

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kualitas produk merupakan aspek penting yang harus dijamin oleh perusahaan kepada konsumen karena menjadi faktor utama dalam keputusan pembelian (Adiyasa dkk., 2019). Konsumen cenderung memilih produk dengan kualitas tinggi dibandingkan produk sejenis yang tersedia di pasaran. Oleh karena itu, pengendalian kualitas perlu diterapkan untuk meminimalkan kesalahan dan mengurangi variasi dalam proses produksi. Salah satu metode yang umum digunakan dalam pengendalian kualitas adalah *Statistical Process Control* (SPC), yaitu sekumpulan alat statistik yang digunakan untuk memantau, mengendalikan, dan meningkatkan kualitas proses dengan cara mengurangi variabilitas. SPC berfungsi untuk mendeteksi perubahan dalam suatu proses dan memastikan bahwa proses tersebut berjalan secara stabil serta sesuai dengan spesifikasi yang diharapkan (Montgomery, 2012).

Salah satu alat utama dalam SPC adalah peta kendali, yang digunakan untuk menganalisis perubahan proses dari waktu ke waktu. Peta kendali membantu mengidentifikasi apakah suatu proses produksi masih berada di dalam batas kendali kualitas atau sudah tidak terkendali (Khikmawati dkk., 2021). Peta kendali pertama kali diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart pada tahun 1924 dan dikenal dengan nama peta kendali Shewhart. Dalam pengendalian kualitas, peta kendali Shewhart telah banyak digunakan di bidang industri karena pengaplikasiannya yang sederhana. Namun demikian, peta kendali Shewhart memiliki kelemahan yaitu kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil. Pergeseran rata-rata proses yang kecil didefinisikan sebagai pergeseran rata-rata yang berkisar kurang dari atau sama dengan $1,5\sigma$ (Montgomery, 2012). Berdasarkan kelemahan tersebut, dikembangkan peta kendali alternatif yang dapat mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil secara efektif, salah satunya yaitu peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA).

Peta kendali EWMA tidak hanya menggunakan pengamatan saat ini, tetapi juga mempertimbangkan informasi sebelumnya, sehingga lebih sensitif terhadap pergeseran rata-rata proses yang kecil dibandingkan peta kendali Shewhart (Ajadi dkk., 2017). Namun, metode ini tetap memiliki keterbatasan yang mendorong pengembangannya lebih lanjut. Salah satu keterbatasannya adalah masalah inersia, yaitu kondisi ketika peta kendali EWMA menunjukkan respon yang lambat terhadap perubahan proses karena tingginya bobot historis. Hal ini dapat menyebabkan



mendeteksi pergeseran proses (Woodall & Mahmoud, 2005). Peta kendali EWMA juga sensitif terhadap autokorelasi dalam data, yang menyebabkan *false alarms* dan mengurangi keakuratannya dalam mendeteksi perubahan proses (Montgomery & Mastrangelo, 1991).

Untuk mengatasi keterbatasan ini, (Patel & Divecha, 2011) mengembangkan peta kendali EWMA, yang mengombinasikan statistik EWMA dengan statistik terbaru. Metode ini dirancang untuk meningkatkan sensitivitas

terhadap pergeseran kecil, terutama dalam data yang berdistribusi normal dan bersifat independen maupun memiliki autokorelasi tinggi. Dalam penerapannya pada industri farmasi, peta kendali ini terbukti lebih baik dalam mendeteksi variasi berat dan suhu dibandingkan dengan EWMA konvensional. Pengembangan lebih lanjut dilakukan oleh (Khan dkk., 2017) yang menyempurnakan peta kendali *Modified EWMA* Patel dengan menambahkan parameter k , sehingga menghasilkan peta kendali *Modified EWMA* Khan. Penambahan parameter ini ditujukan untuk meningkatkan sensitivitas peta kendali dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses produksi. Dengan adanya parameter ini, metode menjadi lebih responsif terhadap perubahan dalam proses dan lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control* yang didasarkan pada *Average Run Length* (ARL) yang lebih rendah dibandingkan EWMA konvensional.

