

**PENERAPAN PETA KENDALI *MIXED GENERALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE-CUMULATIVE SUM* (STUDI KASUS: PEMAKAIAN VOLUME AIR KOMPLEKS PERUMAHAN TONASA 1)**



**AGYM NASTIAR ARMAN  
H051211020**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2025**

**PENERAPAN PETA KENDALI *MIXED GENERALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE-CUMULATIVE SUM* (STUDI KASUS: PEMAKAIAN VOLUME AIR KOMPLEKS PERUMAHAN TONASA 1)**

**AGYM NASTIAR ARMAN  
H051211020**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2025**

**PENERAPAN PETA KENDALI *MIXED GENERALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE-CUMULATIVE SUM* (STUDI KASUS: PEMAKAIAN VOLUME AIR KOMPLEKS PERUMAHAN TONASA 1)**

AGYM NASTIAR ARMAN  
H051211020



Skripsi

sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar sarjana

Program Studi Statistika

pada

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2025**

**SKRIPSI****PENERAPAN PETA KENDALI MIXED GENERALLY WEIGHTED MOVING  
AVERAGE-CUMULATIVE SUM (STUDI KASUS: PEMAKAIAN VOLUME AIR  
KOMPLEKS PERUMAHAN TONASA 1)****AGYM NASTIAR ARMAN****H051211020**

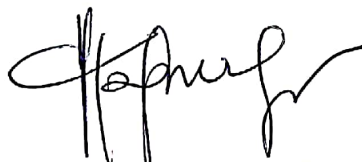
Skripsi,

telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Statistika pada 15 Mei 2025 dan  
dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Statistika  
Departemen Statistika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Hasanuddin  
Makassar

Mengesahkan,  
Pembimbing tugas akhir,



Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.  
NIP 197504292000032001

Mengetahui,  
Ketua Program Studi,



Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.  
NIP 197708082005012002

## PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Penerapan Peta Kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average Cumulative-Sum* (Studi Kasus: Pemakaian Volume Air Kompleks Perumahan Tonasa 1)" adalah benar karya saya dengan arahan dari pembimbing Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 15 Mei 2025



AGYM NASTIAR ARMAN  
NIM H051211020

## UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas limpahan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini dengan judul "Penerapan Peta Kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average Cumulative-Sum* (Studi Kasus: Pemakaian Volume Air Kompleks Perumahan Tonasa 1)" sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana. Shalawat serta salam semoga selalu tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad *Shallallahu 'Alaihi Wa Sallam*, beserta keluarga, sahabat, dan seluruh umat beliau yang istikamah mengikuti ajarannya hingga akhir zaman.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan arahan dan ilmu berharga selama penyusunan skripsi ini. Terima kasih juga kepada Bapak Siswanto, S.Si., M.Si. dan Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si. sebagai dosen penguji atas kritik dan saran yang membangun untuk penyempurnaan skripsi. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada seluruh civitas akademika Universitas Hasanuddin khususnya fakultas dan program studi atas bimbingan, fasilitas, dan suasana akademik yang mendukung selama studi. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Kementerian Pendidikan Tinggi Sains dan Teknologi atas dukungannya dalam pembiayaan beasiswa pendidikan sehingga penulis dapat menyelesaikan studi ini dengan baik.

Rasa terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis persembahkan kepada kedua orang tua tercinta, Ayahanda Arman M dan Ibunda Hasniati, atas segala doa yang tidak pernah putus, kasih sayang tanpa batas, semangat, serta dukungan moril dan materiil yang selalu mengiringi setiap langkah penulis. Setiap doa yang dipanjatkan, setiap usaha yang dilakukan, serta ketulusan cinta mereka menjadi sumber kekuatan dan motivasi terbesar bagi penulis untuk terus berjuang dan menyelesaikan pendidikan ini dengan sebaik-baiknya. Ucapan terima kasih kepada saudara penulis Nisa, Dede, dan Dzul yang juga turut memberikan semangat dan doa kepada penulis.

Ucapan terima kasih juga penulis tujukan kepada seluruh sahabat dan teman seperjuangan yang senantiasa memberikan semangat, menjadi tempat berbagi pikiran, serta menemani proses selama menempuh pendidikan. Kehadiran mereka memberikan warna dan makna tersendiri dalam perjalanan akademik yang penuh tantangan dan pembelajaran.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat bagi berbagai pihak.

Penulis,

Agym Nastiar Arman

## ABSTRAK

AGYM NASTIAR ARMAN. **Penerapan Peta Kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average Cumulative-Sum* (Studi Kasus: Pemakaian Volume Air Kompleks Perumahan Tonasa 1)** (dibimbing oleh Erna Tri Herdiani).

**Latar Belakang.** Peta kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) dan *Generally Weighted Moving Average* (GWMA) merupakan peta kendali yang dirancang untuk mendeteksi pergeseran kecil dalam proses lebih cepat dibandingkan peta kendali klasik seperti Shewhart. Pengembangan lebih lanjut menghasilkan peta kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum* (MGC) yang menggabungkan keunggulan GWMA dan CUSUM untuk meningkatkan sensitivitas deteksi pergeseran proses.

**Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk mengaplikasikan dan membandingkan kinerja peta kendali CUSUM, GWMA, dan MGC yang diterapkan pada data pemakaian volume air di Kompleks Perumahan Tonasa 1. **Metode.** Dalam penelitian ini dibentuk peta kendali CUSUM, GWMA, dan MGC pada data pemakaian volume air kompleks Perumahan Tonasa 1 tahun 2024. Tahapan analisis dilakukan dalam dua fase. Proses Fase I merupakan pembentukan peta kendali dan batas kendali menggunakan 123 sampel. Proses Fase II merupakan tahap monitoring menggunakan 61 sampel. Parameter optimal ditentukan melalui simulasi Monte Carlo dan evaluasi dilakukan berdasarkan nilai *Average Run Length* (ARL). **Hasil.** Berdasarkan hasil analisis fase I diperoleh parameter optimal batas kendali sebagai *input* fase II. Pada fase II, peta kendali CUSUM mendeteksi sebanyak 33 (54.1%) titik *out of control*, GWMA dan MGC masing-masing mendeteksi sebanyak 37 (60.66%) titik *out of control*. Peta kendali MGC menunjukkan nilai  $ARL_1$  lebih kecil sehingga lebih efektif dalam mendeteksi pergeseran dibandingkan CUSUM dan GWMA. **Kesimpulan.** Peta kendali MGC mampu memberikan performa deteksi yang lebih efektif dibandingkan peta kendali CUSUM dan GWMA. Hal ini menunjukkan bahwa penerapan peta kendali MGC lebih unggul dalam mendeteksi perubahan kecil pada data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1.

**Kata kunci:** *Average Run Length*; Batas Kendali; Distribusi Air; Monte Carlo, Pengendalian Kualitas; Pergeseran

## ABSTRACT

AGYM NASTIAR ARMAN. **Application of Mixed Generally Weighted Moving Average Cumulative-Sum Control Chart (Case Study: Water Volume Usage of Tonasa 1 Housing Complex)** (supervised by Erna Tri Herdiani).

