

**ESTIMASI MODEL REGRESI *PENALIZED SPLINE* MELALUI
ESTIMATOR *ROBUST M* DAN *S*
(STUDI KASUS: TINGKAT PENJUALAN EMAS LOGAM MULIA
DAN TABUNGAN EMAS SELAMA PANDEMI COVID 19)**

*ESTIMATION OF PENALIZED SPLINE REGRESSION MODELS
WITH ROBUST ESTIMATOR M AND S
(CASE STUDY: PRECIOUS METAL GOLD SALES AND GOLD
SAVINGS RATES DURING THE COVID 19 PANDEMIC)*

MUSAFIRAH



**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2022**

**ESTIMASI MODEL REGRESI *PENALIZED SPLINE* MELALUI ESTIMATOR
ROBUST M DAN *S*
(STUDI KASUS: TINGKAT PENJUALAN EMAS LOGAM MULIA DAN
TABUNGAN EMAS SELAMA PANDEMI COVID 19)**

Tesis

sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Magister Statistika

Disusun dan diajukan oleh

MUSAFIRAH

H062192003

kepada

**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2022**

TESIS

**ESTIMASI MODEL REGRESI *PENALIZED SPLINE* MELALUI ESTIMATOR
ROBUST M DAN *S***
**(STUDI KASUS: TINGKAT PENJUALAN EMAS LOGAM MULIA DAN
TABUNGAN EMAS SELAMA PANDEMI COVID 19)**

MUSAFIRAH

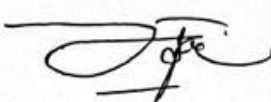
H062192003

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka
Penyelesaian Program Studi Magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
pada tanggal 12 Agustus 2022
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama,

Pembimbing Pendamping


Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.

NIP. 19770808 200501 2 002


Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si M.Si.

NIP. 1972017 199703 2 002

Ketua Program Studi
Magister Statistika,

Dekan Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin


Dr. Dr. Georgina M. Tinungki, M.Si

NIP. 19620926 198702 2 001


Dr. Eng. Amiruddin, M.Si

NIP. 19720515 199702 1 002

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul Estimasi Model Regresi *Penalized Spline* Melalui Estimator *Robust M* dan *S* (Studi Kasus: Tingkat Pembelian Emas Logam Mulia dan Tabungan Emas selama Pandemi COVID-19) adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing (Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si dan Dr. Nurtiti Sunusi, M.Si). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari isi tesis ini telah dipublikasikan di Jurnal (International Journal of Academic and Applied Research (IJAAR) ISSN: 2643-9603 Vol. 5 Issue 11, November - 2021, Pages:166-168) sebagai artikel dengan judul "Estimation of Penalized Spline Linear Regression Models through *Robust M* Estimator".

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 12 Agustus 2022

Yang Menyatakan,



Musafirah

NIM. H062192003

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur atas kehadiran Tuhan Yang Maha Esa atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyusun dan menyelesaikan tesis ini. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa apa yang dikemukakan dalam tesis ini masih jauh dari kesempurnaan yang merupakan sebagai akibat dari keterbatasan kemampuan serta berbagai kesulitan yang penulis hadapi dalam penyusunan tesis ini.

Penulis memanjatkan doa kepada Tuhan Yang Maha Esa agar memberikan rahmat-Nya kepada pihak yang banyak membantu dalam penyelesaian tesis ini. Penulis juga percaya tesis ini dapat selesai bukan hanya dengan kekuatan pikiran penulis semata akan tetapi karena bantuan dari berbagai pihak juga, baik selama proses perkuliahan bahkan sampai proses pengerjaan tesis di Program Magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin. Namun demikian, penulis dengan senang hati menerima kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca karya tulis ini demi sempurnanya tesis ini.

Terima kasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua, dan saudaraku atas doa yang tak pernah putus, dukungan serta segala kebaikan mereka yang sampai kapan pun takkan pernah bisa terbalaskan atas kasih sayang yang tiada henti dalam penyelesaian tesis ini. Selanjutnya, saya ingin menyampaikan juga rasa hormat dan terima kasih kepada:

1. **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin.
2. **Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta seluruh jajarannya.
3. **Dr. Nurtiti Sanusi, M.Si.** selaku Ketua Departemen Statistika yang menjadi Pembimbing Pertama yang telah bersabar dan bersedia meluangkan banyak waktunya untuk membimbing penulis dan memberikan masukan dalam penyelesaian tesis ini.
4. **Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.** selaku Ketua Program Studi Magister Statistika yang menjadi salah satu tim penguji tesis.

5. **Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si** selaku Pembimbing Utama yang telah bersabar dan bersedia meluangkan banyak waktunya untuk membimbing penulis dan memberikan masukan dalam penyelesaian tesis ini.
6. **Dr. Nirwan Ilyas, M.Si** selaku salah satu tim penguji tesis sekaligus memberikan ilmu, dukungan, dan motivasi serta kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjalani Pendidikan di Departemen Statistika.
7. **Dr. Erna Tri Herdiani, M.Si** selaku salah satu tim penguji penulis yang telah bersedia memberikan masukan-masukan dan arahan dalam penyusunan tesis.
8. Kepada suamiku **Brigpol Muhammad Hidayat**, dan anakku **Maryam Kayyisah Hidayat** yang telah mendukung secara penuh dan sabar menunggu ketika penulis harus jauh dari mereka untuk menyelesaikan perkuliahan.
9. Bapak dan Ibu Dosen di Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin, yang dengan tulus ikhlas memberikan ilmu pengetahuan dan pengalaman yang dimilikinya selama perkuliahan berlangsung sehingga memberikan banyak manfaat bagi penulis untuk saat ini maupun di masa mendatang.
10. Teman-teman Mahasiswa Program Magsiter Statistika Angkatan 1, terima kasih atas nasehat dan dukungan luar biasa kepada penulis.
11. Serta semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian tesis ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT memberikan pahala yang berlipat ganda atas segala kebaikan yang telah diberikan kepada penulis dan semoga penulisan tesis ini bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, khususnya dalam dunia statistika dan data sains.

Makassar, 12 Agustus 2022

Musafirah

ABSTRAK

MUSAFIRAH. **Estimasi Model Regresi Penalized Spline Melalui Estimator *Robust M* dan *S* (Studi Kasus: Tingkat Pembelian Emas Logam Mulia dan Tabungan Emas selama Pandemi COVID-19)** (dibimbing oleh Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si dan Dr. Nurtiti Sunusi, M.Si)

Regresi nonparametrik merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor dengan asumsi fungsi dari kurva regresi tidak diketahui. Regresi *penalized spline* menggunakan titik knot dan parameter penghalus secara simultan dalam mengestimasi fungsi regresi nonparametrik dengan menggunakan metode optimasi *Penalized Least Square* (PLS). Namun, metode ini rentan terhadap kehadiran pencilan sehingga penelitian ini menggunakan metode estimasi *penalized spline robust M* dan *S*. Metode estimasi *penalized spline robust M* dan *S* mampu menangani kehadiran pencilan dalam data dengan melibatkan pada pembobot *Tukey Bisquare*. Metode ini diaplikasikan pada data penjualan emas PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar dengan beberapa faktor yang mempengaruhi yaitu harga emas harian, jumlah nasabah dan bulan pembelian. Scatter plot menunjukkan pola nonparametrik dengan jumlah data yang terdeteksi pencilan sebanyak 15%. Selanjutnya, perbandingan nilai standar residual *error* antara regresi *penalized spline robust M* dan *S* menunjukkan nilai yang lebih kecil pada regresi *penalized spline robust M* yaitu 70.880.000. Berdasarkan hasil taksiran model terdapat beberapa pola perubahan pada tingkat penjualan emas berdasarkan harga emas harian yaitu 4 pola, pada jumlah nasabah terdapat 7 pola dan pada bulan pembelian terdapat 3 pola.

Kata kunci: Estimasi *Robust M* dan *S*, *Penalized Spline*, Regresi Nonparametrik, Total Penjualan Emas.

ABSTRACT

MUSAFIRAH. **Estimation of the Penalized Spline Regression Model Through *Robust* Estimators M and S (Case Study: Precious Metal Gold Purchase Rate and Gold Savings during the COVID-19 Pandemic)** (supervised by Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si and Dr. Nurtiti Sunusi, M.Si)

Nonparametric regression is a method used to determine the pattern of the relationship between the response variable and the predictor variable with the assumption that the function of the regression curve is unknown. Penalized spline regression uses knot points and smoothing parameters simultaneously in estimating the nonparametric regression function using the Penalized Least Square (PLS) optimization method. However, this method is vulnerable to the presence of pencilans, so this study uses the *robust* M and S penalized spline estimation method. The M and S *robust* penalized spline estimation methods are able to handle the presence of pencilans in the data by involving the Tukey Bisquare weighting. This method is applied to the gold sales data of PT. Pegadaian (Persero) Regional Office VI Makassar with several influencing factors, namely the daily gold price, the number of customers, and the month of purchase. The scatter plot shows a nonparametric pattern with 15% of the data detected as pencilans. Furthermore, the comparison of the standard value of the residual error between the penalized spline *robust* M and S regressions shows a smaller value in the penalized spline *robust* M regression, which is 70,880,000. Based on the model estimation results, there are several patterns of changes in the level of gold sales based on the daily gold price, namely 4 patterns; on the number of customers, there are 7 patterns; and in the month of purchase, there are 3 patterns.

