Sharpe merupakan salah satu metrik yang paling umum digunakan untuk mengukur kinerja portofolio dengan mempertimbangkan risiko. Rasio ini pertama kali dikembangkan oleh William F. Sharpe pada tahun 1966. Rasio ini mengukur seberapa besar *return* yang dihasilkan oleh suatu portofolio dibandingkan dengan risiko yang diambil, yang dihitung berdasarkan standar deviasi dari *return* portofolio tersebut. Persamaan (17) menunjukkan cara menghitung Sharpe Ratio:

$$Sharpe Ratio = \frac{E[R_p] - R_f}{\sigma_p} \quad (17)$$

dengan:

$E[R_p]$: *Expected return* portofolio

R_f : Tingkat bebas risiko

σ_p : Standar deviasi portofolio



nggi menunjukkan bahwa portofolio memberikan *return* yang terhadap risiko yang diambil, sementara rasio yang rendah nya.

5. Rasio Omega adalah rasio yang lebih komprehensif dalam satu portofolio dengan mempertimbangkan seluruh distribusi pada probabilitas bahwa *return* akan melebihi ambang batas demikian, rasio ini mengukur potensi keuntungan relatif

terhadap potensi kerugian. Nilai rasio omega yang lebih besar dari satu menunjukkan bahwa portofolio memiliki potensi memperoleh return di atas threshold lebih besar dibandingkan di bawah threshold. Persamaan (18) menunjukkan cara menghitung Rasio Omega:

$$\text{Omega Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_t - T) \cdot I(R_t > 0)}{|\sum_{t=1}^n (R_t - T) \cdot I(R_t < 0)|} \quad (18)$$

dengan:

R_t : Nilai *return* portofolio pada waktu ke- t

T : Threshold

I : Fungsi Indikator (1 jika benar dan 0 jika salah)



BAB II METODE PENELITIAN

2.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif eksperimental yang bertujuan untuk menguji efektivitas penerapan Transformasi Hilbert dalam kerangka optimasi portofolio metode Mean-Varians. Penelitian dilakukan melalui simulasi numerik menggunakan data historis harga aset keuangan dan perhitungan berbasis statistik dan aljabar linier.

2.2 Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari situs web *investing.com*. Data yang diambil merupakan data harga penutupan mulai dari 3 Agustus 2021 hingga 31 Juli 2024.

2.3 Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan di kampus Universitas Hasanuddin, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Penelitian ini dilaksanakan dari bulan Agustus 2024 hingga April 2025.

2.4 Objek Penelitian

Objek pada penelitian ini adalah harga penutupan dan *return* dari enam emiten saham, yaitu ADRO, BBKA, ICBP, TLKM, ITMG, KLBF.

2.5 Tahapan Analisis Data

Tahapan analisis data dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mencari data harian selama 3 tahun dari enam emiten saham terpilih, yaitu:

Tabel 1. Emiten Saham

No.	Emiten	Keterangan
1	ADRO	PT Alamtri Resources Indonesia Tbk.
		PT Bank Central Asia Tbk.
		PT Indofood CBP Sukses Makmur Tbk.
		PT Telkom Indonesia Tbk
		PT Indo Tambangraya Megah Tbk.



Lanjutan Tabel 1

No.	Emiten	Keterangan
6	KLBF	PT Kalbe Farma Tbk.

2. Menghitung *realized return* dan *return* portofolio.
3. Menghitung *expected return* riil
4. Menghitung matriks kovarians riil
5. Memperoleh bobot optimal Mean-Varians konvensional dengan menggunakan Efficient Frontier
6. Mentransformasi *return* riil menjadi *return* kompleks dengan mengaplikasikan transformasi Hilbert
7. Menghitung matriks kovariansi kompleks
8. Menghitung bobot transformasi dengan menggunakan eigenvectors untuk masing-masing aset
9. Menghitung kontribusi risiko untuk masing-masing aset
10. Menghitung proporsi risiko untuk masing-masing aset
11. Menghitung nilai entropi untuk melihat penyebaran risiko
12. Menghitung fungsi Lagrangian dan mendapatkan bobot optimal
13. Melakukan uji performa, yaitu:
 - a. Uji CAGR
 - b. Uji Rasio Sharpe
 - c. Uji Rasio Omega
14. Membandingkan performa portofolio Mean-Varians dan Transformasi Hilbert.

2.5 Diagram Alur Penelitian