Penelitian sebelumnya menunjukkan efektivitas berbagai modifikasi peta kendali EWMA dalam pengendalian kualitas. Baharuddin (2015) menerapkan peta kendali *Modified EWMA* Patel untuk mendeteksi pergeseran kecil dalam proses produksi, khususnya pada variabel gas volume dan brix di industri minuman. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peta kendali *Modified EWMA* Patel lebih sensitif dibandingkan peta kendali EWMA konvensional dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses produksi. Supharakonsakun dkk. (2020) menguji kinerja peta kendali *Modified EWMA* Khan dalam memantau data pencemaran udara PM2.5 dan karbon monoksida yang memiliki autokorelasi. Penelitian ini menunjukkan bahwa peta kendali *Modified EWMA* Khan lebih efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses dibandingkan dengan EWMA konvensional, yang dibuktikan melalui perbandingan *Average Run Length* (ARL). Hasilnya menunjukkan bahwa peta kendali *Modified EWMA* Khan mampu memberikan deteksi yang lebih cepat dan akurat terhadap perubahan dalam proses, terutama untuk λ antara 0,1 hingga 0,2. Saleh & Mahdi (2021) mengusulkan peta kendali *Modified EWMA* Patel yang terbukti lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil dibandingkan dengan EWMA konvensional. Supharakonsakun & Areepong (2022) juga mengembangkan dan mengaplikasikan peta kendali *Modified EWMA* Khan untuk memantau rata-rata proses pada data harga emas dan perak yang memiliki autokorelasi. Studi ini menunjukkan bahwa peta kendali *Modified EWMA* Khan lebih unggul dibandingkan peta kendali EWMA konvensional dalam mendeteksi pergeseran kecil pada rata-rata proses, sebagaimana ditunjukkan oleh nilai ARL yang lebih kecil.

Dalam industri makanan, pengendalian kualitas sangat penting untuk memastikan produk memenuhi standar yang telah ditetapkan. Salah satu usaha makanan tradisional di Sulawesi Selatan adalah Sunrise-Q, yang memproduksi kue olu Cukke. Usaha ini berlokasi di Desa Watu, Kecamatan aten Soppeng, dan memproduksi sekitar 130 kemasan Bolu 1, dalam tiga jenis kemasan dengan harga bervariasi antara 5.000. Produk ini tidak hanya dijual secara langsung di lokasi melalui 17 toko reseller, yang menunjukkan potensi distribusi yang tinggi. Namun, dalam proses produksinya, terdapat risiko



variasi berat produk yang tidak seragam. Variasi berat yang tidak seragam dapat berdampak pada kualitas produk, kepuasan pelanggan, dan efisiensi produksi.

Metode pengendalian kualitas yang efektif diperlukan untuk memantau dan mengatasi variasi tersebut. Peta kendali *Modified EWMA* Patel dan *Modified EWMA* Khan merupakan dua pendekatan yang telah terbukti memiliki kinerja baik dalam mendeteksi pergeseran kecil pada berbagai jenis data. Meskipun terdapat perbedaan dalam struktur perhitungan dan parameter yang digunakan, keduanya berangkat dari dasar yang sama, yaitu modifikasi terhadap peta kendali EWMA untuk meningkatkan sensitivitas deteksi. Keduanya juga menggunakan indikator performa yang sama, yaitu ARL, sebagai tolak ukur efektivitas. Kesamaan dasar teori dan tujuan inilah yang menjadi alasan kuat untuk melakukan perbandingan kinerja kedua metode tersebut.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji efektivitas peta kendali *Modified EWMA* Patel dan peta kendali *Modified EWMA* Khan dalam mendeteksi pergeseran rata-rata berat produk Bolu Cukke Sunrise-Q. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan rekomendasi metode pengendalian kualitas yang lebih optimal, khususnya dalam konteks industri makanan tradisional yang membutuhkan konsistensi berat produk.

1.2 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Membandingkan performa peta kendali *Modified Exponentially Weighted Moving Average* oleh Patel dan Khan.
2. Menerapkan peta kendali *Modified Exponentially Weighted Moving Average* pada data berat bolu cukke Sunrise-Q.

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Memberikan manfaat khususnya dalam bidang statistika mengenai pengetahuan tentang peta kendali *Modified Exponentially Weighted Moving Average*.
2. Bagi perusahaan dapat digunakan sebagai saran dan masukan dalam merancang pengendalian kualitas produksi bolu cukke Sunrise-Q.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data univariat dengan variabel penelitian yakni berat Bolu Cukke Sunrise-Q periode 12 November 2024 - 12 Desember 2024.
2. Nilai konstanta batas kendali peta kendali *Modified EWMA* yang digunakan pada penelitian ini adalah $L = 3$.



Data

Peta kendali, terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi,

1.4.1.1 Uji Normalitas

Uji normalitas adalah uji yang dilakukan dengan tujuan untuk menilai sebaran data pada sebuah kelompok atau variabel, apakah data tersebut berdistribusi normal atau tidak (Hakam, 2017). Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau tidak. Adapun cara untuk mengetahui normalitas data adalah dengan melihat grafik histogram dan grafik *normal probability plot* dengan memperhatikan pola dari masing-masing grafik. Meskipun demikian, uji normalitas dengan grafik tidak dapat memastikan bahwa data dapat dianggap normal karena hasil uji yang dilihat secara visual dipengaruhi oleh perbedaan interpretasi yang dibuat oleh masing-masing individu. Akibatnya, perlu dilakukan pengujian secara statistik (Karjono & Wijaya, 2017).