**Background.** Cumulative Sum (CUSUM) and Generally Weighted Moving Average (GWMA) control chart are control chart designed to detect small shifts in the process faster than classic control chart such as Shewhart. Further development resulted in the Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum (MGC) control chart which combines the advantages of GWMA and CUSUM to improve the sensitivity of process shift detection. **Aim.** This study aims to apply and compare the performance of CUSUM, GWMA, and MGC control chart applied to water volume usage data in Tonasa 1 Housing Complex. **Method.** In this study, CUSUM, GWMA, and MGC control chart were formed on the water volume usage data of Tonasa 1 Housing Complex in 2024. The analysis stages are carried out in two phases. Phase I process is the formation of control chart and control limits using 123 samples. Phase II process is the monitoring stage using 61 samples. Optimal parameters are determined through Monte Carlo simulation and evaluation is based on the Average Run Length (ARL) value. **Results.** Based on the results of phase I analysis, the optimal control limit parameters are obtained as input for phase II.. In phase II, the CUSUM control chart detected 33 (54.1%) out of control points, GWMA and MGC each detected 37 (60.66%) out of control points. The MGC control chart shows a smaller  $ARL_1$  value so it is more effective in detecting shifts than CUSUM and GWMA. **Conclusion.** MGC control chart are able to provide more effective detection performance than CUSUM and GWMA control chart. This shows that the application of the MGC control chart is superior in detecting small changes in the water volume usage data of the Tonasa 1 housing complex.

**Keywords:** Average Run Length; Control Limit; Water Distribution; Monte Carlo, Quality Control; Shift

## DAFTAR ISI

|                                                                                                              | Halaman |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| HALAMAN JUDUL .....                                                                                          | i       |
| HALAMAN PERNYATAAN PENGAJUAN .....                                                                           | ii      |
| HALAMAN PENGESAHAN .....                                                                                     | iii     |
| PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN CIPTA .....                                                       | iv      |
| UCAPAN TERIMA KASIH .....                                                                                    | v       |
| ABSTRAK .....                                                                                                | vi      |
| ABSTRACT .....                                                                                               | vii     |
| DAFTAR ISI .....                                                                                             | viii    |
| DAFTAR TABEL .....                                                                                           | x       |
| DAFTAR GAMBAR .....                                                                                          | xi      |
| DAFTAR LAMPIRAN .....                                                                                        | xii     |
| DAFTAR ISTILAH .....                                                                                         | xiii    |
| DAFTAR SINGKATAN DAN SIMBOL .....                                                                            | xiv     |
| BAB I PENDAHULUAN .....                                                                                      | 1       |
| 1.1 Latar Belakang .....                                                                                     | 1       |
| 1.2 Batasan Masalah .....                                                                                    | 2       |
| 1.3 Tujuan Penelitian .....                                                                                  | 3       |
| 1.4 Manfaat Penelitian .....                                                                                 | 3       |
| 1.5 Teori .....                                                                                              | 3       |
| 1.5.1 Pengendalian Kualitas .....                                                                            | 3       |
| 1.5.2 Peta Kendali .....                                                                                     | 4       |
| 1.5.3 Uji Asumsi Normalitas .....                                                                            | 5       |
| 1.5.4 Peta Kendali <i>Cumulative Sum</i> .....                                                               | 5       |
| 1.5.5 Peta Kendali <i>Generally Weighted Moving Average</i> .....                                            | 6       |
| 1.5.6 Peta Kendali <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> .....                       | 7       |
| 1.5.7 <i>Average Run Length</i> .....                                                                        | 8       |
| 1.5.8 <i>Water Treatment Plant</i> .....                                                                     | 9       |
| BAB II METODOLOGI PENELITIAN .....                                                                           | 10      |
| 2.1 Sumber Data .....                                                                                        | 10      |
| 2.2 Variabel Penelitian .....                                                                                | 10      |
| 2.3 Metode Analisis .....                                                                                    | 10      |
| BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN .....                                                                           | 13      |
| 3.1 Penentuan Batas Kendali Peta Kendali <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> ..... | 13      |
| 3.2 Uji Asumsi Normalitas .....                                                                              | 16      |

|                                   |                                                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.3                               | Penentuan Parameter Optimal Peta Kendali <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> .....                                          | 17 |
| 3.4                               | Evaluasi Perbandingan Kinerja Peta Kendali .....                                                                                                      | 19 |
| 3.5                               | Penerapan Peta Kendali <i>Cumulative Sum</i> pada Data Pemakaian Volume Air Kompleks Perumahan Tonasa 1 .....                                         | 20 |
| 3.5.1                             | Penerapan Peta Kendali <i>Cumulative Sum</i> Fase 1 .....                                                                                             | 20 |
| 3.5.2                             | Penerapan Peta Kendali <i>Cumulative Sum</i> Fase 2 .....                                                                                             | 25 |
| 3.6                               | Penerapan Peta Kendali <i>Generally Weighted Moving Average</i> pada Data Pemakaian Volume Air Kompleks Perumahan Tonasa 1 .....                      | 26 |
| 3.6.1                             | Penerapan Peta Kendali <i>Generally Weighted Moving Average</i> Fase 1 .....                                                                          | 26 |
| 3.6.2                             | Penerapan Peta Kendali <i>Generally Weighted Moving Average</i> Fase 2 .....                                                                          | 31 |
| 3.7                               | Penerapan Peta Kendali <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> pada Data Pemakaian Volume Air Kompleks Perumahan Tonasa 1 ..... | 32 |
| 3.7.1                             | Penerapan Peta Kendali <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> Fase 1 .....                                                     | 32 |
| 3.7.2                             | Penerapan Peta Kendali <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> Fase 2 .....                                                     | 39 |
| BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN ..... |                                                                                                                                                       | 42 |
| 5.1                               | Kesimpulan .....                                                                                                                                      | 42 |
| 5.2                               | Saran .....                                                                                                                                           | 42 |
| DAFTAR PUSTAKA .....              |                                                                                                                                                       | 43 |
| LAMPIRAN .....                    |                                                                                                                                                       | 46 |

**DAFTAR TABEL**

| <b>Nomor urut</b>                                               | <b>Halaman</b> |
|-----------------------------------------------------------------|----------------|
| 1. Parameter optimal peta kendali MGC ( $k = 0.5$ ) .....       | 17             |
| 2. Perbandingan kinerja peta kendali CUSUM, GWMA, dan MGC ..... | 19             |

## DAFTAR GAMBAR

| Nomor urut                                      | Halaman |
|-------------------------------------------------|---------|
| 1. Peta kendali CUSUM fase 1 iterasi ke-1 ..... | 22      |
| 2. Peta kendali CUSUM fase 1 iterasi ke-2 ..... | 23      |
| 3. Peta kendali CUSUM fase 1 iterasi ke-3 ..... | 24      |
| 4. Peta kendali CUSUM fase 2.....               | 25      |
| 5. Peta kendali GWMA fase 1 iterasi ke-1.....   | 28      |
| 6. Peta kendali GWMA fase 1 iterasi ke-2.....   | 29      |
| 7. Peta kendali GWMA fase 1 iterasi ke-3.....   | 30      |
| 8. Peta kendali GWMA fase 2 .....               | 31      |
| 9. Peta kendali MGC fase 1 iterasi ke-1 .....   | 34      |
| 10. Peta kendali MGC fase 1 iterasi ke-2 .....  | 36      |
| 11. Peta kendali MGC fase 1 iterasi ke-3 .....  | 37      |
| 12. Peta kendali MGC fase 1 iterasi ke-4 .....  | 39      |
| 13. Peta kendali MGC fase 2.....                | 41      |

