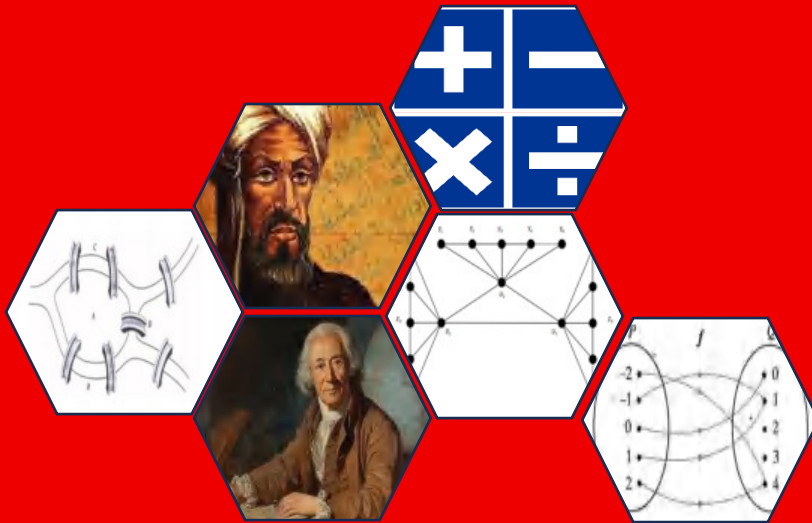


**PENENTUAN NILAI TOTAL KETIDAKTERATURAN TITIK PADA GRAF
HASIL KALI KORONA GRAF LINGKARAN TIGA DAN GRAF LINTASAN**



MUH. AKBAR SYAM

H011181001



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

2025



Optimized using
trial version
www.balesio.com

**PENENTUAN NILAI TOTAL KETIDAKTERATURAN TITIK PADA GRAF
HASIL KALI KORONA GRAF LINGKARAN TIGA DAN GRAF LINTASAN**

MUH. AKBAR SYAM

H011181001



PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2025



Optimized using
trial version
www.balesio.com

**PENENTUAN NILAI TOTAL KETIDAKTERATURAN TITIK PADA GRAF HASIL
KALI KORONA GRAF LINGKARAN TIGA DAN GRAF LINTASAN**

**MUH. AKBAR SYAM
H011181001**

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar sarjana



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2025



SKRIPSI**PENENTUAN NILAI TOTAL KETIDAKTERATURAN TITIK PADA GRAF HASIL
KALI KORONA GRAF LINGKARAN TIGA DAN GRAF LINTASAN**

MUH. AKBAR SYAM
H011181001

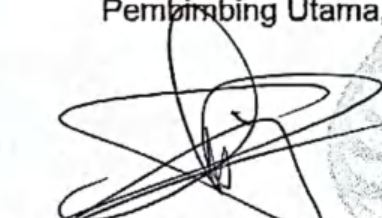
Skripsi,

Telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana pada tanggal 25 Juli 2025
Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan
pada

Program Studi Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar



Mengesahkan:
Pembimbing Utama,

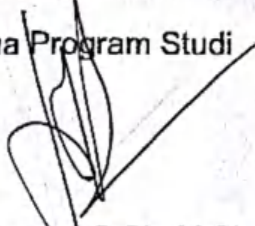

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.
NIP. 197008072000031002

Mengesahkan:
Pembimbing Pertama


Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.
NIP. 196808031992021001

Mengetahui:

Ketua Program Studi


Dr. Firman, S.Si., M.Si.
NIP. 196804292002121001



PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Penentuan Nilai Total Ketidakteraturan Titik Graf Hasil Kali Korona Graf Lingkaran Tiga dan Graf Lintasan" adalah benar karya saya dengan arahan dari Prof. Dr. Nurdin, S.Si.,M.Si sebagai Pembimbing Utama dan Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc. sebagai Pembimbing Pertama. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 25 Juli 2025



Muh. Akbar Syam
H011181001



UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur atas kehadiran Allah *Subhanahu Wa ta'ala* yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad *Sallallahu 'Alaihi Wasallam*.

Penulis menyadari bahwa skripsi yang berjudul “Penentuan Nilai Total Ketidakteraturan Titik pada Graf Hasil Kali Korona Graf Lingkaran Tiga dan Graf Lintasan” ini dapat diselesaikan, karena adanya bantuan, dukungan, bimbingan, serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada orang tua penulis, Syamsir dan Teti Erni Thompa, serta seluruh keluarga yang telah memberikan doa dan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini. Pada kesempatan ini pula, dengan segala kerendahan hati penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin, Bapak **Dr. Sci Muhammad Zakir, S.Si., M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya, serta Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Matematika.
2. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.** dan Bapak **Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.** selaku Dosen Pembimbing yang dengan sabar, tulus, dan ikhlas banyak memberikan ilmu yang bermanfaat dan meluangkan waktu untuk membimbing dan memberi masukan serta motivasi dalam penulisan skripsi ini.
3. Ibu **Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.** dan Ibu **Nur Rohmah Oktaviani P., S.Si., M. Si.** selaku Tim Penguji atas kesediaannya untuk memberikan kritik, saran dan dukungan yang membangun kepada penulis dalam perbaikan skripsi ini.
4. Bapak dan Ibu Dosen Departemen Matematika yang telah memberikan banyak ilmu dan pengetahuan kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Program Studi Matematika, serta Bapak dan Ibu Staff Departemen Matematika yang telah membantu dan memudahkan penulis dalam berbagai hal administrasi.
5. Teman-teman penulis, **Jumardi Hasan, S.Si., Muh. Lutfi, S.Si., Ahmad Nurhidayat, S.Si., M.Aris, S.Mat.** yang senantiasa menginspirasi, teman berbagi pikiran, memberikan bantuan dan dukungan baik moril maupun materil agar peneliti lebih semangat selama masa studi sarjana.
6. Teman-teman seperjuangan penulis **Andi Rahmat Hidayat, S.Mat., Ronaldo, S.Mat., Alya Sakinah Arif, S.Mat., Putri Ayuni, S.Mat.** yang telah berjuang bersama untuk menyelesaikan skripsi.