Keywords: M and S *Robust* Estimation, Penalized Spline, Nonparametric Regression, Total Gold Sales.

DAFTAR ISI

UCAPAN TERIMA KASIH.....	iv
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Regresi Nonparametrik	4
2.2 Regresi Nonparametrik <i>Spline</i>	4
2.3 Regresi <i>Penalized spline</i>	5
2.4 Pemilihan Titik Knot Optimal	6
2.5 Pencilan dan Metode Deteksi Pencilan	7
2.6 Regresi <i>Robust</i>	9
2.7 Metode <i>Robust</i> pada Regresi <i>Penalized Spline</i>	10
2.7.1 Estimasi <i>Robust</i> M pada Regresi <i>Penalized Spline</i>	11
2.7.2 Estimasi <i>Robust</i> S pada Regresi <i>Penalized Spline</i>	11
2.8 Emas	12
2.9 Kerangka Konseptual.....	15

BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	16
3.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian	16
3.2 Metode Analisis	16
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	18
4.1 Estimasi Model Regresi Nonparametrik <i>Penalized Spline</i> dengan menggunakan Metode <i>Robust M</i> dan <i>S</i>	18
4.1.1 Regresi <i>Penalized Spline Robust M</i>	19
4.1.2 Regresi <i>Penalized Spline Robust S</i>	22
4.2 Estimasi Model Penjualan Emas Logam Mulia di PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19 melalui Regresi <i>Penalized Spline Robust M</i> dan Metode <i>Robust S</i>	25
4.2.1 Analisis Deskriptif.....	25
4.2.2 Mendeteksi Pencilan	28
4.2.3 Menentukan Titik Knot dan Parameter Penghalus Optimal	29
4.2.4 Estimasi Model Penjualan Emas dengan Model Regresi <i>Penalized Spline Robust M</i>	32
4.2.5 Estimasi Model Penjualan Emas dengan Model Regresi <i>Penalized Spline Robust S</i>	33
4.2.6 Membandingkan Hasil Estimasi <i>Robust M</i> dan <i>S</i> pada Regresi Nonparametrik <i>Spline</i>	34
BAB V PENUTUP	38
5.1 Kesimpulan.....	38
5.2 Saran.....	39
DAFTAR PUSTAKA.....	41

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Deskriptif data penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19	25
Tabel 4.2 Nilai GCV pada beberapa titik knot dan parameter penghalus pada hubungan x_1 dengan y	29
Tabel 4.3 Nilai GCV pada beberapa titik knot dan parameter penghalus pada hubungan x_2 dengan y	30
Tabel 4.4 Nilai GCV pada beberapa titik knot dan parameter penghalus pada hubungan x_3 dengan y	31
Tabel 4.5 Nilai GCV pada setiap titik knot optimal untuk variabel prediktor x_1, x_2, x_3 dengan parameter penghalus optimal $\lambda = 2,45$	31
Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter dari model regresi <i>penalized spline</i> dengan <i>robust</i> M pada data penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19.	32
Tabel 4.7 Nilai estimasi parameter dari model regresi <i>penalized spline</i> dengan <i>robust</i> S pada data penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19.	33
Tabel 4.8 Nilai Residual Standar <i>error</i>	34

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kerangka Konseptual	15
Gambar 4.1 <i>Scatter plot</i> variabel respon dan variabel prediktor pada data penjualan emas pada kantor PT.Pegadaian Kanwil VI Makassar. .	26
Gambar 4.2 Estimasi kurva regresi linier antara variabel respon y dengan variabel prediktor x_1 , x_2 dan x_3	27
Gambar 4.3. <i>Boxplot</i> variabel respon dan masing- masing variabel prediktor. ...	28
Gambar 4.4 Estimasi kurva regresi <i>penalized spline robust</i> M antara variabel prediktor x_1 dengan variabel respon y	35
Gambar 4.5 Estimasi kurva regresi <i>penalized spline robust</i> M antara variabel prediktor x_2 dengan variabel respon y	36
Gambar 4.6 Estimasi kurva regresi <i>penalized spline robust</i> M antara variabel prediktor x_3 dengan variabel respon y	37

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi telah menjadi salah satu metode yang sangat berperan dalam perkembangan ilmu statistika khususnya dalam melihat pola hubungan pasangan data antara variabel prediktor dengan variabel respon. Dalam analisis regresi, terdapat dua pendekatan yang biasa digunakan yaitu regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Pendekatan regresi parametrik digunakan apabila bentuk kurva regresi diketahui, sedangkan pendekatan regresi nonparametrik digunakan apabila informasi mengenai bentuk dan pola hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon tidak diketahui (Budiantara, 2006). Beberapa estimator yang telah dikembangkan oleh peneliti, diantaranya *spline* (Wahba, 1990, Budiantara & Purnomo, 2011), kernel (Schucany, 2004), polinomial lokal (Chamidah dkk, 2012), dan deret fourier. Estimator *spline* merupakan salah satu estimator yang banyak digunakan karena sifatnya yang fleksibel karena data sendiri yang mencari pola data yang sesuai (Lin dkk, 2006). Terdapat beberapa estimator *spline* diantaranya *spline truncated* (Huang, 2003), *spline* terboboti (Budiantara, 2006), *spline smoothing* (Lestari dkk, 2010), *penalized spline* (Islamiyati dkk, 2018) dan *b spline* (Raupong, 2009).

Beberapa peneliti sebelumnya pada bidang matematika finansial memiliki ketertarikan pada metode *penalized spline* baik pada kajian teoritis maupun aplikasinya. *Spline* pada hakekatnya adalah generalisasi dari fungsi polinomial, optimasinya masih mengadopsi konsep dalam pendekatan regresi parametrik. Salah satu keunggulan *spline* adalah dapat mengatasi pola data yang menunjukkan adanya perubahan perilaku pada sub-sub interval tertentu dengan bantuan titik-titik knot, serta kurva yang dihasilkan relatif mulus. Ruppert dkk (2002) mengembangkan estimator *penalized spline* pada data *cross section* dengan mengambil bentuk *truncated* sebagai dasar pembentukan fungsi *penalized spline* dalam *goodness of fit* dan parameter penghalus dalam fungsi penalti. Keunggulan dari estimator *penalized spline* adalah mampu menghasilkan bentuk taksiran fungsi regresi dengan *error* yang lebih kecil, karena melibatkan titik knot dalam pengepasan fungsi dan parameter penghalus dalam penghalusan fungsi. Montoya dkk (2014) menemukan hasil taksiran model yang lebih baik melalui studi

simulasi pada *penalized spline* dengan parameter penghalus berdasarkan nilai variansi. Sementara Yoshida (2016) menggunakan variansi *loss function* dalam memilih parameter penghalus dalam estimator *penalized spline*.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Wang dkk (2014) yang mengembangkan penggunaan *penalized spline* dengan estimator *robust*, yaitu estimator M. Penggunaan estimator M pada model *penalized spline* dilakukan dengan mengganti fungsi *goodness of fit* dengan sejumlah fungsi kerugian yang sama digunakan pada *estimator* M-regression. Hal tersebut dimaksudkan untuk menurunkan efek pencilan dari sebuah observasi. Selanjutnya, Finger mengemukakan bahwa estimator M diperoleh dengan *estimator* tipe kuadrat terkecil yang sangat efisien untuk regresi *penalized spline* (Lee & Oh, 2007). Salah satu kriteria untuk menentukan estimator terbaik dalam regresi nonparametrik adalah *Mean Absolute Deviation* (MAD) yang bertujuan untuk mengukur keakuratan terhadap prediksi dari rata-rata dugaan *error*. MAD berguna mengukur prediksi *error* pada bagian yang sama dengan aslinya.

Salah satu data riil yang sulit mengikuti pola parametrik adalah data penjualan emas. Hal ini disebabkan karena penjualan sangat bergantung pada kemampuan daya beli masyarakat pada suatu kurun waktu. Akibatnya, terdapat perubahan pola penjualan emas pada interval-interval waktu tertentu. Pada saat sekarang ini, kondisi pandemi Covid 19 telah melanda seluruh dunia. Permasalahan melonjak pada semua bidang kehidupan termasuk pada industri perhiasan emas. Direktur Jenderal Industri Kecil, Menengah dan Aneka (IKMA) Kemenperin, mengungkapkan bahwa pandemi Covid-19 membawa dampak negatif terhadap bisnis industri perhiasan emas secara signifikan. Hal ini disebabkan karena produk perhiasan emas bukan merupakan kebutuhan pokok untuk bertahan hidup. Pada sisi lain, harga emas logam mulia terus menanjak selama pandemi Covid 19 akibat nilai investasi emas yang dinilai mampu memberikan keuntungan besar.