Salah satu metode uji normalitas adalah uji Kolmogorov Smirnov yang dirancang oleh Andrey Kolmogorov dan Nikolai Smirnov. Uji Kolmogorov Smirnov termasuk uji nonparametrik sehingga penggunaannya tidak membutuhkan adanya asumsi terkait distribusi yang mendasari data yang akan diuji (Quraissy, 2020). Uji ini dilakukan dengan membandingkan D_{hitung} dan D_{tabel} . Pengujian normalitas menggunakan uji Kolmogorov Smirnov adalah sebagai berikut (Hakam, 2017):

Hipotesis:

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Statistik Uji:

$$D_{hitung} = \max\{|F_s(x_i) - F_0(x_i)|\} \quad (1)$$

$$F_s(x_i) = \frac{f_{kum}}{n} \quad (2)$$

Keterangan:

D_{hitung} : Deviasi maksimum

$F_0(x_i)$: Fungsi peluang kumulatif yang dihipotesiskan

$F_s(x_i)$: Fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari sampel

f_{kum} : Frekuensi kumulatif ke i

n : Jumlah sampel

Kriteria Pengujian:

Tolak H_0 jika nilai $D_{hitung} > D_{tabel(\alpha;n)}$ dengan nilai D_{tabel} merupakan nilai kritis uji Kolmogorov Smirnov.



lensi

lakukan untuk memastikan bahwa data tidak memiliki ketergantungan antar observasi dapat memengaruhi efektivitas atau uji yang dilakukan adalah Uji Durbin-Watson.

akan dalam uji Durbin-Watson sebagai berikut:

utokorelasi

elasi

Statistik d Durbin-Watson didefinisikan sebagai berikut (Purba dkk., 2023):

$$d = \frac{\sum_{t=2}^m (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^m e_t^2} \quad (3)$$

dengan:

d : nilai Durbin-Watson

e_t : nilai residual pada waktu ke t

e_{t-1} : nilai residual pada waktu ke $t - 1$

Kriteria pengujian Durbin-Watson ditunjukkan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Kriteria pengujian Durbin-Watson

Hipotesis	Keputusan	Jika
Ada autokorelasi positif	Tolak H_0	$0 < d < dL$
Tidak ada autokorelasi positif	Tidak ada keputusan	$dL < d < dU$
Ada autokorelasi negatif	Tolak H_0	$4 - dL < d < 4$
Tidak ada autokorelasi negatif	Tidak ada keputusan	$4 - dU < d < 4 - dL$
Tidak ada autokorelasi	Terima H_0	$dU < d < 4 - dU$

dengan:

dU : nilai batas atas Durbin-Watson

dL : nilai batas bawah Durbin-Watson

1.4.1.3 Uji Homogenitas Variansi

Uji homogenitas adalah prosedur uji statistik yang bertujuan untuk menunjukkan bahwa dua atau lebih kelompok sampel data diambil dari populasi yang memiliki variansi yang sama. Salah satu uji yang bisa digunakan untuk menguji homogenitas variansi adalah uji Bartlett. Uji ini sangat sensitif terhadap pelanggaran asumsi normalitas, sehingga cocok digunakan ketika data dari setiap kelompok berdistribusi normal. Hipotesis yang digunakan dalam uji Bartlett adalah sebagai berikut (Nurhaswinda dkk., 2025):

H_0 : Semua variansi homogen

H_1 : Tidak semua variansi homogen

Statistik uji yang digunakan untuk uji Bartlett ini adalah H_0 ditolak jika $p - \text{value} < \alpha$. Artinya variansi data tersebut homogen atau berasal dari populasi yang memiliki variansi yang sama.

1.4.1.4 Deteksi Pola Tren

Pola tren merupakan kecenderungan data untuk meningkat, menurun, atau menetap tertentu. Dalam analisis kualitas, penting untuk mengidentifikasi membangun peta kendali, karena adanya tren dapat menunjukkan proses. Salah satu cara sederhana untuk mendeteksi tren menggunakan *time series plot*. Jika data menunjukkan atau turun secara konsisten, maka dapat diindikasikan adanya



Selain itu, *run test* dapat digunakan untuk mendeteksi keacakan data. *Run test* yang merupakan jenis uji nonparametrik dalam statistik untuk menentukan adanya seleksi acak dalam proses pemilihan sampel. Jika hasil uji menunjukkan bahwa data tidak acak, maka dapat menjadi indikasi adanya pola tertentu seperti tren. Oleh karena itu, penggunaan *run test* dalam menguji keacakan data dapat menjadi bukti untuk menunjukkan bahwa tidak ada pola tren dalam data (Bilondatu, 2024).