Akhir kata, penulis berharap semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah *Subhanahu Wa Ta'ala*. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

Penulis

Muh. Akbar Syam



ABSTRAK

Muh. Akbar Syam. “Penentuan Nilai Total Ketidakteraturan Titik pada Graf Hasil Kali Korona Graf Lingkaran Tiga dan Graf Lintasan”. (Dibimbing oleh “Prof. Dr. Nurdin, S.Si.,M.Si.” dan “Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.”).

Penelitian ini membahas tentang penentuan nilai total ketidakteraturan titik (*total vertex irregularity strength/ tvs*) pada graf hasil kali korona graf lingkaran tiga C_3 dan graf lintasan P_n . *tvs* merupakan salah satu bentuk pelabelan graf yang bertujuan memberikan label bilangan bulat positif pada titik dan sisi graf sehingga bobot setiap titik, yang diperoleh dari jumlah label titik tersebut dan semua sisi yang berkaitan padanya, berbeda satu sama lain. Langkah-langkah penelitian ini meliputi pembentukan graf hasil kali korona $C_3 \odot P_n$, penentuan banyaknya titik dan sisi graf, serta perancangan fungsi pelabelan yang memenuhi syarat ketidakteraturan total. Analisis dilakukan secara konstruktif dengan mencari fungsi pelabelan yang memberikan bobot titik berbeda secara minimal. Dalam penelitian ini diperoleh nilai total ketidakteraturan titik pada graf $C_3 \odot P_n$ adalah $tvs(C_3 \odot P_n) = \left\lceil \frac{3n+2}{4} \right\rceil$.

Kata Kunci: *Pelabelan graf, Nilai total ketidakteraturan titik, Graf hasil kali korona, Graf lingkaran tiga, Graf lintasan*



ABSTRACT

Muh. Akbar Syam. “Determination of the Total Vertex Irregularity Strength on the Corona Product of a Cycle Graph of Order Three and a Path Graph”. (Supervised by “Prof. Dr. Nurdin, S.Si.,M.Si.” and “ Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.”).

This research focuses on determining the total vertex irregularity strength (tvs) of the corona product graph between a cycle graph C_3 and a path graph P_n . tvs is a type of graph labeling that assigns positive integer labels to both vertices and edges such that the weight of each vertex, obtained from the sum of its own label and the labels of all incident edges, is distinct for every vertex in the graph. The research steps include constructing the corona product graph $C_3 \odot P_n$, determining the number of vertices and edges, and designing a labeling function that satisfies the total irregularity conditions. The analysis was conducted constructively by developing a labeling function that minimizes the distinct vertex weights. In this study we find the total vertex irregularity strength of graph $C_3 \odot P_n$ is $tvs(C_3 \odot P_n) = \left\lceil \frac{3n+2}{4} \right\rceil$.

Keywords: Graph labeling, Total vertex irregularity strength, Corona product graph, Cycle graph, Path graph.



DAFTAR ISI

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA	iv
UCAPAN TERIMA KASIH	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR NOTASI	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Batasan Penelitian	3
1.5 Landasan Teori	3
1.5.1 Pengertian Graf	3
1.5.2 Terminologi Graf	4
1.5.3 Jenis-Jenis Graf	6
1.5.4 Operasi Korona pada Graf	7
1.5.5 Pelabelan Graf	8
1.5.6 Pelabelan Total Tak Teratur Titik	10
BAB II METODOLOGI PENELITIAN	12
2.1 Pendekatan dan Jenis Penelitian	12
2.2 Alur kerja	13
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	14
3.1. Konstruksi Graf $C_3 \odot P_n$	14
3.2. Nilai Total Ketidakteraturan Titik Graf $C_3 \odot P_n$	14
BAB IV PENUTUP	41
4.1 Kesimpulan	41
4.2 Saran	41
DAFTAR PUSTAKA	42



DAFTAR TABEL

Nomor Urut	halaman
Tabel 3.1 Hubungan antara n dan pelabelan k -terkecil	23



DAFTAR GAMBAR

Nomor Urut	Halaman
Gambar 1.1 Graf G	4
Gambar 1.2 Graf H.....	4
Gambar 1.3 Graf Lintasan P_4 dan graf Siklus C_5	7
Gambar 1.4 Graf K	7
Gambar 1.5 Graf J	7
Gambar 1.6 Graf $I = K \odot J$	8
Gambar 1.7 Pelabelan total pada graf lintasan P_4	9
Gambar 1.8 Beberapa pelabelan total pada graf lintasan P_5	10
Gambar 1.9 Pelabelan 3-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_3$	11
Gambar 2.1 Alur Kerja	13
Gambar 3.1 Konstruksi Graf $C_3 \odot P_n$	14
Gambar 3.2 Pelabelan 3-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_3$	16
Gambar 3.3 Pelabelan 4-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_4$	16
Gambar 3.4 Pelabelan 5-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_5$	17
Gambar 3.5 Pelabelan 5-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_6$	18
Gambar 3.6 Pelabelan 6-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_7$	19
Gambar 3.7 Pelabelan 7-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_8$	20
Gambar 3.8 Pelabelan 8-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_9$	21
Gambar 3.9 Pelabelan 8-total tak teratur titik pada Graf $C_3 \odot P_{10}$	22