Berdasarkan uraian tersebut, peneliti akan melakukan analisis komparatif pada model regresi nonparametrik *penalized spline* dengan menggunakan *robust* M dan *robust* S pada data jumlah penjualan emas logam mulia dan tabungan emas di PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar selama pandemi Covid 19. Pengambilan data dimulai dari 1 Maret 2020 dengan berdasarkan pada kejadian Covid 19 pertama kali di Indonesia yaitu per tanggal 2 Maret 2020.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah diberikan sebagai berikut:

1. Bagaimana estimasi model regresi nonparametrik *penalized spline* dengan menggunakan metode *robust M* dan *S*?
2. Bagaimana model penjualan emas logam mulia dan tabungan emas di PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar selama pandemi Covid 19 melalui metode *robust M* dan metode *robust S*?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini, orde *spline* dibatasi pada orde 1 dengan jumlah titik knot optimal akan didasarkan pada nilai *generalized cross validation* minimum. Selanjutnya, pemilihan parameter penghalus juga akan didasarkan pada nilai *generalized cross validation* minimum. Dengan data penjualan emas yang diteliti pada saat periode Covid-19 bulan Maret sampai dengan November 2020.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Memperoleh estimator model regresi nonparametrik *penalized spline* menggunakan metode *robust M* dan *S*.
2. Memperoleh model penjualan emas logam mulia dan tabungan emas di PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar selama pandemi Covid 19 melalui metode *robust M* dan metode *robust S*.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi pengguna ilmu statistik dalam menganalisa model regresi nonparametrik *penalized spline* pada data yang terkontaminasi pencilan dan penelitian ini merupakan salah satu langkah untuk mempelajari dan memahami metode *robust* yang lain pada regresi nonparametrik.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Nonparametrik

Model regresi dinyatakan sebagai pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Bentuk model regresi nonparametrik adalah sebagai berikut:

$$y_i = m(x_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dengan y_i adalah respon pada subyek ke- i , $f(x_i)$ adalah fungsi regresi yang menyatakan hubungan antara variabel x dengan variabel y , x_i adalah prediktor pada subyek ke- i , dan ε_i adalah *error* pada subyek ke- i dengan *mean* nol dan variansi σ^2 .

Permasalahan dalam analisis regresi adalah menentukan bentuk estimasi $m(x_i)$ yang diperoleh dari sampel. Wahba (1990), Eubank (1999) dan Budiantara (2000) menjelaskan bahwa model regresi nonparametrik tidak memberikan asumsi terhadap bentuk fungsi regresi. Regresi nonparametrik merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dan prediktor dimana fungsi dari kurva regresi tidak diketahui (Budiantara, 2014). Pendekatan nonparametrik digunakan untuk mengetahui kurva regresi karena model tidak ditentukan terlebih dahulu seperti pada regresi parametrik (Elfrida & Budiantara, 2013). Dalam regresi nonparametrik, kurva regresi hanya diasumsikan mulus (*smooth*) dalam arti termuat pada suatu ruang fungsi tertentu sehingga mempunyai sifat fleksibilitas yang tinggi (Eubank, 1999).

2.2 Regresi Nonparametrik *Spline*

Regresi *spline* adalah pendekatan ke arah plot data dengan tetap memperhitungkan kemulusan kurva. *Spline* merupakan suatu polinomial dimana segmen-segmen polinomial yang berbeda ditautkan pada *knot* $k_1, k_2, k_3, \dots, k_d$ dan kontinu sehingga bersifat fleksibel dibandingkan polinomial biasa. *Spline* merupakan model polinomial yang tersegmen (*piecewise polynomial*) dengan sifat kontinu pada *knot*. *Spline* mempunyai titik *knot* yang merupakan titik perpaduan bersama dimana terjadi perubahan perilaku pada kurva. *Spline* dapat

menyesuaikan diri secara efektif terhadap data yang ada, sehingga didapatkan hasil yang mendekati kebenaran (Eubank, 1999).

Jika $m(x_i)$ dalam persamaan (2.1) dinyatakan sebagai fungsi *spline* orde q dengan knot pada $K_1, K_2, \dots, K_d$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$m(x_i) = \sum_{u=0}^q \beta_u x_i^u + \sum_{v=1}^d \beta_{q+v} (x_i - K_v)_+^q, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

dengan fungsi *truncated* yang memenuhi persamaan berikut:

$$(x_i - K_v)_+^q = \begin{cases} (x_i - K_v)^q, & (x_i - K_v) \geq 0 \\ 0, & (x_i - K_v) < 0 \end{cases}$$

dimana:

$m(x_i)$: fungsi regresi nonparametrik *spline*

x_i : variabel predictor

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{q+v}$: parameter regresi *spline*

K_v : titik knot ke $-h$, ($h = 1, 2, \dots, v$)

$(x_i - K_v)_+^q$: fungsi polinomial *truncated*

2.3 Regresi *Penalized spline*

Penalized spline menggunakan titik knot dan parameter penghalus secara simultan dalam mengestimasi fungsi regresi nonparametrik dengan menggunakan metode optimasi *Penalized Least Square* (PLS).

Ruppert (1997) menguraikan estimator *penalized spline* melalui kriteria PLS sebagai berikut:

$$PLS = \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - m(x_i))^2 + \lambda \sum_{i=1}^d \beta_{(q+1)}^2 \right\} \quad (2.3)$$

Diberikan model regresi nonparamterik berdasarkan persamaan (2.1), dimana $m(x_i)$ adalah fungsi regresi *spline* yang memperhitungkan titik knot yang diberikan persamaan (2.2). Diperoleh optimasi fungsi *spline* melalui PLS, yaitu:

Persamaan (2.3) dapat pula dinyatakan sebagai berikut:

$$PLS = \sum_{i=1}^n [y_i - m(x_i)]^2 + \lambda \underline{\beta}^T \underline{D} \underline{\beta} \quad (2.4)$$

dimana :

$\sum_{i=1}^n [y_i - m(x_i)]^2$ = jumlah kuadrat galat

$m(x_i)$ = fungsi *spline* dengan pendekatan titik knot

$\lambda \underline{\beta}^T \underline{D} \underline{\beta}$ = fungsi penalty

$\underline{D}$ = matriks semi definit positif = $diag(\underline{0}_{q+1}, \underline{1}_k)$

λ = parameter penghalus

Berdasarkan hasil estimasi parameter melalui *least square* diperoleh:

$$\underline{\hat{\beta}} = (\underline{X}^T \underline{X} + \lambda \underline{D})^{-1} \underline{X}^T \underline{y} \quad (2.5)$$

Sehingga berdasarkan estimasi kurva *penalize spline* dengan PLS diperoleh:

$$\underline{\hat{y}} = \underline{X} \underline{\hat{\beta}}$$

$$\underline{\hat{y}} = \underline{H}(\underline{R}) \underline{y}$$

dengan matriks $\underline{H}(\underline{R}) = \underline{X}(\underline{X}^T \underline{X} + \lambda \underline{D})^{-1} \underline{X}^T$. Sehingga dapat kita lihat bahwa pendugaan dalam observasi respon $\underline{y}$ dan bergantung pada $\underline{R}$ yaitu titik knot dan parameter penghalus λ . Nilai λ dapat diperoleh:

$$\lambda = \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{\sigma_y^2} \quad (2.6)$$

2.4 Pemilihan Titik Knot Optimal

Pada regresi *Penalized Spline* didasarkan pada titik knot dan parameter penghalus yang optimal. Pemilihan lokasi titik knot yang berbeda akan menghasilkan fungsi yang berbeda pula. Titik knot inilah yang membuat suatu kurva *spline* menjadi tersegmen (Budiantara, 2006). Pemilihan parameter penghalus λ yang optimal agar diperoleh estimator *spline* yang paling sesuai

dengan data (wahba, 2000). Adapun untuk masalah penentuan titik knot optimal, utamanya pada data riil disarankan untuk memperhatikan letak pola perubahan yang terjadi pada data, sehingga menjadi lebih mudah dalam penentuan titik knot. Metode lain yang disarankan Montoya, *et al.* (2014) adalah penempatan titik knot dengan jarak yang sama pada data prediktor. Selanjutnya, pemilihan parameter penghalus λ dan titik knot optimal melalui nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum. Nilai GCV dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$GCV(R) = \frac{MSE(R)}{(n^{-1}(n-p))^2} \quad (2.7)$$

$$GCV(R) = \frac{n^{-1} \underline{y}^T \left((I - H(R))^T (I - H(R)) \right) \underline{y}}{(n^{-1}(n-p))^2} \quad (2.8)$$

dimana:

$H(R)$	$= X_R (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T$
X	$=$ matriks variabel prediktor yang digunakan dalam model
k	$=$ titik knot yang terpilih
n	$=$ banyaknya data
p	$=$ jumlah orde

2.5 Pencilan dan Metode Deteksi Pencilan

Pencilan adalah pengamatan yang menyimpang jauh lebih besar atau jauh lebih kecil daripada pengamatan lain. Keberadaan pencilan akan menimbulkan beberapa masalah, diantaranya pencilan akan mengubah atau mengaburkan kesimpulan yang dibuat oleh peneliti karena nilai penduga parameternya bersifat bias (Draper dan Smith, 1992). Menurut Ghozali (2009), terdapat empat penyebab timbulnya data pencilan, yaitu kesalahan dalam memasukan data, gagal dalam menspesifikasi adanya *missing value* dalam program komputer, pencilan bukan merupakan anggota populasi yang diambil sebagai sampel, dan pencilan berasal dari populasi yang diambil sebagai sampel, tetapi distribusi dari variabel dalam populasi tersebut memiliki nilai ekstrim serta tidak terdistribusi secara normal.