## DAFTAR LAMPIRAN

| Nomor urut                                                                                                           | Halaman |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 1. Data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1 .....                                                       | 47      |
| 2. Program komputasi uji asumsi normalitas Kolmogrov-Smirnov .....                                                   | 49      |
| 3. Program komputasi <i>Average Run Length</i> peta kendali MGC dengan simulasi Monte Carlo .....                    | 50      |
| 4. <i>Average Run Length</i> peta kendali MGC dengan $k = 0.5$ dan $q = 0.25$ pada $ARL_0 \approx 500$ .....         | 52      |
| 5. <i>Average Run Length</i> peta kendali MGC dengan $k = 0.5$ dan $q = 0.50$ pada $ARL_0 \approx 500$ .....         | 54      |
| 6. <i>Average Run Length</i> peta kendali MGC dengan $k = 0.5$ dan $q = 0.75$ pada keadaan $ARL_0 \approx 500$ ..... | 56      |
| 7. <i>Average Run Length</i> peta kendali MGC dengan $k = 0.5$ dan $q = 0.90$ pada keadaan $ARL_0 \approx 500$ ..... | 58      |
| 8. Program komputasi <i>Average Run Length</i> Peta Kendali CUSUM .....                                              | 60      |
| 9. Program komputasi <i>Average Run Length</i> Peta Kendali GWMA dengan simulasi Monte Carlo .....                   | 61      |
| 10. Program komputasi peta kendali CUSUM untuk fase 1 dan fase 2 .....                                               | 63      |
| 11. Program komputasi peta kendali GWMA untuk fase 1 dan fase 2 .....                                                | 65      |
| 12. Program komputasi peta kendali MGC untuk fase 1 dan fase 2 .....                                                 | 67      |

## DAFTAR ISTILAH

| Istilah                                                       | Arti dan Penjelasan                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Average Run Length</i>                                     | Rata-rata banyaknya pengamatan yang dibutuhkan hingga peta kendali mendeteksi proses berada dalam kondisi tidak terkendali.             |
| <i>Cumulative Sum</i>                                         | Metode peta kendali yang mendeteksi pergeseran kecil dalam proses dengan cara mengakumulasi penyimpangan data dari nilai target.        |
| Fase 1                                                        | Tahapan awal dalam analisis peta kendali yang digunakan untuk membentuk batas kendali dari data yang diasumsikan stabil.                |
| Fase 2                                                        | Tahap monitoring pada peta kendali dengan menggunakan batas kendali yang diperoleh dari fase 1 untuk mengamati kestabilan suatu proses. |
| <i>Generally Weighted Moving Average</i>                      | Peta kendali berbobot yang mengutamakan data historis dengan bobot menurun secara umum untuk mendeteksi perubahan kecil dalam proses.   |
| <i>In Control</i>                                             | Kondisi ketika proses dalam keadaan terkendali.                                                                                         |
| <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> | Metode peta kendali yang menggabungkan konsep GWMA dan CUSUM untuk meningkatkan efektivitas deteksi perubahan proses.                   |
| <i>Mean</i>                                                   | Nilai rata-rata dari sekumpulan data yang dihitung dengan membagi jumlah total data dengan banyaknya pengamatan.                        |
| Monte Carlo                                                   | Teknik simulasi berbasis pengulangan acak untuk memperkirakan kinerja atau parameter dalam model statistik.                             |
| <i>Out Control</i>                                            | Kondisi ketika proses berada dalam keadaan tidak terkendali                                                                             |
| Parameter                                                     | Nilai yang mewakili karakteristik dari populasi yang digunakan untuk pembentukan peta kendali.                                          |
| Pergeseran                                                    | Perubahan dalam nilai rata-rata dari suatu proses produksi dari nilai yang diharapkan suatu proses.                                     |
| Peta Kendali                                                  | Alat statistik berbentuk grafik yang digunakan untuk memantau dan mengendalikan kestabilan proses.                                      |
| Simulasi                                                      | Proses permodelan yang menggunakan data acak untuk mengevaluasi perilaku sistem atau metode statistik dalam kondisi tertentu.           |
| Varians                                                       | Ukuran penyebaran data terhadap nilai rata-rata yang digunakan dalam menghitung batas kendali.                                          |
| <i>Water Treatment Plant</i>                                  | Unit yang berfungsi untuk mengolah perairan yang didistribusikan ke kompleks perumahan.                                                 |

## DAFTAR SINGKATAN DAN SIMBOL

| Lambang/Singkatan | Arti dan Penjelasan                                           |
|-------------------|---------------------------------------------------------------|
| $\mu_0$           | Rata-rata proses yang diharapkan                              |
| $\sigma$          | Standar deviasi proses                                        |
| $C_i^+$           | Statistik CUSUM sisi atas                                     |
| $C_i^-$           | Statistik CUSUM sisi bawah                                    |
| $K$               | Nilai referensi untuk peta kendali CUSUM                      |
| $k$               | Parameter untuk menentukan sensitivitas peta kendali CUSUM    |
| $h$               | Parameter untuk menentukan <i>decision interval</i> CUSUM     |
| $h^*$             | Parameter untuk menentukan <i>decision interval</i> MGC       |
| $Y_t$             | Nilai Statistik GWMA                                          |
| $\alpha$          | Parameter penyesuaian bobot dalam pembobotan GWMA             |
| $q$               | Parameter perancangan bobot awal dalam pembobotan GWMA        |
| $L$               | Parameter lebar batas kendali                                 |
| $K_t$             | Nilai referensi statistik MGC pada waktu ke-t                 |
| $GC_t^+$          | Statistik MGC sisi atas pada waktu ke-t                       |
| $GC_t^-$          | Statistik MGC sisi bawah pada waktu ke-t                      |
| $BKA_c$           | Batas kendali atas CUSUM                                      |
| $BKB_c$           | Batas kendali bawah CUSUM                                     |
| $BKA_{GWMA-t}$    | Batas kendali atas GWMA pada waktu ke-t                       |
| $BKB_{GWMA-t}$    | Batas kendali bawah GWMA pada waktu ke-t                      |
| $BKA_{MGC-t}$     | Batas kendali atas MGC pada waktu ke-t                        |
| $BKB_{MGC-t}$     | Batas kendali bawah MGC pada waktu ke-t                       |
| $\alpha^*$        | Tingkat kesalahan tipe I                                      |
| $\beta^*$         | Tingkat kesalahan tipe II                                     |
| $E$               | Ekspektasi/nilai harapan                                      |
| $Var$             | Variansi                                                      |
| $\delta$          | (delta)/pergeseran rata-rata proses                           |
| $D$               | Nilai uji Kolmogrov Smirnov                                   |
| $S_n(x)$          | Distribusi frekuensi kumulatif empiris                        |
| $F_0(x)$          | Distribusi frekuensi kumulatif teoritis                       |
| $ARL_0$           | ARL dalam keadaan tidak terjadi pergeseran (stabil)           |
| $ARL_1$           | ARL dalam keadaan terjadi pergeseran                          |
| CUSUM             | <i>Cumulative Sum</i>                                         |
| GWMA              | <i>Generally Weighted Moving Average</i>                      |
| MGC               | <i>Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum</i> |
| ARL               | <i>Average Run Length</i>                                     |
| max               | Nilai maksimum                                                |
| WTP               | <i>Water Treatment Plant</i>                                  |

## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Perkembangan perusahaan industri yang pesat tidak terlepas dari keluaran kualitas produk yang dihasilkan. Kualitas dapat didefinisikan sebagai karakteristik yang diharapkan dari suatu produk (Montgomery, 2013). Kualitas produk menjadi faktor krusial dalam dunia industri sebagai indikator dalam menentukan kinerja suatu perusahaan dapat dikategorikan baik atau buruk berdasarkan mutu produk yang dihasilkan (Rukmayanti & Fitriana, 2022). Maka dari itu, peningkatan kualitas merupakan target utama industri untuk meningkatkan produktivitas, meningkatkan pasar, dan melakukan pengendalian proses (Sellyra et al., 2024). Dalam studi tentang kualitas, mutu suatu produk dapat dinilai berdasarkan batas spesifikasi atau batas kendali. Instrumen yang digunakan untuk memastikan standar tersebut terkendali dalam proses pengendalian kualitas dikenal sebagai peta kendali (Andriani et al., 2021).