DAFTAR NOTASI

Notasi	Keterangan
$G(V, E)$	Graf G dengan himpunan titik V dan himpunan sisi E
$V(G)$	Himpunan Titik di Graf G
$E(G)$	Himpunan Sisi di Graf G
$u, v \in V(G)$	Suatu Titik Anggota dari $V(G)$
$e = uv$	Sisi anggota dari $E(G)$
$p(G)$	Orde atau banyaknya titik pada Graf G
$q(G)$	Ukuran atau banyaknya sisi pada Graf G
Wl_k	Jalan pada graf G dengan panjang k
$d(v_i)$	Derajat suatu titik v_i pada G
$\delta(G)$	Derajat minimum pada Graf G
$\Delta(G)$	Derajat maksimum pada Graf G
C_n	Graf Lingkaran
P_n	Graf Lintasan
$C_3 \odot P_n$	Graf Hasil Kali Korona Graf Lingkaran Tiga dan Graf Lintasan P_n
$wt(v)$	Bobot titik v
$f(v)$	Fungsi pelabelan titik v
$f(uv)$	Fungsi pelabelan sisi uv
$tvs(G)$	Nilai total ketidakteraturan titik Graf G



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf awal mulanya berasal dari solusi masalah Jembatan Königsberg pada tahun 1736 yang diperkenalkan oleh ahli matematika terkenal dari Swiss bernama Leonard Euler. Dalam masalah tersebut, Leonard Euler menjawab teka teki jembatan Königsberg dengan memperlihatkan bahwa perjalanan di kota Königsberg yang mempunyai 7 buah jembatan, dengan syarat melalui setiap jembatan tepat satu kali yang bertolak dan berakhir pada suatu dataran yang sama, tidak dapat dilakukan. Berkat pekerjaan Euler yang diilhami melalui masalah jembatan Königsberg memunculkan suatu cabang matematika yang cukup penting dan dikenal sebagai teori graf (*Graph Theory*). Hingga saat ini teori graf banyak digunakan untuk memecahkan berbagai masalah misalnya masalah di bidang Fisika, Kimia, Ilmu Komunikasi, Rekayasa Listrik, Genetika, dan lain-lain. (Hasmawati, 2020).

Secara matematis, graf adalah pasangan himpunan (V, E) , dengan V adalah himpunan diskrit yang anggota-anggotanya disebut titik, dan E adalah himpunan dari pasangan anggota-anggota V yang disebut sisi. Berdasarkan definisi tersebut, himpunan V disebut himpunan titik (*vertex set*) dan E disebut himpunan sisi (*edge set*). (Hasmawati, 2020).

Salah satu pembahasan terkait teori graf yang terus berkembang adalah pelabelan graf. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh *Sadlacek* (1964), kemudian *Stewart* (1966), *Kotzig dan Rosa* (1970). Pelabelan pada suatu graf adalah pemetaan atau fungsi yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan bulat positif. Jika domain dari fungsi (pemetaan) adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik (*vertex labeling*), jika domainnya adalah sisi maka disebut pelabelan sisi (*edge labeling*), jika domainnya titik dan sisi maka disebut pelabelan total (*total labeling*). (Wallis, 2001).



2007, Baca dkk mendefinisikan dua jenis pelabelan total tak an total tak teratur sisi dan pelabelan total tak teratur titik. adalah suatu graf, pemetaan himpunan titik dan sisi ke himpunan $f \{1, 2, \dots, k\}$ disebut pelabelan-k total tak teratur titik (*vertex ng*) pada G , jika setiap dua titik yang berbeda di V mempunyai

bobot yang berbeda. Adapun yang dimaksud bobot titik adalah penjumlahan dari label titik serta label sisi-sisi yang terkait dengan titik tersebut. Bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga mempunyai suatu pelabelan-k total tak teratur titik dinamakan nilai total ketidakteraturan titik (*total vertex irregularity strength*) dari G , dilambangkan dengan $tv_s(G)$. (Marzuki, 2020).

Beberapa peneliti telah menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada beberapa jenis graf. Diantaranya, Nurdin dkk (2010) menentukan nilai ketidakteraturan titik pada graf pohon, Ahmad dkk (2014), menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada beberapa kelas khusus *uncyclic*, Marzuki (2018) menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada graf hasil kali korona P_m dan P_2 , dan selanjutnya Marzuki (2020) menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada graf *Honeycomb Network*, Imran (2021) menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada graf prisma yang diperumum, Rana (2021) menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada graf interval, Nurdin dkk (2021) menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada graf *Hexagonal Cluster*, Defi dkk (2022) menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada graf tangga segitiga melingkar yang dimodifikasi. Sebelumnya pada tahun 2016, Jeyanthi dkk menentukan nilai total ketidakteraturan titik dari hasil kali korona dari beberapa graf tertentu. Namun untuk graf hasil kali korona graf lingkaran tiga dan graf lintasan masih menjadi masalah terbuka dalam pelabelan total tak teratur titik, sehingga penulis tertarik untuk menentukan nilai total ketidakteraturan titik pada graf hasil kali korona graf lingkaran tiga dan graf lintasan dan menuangkannya dalam bentuk skripsi yang berjudul