Beberapa metode identifikasi pencilan dalam sebuah analisis adalah sebagai berikut:

a. *Scatterplot*

Metode ini dilakukan dengan cara memplotkan data dengan observasi ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$). Selain itu jika didapatkan model regresi maka dapat dilakukan dengan cara memplot residual (e) dengan nilai prediksi Y ($\hat{Y}$). Jika terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola kumpulan data keseluruhan maka hal ini mengindikasikan adanya pencilan.

b. *Boxplot*

Metode ini yang merupakan metode yang paling umum dengan menggunakan nilai kuartil dan jangkauan untuk mendeteksi pencilan. Kuartil 1, 2, dan 3 akan membagi data yang telah diurutkan sebelumnya menjadi 4 bagian. Jangkauan IQR (*interquartile range*) didefinisikan sebagai selisih kuartil 1 terhadap 3 atau $IQR = Q_3 - Q_1$. Data yang merupakan pencilan yaitu nilai yang kurang dari $1.5 \cdot IQR$ terhadap kuartil 1 dan nilai yang lebih dari $1.5 \cdot IQR$ terhadap kuartil 3. (Soemartii, 2007:9)

c. *Metode Leverage Values*

Metode ini mengukur pengaruh suatu observasi terhadap besarnya estimasi parameter. Hal ini dapat dilihat dari jarak nilai X semua observasi. Nilai *leverage* untuk linear sederhana dapat ditentukan sebagai berikut (Wijaya, 2009)

$$Leverage(h_{ii}) = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{(n-1)S_x^2} \quad (2.9)$$

dengan

h_{ii} = leverage kasus ke- i

n = banyaknya data

X_i = nilai untuk kasus ke- i

S_x^2 = kuadrat n kasus terdiri dari simpangan terhadap X_i mean

$\bar{X}$ = mean dari X

2.6 Regresi *Robust*

Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari sisaan tidak normal atau ada beberapa data yang mengandung pencilan yang berpengaruh pada model. Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisis data yang dipengaruhi oleh pencilan sehingga dihasilkan model yang resisten terhadap pencilan. Ketika menyusun model regresi dan melakukan uji asumsi, sering ditemui bahwa asumsi regresi dilanggar, transformasi yang dilakukan tidak akan menghilangkan atau melemahkan pengaruh dari pencilan yang akhirnya prediksi menjadi bias. Dalam keadaan ini, regresi *robust* yang tahan terhadap pengaruh pencilan adalah metode yang terbaik. Regresi *robust* digunakan untuk mendeteksi pencilan dan memberikan hasil yang resisten terhadap adanya pencilan (Chen, 2002).

Metode estimasi dalam regresi *robust* diantaranya estimasi M (*Maximum Likelihood type*), LMS (*Least Median Square*), LTS (*Least Trimmed Square*), estimasi MM (*Method of Moment*), dan estimasi S (*Scale*).

Metode penaksiran M merupakan metode penaksiran dalam regresi *robust* untuk mengestimasi parameter yang disebabkan oleh adanya pencilan. Penaksiran M meminimumkan fungsi ρ (fungsi obyektif) dari residualnya. Fungsi obyektif adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi *robust* (Montgomery & Peck, 1982). Pada prinsipnya estimasi-M merupakan estimasi yang meminimumkan suatu fungsi obyektif ρ

$$\min_{\beta} \rho(e_i) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho \left(y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta_j \right) \quad (2.10)$$

Fungsi ρ yang digunakan adalah fungsi obyektif Tukey *bisquare*

$$\rho_c(u_i) = \begin{cases} u^2 & , |u_i| \leq c \\ 2c|u| - c^2 & , |u_i| > c \end{cases}$$

Estimasi S pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohai (1984) merupakan estimasi *robust* yang dapat mencapai *breakdown point* hingga 50%. *Breakdown point* adalah besarnya persentase pencilan yang bisa diatasi. *Breakdown point* digunakan untuk menjelaskan ukuran ke-*robust*-an dari teknik *robust* (Huber, 1981). Karena estimasi S dapat mencapai *breakdown point* hingga

50% maka estimasi S dapat mengatasi setengah dari pencilan dan memberikan pengaruh yang baik bagi pengamatan lainnya.

Estimasi S didefinisikan

$$\hat{\beta}_s = \min_{\beta} \hat{\sigma}_s(e_1, e_2, \dots, e_n) \quad (2.11)$$

dengan menentukan nilai estimator skala *robust* ($\hat{\sigma}_s$) yang minimum dan memenuhi

$$\min \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta_j}{\hat{\sigma}_s} \right) \quad (2.12)$$

dengan:

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \frac{u_i^2}{2} - \frac{u_i^4}{2c^2} + \frac{u_i^6}{6c^2} & |u_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & |u_i| > c \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i e_i^2} \quad (2.14)$$

$K = 0,199$ $w_i = w_{\sigma}(u_i) = \frac{p(u_i)}{u_i^2}$ dan dipilih estimasi awal:

$$\hat{\sigma}_s = \frac{\text{median } |e_i - \text{median}(e_i)|}{0,6745} \quad (2.15)$$

2.7 Metode *Robust* pada Regresi *Penalized Spline*

Penggunaan *robust* ke dalam regresi *penalized spline* dilakukan dengan mengganti fungsi *goodness of fit* dengan kriteria penaksir PLS. Misalnya pada estimasi *robust* M digunakan fungsi *goodness of fit* dengan kriteria estimasi M, dan pada estimasi *robust* S digunakan fungsi *goodness of fit* dengan kriteria skala S (Wang dkk, 2014).

2.7.1 Estimasi *Robust M* pada Regresi *Penalized Spline*

Estimator M untuk Regresi *Penalized spline* Least Square sangat rentan terhadap data yang mengandung pencilan. Sebuah estimator regresi *penalized* dapat dengan mudah dibentuk dengan mengganti fungsi kuadrat error dengan mengikuti kriteria estimator M untuk mengurangi efek dari pencilan (Lee dan Oh (2007)).

$$\sum_{i=1}^n \rho(y_i - X_i\beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^k \beta_{p+j}^2 \quad (2.16)$$

Dimana ρ adalah genap, tetap pada $[0, +\infty)$ dan $\rho(0) = 0$. Pada hal ini menggunakan fungsi pembobot Tukey bisquare,

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{u_i}{c} \right)^2 \right]^3 \right\} & |u_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & |u_i| > c \end{cases} \quad (2.17)$$

dimana nilai u_i adalah skala sisaan pada observasi ke- i dan nilai c adalah nilai konstanta yang telah ditetapkan untuk menentukan tingkat ke *robustan*. Pada penelitian ini menggunakan *breakdown point* 50% sehingga digunakan nilai $c = 1,547$ dan $K = 0,199$

2.7.2 Estimasi *Robust S* pada Regresi *Penalized Spline*

Estimasi S pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohai (1984) merupakan estimasi *robust* yang dapat mencapai *breakdown point* hingga 50%. Karena estimator M menghasilkan estimator yang mungkin tidak tahan pada pencilan karena memiliki titik *breakdown point* yang rendah maka digunakan estimasi S yang dapat mencapai *breakdown point* hingga 50% sehingga estimator yang dihasilkan estimasi S dapat mengatasi setengah dari pencilan dan memberikan pengaruh yang baik bagi pengamatan lainnya.

Pada regresi *penalized least square spline* memperoleh estimator $\hat{\beta}$ dengan meminimalkan terhadap

$$\sum_{i=1}^n \rho(y_i - X_i\beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^K \beta_{p+j}^2 \quad (2.18)$$

Kita dapat melihat pada regresi linear yang tidak terpenalti estimatornya didefinisikan dengan meminimumkan Persamaan (2.18) tetapi hal ini memungkinkan akan terpengaruh oleh sebagian kecil pengamatan yang mengandung pencilan yang mungkin menjadikan *error* pada data dan tidak mengikuti pola data. Selanjutnya kita akan fokus dengan mengestimasi fungsi pada Persamaan (2.1) yang akan diaplikasikan pada data yang besar.