Peta kendali merupakan alat yang umumnya digunakan dalam dunia industri dalam mencapai target kualitas yang diharapkan. Peta kendali didefinisikan sebagai alat pengendalian kualitas statistik yang dihasilkan melalui grafik dalam melakukan evaluasi proses pengendalian produksi berdasarkan waktu (Mayashari et al., 2024). Evaluasi pengendalian kualitas produksi dalam peta kendali diketahui melalui titik plot proses berada dalam kendali (*in control*) atau berada diluar kendali (*out control*) (Seltuti et al., 2019). Alat peta kendali diperkenalkan oleh Shewhart pada tahun 1924 yang di sebut *Shewhart control chart*. Pada penerapannya, peta kendali Shewhart efektif dalam mengidentifikasi penyebab variasi dan membuat proses ke dalam kendali statistik. Namun, peta kendali Shewhart kurang sensitif terhadap pergeseran kecil dalam proses, sehingga pengembangan peta kendali alternatif seperti *Cumulative Sum* (CUSUM) dan *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) yang lebih efektif dalam pergeseran kecil memonitoring pengendalian proses (Montgomery, 2009).

Beberapa penelitian pengembangan peta kendali yaitu Page (1954) dan Hunter (1986) memperkenalkan peta kendali CUSUM dan EWMA yang menyatakan bahwa peta kendali EWMA dan CUSUM lebih efektif dalam mendeteksi pergeseran proses dengan cepat dibandingkan peta kendali Shewhart. Penelitian oleh Sheu & Lin (2003) memperkenalkan pengembangan peta kendali EWMA menjadi peta kendali *Generally Weighted Moving Average* (GWMA) yang menjelaskan bahwa peta kendali GWMA lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses yang lebih kecil dibandingkan peta kendali EWMA. Adapun penelitian oleh Abbas et al. (2013) memperkenalkan peta kendali *Mixed Exponentially Weighted Moving Average Cumulative Sum* (MEC) yang merupakan kombinasi peta kendali CUSUM menggunakan statistik EWMA sebagai alternatif dengan kinerja yang lebih baik dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses. Kinerja peta kendali yang efektif dalam mendeteksi pergeseran proses yang kecil yang dilakukan Abbas et al. (2013) dikembangkan oleh Ali & Haq (2018) yang menghasilkan peta kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum* (MGC) menjelaskan bahwa peta kendali MGC memiliki kinerja yang lebih baik dibandingkan CUSUM, EWMA, GWMA, dan EWMA-CUSUM dalam mendeteksi pergeseran proses yang lebih kecil.

Peta kendali MGC merupakan perkembangan pengendalian kualitas statistik yang menggabungkan statistik GWMA terhadap perubahan tertentu dengan kemampuan akumulasi penyimpangan CUSUM dalam mendeteksi pergeseran proses (Mabude et al., 2020). Metode GWMA merupakan pengembangan dari peta kendali EWMA dengan menggunakan penambahan parameter perancangan  $q$  dan parameter penyesuaian  $\alpha$  sehingga peta kendali menjadi lebih efisien (Mabude et al., 2021). Peta Kendali MGC menghasilkan kombinasi dua peta kendali GWMA yang lebih baik dari peta kendali EWMA dalam mendeteksi pergeseran dan peta kendali CUSUM yang sangat sensitive terhadap pergeseran kecil maupun besar. Maka dari itu, kombinasi antara GWMA dan CUSUM bertujuan untuk meminimalisir kekurangan kedua peta kendali apabila diterapkan secara terpisah yang berguna dalam pemantauan kualitas industri yang lebih baik (Ali & Haq, 2018a).

Penelitian terdahulu dengan peta kendali *Mixed* GWMA-CUSUM oleh Ali & Haq (2018a) yang menjelaskan bahwa peta kendali GWMA-CUSUM adalah peta kendali yang direkomendasikan dengan kinerja yang baik dan cepat dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses. Penelitian selanjutnya oleh Lu (2018) menjelaskan bahwa peta kendali mixed GWMA-CUSUM lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil pada rata-rata proses dibandingkan metode sebelumnya seperti EWMA-CUSUM dan CUSUM-EWMA. Adapun penelitian yang dilakukan oleh Mabude et al. (2022) menerapkan GWMA-CUSUM nonparametrik dengan *Mann-Whitney* (MW) menghasilkan bahwa GWMA-CUSUM MW memiliki kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan peta kendali Shewhart, EWMA, CUSUM, EWMA-CUSUM, CUSUM-EWMA dan GWMA MW.

Penerapan analisis pengendalian kualitas statistik dengan peta kendali MGC dapat diaplikasikan pada data distribusi pemakaian volume air di kompleks perumahan Tonasa 1 untuk memantau kinerja Water Treatment Plant (WTP). Unit WTP berperan penting dalam memastikan pasokan air bersih yang stabil dan sesuai standar kualitas bagi hunian. Distribusi volume air di kompleks perumahan Tonasa 1 dapat mengalami fluktuasi akibat pola konsumsi harian dan faktor operasional lainnya. Dengan penerapan MGC, perubahan kecil dalam pola distribusi dapat terdeteksi lebih akurat, memungkinkan optimalisasi sistem WTP agar efisien dalam menjaga kestabilan pasokan air bersih bagi kompleks perumahan. Tugas akhir ini akan berfokus pada pembentukan peta kendali MGC yang diterapkan pada data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1 dalam mendeteksi pergeseran proses yang lebih kecil. Penulis akan melakukan monitoring fase 2 berdasarkan kondisi fase 1 dengan keadaan proses yang terkendali untuk melihat performa yang lebih baik dalam mendeteksi pergeseran. Maka dari itu, Penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul **“Penerapan Peta Kendali Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum (Studi Kasus: Pemakaian Volume Air Kompleks Perumahan Tonasa 1)”**.

## 1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah dari penelitian ini disusun agar ruang lingkup penelitian lebih terarah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1 Kelurahan Tonasa 1, Kecamatan Balocci, Kabupaten

Pangkajene dan Kepulauan pada periode bulan Juli hingga Desember 2024 dengan satuan  $m^3$ .

2. Nilai parameter yang digunakan pada peta kendali CUSUM ( $k = 0.5$ ,  $h = 5$ ) dan GWMA ( $q = 0.90$ ,  $\alpha = 0.90$ ,  $L = 2.840$ )
3. Pemilihan parameter optimal peta kendali MGC melalui simulasi *monte carlo* dengan  $ARL_0 = 500$ .
4. Kinerja peta kendali diukur menggunakan *Average Run Length* (ARL).
5. Pengukuran kinerja peta kendali melalui perolehan ARL pada pergeseran antara  $0 \leq \delta \leq 2$ .

### 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan uraian latar belakang penelitian, maka tujuan penelitian disusun sebagai berikut:

1. Memperoleh peta kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum* pada data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1.
2. Membandingkan peta kendali *Cumulative Sum*, *Generally Weighted Moving Average*, dan *Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum* pada data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1.

### 1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini dapat menambah wawasan dan pemahaman mengenai metode statistik utamanya dalam pengendalian kualitas suatu proses menggunakan peta kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum*.
2. Menjadi alat pengendalian kualitas yang baik dalam mendeteksi pergeseran pada monitoring pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1.
3. Menjadi bahan pertimbangan unit *Water Treatment Plant* Tonasa 1 dalam menindaklanjuti kesalahan proses pada distribusi pemakaian air dengan lebih awal.