“PENENTUAN NILAI TOTAL KETIDAKTERATURAN TITIK PADA GRAF HASIL KALI KORONA GRAF LINGKARAN TIGA DAN GRAF LINTASAN”

1.2 Rumusan Masalah

Adapun masalah yang dirumuskan dalam penelitian ini adalah :



menentukan batas bawah nilai total ketidakteraturan titik pada korona graf lingkaran tiga dan graf lintasan ?

menentukan batas atas nilai total ketidakteraturan titik pada graf korona graf lingkaran tiga dan graf lintasan ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini yaitu menentukan batas bawah dan batas atas nilai total ketidakteraturan titik graf hasil kali korona graf lingkaran tiga dan graf lintasan.

1.4 Batasan Penelitian

Dalam penelitian ini, pembahasan dibatasi pada pelabelan total tak teratur titik, yaitu menentukan batas bawah dan batas atas dari nilai total ketidakteraturan titik. Adapun yang menjadi objek dalam penelitian ini yaitu graf hasil kali korona graf lingkaran tiga dan graf lintasan $C_3 \odot P_n$ dengan $n \geq 3$ dan n bilangan bulat positif.

1.5 Landasan Teori

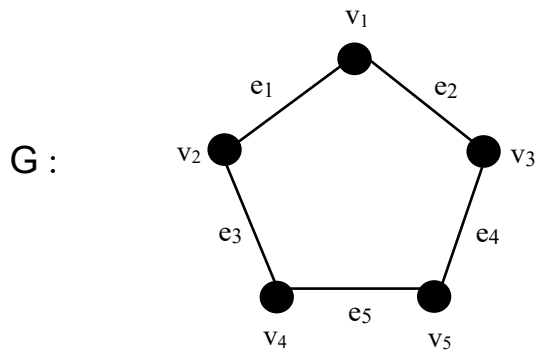
1.5.1 Pengertian Graf

Teori graf awal mulanya berasal dari solusi masalah Jembatan Königsberg pada tahun 1736 yang diperkenalkan oleh ahli matematika terkenal dari Swiss bernama Leonard Euler. Secara matematis, definisi graf dituliskan sebagai berikut.

Definisi 1.1 *Graf adalah pasangan himpunan (V, E) , dengan V adalah himpunan diskrit yang anggota-anggotanya disebut titik, dan E adalah himpunan dari pasangan anggota-anggota V yang disebut sisi. (Hasmawati, 2020).*

Himpunan titik (*Vertex set*) dari Graf G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi (*Edge set*) dinotasikan dengan $E(G)$. Banyaknya anggota dari $V(G)$ disebut Orde (*Order*) dan dinyatakan dalam simbol p , sedangkan banyaknya anggota dari $E(G)$ disebut ukuran (*Size*) dan dinyatakan dalam simbol q . Jadi Orde Graf G adalah banyaknya titik pada G dan Ukuran Graf G adalah banyaknya sisi pada G . Sisi pada graf yang menghubungkan titik u dan titik v , dinotasikan dengan $e = (u, v)$. Pada pembahasan dalam tugas akhir ini, sisi $e = (u, v)$ hanya akan ditulis $e = uv$.



Contoh 1.1 :**Gambar 1.1** Graf G

Himpunan titik dan sisi dari graf G pada Gambar 1.1 masing-masing sebagai berikut :

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

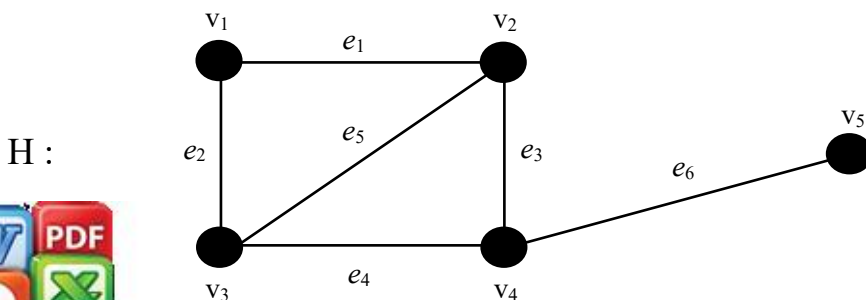
$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$$

Dimana $e_1 = v_1v_2$, $e_2 = v_1v_3$, $e_3 = v_2v_4$, $e_4 = v_3v_5$, dan $e_5 = v_4v_5$.

1.5.2 Terminologi Graf

Pada bagian ini akan diuraikan beberapa definisi dan istilah-istilah dalam teori graf yang akan digunakan dalam penulisan tugas akhir ini.

Definisi 1.2 Misalkan G adalah suatu graf dan $u, v \in V(G)$, serta $e \in E(G)$. Jika $e = uv$, maka titik u dan v disebut bertetangga (*adjacent*).

Contoh 1.2 :**Gambar 1.2** Graf H

Himpunan titik dan sisi dari graf G pada Gambar 1.2 masing masing sebagai berikut :

$$V(H) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

$$E(H) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

Berdasarkan graf H pada Gambar 1.2, dapat dilihat bahwa titik v_1 dan v_2 bertetangga, sedangkan titik v_1 dan v_4 tidak bertetangga.

Definisi 1.3 Misalkan G adalah suatu graf dan $u, v \in V(G)$, serta $e \in E(G)$. Jika $e = uv$, maka sisi e terkait (incident) dengan titik u , demikian pula untuk titik v .