Sebuah pendekatan yang mudah untuk mendapatkan estimator regresi *penalized* yang lebih tahan terhadap data yang mengandung pencilan adalah dengan mengganti fungsi kuadrat *error* dengan perlahan meningkatkan fungsi ρ :

$$\sum_{i=1}^n \rho(y_i - X_i\beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^k \beta_{p+j}^2 \quad (2.19)$$

2.8 Emas

Kondisi perekonomian Indonesia mengalami pergejolan akibatnya munculnya pandemi Covid-19 yang melanda Indonesia pada awal tahun 2020. Corona Virus Disease tahun 2020 atau dikenal COVID-19 telah dinyatakan sebagai pandemi Global oleh WHO, merupakan wabah penyakit yang menyebar secara global. Covid-19 telah menyebar ke 118 negara dan menginfeksi 119.179 orang per tanggal 11 Maret 2020. (kompas.co.id, 12 Maret 2020). Pemerintah Indonesia mengumumkan kasus pertama Covid-19 pada tanggal 02 Maret 2020. Dengan berlanjutnya pandemi ini mengubah semua tatanan kehidupan masyarakat secara cepat baik dalam kehidupan sosial maupun ekonomi. Masyarakat menghadapi kondisi yang penuh ketidakpastian. (Alfi.2020)

Kontraksi perekonomian jelas menyerang diberbagai sektor, mulai dari sektor perdagangan, manufaktur, hingga pasar modal. Permasalahan lainnya yang tak kalah pelik adalah nilai mata uang rupiah yang terus merosot tajam diikuti dengan pergolakan nilai emas yang harganya terus melambung tinggi (Chairul.2020).

Naik turunnya nilai tukar mata uang di pasar uang (apresiasi dan depresiasi) menunjukkan besarnya volatilitas yang terjadi pada mata uang suatu negara dengan mata uang negara lain. Volatilitas yang semakin besar menunjukkan pergerakan kurs yang semakin besar (apresiasi/depresiasi mata uang). Hal ini memberikan gambaran terjadinya *overvalued* dan *undervalued* nilai tukar mata uang terhadap mata uang negara lainnya. Manakala nilai tukar mata uang mengalami volatilitas yang ekstrim, maka perekonomian akan mengalami ketidakstabilan baik dari sisi makro dan mikro (Chang, Chou, and Nelling 2000).

Perubahan nilai mata uang rupiah dalam 1 tahun terakhir menunjukkan penurunan nilai rupiah terhadap dollar Amerika yang menyentuh angka disekitar Rp.14.000 per dollar Amerika. Selain itu, dalam 2 tahun terakhir perubahan nilai rupiah terhadap dollar Amerika yaitu disekitar Rp. 13.000 ditahun 2018 dan terus naik signifikan hingga menyentuh angka Rp.15.000. Kondisi covid-19 yang membuat kepanikan seluruh dunia terutama dalam hal yang terkait dengan perekonomian membuat pengaruh yang cukup signifikan terhadap kinerja harga emas. Sejak covid-19 mulai mewabah di akhir tahun 2019 dan kemudian masuk ke Indonesia sekitar bulan januari 2020 menyebabkan kepanikan masyarakat untuk segera mengamankan hartanya. Emas menjadi salah satu pilihan investasi ditengah pandemi tersebut. Harga emas melambung tinggi hingga menyentuh kinerja 30% dalam kurun waktu 1 (satu) tahun. Sehingga harga emas yang hanya terpaut pada harga disekitar Rp. 650.000 pada bulan desember 2019 terus merangkak naik ditahun 2020 hingga menyentuh angka diatas Rp. 1.000.000.

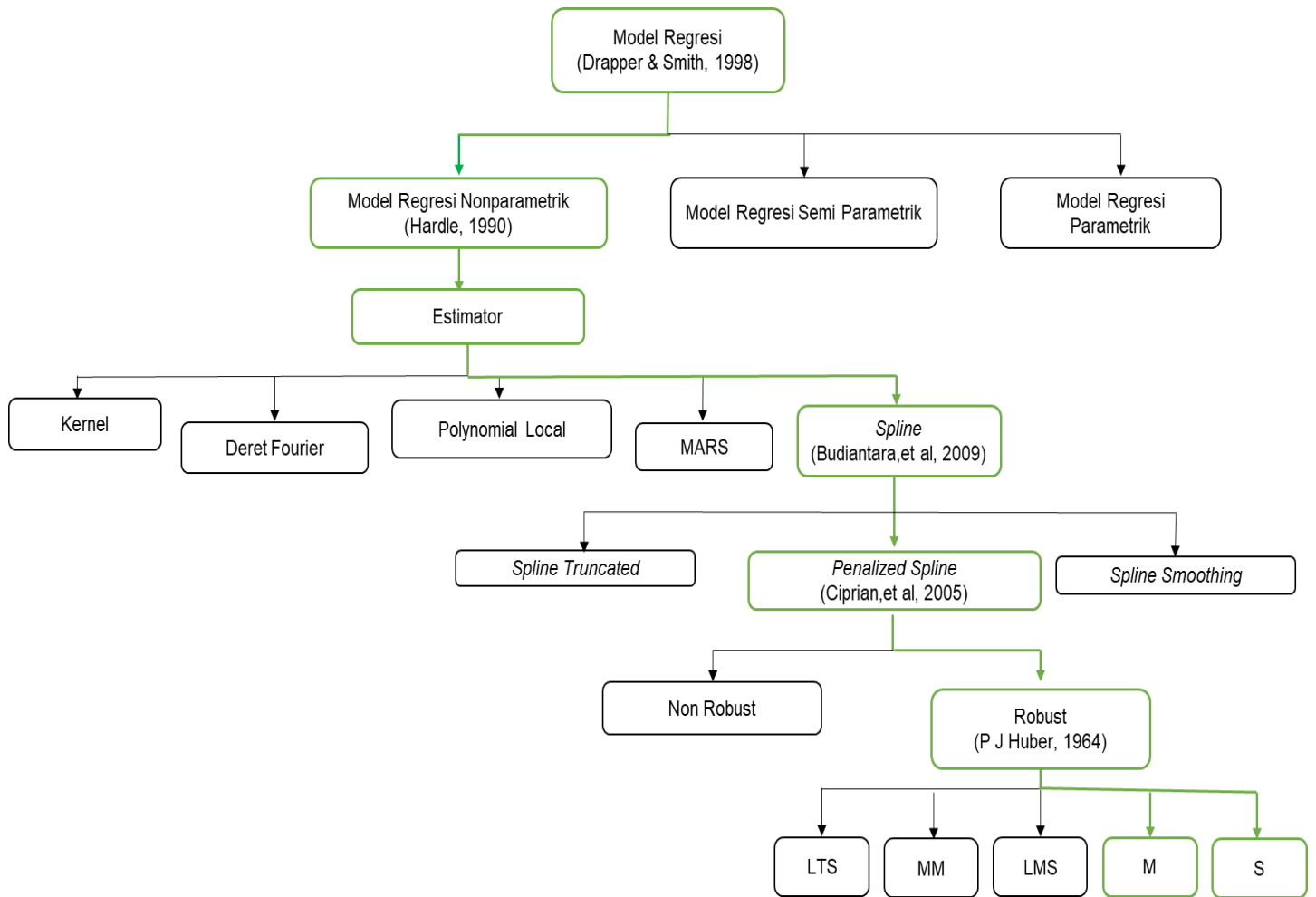
Emas pada umumnya menjadi pilihan bagi masyarakat untuk investasi atau bisa menjadi pilihan *Safe Heaven*. Beberapa kalangan di masyarakat meyakini bahwa emas memiliki ketahanan khususnya ditengah gejolak inflasi. Emas memiliki *common wisdom "theories"* yakni:

- a. Orang menganggap emas merupakan simbol kekayaan abadi. Emas merupakan "*safe heaven*" dalam pasar keuangan,
- b. Emas merupakan "nilai lindung inflasi". Emas banyak dipilih sebagai salah satu bentuk investasi karena nilainya cenderung stabil dan naik. Emas adalah alat yang dapat digunakan untuk menangkari inflasi yang kerap terjadi setiap tahunnya. Ketika akan berinvestasi, investor memilih investasi yang memiliki tingkat imbal balik yang tinggi dengan risiko tertentu atau tingkat imbal balik tertentu dengan risiko yang rendah. Investasi di pasar saham tentunya lebih beresiko daripada berinvestasi di emas,

karena tingkat pengembaliannya yang secara umum relatif lebih tinggi dari emas (Fei and Adibe 2010).

Harga emas yang meningkat dari tahun ke tahun dan cenderung minim risiko dapat mempengaruhi pergerakan IHSG. Hal ini disebabkan oleh pasar investor yang akan mempertimbangkan untuk memindahkan investasinya ke komoditas emas (Gumilang et al., 2014), risikonya relatif lebih rendah dan memberikan hasil yang lebih baik (Gulo, Subiyantoro, & Tubing, 2017). Efek dari masa krisis selama pandemi COVID-19 yang membuat orang khawatir tentang investasi mereka. Komoditas emas membuktikan bahwa semakin tinggi pengembalian emas, semakin banyak peningkatan volatilitas pada IHSG. Emas perlu dipertimbangkan bagi perusahaan dalam menyikapi kondisi seperti saat ini. Emas dapat dijadikan perusahaan sebagai simpanan dan lindung nilai guna persiapan di masa yang sulit seperti kondisi pandemi covid-19.