## 1.5 Teori

### 1.5.1 Pengendalian Kualitas

Pengendalian kualitas adalah kegiatan teknis yang meliputi pengukuran karakteristik mutu suatu produk atau jasa. Hasil pengukuran tersebut kemudian dibandingkan dengan spesifikasi produk yang direncanakan. Apabila ditemukan perbedaan antara kinerja aktual dan standar yang telah ditetapkan, dilakukan tindakan penyempurnaan yang sesuai (Shiyamy et al., 2021). Penerapan pengendalian kualitas bertujuan untuk menekan jumlah produk yang tidak memenuhi standar, memastikan produk akhir sesuai dengan ketetapan mutu perusahaan, serta mencegah produk cacat sampai ke tangan konsumen (Saryanto et al., 2024).

Pengendalian kualitas umumnya menggunakan metode Pengendalian Kualitas Statistik atau Statistical Quality Control (SQC). Pengendalian kualitas statistik

merupakan metode analisis yang memantau, mengelola, dan meningkatkan mutu produk serta proses dengan menggunakan pendekatan statistika. Berdasarkan kajian Mayelett pada tahun 1994 dalam (Syahputra et al., 2024), Pengendalian Mutu Statistik memiliki cakupan yang lebih luas karena mencakup pengendalian kualitas statistik, pengambilan sampel penerimaan, dan analisis kemampuan proses. Alat ukur dalam SQC merupakan kumpulan alat pemecahan masalah yang ampuh dalam mencapai kestabilan proses dan meningkatkan kemampuan melalui pengurangan variasi. Pengukuran SQC umumnya terdiri dari tujuh alat ukur yang disebut sebagai **“the magnificent seven”**, yaitu (Montgomery, 2013):

1. Histogram atau *steam-and-leaf plot*
2. Lembar periksa (*check sheet*)
3. Pareto (*pareto chart*)
4. Diagram sebab-akibat (*cause-and-effect diagram*)
5. Diagram konsentrasi cacat (*defect concentration diagram*)
6. Diagram pencar (*scatter diagram*)
7. Peta kendali (*control chart*)

Berdasarkan ketujuh alat ukur tersebut, peta kendali merupakan alat ukur yang canggih secara teknis. Alat ini dikembangkan pada tahun 1920-an oleh Walter A. Shewhart dari Bell Telephone Laboratories (Montgomery, 2013).

### 1.5.2 Peta Kendali

Peta kendali merupakan grafik yang digunakan untuk mengamati perubahan suatu proses dari waktu ke waktu. Tujuan utama penerapan peta kendali adalah memberikan informasi mengenai status proses produksi berada dalam batas kendali mutu atau telah berada di luar kendali (Suherman, 2024). Dalam penerapannya, peta kendali digunakan untuk pemantauan atau pengawasan proses secara langsung. Data sampel dikumpulkan dan digunakan untuk membuat peta kendali. Jika nilai sampel berada dalam batas kendali dan tidak menunjukkan pola sistematis, maka proses tersebut dinyatakan terkendali pada tingkat yang ditunjukkan oleh peta (Montgomery, 2013). Peta kendali terdiri dari dua jenis, yaitu:

1. Peta Kendali Atribut

Peta kendali atribut digunakan untuk karakteristik kualitas yang tidak dapat diukur pada skala kontinu. Penilaian dilakukan dengan mengklasifikasikan produk sebagai sesuai atau tidak sesuai berdasarkan atribut tertentu dan menghitung jumlah ketidaksesuaian pada suatu unit produk.

2. Peta Kendali Variabel

Peta kendali variabel adalah alat pengendalian kualitas untuk mengukur karakteristik yang dinyatakan secara numerik pada skala kontinu, meliputi pengukuran tendensi pusat dan variabilitas. Peta ini menggunakan rentang sampel atau standar deviasi sampel untuk mengontrol variabilitas proses.

Struktur peta kendali terdapat garis tengah atau *Center Line* (CL) yang menunjukkan nilai rata-rata karakteristik kualitas saat proses terkendali, yaitu ketika hanya terdapat penyebab acak. Peta kendali juga terdiri dari dua garis horizontal yang disebut Batas Kendali Atas (BKA) atau *Upper Control Limit* (UCL) dan Batas Kendali Bawah (BKB) atau *Lower Control Limit* (LCL). Kedua batas ini dipilih sedemikian rupa

sehingga jika proses dalam keadaan terkendali hampir semua titik sampel akan berada di antara batas kendali. Selama titik-titik berada dalam batas kendali, proses dianggap terkendali dan tidak memerlukan tindakan. Namun, jika ada titik yang berada di luar batas kendali hal ini menyatakan bahwa proses tidak terkendali dan memerlukan tindakan perbaikan untuk menemukan dan menghilangkan penyebab khusus tidak terkendali proses tersebut (Montgomery, 2013).

### 1.5.3 Uji Asumsi Normalitas

Uji normalitas merupakan suatu prosedur yang dilakukan untuk memeriksa dan mengetahui distribusi normal pada sampel data yang telah dikumpulkan (Ramadhani et al., 2024). Uji normalitas Kolmogrov-Smirnov didefinisikan pada persamaan (1) (Massey, 1951).

Hipotesis:

$H_0$  : Data berdistribusi normal

$H_1$  : Data tidak berdistribusi normal

Statistik Uji:

$$D = \max |S_n(x) - F_0(x)| \quad (1)$$

dengan

$S_n(x)$  : fungsi distribusi kumulatif dari data sampel

$F_0(x)$  : fungsi distribusi kumulatif normal standar

Kriteria Pengujian:

Jika  $D < D_{\alpha,n}$  (nilai  $\alpha = 0,05$ ) dan  $p_{value} > 0,05$ , maka  $H_0$  diterima.

Uji kenormalan data bertujuan untuk menentukan apakah data yang telah dikumpulkan sesuai dengan distribusi normal. Suatu data dikatakan berdistribusi normal apabila nilai-nilai yang berada di atas dan di bawah rata-rata memiliki jumlah yang seimbang, sehingga distribusinya simetris (Fitrian, 2021). Peta kendali pada dasarnya dirancang dengan asumsi data berdistribusi normal. Kinerja peta kendali akan menurun ketika data tidak memenuhi asumsi normalitas yang ditandai dengan munculnya *false alarm*. Hal ini mengakibatkan penyesuaian proses yang tidak perlu dan menurunkan kredibilitas peta kendali sebagai alat pantau pengendalian (Ariani, 2004).

### 1.5.4 Peta Kendali *Cumulative Sum*

Peta kendali CUSUM diperkenalkan oleh Page pada tahun 1954 bertujuan untuk mendeteksi pergeseran kecil pada rata-rata proses secara cepat. Statistik pada peta kendali ini mempertimbangkan kombinasi bobot yang sama antara pengamatan saat ini dan pengamatan sebelumnya. Nilai plot CUSUM secara dasar didefinisikan sebagai berikut (Montgomery, 2013):

$$C_t = \sum_{j=1}^t (\bar{x}_j - \mu_0) \quad (2)$$

dengan  $C_t$  sebagai jumlah kumulatif sampel ke- $t$ . Nilai  $\bar{x}_j$  sebagai rata-rata dari sampel ke- $j$  hingga sampel ke- $t$  yang diperoleh melalui  $\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^j x_{ij}}{m}$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, m$  dan  $t = 1, 2, 3, \dots, n$ . Nilai  $\mu_0$  sebagai rata-rata dari proses yang diperoleh melalui  $\mu_0 = \frac{\sum_{j=1}^t x_{tj}}{n}$ .