Contoh 1.3

Berdasarkan graf H pada Gambar 1.2, dapat dilihat bahwa sisi $e_1 = v_1v_2$ terkait dengan titik v_1 dan v_2 namun tidak terkait dengan titik v_3 dan v_4

Definisi 1.4 Misalkan e_1, e_2 , dan e_3 adalah sisi dari suatu graf G dan v adalah titik graf G . Jika e_1, e_2 , dan e_3 terkait dengan simpul v , maka sisi e_1, e_2 , dan e_3 dikatakan bertetangga (adjacent edges).

Contoh 1.4

Berdasarkan graf H pada Gambar 1.2, dapat dilihat bahwa sisi e_2, e_4, e_5 bertetangga karena terkait dengan titik v_3 , dan sisi e_1 tidak bertetangga dengan sisi e_6 .

Definisi 1.5 Misalkan v adalah suatu titik pada graf G . Derajat titik v dalam graf G adalah banyaknya sisi $e \in E(G)$ yang terkait dengan titik v , dilambangkan dengan $d(v)$. Derajat minimum titik dari suatu graf G dinotasikan dengan $\delta(G)$, dan derajat maksimum titik dari graf G dinotasikan dengan $\Delta(G)$.

Contoh 1.5

Berdasarkan graf H pada Gambar 1.2, dapat dilihat bahwa derajat dari setiap titik $d(v_1) = 1, d(v_2) = d(v_3) = d(v_4) = 3, d(v_5) = 1$. Sehingga derajat minimum $\delta(G) = 1$ dan derajat maksimum dari graf H adalah $\Delta(G) = 3$.



Definisi 1.6 Misalkan G adalah graf dengan himpunan titik $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_k, \dots, v_n\}$, dan himpunan sisi $E(G) = \{e_i : e_i = v_i v_j \text{ untuk suatu } i, j\}$. **Jalan W_k** pada graf G dengan panjang k adalah barisan titik dan sisi $v_0, e_0, v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_{k-1}, v_k$ dengan $e_i = v_i v_{i+1}, i = 0, 1, 2, \dots, k-1$. Jadi panjang suatu jalan adalah banyaknya sisi pada jalan tersebut. Jalan yang setiap sisinya berbeda disebut jalur (trail). Jalan tertutup yang setiap titiknya berbeda disebut siklus.

Contoh 1.6

Pada Gambar 1.2 graf H memiliki suatu lintasan $v_1 - v_3 : v_1, e_1, v_2, e_5, v_3$ dengan panjang lintasan adalah 2. Lintasan lainnya pada graf H adalah $v_1 - v_5 : v_1, e_1, v_2, e_3, v_4, e_6, v_5$ dengan panjang lintasan adalah 3.

1.5.3 Jenis-Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori atau jenis bergantung pada sudut pandang pengelompokkannya. Pada sub bab ini akan didefinisikan jenis-jenis graf yang berkaitan dengan penelitian ini.

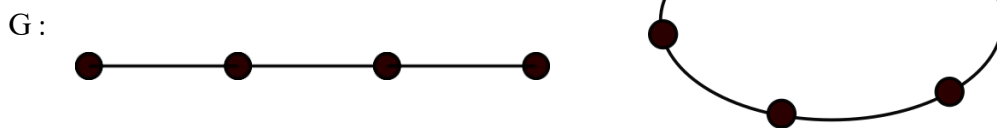
Definisi 1.7 (Graf Lintasan) Graf lintasan merupakan suatu graf yang terdiri dari titik-titik yang terhubung dan hanya dilewati oleh satu sisi saja. Graf lintasan dengan n titik dinotasikan dengan P_n , yaitu graf yang terdiri dari lintasan tunggal. P_n memiliki $n-1$ sisi. (Marzuki, dkk., 2018).

Definisi 1.8 (Graf Siklus) Misalkan $P_n : v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, v_{n-1}, e_{n-1}, v_n$ adalah lintasan berorde n dengan panjang $n-1$. Siklus C_n dengan panjang n , $n \geq 3$ adalah graf dengan himpunan titik $V(C_n) = V(P_n)$ dan himpunan sisi $E(C_n) = E(P_n) \cup \{v_n v_1\}$. (Hasmawati, 2020).

Contoh 1.7

Graf G pada Gambar 1.3 berikut adalah graf lintasan P_4 dan graf H adalah graf siklus C_4 .





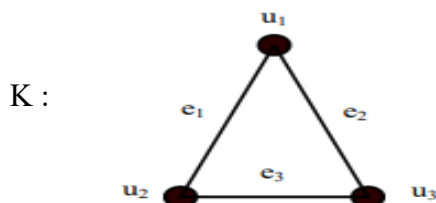
Gambar 1.3 Graf lintasan P_4 dan graf siklus C_5 .

1.5.4 Operasi Korona pada Graf

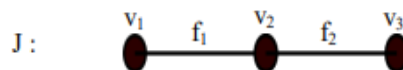
Pada bagian ini akan didefinisikan operasi korona pada suatu graf.

Definisi 1.8 Misalkan G graf terhubung berorde n dan H graf terhubung berorde m . Graf korona G dan H dinotasikan $G \odot H$ adalah menggandakan graf H sebanyak n kali namakan $H_1, H_2, \dots, H_n$ dan mengaitkan setiap titik v_i di G dengan setiap titik di graf $H_i, i = 1, 2, \dots, n$. (Hasmawati, 2020).