2.9 Kerangka Konseptual



Gambar 2.1 Kerangka Konseptual

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini peneliti menggunakan data sekunder yang diperoleh dari data jumlah penjualan emas logam mulia dan tabungan emas selama pandemi Covid 19 di PT. Pegadaian Kanwil VI Makassar selama pandemi Covid-19 bulan Maret hingga November Tahun 2020.

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas dua jenis, yaitu variabel respon dan variabel prediktor. Variabel respon dalam penelitian ini adalah total penjualan emas logam mulia dan tabungan emas selama pandemi Covid 19. Selanjutnya, variabel prediktor dalam penelitian ini terdiri dari harga emas harian, jumlah nasabah, dan bulan pembelian.

3.2 Metode Analisis

Adapun langkah- langkah yang dilakukan yang bersesuaian dengan tujuan penelitian adalah:

1. Mengestimasi model regresi nonparametrik *penalized spline* dengan menggunakan metode *robust* parameter M dan S dengan langkah sebagai berikut:
 - 1) Menyatakan model regresi ke dalam bentuk regresi *penalized spline* yang memuat fungsi *goodness of fit* dan fungsi penalti.
 - 2) Mengganti fungsi *goodness of fit* dengan kriteria penaksir M sehingga diperoleh fungsi objektif untuk *penalized spline* tipe M.
 - 3) Menurunkan fungsi objektif M terhadap parameter β melalui metode kuadrat terkecil iteratif.
 - 4) Mendapatkan estimasi koefisien regresi dari regresi *penalized spline* dengan metode *robust* M.
 - 5) Selanjutnya, untuk *robust* S, mengganti fungsi *goodness of fit* pada nomor 1 dengan skala *robust* S.
 - 6) Menurunkan fungsi objektif S terhadap parameter β melalui metode kuadrat terkecil iteratif.

- 7) Mendapatkan estimasi koefisien regresi dari regresi *penalized spline* dengan metode *robust S*.
2. Melakukan perbandingan metode M dan S dalam mengestimasi parameter pada model regresi nonparametrik pada data yang mengandung pencilan dengan langkah sebagai berikut:
 - 1) Membuat analisis deskriptif pada data jumlah penjualan emas logam mulia dan tabungan emas selama pandemi Covid 19 di PT. Pegadaian Kanwil VI Makassar
 - 2) Memplotkan data antara setiap variabel prediktor dengan respon.
 - 3) Mendeteksi adanya pencilan.
 - 4) Mencari titik knot optimal dan parameter penghalus pada setiap prediktor berdasarkan nilai GCV minimum.
 - 5) Mengestimasi model Regresi *penalized spline* melalui PLS
 - 6) Menganalisis data dengan regresi *penalized spline* melalui estimator *robust M* pada titik knot dan parameter penghalus optimal.
 - 7) Menganalisis data dengan regresi *penalized spline* melalui estimator *robust S* pada titik knot dan parameter penghalus optimal.
 - 8) Membandingkan hasil estimasi model pada tahapan 4 dan 6

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas tentang estimasi model regresi nonparametrik *penalized spline* menggunakan metode *robust* parameter M dan S. Selanjutnya pada bagian ini dikaji tentang analisis model penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar.

4.1 Estimasi Model Regresi Nonparametrik *Penalized Spline* dengan menggunakan Metode *Robust* M dan S

Berdasarkan Persamaan (2.1), model regresi nonparametrik dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = m(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

dengan y_i adalah variabel respon pada subyek ke- i , $m(x_i)$ adalah fungsi regresi yang menyatakan hubungan antara variabel prediktor (x) dengan variabel respon (y), x_i adalah prediktor pada subyek ke- i , dan ε_i adalah *error* pada subyek ke- i dengan *mean* nol dan variansi (σ^2). Selanjutnya, fungsi $m(x_i)$ dalam Persamaan (4.1) dinyatakan sebagai fungsi *spline* yang memperhitungkan titik knot seperti pada persamaan berikut:

$$m(x_i) = \sum_{u=0}^q \beta_u x_i^u + \sum_{v=1}^d \beta_{q+v} (x_i - K_v)_+^q, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

dengan parameter β adalah koefisien regresi *spline*, u adalah orde *spline* dan v adalah jumlah titik knot.

Jika $m(x_i)$ dalam Persamaan (4.2) disubstitusi ke Persamaan (4.1), maka model regresi nonparametrik *spline* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$y_i = \sum_{u=0}^q \beta_u x_i^u + \sum_{v=1}^d \beta_{q+v} (x_i - K_v)_+^q + \varepsilon_i \quad (4.3)$$

Persamaan (4.3) dapat pula dituliskan seperti berikut ini:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_q x_i^2 + \dots + \beta_q x_i^2 + \beta_{q+1} (x_i - K_1)_+^q + \beta_{q+2} (x_i - K_2)_+^q + \dots + \beta_{q+v} (x_i - K_v)_+^q + \varepsilon_i \quad (4.4)$$

Jika Persamaan (4.4) dinyatakan untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$ maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_q x_1^2 + \beta_{q+1} (x_1 - K_1)_+^q + \dots + \beta_{q+v} (x_1 - K_v)_+^q + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_2 + \dots + \beta_q x_2^2 + \beta_{q+1} (x_2 - K_1)_+^q + \dots + \beta_{q+v} (x_2 - K_v)_+^q + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_0 + \beta_1 x_n + \dots + \beta_q x_n^2 + \beta_{q+1} (x_n - K_1)_+^q + \dots + \beta_{q+v} (x_n - K_v)_+^q + \varepsilon_n \end{aligned} \quad (4.5)$$

Atau dapat pula dinyatakan sebagai berikut:

$$y_i = X_i \beta + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.6)$$

Parameter β dalam Persamaan (4.6) diestimasi melalui kriteria optimasi *penalized robust* M dan S yang mempertimbangkan fungsi *goodness of fit* dan fungsi penalti. Penggunaan kriteria estimasi *robust* M dan S dalam model regresi nonparametrik *penalized spline* karena diasumsikan adanya pencilan yang terjadi pada data. Untuk selanjutnya, diuraikan pada sub bagian berikut ini.

4.1.1 Regresi *Penalized Spline Robust* M

Misalkan kriteria estimasi *robust* M dalam regresi *penalized spline* untuk menghasilkan taksiran β disimbolkan dengan β_{PM} , maka kriteria β_{PM} dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\beta_{PM} = \frac{1}{\delta} \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta} (y_i - X_i \beta) + \lambda D \beta \quad (4.7)$$

Estimasi-M meminimumkan penduga β pada Persamaan (4.7). Selanjutnya untuk mengestimasi *penalized spline robust* M diperoleh berdasarkan algoritma pada regresi *robust* M.

Langkah pertama yaitu menghitung parameter $\hat{\beta}$ sebagai nilai parameter awal melalui kriteria *penalized least square* (PLS). Diketahui kriteria optimasi fungsi regresi *spline* melalui PLS, yaitu:

$$PLS = \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - m(x_i))^2 + \lambda \sum_{i=1}^d \beta_{(q+1)}^2 \right\} \quad (4.8)$$

dengan $m(x_i)$ adalah fungsi *spline* dengan pendekatan titik knot, λ parameter penghalus, $\mathbf{D}$ adalah matriks diagonal = $diag(\mathbf{0}_{p+1}, \mathbf{1}_t)$, $\sum_{i=1}^n (y_i - m(x_i))^2$ adalah jumlah kuadrat galat dan $\lambda \beta^T \mathbf{D} \beta$ adalah fungsi penalti.