Terdapat dua cara prosedur dalam peta kendali CUSUM yaitu prosedur CUSUM tabular dan prosedur CUSUM V-mask. Berdasarkan kedua representasi CUSUM tersebut, prosedur rekomendasi yang disarankan adalah prosedur CUSUM tabular. Hal ini karena parameter nilai referensi  $k$  dan interval  $h$  akan ditentukan melalui rekomendasi nilai parameter agar memberikan kinerja *Average Run Length* (ARL) yang baik. Nilai  $k = \frac{1}{2}$  dan  $h = 5$  merupakan parameter yang direkomendasikan (Montgomery, 2013). Peta kendali CUSUM tabular dengan statistik  $C_t^+$  dan  $C_t^-$  masing-masing disebut sebagai CUSUM satu sisi atas (*one-sided upper CUSUM*) dan CUSUM satu sisi bawah (*one-sided lower CUSUM*) yang didefinisikan sebagai berikut:

$$C_t^+ = \max[0, X_t - (\mu_0 + K) + C_{t-1}^+] \quad (3)$$

$$C_t^- = \max[0, (\mu_0 - K) - X_t + C_{t-1}^-] \quad (4)$$

dengan

nilai awal  $C_0^+ = C_0^- = 0$ .

$\mu_0$  : Rata-rata proses

$K$  : nilai referensi

Nilai  $K$  didefinisikan nilai referensi (*reference value*) pada peta kendali CUSUM yang digunakan sebagai ambang batas akumulasi penyimpangan terhadap nilai rata-rata proses diperoleh melalui persamaan berikut:

$$K = k\sigma \quad (5)$$

sesuai nilai rekomendasi (Montgomery, 2013) nilai  $k = \frac{1}{2}$  maka diperoleh nilai  $K$  sebagai berikut:

$$K = \frac{1}{2}\sigma \quad (6)$$

batas kendali CUSUM terdiri dari BKA dan BKB yang didefinisikan sebagai berikut:

$$BKA_c = h\sigma \quad (7)$$

dan

$$BKB_c = -h\sigma \quad (8)$$

sesuai nilai rekomendasi (Montgomery 7<sup>th</sup>) nilai  $h = 5$  maka diperoleh nilai batas kendali CUSUM sebagai berikut:

$$BKA_c = 5\sigma \quad (9)$$

dan

$$BKB_c = -5\sigma \quad (10)$$

dengan  $BKA_c$  merupakan batas kendali atas CUSUM,  $BKB_c$  merupakan batas kendali bawah CUSUM dan  $\sigma$  merupakan standar deviasi proses. Suatu proses dikatakan *out of control* apabila nilai  $C_t^+$  berada diatas  $BKA_c$  dan nilai  $C_t^-$  berada dibawah  $BKB_c$ .

### 1.5.5 Peta Kendali *Generally Weighted Moving Average*

Peta kendali GWMA pertama kali dikembangkan oleh (Sheu & Lin, 2003) yang merupakan pengembangan dari peta kendali EWMA dengan menambahkan parameter perancangan  $q$  dan parameter penyesuaian  $\alpha$  sehingga peta kendali menjadi lebih efisien dibandingkan peta kendali EWMA dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses. Misalkan  $X$  adalah karakteristik kualitas proses yang diamati dan diasumsikan  $X_t$  merupakan sampel acak independen yang berdistribusi normal dengan rata-rata  $\mu_0$  dan

varians  $\sigma_0^2$  pada waktu  $t$ . Maka, statistik GWMA didefinisikan sebagai berikut (Sheu & Lin, 2003):

$$Y_t = (q^{0\alpha} - q^{1\alpha})X_t + (q^{1\alpha} - q^{2\alpha})X_{t-1} + \dots + (q^{(t-1)\alpha} - q^{t\alpha})X_1 + q^{t\alpha}Y_0 \quad (11)$$

nilai  $Y_t$  merupakan statistik GWMA dengan  $t = 1, 2, 3, \dots$ . Nilai awal  $Y_0$  ditetapkan sebagai rata-rata target  $\mu_0$ . Parameter perancangan  $q$  bernilai antara  $0 \leq q < 1$  dan nilai parameter penyesuaian  $\alpha$  bernilai antara  $0 < \alpha \leq 1$ . Peta kendali GWMA memiliki nilai ekspektasi dan variansi sebagai berikut (Huang et al., 2021):

$$E(Y_t) = \mu_0 \quad (12)$$

dan

$$Var(Y_t) = Q_t \cdot \sigma^2 \quad (13)$$

dengan nilai  $Q_t$  didefinisikan sebagai berikut

$$Q_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \sum_{j=1}^t (q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha})^2 \right) \quad (14)$$

Maka dari itu, batas kendali untuk peta kendali GWMA pada waktu ke- $t$  didefinisikan sebagai berikut:

$$BKA_{GWMA-t} = \mu + L\sqrt{Q_t}\sigma \quad (15)$$

dan

$$BKB_{GWMA-t} = \mu - L\sqrt{Q_t}\sigma \quad (16)$$

dengan nilai  $L$  merupakan faktor lebar batas kendali yang menentukan jarak batas atas dan bawah dari garis tengah,  $BKA_t$  merupakan batas kendali atas GWMA pada waktu ke- $t$ ,  $BKB_t$  merupakan batas kendali bawah GWMA pada waktu ke- $t$  dan  $\sigma$  merupakan standar deviasi proses. Suatu proses dikatakan *out of control* apabila nilai statistik GWMA  $Y_t$  berada diluar batas kendali  $BKA_t$  dan  $BKB_t$ .

### 1.5.6 Peta Kendali Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum

Peta kendali *Mixed Generally Weighted Moving Average-Cumulative Sum* atau dapat disingkat menjadi MGC merupakan kombinasi dua peta kendali *Generally Weighted Moving Average* (GWMA) dan *Cumulative Sum* (CUSUM). Peta kendali MGC merupakan pengembangan dari peta kendali *Mixed Exponentially Weighted Moving Average-Cumulative Sum* (MEC) yang dilakukan (Abbas et al., 2013) dengan menggunakan statistik EWMA dalam konstruksi grafik peta kendali CUSUM yang kemudian dilanjutkan oleh (Ali & Haq, 2018b) dengan menggunakan statistik GWMA dalam konstruksi grafik peta kendali CUSUM untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil. Statistik GWMA  $Y_t$  pada Persamaan (11) digunakan sebagai *input* dalam peta kendali CUSUM. Adapun nilai statistik dari peta kendali MGC yaitu  $GC_t^+$  (MGC satu sisi atas (*one-sided upper MGC*)) dan  $GC_t^-$  (MGC satu sisi bawah (*one-sided lower MGC*)) didefinisikan sebagai berikut (Lu, 2018):

$$GC_t^+ = \max[0, (Y_t - \mu_0) - K_t + GC_{t-1}^+] \quad (17)$$

$$GC_t^- = \max[0, -(Y_t - \mu_0) - K_t + GC_{t-1}^-] \quad (18)$$

dengan

nilai awal  $GC_0^+ = GC_0^- = 0$ .