Contoh 1.8



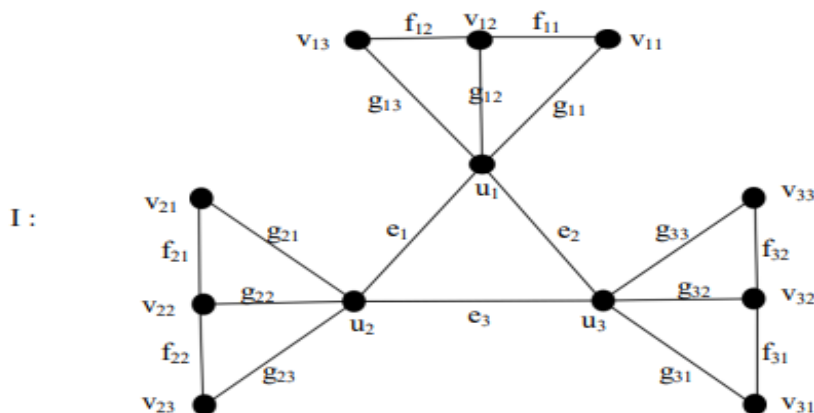
Gambar 1.4 Graf K



Gambar 1.5 Graf J

Karena graf K memiliki 3 titik, graf J dikopi sebanyak 3 kali dan setiap titik di J dikaitkan dengan suatu titik di K. Hasil operasi korona dapat dilihat pada gambar berikut..





Gambar 1.6 Graf $I = K \odot J$

Gambar 1.4 adalah graf K dengan himpunan titik $V(K) = \{u_1, u_2, u_3\}$ dan himpunan sisi $E(K) = \{e_1, e_2, e_3\}$. Selanjutnya Gambar 1.5 adalah graf J dengan himpunan titik $V(J) = \{v_1, v_2, v_3\}$ dan himpunan sisi $E(J) = \{f_1, f_2\}$. Sedangkan Gambar 1.6 adalah graf hasil operasi korona graf K dan J yang dinotasikan dengan $I = K \odot J$, dengan himpunan titik dan sisinya masing-masing :

$$V(I) = \{v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{31}, v_{32}, v_{33}, u_1, u_2, u_3\}$$

$$E(I) = \left\{ \begin{array}{l} e_1, e_2, e_3, f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{21}, \\ f_{22}, f_{23}, f_{31}, f_{32}, f_{33}, g_{11}, g_{12}, \\ g_{13}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{31}, g_{32}, g_{33} \end{array} \right\}$$

1.5.5 Pelabelan Graf

Pada bagian ini, akan dibahas definisi pelabelan pada suatu graf serta bobot titik dari graf.

Definisi 1.9 *Pelabelan pada suatu graf adalah pemetaan atau fungsi yang memasangkan elemen-elemen graf (titik dan sisi) ke suatu bilangan bulat positif.*

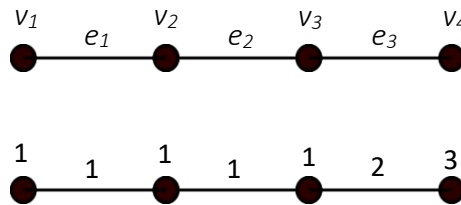
Suatu pelabelan graf disebut pelabelan titik (vertex labelling) jika domain dari fungsi λ , dan disebut pelabelan sisi (edge labeling) jika domain dari λ adalah sisi. Jika domain dari fungsi adalah gabungan himpunan titik dan sisi, maka disebut pelabelan total (total labelling). (Wallis, 2001).



Definisi 1.10 (Wallis, 2001) *Bobot (weight) dari elemen graf adalah jumlah dari semua label yang berhubungan dengan elemen graf tersebut. Bobot dari titik v pada pelabelan total adalah label titik v ditambah dengan jumlah semua label sisi yang terkait dengan v , yaitu*

$$wt(v) = f(v) + \sum_{uv \in E} f(uv)$$

Contoh 1.9



Gambar 1.7 Pelabelan total pada graf lintasan P_4

Gambar 1.7 adalah graf lintasan P_4 dengan $V(P_4) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $E(P_4) = \{e_1, e_2, e_3\}$ yang masing-masing titik dan sisinya diberi label bilangan bulat positif sehingga disebut pelabelan total. Misalkan f adalah pelabelan total pada P_4 , Maka pelabelan titiknya dapat dituliskan

$$f(v_1) = 1, \quad f(v_2) = 1, \quad f(v_3) = 1, \quad f(v_4) = 3$$

Sedangkan pelabelan sisinya dapat dituliskan

$$f(e_1) = 1, \quad f(e_2) = 1, \quad f(e_3) = 2$$

Sehingga bobot titik pada graf lintasan P_4 pada Gambar 1.7 adalah

$$wt(v_1) = f(v_1) + f(e_1) = 1 + 1 = 2$$

$$wt(v_2) = f(v_2) + f(e_1) + f(e_2) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$wt(v_3) = f(v_3) + f(e_2) + f(e_3) = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$wt(v_4) = f(v_4) + f(e_3) = 3 + 2 = 5$$



1.5.6 Pelabelan Total Tak Teratur Titik

Salah satu jenis pelabelan yang cukup sering dibahas dan akan digunakan dalam penelitian ini adalah pelabelan total tak teratur titik. Pada bagian ini akan didefinisikan mengenai pelabelan total tak teratur titik.