Atau dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$PLS = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + \lambda \beta^T \mathbf{D} \beta \quad (4.9)$$

Selanjutnya, untuk memperoleh taksiran koefisien regresi β , Persamaan (4.9) diturunkan terhadap parameter β :

$$\frac{\partial_{PLS}}{\partial \beta} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + \lambda \beta^T \mathbf{D} \beta$$

dan hasil turunannya disamadengankan nol seperti berikut ini:

$$\frac{\partial_{PLS}}{\partial \beta} = -2\mathbf{X}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + 2\lambda \beta \mathbf{D} = 0$$

$$-\mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + \lambda \beta \mathbf{D} = 0$$

$$-\mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{X}^T \mathbf{X} \beta + \lambda \beta \mathbf{D} = 0$$

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D}) \beta = \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

Sehingga diperoleh taksiran β sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (4.10)$$

Nilai $\hat{\beta}$ pada Persamaan (4.10) selanjutnya menjadi β awal dalam algoritma *penalized spline robust M* yang digunakan dalam penelitian ini dan dinyatakan sebagai $\hat{\beta}_{M(0)}$

Selanjutnya langkah kedua, menghitung nilai residual $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$, dengan

$$\hat{y}_i = X_i \hat{\beta} \quad (4.11)$$

Nilai residual ε_i digunakan untuk menghitung nilai $\hat{\sigma}$ pada regresi *penalized spline*

$$\text{robust M yaitu } \hat{\sigma}_M = \frac{MAD}{0,6745} = \frac{\text{med}|\varepsilon_i - \text{med}(\varepsilon_i)|}{0,6745}.$$

Langkah ketiga yaitu menghitung nilai pembobot w_i , yaitu:

$$w_{iM} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{4,685} \right)^2 \right] & , |u_i| \leq 4,685 \\ 0, & |u_i| > 4,685 \end{cases}$$

$$\text{dengan } u_i = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_M}.$$

Selanjutnya pada langkah keempat menghitung parameter β_{PM} melalui PWLS dengan pembobot w_i . Kriteria estimasi *robust* M pada Persamaan (4.7) dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PM}} y_i - \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n X_{ij} w_{i\beta_{PM}} X_i \beta_{PM} + \lambda D \beta_{PM} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{X_i^T w_{i\beta_{PM}} y_i}{\hat{\sigma}} - \sum_{i=1}^n \frac{X_i^T w_{i\beta_{PM}} X_i \beta_{PM}}{\hat{\sigma}} + \frac{\hat{\sigma} \lambda D \beta_{PM}}{\hat{\sigma}} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PM}} y_i - \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PM}} X_i \beta_{PM} + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PM} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PM}} y_i + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PM} &= \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta} X_i \beta_{PM} \\ \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta} X_i \beta_{PM} + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PM} &= \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PM}} y_i \end{aligned} \quad (4.12)$$

$\sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta} X_i \beta_{PM}$ pada Persamaan (4.12) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & x_{2k} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Bagian kanan dari persamaan (4.12) dalam bentuk matriks adalah:

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Sehingga Persamaan (4.12) dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \lambda \mathbf{D} \boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{y} \quad (4.15)$$

dengan $\mathbf{W}_{\beta}$ adalah matriks diagonal berukuran $n \times n$ dari elemen-elemen diagonal yang berisi pembobot berdasarkan iterasi yang berjalan. Selanjutnya diperoleh estimator untuk $\hat{\beta}_{PM}$ berdasarkan Persamaan (4.15)

$$\begin{aligned} (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D}) \boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{y} &= 0 \\ (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D}) \boldsymbol{\beta} &= \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{y} \\ \hat{\beta}_{PM} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M} \mathbf{y} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Selanjutnya langkah kelima dilakukan proses estimasi untuk mendapat nilai $\hat{\beta}_{PM(1)}$ untuk iterasi pertama, kemudian untuk memperoleh nilai $\hat{\beta}_{PM}$ pada iterasi selanjutnya diperoleh berdasarkan Persamaan (4.16)

$$\hat{\beta}_{PM(m+1)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M, m} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta M, m} \mathbf{y} \quad m = 1, 2, \dots$$

Proses iterasi dilakukan hingga diperoleh nilai $\hat{\beta}_{PM}$ yang konvergen, yaitu selisih nilai koefisien regresi $\leq 10^{-5}$

4.1.2 Regresi *Penalized Spline Robust S*

Selain estimasi M, dalam regresi *robust* juga dikenal estimasi S yaitu suatu estimasi yang berdasarkan pada skala sisaan dari estimasi M. Misalkan kriteria estimasi *robust S* dalam regresi *penalized spline* untuk menghasilkan taksiran β disimbolkan dengan β_{PS} , maka kriteria β_{PS} dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\beta_{PS} = \sum_{i=1}^n \rho \frac{(y_i - \sum_{j=0}^k x_i \beta)}{\hat{\sigma}_s} + \lambda \beta^T \mathbf{D} \beta \quad (4.17)$$

dengan

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i e_i^2}$$

Selanjutnya untuk memperoleh estimasi *penalized spline robust S* berdasarkan algoritma pada regresi *robust S*. Langkah pertama yaitu menghitung parameter $\hat{\beta}$ sebagai nilai parameter awal melalui kriteria *penalized least square* (PLS) berdasarkan pada Persamaan (4.10). Nilai $\hat{\beta}$ pada Persamaan (4.10) selanjutnya menjadi β awal dalam algoritma *robust S penalized spline* yang digunakan dalam penelitian ini dan dinyatakan dengan $\hat{\beta}_{s(0)}$

Langkah kedua yaitu menghitung nilai residual $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$ dengan nilai $\hat{y}_i$ berdasarkan Persamaan (4.11) dan selanjutnya menghitung nilai $\hat{\sigma}_i = \frac{\text{median}|e_i - \text{median}(e_i)|}{0,6745}$.

Pada langkah ketiga menghitung nilai pembobot w_i yaitu:

$$w_{is} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{1,547} \right)^2 \right] & , |u_i| \leq 1,547 \\ 0, & |u_i| > 1,547 \end{cases}$$

dengan $u_i = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_i}$

Selanjutnya langkah keempat dengan menghitung parameter β_{PS} melalui PWLS dengan pembobot w_i . Kriteria estimasi *robust S* dalam regresi *penalized spline* dinyatakan dalam Persamaan (4.17) dan dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PS}} y_i - \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n X_i w_{i\beta_{PS}} X_i \beta_{PS} + \lambda D \beta_{PS} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{X_i^T w_{i\beta_{PS}} y_i}{\hat{\sigma}} - \sum_{i=1}^n \frac{X_i w_{i\beta_{PS}} X_i \beta_{PS}}{\hat{\sigma}} + \frac{\hat{\sigma} \lambda D \beta_{PS}}{\hat{\sigma}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PS}} y_i - \sum_{i=1}^n X_i w_{i\beta_{PS}} X_i \beta_{PS} + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PS} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PS}} y_i + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PS} = \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PS}} X_i \beta_{PS}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta} X_i \beta_{PS} + \hat{\sigma} \lambda D \beta_{PS} = \sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta_{PS}} y_i, \quad (4.18)$$

$\sum_{i=1}^n X_i^T w_{i\beta} X_i \beta_{PS}$ dalam Persamaan (4.18) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & x_{2k} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Bagian kanan dari Persamaan (4.18) dalam bentuk matriks adalah:

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

sehingga Persamaan (4.18) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta_S} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \lambda \mathbf{D} \boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta_S} \mathbf{y} \quad (4.21)$$

dengan $\mathbf{W}_{\beta_S}$ adalah matriks diagonal berukuran $n \times n$ dari elemen-elemen diagonal yang berisi pembobot berdasarkan iterasi yang berjalan. Sehingga diperoleh estimator untuk $\hat{\beta}$ berdasarkan Persamaan (4.21)

$$\hat{\beta}_{PS} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta_S} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta_S} \mathbf{y} \quad (4.22)$$

Hasil pada Persamaan (4.22) dinyatakan sebagai $\hat{\beta}_{PS(1)}$.

Langkah kelima estimasi $\hat{\beta}_{PS}$ untuk iterasi berikutnya dan diperoleh berdasarkan Persamaan (4.23)

$$\hat{\beta}_{PS(m+1)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta_S, m} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{\beta_S, m} \mathbf{y} \quad m = 1, 2, \dots \quad (4.23)$$

untuk mendapatkan $\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$, dan seterusnya berdasarkan proses estimasi sebelumnya tetapi dalam menghitung nilai $\hat{\sigma}_i$ pada regresi *penalized spline robust* S yaitu dengan menggunakan:

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i e_i^2}, \text{ iterasi} > 1$$

dengan nilai $K=0,199$. Selanjutnya dilakukan iterasi hingga diperoleh nilai $\hat{\beta}_{PS}$ yang konvergen, yaitu selisih nilai koefisien regresi $\leq 10^{-5}$

4.2 Estimasi Model Penjualan Emas Logam Mulia di PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19 melalui Regresi *Penalized Spline Robust M* dan Metode *Robust S*

4.2.1 Analisis Deskriptif

Pada analisis deskriptif digunakan untuk memberikan deskripsi atau gambaran mengenai subjek penelitian berdasarkan data yang diperoleh, karakteristik sebuah data yang dapat kita sajikan untuk dianalisis pada tahap selanjutnya. Pada penelitian ini menggunakan variabel respon (y) total harga penjualan emas dengan variabel prediktor yang sekiranya dapat berpengaruh pada variabel respon, yaitu harga emas harian (x_1), jumlah nasabah (x_2), dan bulan pembelian (x_3).