Hipotesis

H_0 : Data diambil dari populasi yang acak

H_1 : Data diambil dari populasi yang tidak acak

Tingkat signifikansi

$\alpha = 0,05$

Statistik Uji

- Tentukan nilai rerata masing-masing sampel
- Beri tanda + untuk data yang nilainya > dari rerata
- Beri tanda – untuk data yang nilainya $\leq$ dari rerata

Setelah itu, tentukan banyaknya run dalam setiap urutan data. Run = banyaknya urutan data dengan tanda identik yang diikuti dan didahului oleh tanda berbeda.

Misal:

+ + – = 2 run

+ – + + – = 4 run

Statistik uji dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut:

$$Z_{hitung} = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \sim N(0,1) \quad (4)$$

dengan

$$\mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \quad (5)$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}} \quad (6)$$

Keterangan

r : Jumlah *run* dalam urutan

n_1 : Jumlah data yang bertanda " + "

n_2 : Jumlah data yang bertanda " – "

μ_r : Ekspektasi dari jumlah *run*

σ_r : Simpangan baku dari jumlah *run*



$$\begin{aligned} &< Z_{hitung} < \frac{Z_{\alpha}}{2} \\ &< -\frac{Z_{\alpha}}{2} \text{ atau } Z_{hitung} > \frac{Z_{\alpha}}{2} \end{aligned}$$

1.4.1.5 Identifikasi *Outlier*

Outlier adalah suatu pengamatan yang tidak mengikuti sebagian besar pola dan terletak jauh dari pusat data. Dalam analisis kualitas dan pengendalian proses, *outlier* penting untuk diidentifikasi karena dapat menjadi indikasi adanya penyimpangan proses, kesalahan pengukuran, atau gangguan lainnya. Salah satu cara yang umum digunakan untuk mendeteksi *outlier* secara visual adalah dengan menggunakan *boxplot*. *Boxplot* atau diagram kotak merupakan metode statistik deskriptif yang menyajikan data numerik berdasarkan lima ukuran sebagai berikut (Yaziz dkk., 2019):

1. Nilai observasi terkecil,
2. Kuartil terendah atau kuartil pertama (Q_1), yang memotong 25% dari data terendah,
3. Median (Q_2) atau nilai pertengahan,
4. Kuartil tertinggi atau kuartil ketiga (Q_3), yang memotong 25% dari data tertinggi,
5. Nilai observasi terbesar.

Suatu nilai dikatakan *outlier* jika $Q_3 + (1,5 \times IQR) < outlier \leq Q_3 + (3 \times IQR)$ atau $Q_1 - (1,5 \times IQR) > outlier \geq Q_1 - (3 \times IQR)$. Selanjutnya suatu nilai dikatakan ekstrim jika lebih besar dari $Q_3 + (3 \times IQR)$ atau lebih kecil dari $Q_1 - (3 \times IQR)$.

1.4.2 Peta Kendali $\bar{X} - S$

Peta kendali $\bar{X}$ merupakan peta kendali yang digunakan untuk memantau *mean* proses. Peta kendali $\bar{X}$ menunjukkan apakah rata-rata produk yang dihasilkan sesuai dengan standar pengendalian yang digunakan perusahaan. Jika μ dan σ diketahui, batas-batas kendali pada peta kendali $\bar{X}$ yaitu (Abdullah, 2015):

$$UCL = \mu + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

$$CL = \mu \quad (8)$$

$$LCL = \mu - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

Misalkan, $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$, maka batas-batas kendali pada peta kendali $\bar{X}$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$UCL = \mu + A\sigma \quad (10)$$

$$CL = \mu \quad (11)$$

$$LCL = \mu - A\sigma \quad (12)$$



ak diketahui, maka perlu dicari penaksir untuk parameter lokasi
 1. Penaksir *unbiased* untuk μ dalam konstruksi peta kendali
 Sedangkan, penaksir *unbiased* untuk σ adalah $\frac{s}{C_4}$ (Montgomery,

Batas-batas kendali pada peta kendali $\bar{X}$ yaitu:

$$UCL = \bar{X} + \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{X} + \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{S}}{C_4} = \bar{X} + \frac{3}{C_4\sqrt{n}} \bar{S} \quad (13)$$

$$CL = \mu = \bar{X} \quad (14)$$

$$LCL = \bar{X} - \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{X} - \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{S}}{C_4} = \bar{X} - \frac{3}{C_4\sqrt{n}} \bar{S} \quad (15)$$

Misalkan, $A_3 = \frac{3}{C_4\sqrt{n}}$, maka batas-batas kendali pada peta kendali $\bar{X}$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$UCL = \bar{X} + A_3\bar{S} \quad (16)$$

$$CL = \mu = \bar{X} \quad (17)$$

$$LCL = \bar{X} - A_3\bar{S} \quad (18)$$

1.4.3 Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average*

Peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) merupakan alat pengendalian kualitas yang sangat efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses produksi. Metode ini memberikan bobot lebih besar pada pengamatan terbaru, tetapi tetap memperhitungkan data historis dengan bobot yang semakin kecil seiring waktu. Hal ini membuat EWMA menjadi lebih sensitif terhadap perubahan kecil dibandingkan dengan metode peta kendali Shewhart, yang kurang efektif dalam menangkap pergeseran kecil. Secara matematis, nilai statistik EWMA pada waktu ke- t dapat dihitung menggunakan rumus (Montgomery, 2012):