Definisi 1.11 (Rajasingh, 2015) Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf sederhana. Suatu pelabelan $f: V \cup E \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, k\}$ disebut pelabelan k -total tidak teratur titik (*total vertex irregularity k -labelling*) pada graf G jika setiap dua titik x dan y yang berbeda pada V , berlaku

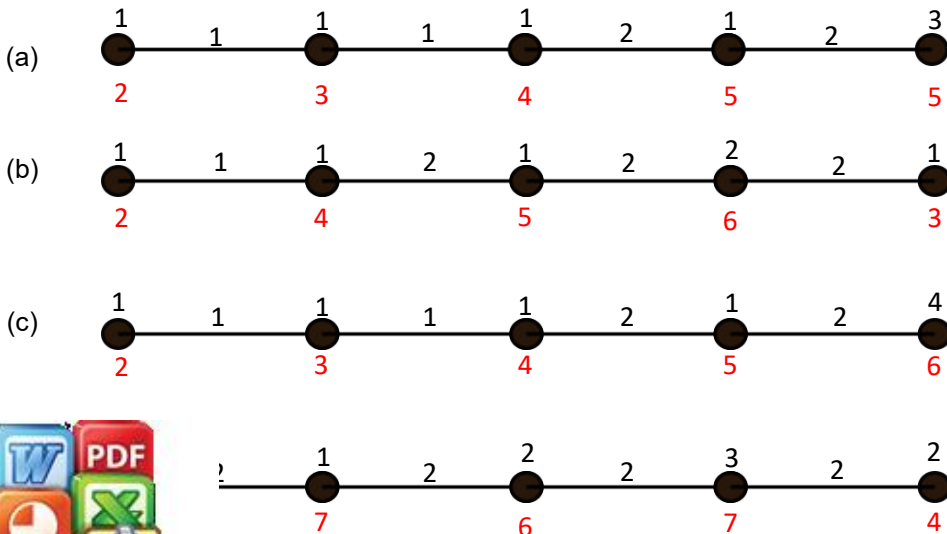
$$wt(x) \neq wt(y)$$

Dimana

$$wt(x) = f(x) + \sum_{u \in V(G)} f(xu)$$

Definisi 1.12 Nilai total ketidakteraturan titik (*total vertex irregularity strength*) dari G adalah bulangan bulat positif terkecil k sedemikian sehingga G mempunyai suatu pelabelan k -total tidak teratur titik, yang dinotasikan dengan $tvsv(G)$.

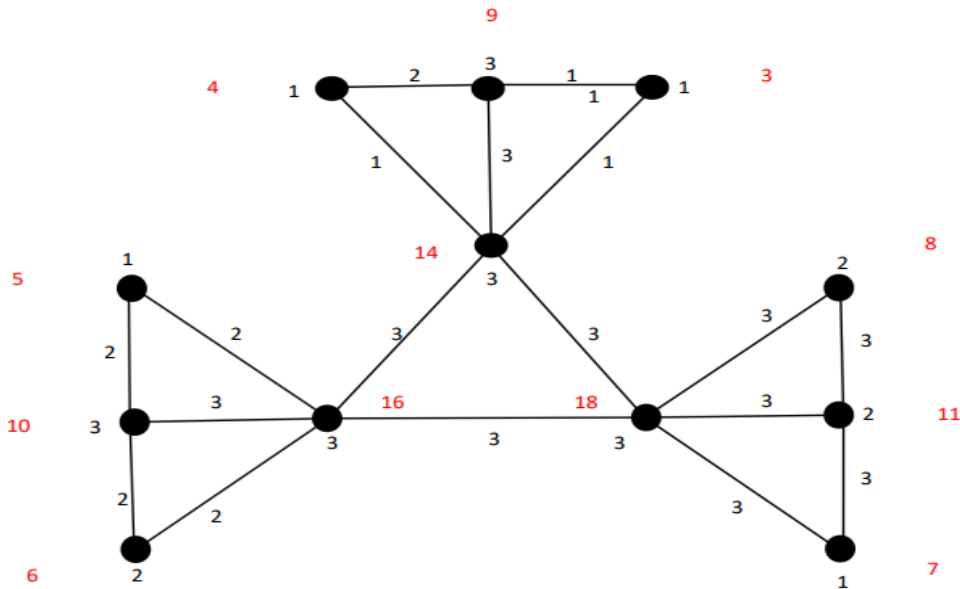
Contoh 1.10



1.8 Beberapa pelabelan total pada graf lintasan P_5

Berdasarkan Gambar 1.8 diatas, dapat dilihat bahwa Gambar 1.8 (a) bukan merupakan pelabelan total tak teratur titik pada P_5 karena terdapat dua titik yang memiliki bobot 5. Selanjutnya pada Gambar 1.8 (b) merupakan pelabelan 2-total tak teratur titik pada P_5 , kemudian pada Gambar 1.8 (c) merupakan pelabelan 4-total tak teratur titik pada P_5 dan Gambar 1.8 (d) merupakan pelabelan 4-total tak teratur titik pada P_5 . Dapat dilihat bahwa P_5 tidak mempunyai 1-total tak teratur titik, sehingga diperoleh k terkecil adalah 2. Dengan demikian nilai total ketidakteraturan titik pada P_5 adalah 2 atau ditulis ($tv_s(P_5) = 2$).