$\mu_0$  : rata-rata proses

$K_t$  : nilai referensi pada waktu ke- $t$

Adapun nilai  $K_t$  untuk membentuk peta kendali MGC adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} K_t &= k \cdot \sqrt{\text{Var}(Y_t)} \\ K_t &= k \cdot \sigma \sqrt{Q_t} \end{aligned} \quad (19)$$

dengan nilai parameter  $k$  yang digunakan dalam peta kendali MEC adalah seperti peta kendali CUSUM dengan  $k = 0,5$  membuat struktur CUSUM lebih sensitif dalam pergeseran yang kecil, parameter perancangan  $q$  bernilai antara  $0 \leq q < 1$  dan nilai parameter penyesuaian  $\alpha$  bernilai antara  $0 < \alpha \leq 1$ . Batas Kendali MGC terdiri dari BKA dan BKB yang dedefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA_{MGC-t} &= h^* \cdot \sqrt{\text{Var}(Y_t)} \\ BKA_{MGC-t} &= h^* \cdot \sigma \sqrt{Q_t} \end{aligned} \quad (20)$$

dan

$$\begin{aligned} BKB_{MGC-t} &= -h^* \cdot \sqrt{\text{Var}(Y_t)} \\ BKB_{MGC-t} &= -h^* \cdot \sigma \sqrt{Q_t} \end{aligned} \quad (21)$$

dengan  $BKA_{MGC-t}$  merupakan batas kendali atas MGC pada waktu ke- $t$ ,  $BKB_{MGC-t}$  merupakan batas kendali bawah MGC pada waktu ke- $t$  dan  $\sigma$  merupakan standar deviasi proses. Nilai  $h^*$  merupakan parameter yang menentukan *decision interval* atau ambang batas keputusan untuk mendeteksi pergeseran proses. Suatu proses dikatakan *out of control* apabila nilai  $GC_t^+$  berada diatas  $BKA_{MGC-t}$  dan nilai  $GC_t^-$  berada dibawah  $BKB_{MGC-t}$ .

### 1.5.7 Average Run Length

*Run Length* (RL) mengacu pada urutan titik-titik dalam plot pada peta kendali hingga munculnya sinyal yang berada di luar batas kendali. Kinerja peta kendali dibandingkan berdasarkan seberapa cepat grafik tersebut dapat mendeteksi kondisi *out of control*. Semakin cepat peta kendali mengidentifikasi perubahan dalam proses, semakin sensitif peta tersebut terhadap perubahan yang terjadi. Salah satu metode untuk mengevaluasi kinerja peta kendali adalah dengan menggunakan *Average Run Length* (ARL) dengan simulasi. ARL merupakan jumlah rata-rata observasi yang diperlukan hingga pertama kali terdeteksi bahwa proses berada dalam kondisi *out of control* (Mario Bernardino). ARL dibagi menjadi dua yaitu  $ARL_0$  untuk ARL dalam keadaan terkendali (*in control*) dan  $ARL_1$  untuk ARL dalam keadaan tidak terkendali (*out control*) didefinisikan sebagai berikut (Montgomery, 2013):

$$ARL_0 = \frac{1}{p(\text{tolak } H_0 | H_0 \text{ benar})} = \frac{1}{\alpha^*} \quad (22)$$

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - p(\text{terima } H_0 | H_0 \text{ salah})} = \frac{1}{1 - \beta^*} \quad (23)$$

Dalam analisis peta kendali, terdapat dua jenis kesalahan statistik yang dapat terjadi. Kesalahan tipe I ( $\alpha^*$ ) terjadi ketika hipotesis nol ( $H_0$ ) ditolak padahal benar, yang berarti proses dianggap tidak terkendali meskipun sebenarnya masih dalam kondisi terkendali. Sebaliknya, kesalahan tipe II ( $\beta^*$ ) terjadi ketika  $H_0$  diterima padahal salah, sehingga proses dianggap terkendali meskipun sebenarnya tidak terkendali. Probabilitas

kesalahan ini mempengaruhi kinerja peta kendali. Terdapat berbagai metode yang dapat digunakan untuk menghitung karakteristik run length suatu peta kendali, di antaranya metode persamaan integral, rantai Markov, dan simulasi Monte Carlo. Namun, karena struktur pengendalian pada peta kendali GWMA–CUSUM memiliki kompleksitas tinggi, metode simulasi Monte Carlo digunakan untuk menghitung ARL. Hasil perhitungan ARL menggunakan metode simulasi Monte Carlo lebih akurat dibandingkan dengan metode persamaan integral maupun rantai Markov, sehingga menjadi pilihan utama dalam analisis kinerja peta kendali yang lebih kompleks (Ali & Haq, 2018a).

#### **1.5.8 Water Treatment Plant**

Air bersih yang aman dan layak pakai merupakan salah satu kebutuhan mendasar yang sangat krusial bagi sektor industri. Untuk memenuhi kebutuhan ini, *Water Treatment Plant* (WTP) berperan sebagai infrastruktur utama dalam mengolah air baku agar memenuhi standar kualitas yang telah ditetapkan. Keberhasilan proses pengolahan air sangat dipengaruhi oleh efektivitas sistem pemantauan dan pengendalian yang diterapkan, sehingga efisiensi dalam operasional WTP menjadi faktor kunci dalam memastikan ketersediaan air bersih yang optimal. Kemajuan teknologi khususnya meningkatkan efisiensi dan efektivitas sistem pengolahan air semakin beragam. Salah satu inovasi utama adalah penerapan sistem otomasi, yang menggantikan proses manual dengan sistem pengendalian otomatis. Otomasi ini telah menjadi standar dalam industri manufaktur, termasuk dalam operasional WTP agar memastikan pengelolaan air yang lebih akurat, efisien, dan andal (Listiana & Widhianty, 2024).

WTP adalah sistem yang mengolah air dari kondisi tidak layak pakai menjadi air yang siap dikonsumsi. Proses pengolahan air dalam sistem WTP dapat beroperasi dengan dukungan sistem kelistrikan yang mencakup berbagai peralatan listrik, salah satunya adalah pompa distribusi. Pompa ini berfungsi untuk menyalurkan air dari WTP ke tangki-tangki distribusi pelanggan termasuk ke perumahan warga, sehingga memastikan ketersediaan air bersih yang aman dan layak digunakan dalam kehidupan sehari-hari (Syahputra et al., 2024).

## BAB II METODOLOGI PENELITIAN

### 2.1 Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data pemakaian volume air di kompleks perumahan Tonasa 1. Data merupakan data sekunder yang diperoleh melalui Water Treatment Plant (WTP) Tonasa 1 yang terletak di Kelurahan Tonasa 1, Kecamatan Balocci, Kabupaten Pangkajene dan Kepulauan. Sampel yang digunakan terdiri dari 184 sampel dibagi menjadi dua fase, dengan fase 1 (*data training*) terdiri dari 123 sampel dan fase 2 (*data testing*) terdiri dari 61 sampel.

### 2.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data pemakaian volume air yang terhitung keluar dalam satuan  $m^3$ . Variabel volume pemakaian air merupakan pengeluaran air yang didistribusikan pada perumahan warga terdiri dari rumah, sekolah, tempat wisata, dan tempat ibadah yang terletak di Kompleks Perumahan Karyawan PT Semen Tonasa. Laporan volume air dicatat setiap hari pada pukul 22:00 WITA (*shift* 3). Periode data yang digunakan pada penelitian adalah data pemakaian air 1 Juli 2024 hingga 31 Desember 2024, dengan fase 1 pada periode 1 Juli 2024 hingga 31 Oktober 2024 dan fase 2 pada periode 1 November 2024 hingga 31 Desember 2024.