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda)Z_{t-1} \quad (19)$$

Nilai Z_t adalah nilai EWMA pada waktu $t = 1, 2, 3, \dots, m$ dengan m adalah banyaknya pengamatan, λ adalah parameter pembobot dengan nilai $0 < \lambda \leq 1$, dan X_t adalah data pengamatan pada waktu ke- t . Nilai Z_0 atau nilai awal sering kali ditetapkan sama dengan rata-rata proses atau nilai yang diinginkan, yaitu μ_0 .

kan seberapa besar bobot yang diberikan pada data terbaru. a semakin kecil kontribusi data masa lalu terhadap nilai EWMA



apat diketahui rata-rata dan variansi dari EWMA yang dapat kontrol yang digunakan dalam pengawasan proses. Rata-rata nenentukan seberapa jauh pengamatan dapat menyimpang dari belum dianggap sebagai sinyal adanya pergeseran yang

signifikan dalam proses tersebut. Adapun persamaan-persamaannya dapat dilihat sebagai berikut:

$$E(Z_t) = \mu_0 \quad (20)$$

dan

$$Var(Z_t) = \sigma^2 \frac{\lambda}{2 - \lambda} (1 - (1 - \lambda)^{2t}) \quad (21)$$

Sehingga berdasarkan nilai rata-rata dan variansi di atas, EWMA memiliki *Center Line* (CL), *Upper Control Limit* (UCL), *Lower Control Limit* (LCL) untuk mendeteksi kondisi *out-of-control*. Batas kontrol ini bergantung pada nilai rata-rata dan variansi EWMA, seperti persamaan berikut:

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} (1 - (1 - \lambda)^{2t})} \quad (22)$$

$$CL = \mu_0 \quad (23)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} (1 - (1 - \lambda)^{2t})} \quad (24)$$

dengan:

- μ_0 : rata-rata proses
- σ : standar deviasi proses
- L : lebar batas kendali

Ketika peta kendali EWMA telah berjalan untuk beberapa periode, persamaan $(1 - (1 - \lambda)^{2t})$ mendekati satu sehingga batas kendali mendekati nilai keadaan stabil (*steady state*) diberikan oleh persamaan berikut:

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \quad (25)$$

$$CL = \mu_0 \quad (26)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \quad (27)$$



i **Modified Exponentially Weighted Moving Average**

i **Modified Exponentially Weighted Moving Average Patel**

/ EWMA dikembangkan oleh Patel & Divecha pada tahun 2011. dari sebuah peta kendali adalah mudah diterapkan dan efektif rgeseran dari berbagai ukuran sesuai dengan spesifikasi. Patel

& Divecha menggabungkan peta kendali Shewhart dan EWMA yang berguna untuk mendeteksi pergeseran kecil pada proses industri. Peta kendali *Modified EWMA* Patel mempertimbangkan pengamatan masa lalu yang mirip dengan skema EWMA dan juga mempertimbangkan perubahan masa lalu, serta perubahan terbaru dalam suatu proses. Misalkan $\bar{X}_t, t = 1, 2, 3, \dots, m$ adalah urutan rata-rata subgrup yang berdistribusi normal dengan rata-rata (μ) dan variansi ($\frac{\sigma^2}{n}$). Statistik peta kendali *Modified EWMA* Patel adalah sebagai berikut (Patel & Divecha, 2011):

$$Y_t = (1 - \lambda)Y_{t-1} + \lambda\bar{X}_t + (\bar{X}_t - \bar{X}_{t-1}) \quad (28)$$

dimana $t = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $0 < \lambda \leq 1$ adalah parameter pembobot dan nilai awalnya adalah $Y_0 = \mu_0 = \bar{X}_0$. Keunggulan peta kendali *Modified EWMA* Patel terletak pada tambahan komponen $(\bar{X}_t - \bar{X}_{t-1})$ yang meningkatkan sensitivitas peta kendali dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses produksi. Rata-rata dan variansi dari peta kendali *Modified EWMA* Patel secara berurutan sebagai berikut:

$$E(Y_t) = \mu \quad (29)$$

$$Var(Y_t) = \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} + \frac{2\lambda(1 - \lambda)}{2 - \lambda} \right) \left(\frac{\sigma^2}{n} \right) \quad (30)$$

dengan

μ : rata-rata target proses

n : ukuran subgrup

σ^2 : variansi proses

Batas kendali atas (UCL), *Central Line* (CL) dan batas kendali bawah (LCL) untuk peta kendali *Modified EWMA* Patel adalah:

$$UCL = \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} + \frac{2\lambda(1 - \lambda)}{2 - \lambda}} \quad (31)$$

$$CL = \mu_0 \quad (32)$$

$$LCL = \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} + \frac{2\lambda(1 - \lambda)}{2 - \lambda}} \quad (33)$$

dengan

μ_0 : Rata-rata proses

σ : Standar deviasi proses



kendali

pembobot

gomery (2012), nilai lebar batas kendali (L) yang umum pada kendali adalah $L = 3$. Penggunaan nilai ini bertujuan untuk dalam perbandingan performa antar variasi nilai λ , serta untuk atatan tingkat *false alarm* yang dapat terjadi akibat penyempitan pembuatan peta kendali, nilai μ dan σ dapat diketahui atau

tidak. Dalam prakteknya, kebanyakan nilai μ dan σ tidak diketahui sehingga harus diestimasi. Oleh karena itu, μ_0 diganti dengan $\hat{\mu}$ dan σ diganti dengan $\hat{\sigma}$. Adapun penduga dari μ dan σ adalah (Montgomery, 2012):

a. Penduga untuk μ

$$\hat{\mu} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \bar{X}_t \quad (34)$$

dengan

$$\bar{X}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{t,i} \quad (35)$$

Keterangan:

- $\hat{\mu}$: Penduga dari μ
- m : Banyaknya subgrup
- n : Ukuran subgrup
- $\bar{X}_t$: Rata-rata tiap subgrup
- $X_{t,i}$: Data karakteristik kualitas yang diamati

b. Penduga untuk σ

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m s_t \quad (36)$$

dengan

$$s_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{t,i} - \bar{X}_t)^2} \quad (37)$$

Keterangan:

- $\hat{\sigma}$: Penduga bagi σ
- s_t : Standar deviasi tiap subgrup

1.4.4.2 Peta Kendali *Modified Exponentially Weighted Moving Average* Khan

Peta kendali *Modified EWMA* yang diperkenalkan oleh Khan dkk. pada tahun 2017 mengusulkan struktur baru dengan memperkenalkan faktor parameter tambahan, dilambangkan dengan k , yang berfungsi untuk mengontrol sensitivitas terhadap perubahan proses. Selain itu, metode ini tetap mempertahankan mekanisme penghalusan eksponensial. Misalkan $\bar{X}_t, t = 1, 2, 3, \dots, m$ adalah urutan rata-rata subgrup yang berdistribusi normal dengan rata-rata (μ) dan variansi ($\frac{\sigma^2}{n}$). Statistik peta kendali *Modified EWMA* Khan pada waktu t didefinisikan sebagai berikut (Khan dkk., 2017):

$$M_t = (1 - \lambda)M_{t-1} + \lambda\bar{X}_t + k(\bar{X}_t - \bar{X}_{t-1}) \quad (38)$$



adalah parameter pembobot, k adalah parameter tambahan, dan M_0 adalah nilai awal. Rata-rata dan variansi dari peta kendali *Modified EWMA* Khan dapat ditentukan sebagai berikut:

$$E(M_t) = \mu_0 \quad (39)$$

$$Var(M_t) = \left(\frac{\lambda + 2\lambda k + 2k^2}{2 - \lambda} \right) \left(\frac{\sigma^2}{n} \right) \quad (40)$$

dengan

μ_0 : rata-rata target proses

n : ukuran subgrup

σ^2 : variansi proses

Batas kendali atas (UCL), *Central Line* (CL) dan batas kendali bawah (LCL) untuk peta kendali *Modified EWMA* Khan adalah:

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda + 2\lambda k + 2k^2}{n(2 - \lambda)}} \quad (41)$$

$$CL = \mu_0 \quad (42)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda + 2\lambda k + 2k^2}{n(2 - \lambda)}} \quad (43)$$

dengan

μ_0 : target rata-rata

σ : standar deviasi proses

λ : parameter pembobot yang bernilai $0 < \lambda \leq 1$

L : lebar batas kendali

k : parameter tambahan

Nilai k dapat dipilih secara independen dari λ , tetapi dalam penelitian yang dilakukan oleh (Khan dkk., 2017) ditentukan sedemikian rupa untuk meminimalkan $Var(M_t)$. Untuk menunjukkan bahwa $k = -\lambda/2$ meminimalkan variansi, pertama-tama dilakukan turunan pertama dari $Var(M_t)$ terhadap k :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial k}(Var(M_t)) &= \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{(\lambda + 2\lambda k + 2k^2) \sigma^2}{2 - \lambda} \frac{1}{n} \right) \\ \frac{\partial}{\partial k}(Var(M_t)) &= \frac{\sigma^2}{n((2 - \lambda))} \frac{\partial}{\partial k} (\lambda + 2\lambda k + 2k^2) \\ &= \frac{\sigma^2}{n((2 - \lambda))} (2\lambda + 4k) \end{aligned}$$