Selanjutnya, berikut contoh pelabelan total tak teratur titik pada graf $C_3 \odot P_3$



Gambar 1.9 Pelabelan 3-total tak teratur titik pada graf $C_3 \odot P_3$

Teorema 1.1 (Nurdin, dkk.,2010) Misalkan G adalah suatu graf terhubung yang memiliki n_i titik berderajat i ($i = \delta, \delta + 1, \delta + 2, \dots, \Delta$), dimana δ dan Δ adalah derajat

maksimum dari G , maka

$$\text{maks} \left\{ \left\lceil \frac{\delta + n_\delta}{\delta + 1} \right\rceil, \left\lceil \frac{\delta + n_\delta + n_{\delta+1}}{\delta + 2} \right\rceil, \dots, \left\lceil \frac{\delta + \sum_{i=\delta}^{\Delta} n_i}{\Delta + 1} \right\rceil \right\}$$



BAB II METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Pendekatan dan Jenis Penelitian

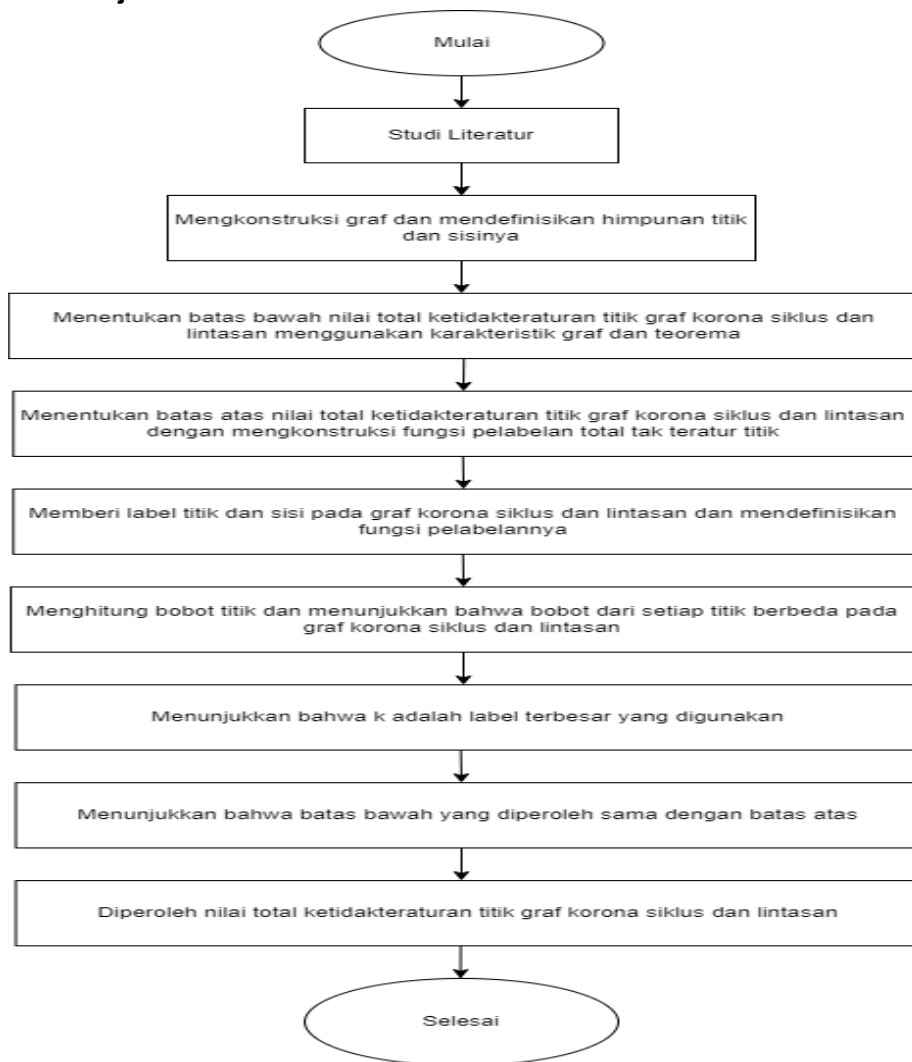
Penelitian dilakukan berdasarkan pada metode studi literatur yaitu penelitian yang dilakukan dengan mengambil data atau informasi yang dapat menunjang penelitian, bersumber dari berbagai buku literatur ataupun mengambil secara online dari internet.

Penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Melakukan studi literatur terhadap referensi jurnal penelitian yang terkait dengan topik yang diteliti untuk memperoleh data dan informasi yang akan digunakan dalam pembahasan masalah tersebut.
2. Meneliti dan mengkonstruksi graf korona C_3 dan P_n serta mendefinisikan himpunan titik dan sisinya.
3. Menentukan batas bawah nilai total ketidakaturan titik graf korona C_3 dan P_n dengan menggunakan sifat-sifat dan karakteristik graf, derajat titik, banyak titik, dan teorema pendukung.
4. Menentukan batas atas nilai total ketidakaturan titik graf operasi korona C_3 dan P_n dengan mengkonstruksi fungsi pelabelan total tak teratur titik, dengan cara :
 - a) Memberi label titik dan sisi pada graf korona C_3 dan P_n serta mendefinisikan fungsi pelabelannya.
 - b) Menghitung bobot titik dan menunjukkan bahwa bobot dari setiap titik berbeda pada graf korona C_3 dan P_n
 - c) Menunjukkan bahwa k adalah label terbesar yang digunakan.
5. Menunjukkan bahwa batas bawah yang diperoleh sama dengan batas atas.
6. Ketika batas bawah sama dengan batas atas maka diperoleh nilai total ketidakaturan titik graf korona C_3 dan P_n .



2.2 Alur kerja



Gambar 2.1 Alur kerja