### 2.3 Metode Analisis

Adapun tahapan metode analisis yang dilakukan untuk mencapai tujuan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menyiapkan data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1 sebagai alat monitoring pengendalian kualitas.
2. Mengkaji penentuan rata-rata dan variansi batas kendali dari peta kendali MGC.
3. Melakukan perhitungan uji asumsi normalitas *Kolmogrov-Smirnov* pada data pemakaian volume air kompleks perumahan Tonasa 1 pada fase 1 dan fase 2 menggunakan Persamaan (1).
4. Melakukan simulasi parameter optimal dengan simulasi *Monte Carlo* untuk peta kendali MGC.
5. Membandingkan kinerja peta kendali menggunakan *Average Run Length* (ARL) dengan ARL terekecil pada pergeseran antara  $0 \leq \delta \leq 2$  dari peta kendali CUSUM, GWMA, dan MGC.
6. Melakukan analisis konstruksi peta kendali CUSUM dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  - a. Menentukan nilai parameter  $k = 0,5$  dan  $h = 5$ .
  - b. Menghitung nilai rata-rata  $\mu_0$  sampel dan standar deviasi  $\sigma$  sampel pada fase 1.
  - c. Melakukan perhitungan nilai referensi  $k$  menggunakan Persamaan (5).
  - d. Melakukan perhitungan statistik CUSUM  $C_t^+$  dan  $C_t^-$  menggunakan Persamaan (3) dan Persamaan (4).

- e. Menghitung nilai batas kendali BKA dan BKB peta kendali CUSUM dengan menggunakan Persamaan (7) dan Persamaan (8).
- f. Membentuk peta kendali CUSUM dengan memplotkan statistik CUSUM  $C_t^+$  dan  $C_t^-$  terhadap batas kendali BKA dan BKB.
- g. Jika nilai  $C_t^+$  berada diatas BKA dan nilai  $C_t^-$  berada dibawah BKB maka menunjukkan keadaan yang tidak terkendali pada fase 1, maka peta kendali tersebut direvisi dengan mengeliminasi sampel yang berada pada keadaan tidak terkendali, serta menghitung kembali nilai rata-rata  $\mu_0$  sampel dan standar deviasi  $\sigma$  sampel yang telah direvisi hingga proses menunjukkan keadaan yang terkendali.
- h. Melakukan monitoring pada data sampel fase 2 menggunakan parameter dan batas kendali fase 1 yang dalam keadaan terkendali dengan langkah sebagai berikut:
  - 1) Melakukan perhitungan statistik CUSUM  $C_t^+$  dan  $C_t^-$  menggunakan Persamaan (3) dan Persamaan (4).
  - 2) Membentuk peta kendali CUSUM dengan memplotkan statistik CUSUM  $C_t^+$  dan  $C_t^-$  terhadap batas kendali BKA dan BKB fase 1 yang dalam keadaan terkendali.
  - 3) Menginterpretasi monitoring fase 2 peta kendali CUSUM.
7. Melakukan analisis konstruksi peta kendali GWMA dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  - a. Menentukan nilai parameter perancangan  $q$ , parameter penyesuaian  $\alpha$ , dan nilai  $L$  sesuai penelitian Sheu dan Lin (2003).
  - b. Menghitung nilai rata-rata  $\mu_0$  sampel dan standar deviasi  $\sigma$  sampel pada fase 1.
  - c. Menghitung nilai statistik GWMA  $Y_t$  menggunakan Persamaan (11).
  - d. Menghitung nilai  $Q_t$  menggunakan Persamaan (14).
  - e. Menghitung nilai batas kendali BKA dan BKB peta kendali GWMA dengan menggunakan Persamaan (15) dan Persamaan (16).
  - f. Membentuk peta kendali GWMA dengan memplotkan statistik GWMA  $Y_t$  terhadap batas kendali BKA dan BKB.
  - i. Jika nilai  $Y_t$  berada diatas BKA dan di bawah BKB maka menunjukkan keadaan yang tidak terkendali pada fase 1, maka peta kendali tersebut direvisi dengan mengeliminasi sampel yang berada pada keadaan tidak terkendali, serta menghitung kembali nilai rata-rata  $\mu_0$  sampel dan standar deviasi  $\sigma$  sampel yang telah direvisi hingga proses menunjukkan keadaan yang terkendali.
  - j. Melakukan monitoring pada data sampel fase 2 menggunakan parameter dan batas kendali fase 1 yang dalam keadaan terkendali dengan langkah sebagai berikut:
    - 1) Menghitung nilai statistik GWMA  $Y_t$  menggunakan Persamaan (11).
    - 2) Menghitung nilai  $Q_t$  menggunakan Persamaan (14).
    - 3) Membentuk peta kendali GWMA dengan memplotkan statistik GWMA  $Y_t$  terhadap batas kendali BKA dan BKB fase 1 yang dalam keadaan terkendali.
    - 4) Menginterpretasi monitoring fase 2 peta kendali GWMA
8. Melakukan analisis konstruksi peta kendali *Mixed* GWMA-CUSUM dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Menentukan nilai parameter  $k = 0,5$ .
- b. Menentukan nilai parameter perancangan  $q$ , parameter penyesuaian  $\alpha$ , dan nilai  $h^*$  yang optimal dari langkah 4.
- c. Menghitung nilai rata-rata  $\mu_0$  sampel dan standar deviasi  $\sigma$  sampel pada fase 1.
- d. Menghitung nilai statistik GWMA  $Y_t$  menggunakan Persamaan (11).
- e. Menghitung nilai  $Q_t$  menggunakan Persamaan (14).
- f. Melakukan perhitungan nilai referensi  $K_t$  menggunakan Persamaan (19).
- g. Melakukan perhitungan statistik MGC  $GC_t^+$  dan  $GC_t^-$  menggunakan Persamaan (17) dan Persamaan (18).
- h. Menghitung nilai batas kendali  $BKA_{MGC-t}$  dan  $BKB_{MGC-t}$  peta kendali MGC dengan menggunakan Persamaan (20) dan Persamaan (21).
- i. Membentuk peta kendali MGC dengan memplotkan statistik MGC  $GC_t^+$  dan  $GC_t^-$  terhadap batas kendali  $BKA_{MGC-t}$  dan  $BKB_{MGC-t}$ .
- j. Jika nilai  $GC_t^+$  berada diatas  $BKA_{MGC-t}$  dan nilai  $GC_t^-$  berada dibawah  $BKB_{MGC-t}$  sehingga menunjukkan keadaan yang tidak terkendali pada fase 1, maka peta kendali tersebut direvisi dengan mengeliminasi sampel yang berada pada keadaan tidak terkendali, serta menghitung kembali nilai rata-rata  $\mu_0$  sampel dan standar deviasi  $\sigma$  sampel yang telah direvisi hingga proses menunjukkan keadaan yang terkendali.
- k. Melakukan monitoring pada data sampel fase 2 menggunakan parameter dan batas kendali fase 1 yang dalam keadaan terkendali dengan langkah sebagai berikut:
  - 1) Menghitung nilai statistik GWMA  $Y_t$  menggunakan Persamaan (11).
  - 2) Menghitung nilai  $Q_t$  menggunakan Persamaan (14).
  - 3) Melakukan perhitungan nilai referensi  $K_t$  menggunakan Persamaan (19).
  - 4) Melakukan perhitungan statistik MGC  $GC_t^+$  dan  $GC_t^-$  menggunakan Persamaan (17) dan Persamaan (18).
  - 5) Membentuk peta kendali MGC dengan memplotkan statistik MGC  $GC_t^+$  dan  $GC_t^-$  terhadap batas kendali  $BKA_{MGC-t}$  dan  $BKB_{MGC-t}$  fase 1 yang dalam keadaan terkendali.
  - 6) Menginterpretasi monitoring fase 2 peta kendali MGC