(M_t) dengan nol, diperoleh:

$$(2\lambda + 4k) = 0$$

$$k = -\lambda/2$$

(44)

Peta kendali *Modified EWMA* dibuat dengan memplot statistik M_t terhadap nomor sampel atau waktu t . Suatu proses dianggap berada dalam kondisi *out of control* jika salah satu statistik yang diplot melebihi batas kendali. Sebaliknya, proses dianggap berada dalam kondisi *in control* jika tidak ada statistik yang melebihi batas kendali ((Alevizakos dkk., 2021).

1.4.5 Average Run Length

Average Run Length (ARL) adalah alat ukur dalam mengevaluasi kinerja grafik peta kendali. Nilai ARL dapat digunakan untuk mengukur seberapa cepat peta kendali menangkap sinyal *out of control*. ARL adalah rata-rata observasi yang harus digambarkan sebelum munculnya sinyal tidak terkendali. Semakin kecil nilai ARL peta kendali maka semakin cepat peta kendali mendeteksi keberadaan sinyal *out of control*. Peta kendali yang mendeteksi sinyal *out of control* lebih cepat dianggap lebih efektif dalam mendeteksi perubahan rata-rata proses (Wijayanti dkk., 2020). ARL mewakili jumlah data yang berada di antara batas kendali atas dan batas kendali bawah pada peta kendali sebelum *out of control*.

Nilai ARL dibagi menjadi dua, yaitu kondisi *in control* atau ARL_0 dan kondisi *out of control* atau ARL_1 . Dengan adanya kedua jenis ARL ini, maka peta kendali terbaik dapat dipilih. Untuk ARL_0 peta kendali terbaik adalah peta kendali dengan nilai ARL terbesar, sedangkan untuk ARL_1 peta kendali terbaik adalah peta kendali dengan nilai ARL terkecil (Abbasi dkk., 2021). Secara matematis dituliskan sebagai berikut (Montgomery, 2012):

$$ARL_0 = \frac{1}{P(\text{menolak } H_0 | H_0 \text{ benar})} = \frac{1}{\alpha} \quad (45)$$

$$ARL_1 = \frac{1}{P(\text{menerima } H_0 | H_0 \text{ salah})} = \frac{1}{(1 - \beta)} \quad (46)$$

dengan

H_0 : Proses dalam keadaan *in control* atau terkendali secara statistik.

α : Peluang kesalahan tipe I

β : Peluang kesalahan tipe II

Apabila proses dalam keadaan *in control*, α menyatakan peluang kesalahan tipe I (menyatakan keadaan tidak terkendali padahal keadaan terkendali) atau peluang suatu titik rata-rata sampel jatuh diluar batas pengendali pada saat proses terkendali. β merupakan peluang kesalahan tipe II (menyatakan keadaan terkendali padahal tidak terkendali) atau peluang suatu titik rata-rata sampel jatuh diluar batas pengendali pada saat proses tidak terkendali (Singgih dkk., 2000).



Usaha kuliner khas Bugis yang berlokasi di Desa Cennae, Kecamatan Sopo, Kabupaten Soppeng. Usaha ini terkenal dengan produk kue tradisional dengan cita rasa legit dan lezat.

Sunrise-Q merupakan usaha turun-temurun oleh keluarga Meystian, sejak tahun 1980-an. Usaha ini mulai dikelola secara profesional sejak tahun 2014. Seiring berjalannya waktu, Sunrise-Q mengalami perkembangan yang pesat (Surianti dkk., 2023). Dengan dukungan pemerintah, Sunrise-Q telah memiliki sertifikasi halal dari Majelis Ulama Indonesia (MUI) dan izin produksi dari Kementerian Kesehatan. Sertifikasi ini menunjukkan komitmen Sunrise-Q terhadap produk yang dihasilkan dan kepercayaan tambahan untuk konsumen. Ini menggambarkan usaha Sunrise-Q untuk beradaptasi dengan kebutuhan pasar saat ini tanpa meninggalkan tradisi masyarakat setempat.

Setiap hari, Sunrise-Q dapat memproduksi sekitar 130 kemasan Bolu Cukke. Bolu Cukke tersedia dalam tiga jenis kemasan yang berbeda dengan harga yang berbeda pula. Harga untuk kemasan satuan adalah Rp1.250, sedangkan kemasan yang berisi 11 dan 18 dijual dengan harga masing-masing Rp15.000 dan Rp25.000. Selain itu, bolu cukke Sunrise-Q mampu bertahan hingga dua minggu tanpa campuran bahan pengawet. Hal ini membuat produk ini semakin banyak diminati oleh konsumen (Surianti dkk., 2023). Sunrise-Q tidak hanya tersedia di pasar lokal, tetapi juga memiliki sekitar 17 toko reseller di beberapa kecamatan. Hal ini menunjukkan bahwa bolu cukke Sunrise-Q memiliki peluang untuk meraih pasar yang lebih luas. Sunrise-Q berkomitmen untuk mempertahankan cita rasa khasnya sambil meningkatkan daya saing di pasar. Dengan menggabungkan tradisi dan pengelolaan profesional, Sunrise-Q tidak hanya merepresentasikan warisan budaya Bugis, tetapi juga menjadi bukti nyata bahwa usaha kecil mampu tumbuh dan bertahan di tengah persaingan industri kuliner saat ini.

Dalam proses produksinya, berat bolu cukke dapat mengalami variasi yang dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti teknik pencampuran adonan, pencetakan, dan pemanggangan. Meskipun menggunakan takaran yang sama dalam setiap produksi, variasi kecil dalam berat tetap dapat terjadi. Oleh karena itu, pengendalian kualitas menjadi hal yang penting dalam memastikan setiap bolu cukke Sunrise-Q yang diproduksi tetap sesuai dengan standar yang telah ditetapkan.



Gambar 1. Usaha Bolu Cukke Sunrise-Q



BAB II METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data primer hasil pengamatan dari proses produksi bolu cukke Sunrise-Q. Pengamatan dilakukan selama periode 12 November 2024 sampai dengan 12 Desember 2024.

2.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah berat bolu cukke Sunrise-Q (dalam gram) yang diukur setiap hari selama 30 hari. Data dikumpulkan dalam bentuk subgrup dengan ukuran $n = 5$, dimana setiap subgrup mewakili rata-rata berat lima sampel bolu dalam satu hari produksi. Data dapat dilihat pada Lampiran 1.

2.3 Tahapan Analisis

Langkah-langkah analisis yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data pengamatan berat bolu cukke Sunrise-Q dalam periode 12 November 2024 – 12 Desember 2024.
2. Mengkaji rumus peta kendali *Modified* EWMA Patel dan peta kendali *Modified* EWMA Khan untuk diterapkan pada data berat bolu cukke Sunrise-Q.
3. Menghitung nilai ARL untuk mengevaluasi sensitivitas peta kendali $\bar{X} - S$, peta kendali *Modified* EWMA Patel dan peta kendali *Modified* EWMA Khan dengan menggunakan data simulasi.
4. Membandingkan performa peta kendali dengan melihat ARL terkecil dari peta kendali $\bar{X} - S$, peta kendali *Modified* EWMA Patel dan peta kendali *Modified* EWMA Khan.
5. Melakukan pengujian asumsi terhadap data berat bolu cukke Sunrise-Q.
6. Menerapkan peta kendali $\bar{X} - S$:
 - a. Menghitung nilai batas kendali atas dan batas kendali bawah peta kendali $\bar{X} - S$ dengan menggunakan Persamaan (16) dan (18).
 - b. Membuat peta kendali $\bar{X} - S$ berdasarkan batas kendali yang telah diperoleh.
 - c. Menganalisis peta kendali yang diperoleh dan menghitung jumlah titik pengamatan yang berada diluar batas kendali (*out of control*).
7. Menerapkan peta kendali *Modified* EWMA Patel:
 - a. Menentukan estimasi nilai standar deviasi $\hat{\sigma}$ menggunakan Persamaan (36).
 - b. Menghitung nilai statistik peta kendali *Modified* EWMA Patel (Y_t) menggunakan persamaan (28).
 - c. Menentukan nilai batas kendali atas dan batas kendali bawah peta kendali *Modified* EWMA Patel dengan menggunakan Persamaan (31) dan (33).
 - d. Menerapkan peta kendali *Modified* EWMA Patel berdasarkan batas kendali yang telah diperoleh.



- e. Menganalisis peta kendali yang diperoleh dan menghitung jumlah titik pengamatan yang berada diluar batas kendali (*out of control*).
8. Menerapkan peta kendali *Modified EWMA* Khan:
- a. Menentukan estimasi nilai standar deviasi $\hat{\sigma}$ menggunakan Persamaan (36).
 - b. Menghitung nilai statistik peta kendali *Modified EWMA* Khan (M_t) menggunakan persamaan (38).
 - c. Menghitung nilai batas kendali atas dan batas kendali bawah peta kendali *Modified EWMA* Khan dengan menggunakan Persamaan (41) dan (43).
 - d. Membuat peta kendali *Modified EWMA* Khan berdasarkan batas kendali yang telah diperoleh.
 - e. Menganalisis peta kendali yang diperoleh dan menghitung jumlah titik pengamatan yang berada diluar batas kendali (*out of control*).
9. Menarik kesimpulan dari hasil analisis yang dilakukan.