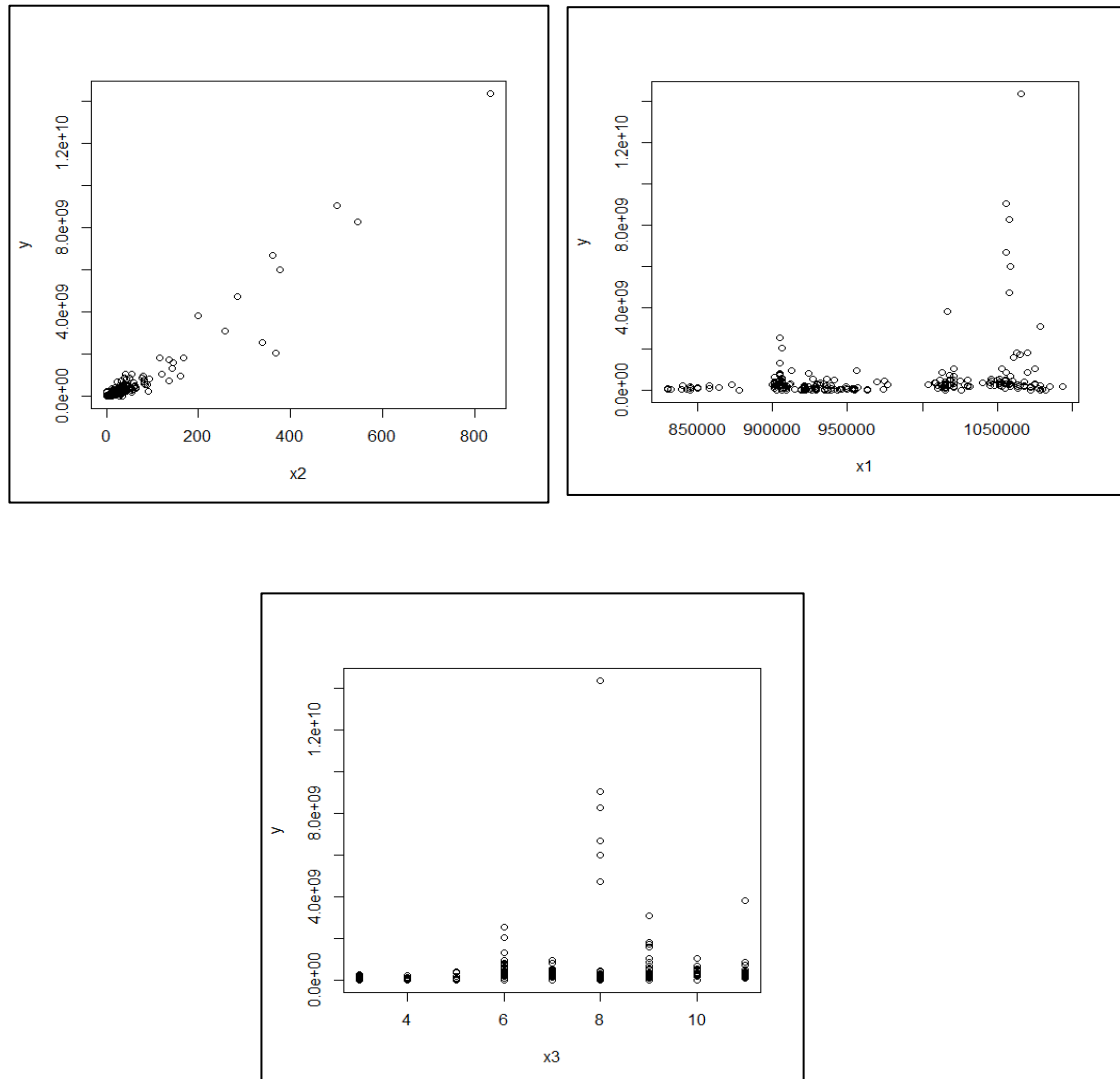
Tabel 4.1 Deskriptif data penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19

Variabel	Minimum	Maximum	Rata-Rata
y	Rp. 568.000	Rp. 14.364.981.000	Rp. 535.670.220
x_1	Rp. 830.000	Rp. 1.094.000	Rp. 973.093
x_2	1 Nasabah	835 Nasabah	46 Nasabah
x_3	Bulan 3	Bulan 11	Bulan 7

Berdasarkan Tabel 4.1, menunjukkan nilai minimum pada total harga penjualan emas nasabah PT. Pegadaian Kanwil VI Makassar adalah Rp. 568.000, dan nilai maksimumnya Rp. 14.364.981.000 dengan rata-rata harga emas Rp. 535.670.220. Sedangkan nilai minimum harga emas harian 830.000 dan nilai emas harian maximum Rp. 1.094.000 dengan rata-rata nilai harga emas harian

Rp. 973.093, pada jumlah nasabah nilai minimumnya 1 dan nilai maksimum 835 dengan rata- rata nasabah 46 orang.

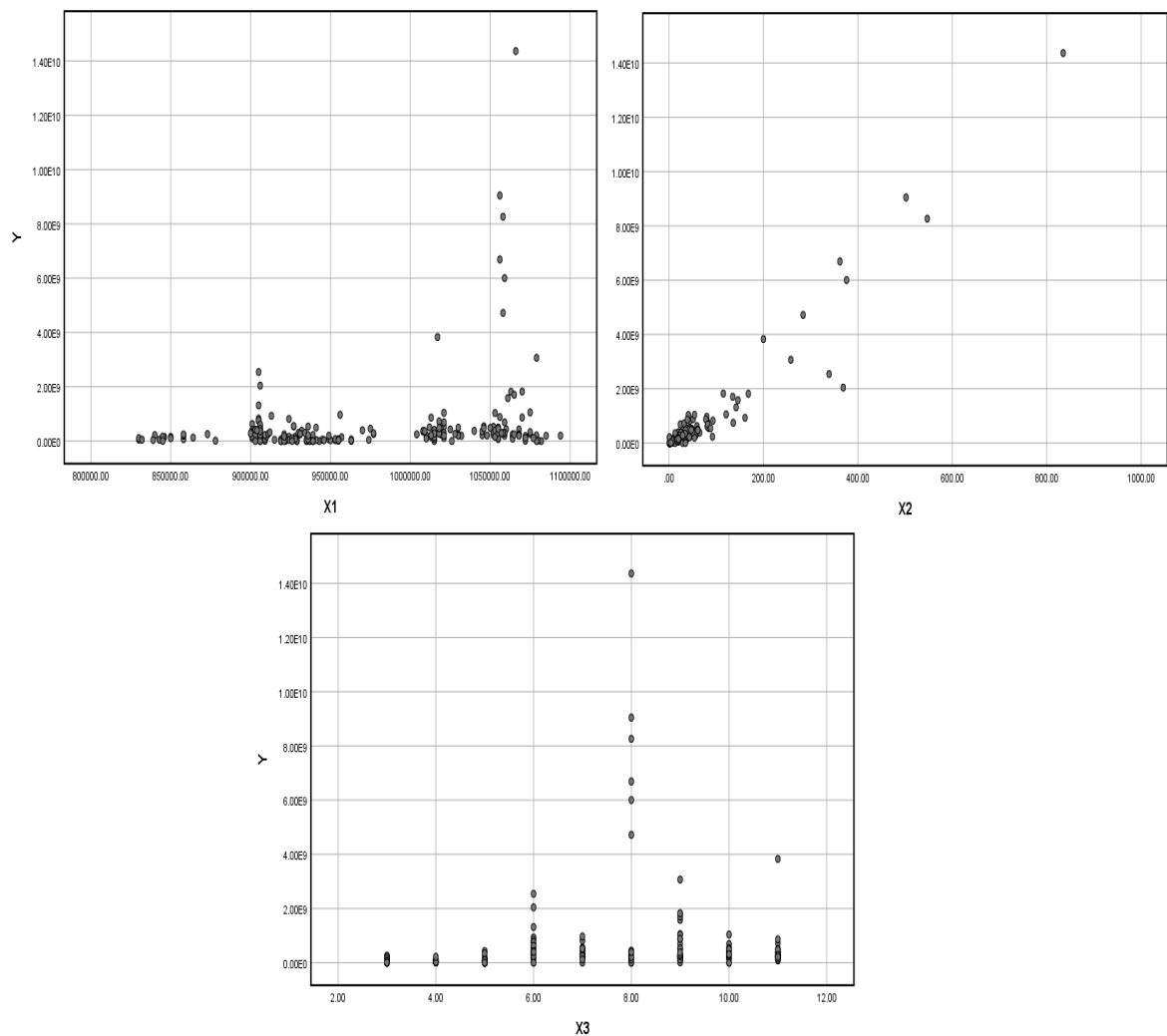
Selanjutnya, disajikan plot data variabel respon dan variabel prediktor pada Gambar 4.1



Gambar 4.1 *Scatter plot* variabel respon dan variabel prediktor pada data penjualan emas pada kantor PT.Pegadaian Kanwil VI Makassar.

Pada Gambar 4.1 menunjukkan hasil plot antara masing masing prediktor terhadap respon. Plot antara (x_1) dengan y menunjukkan tidak mengikuti suatu pola parametrik, sedangkan plot antara (x_2) dengan y menunjukkan ada pola linier yang terbentuk, akan tetapi terlihat ada segmentasi pola yang terjadi pada data tersebut. Selanjutnya plot data antara (x_3) dengan (y) juga tidak mengikuti suatu

pola parametrik. Hasil tersebut juga ditunjukkan melalui suatu estimasi kurva regresi linier setiap prediktor seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.2.

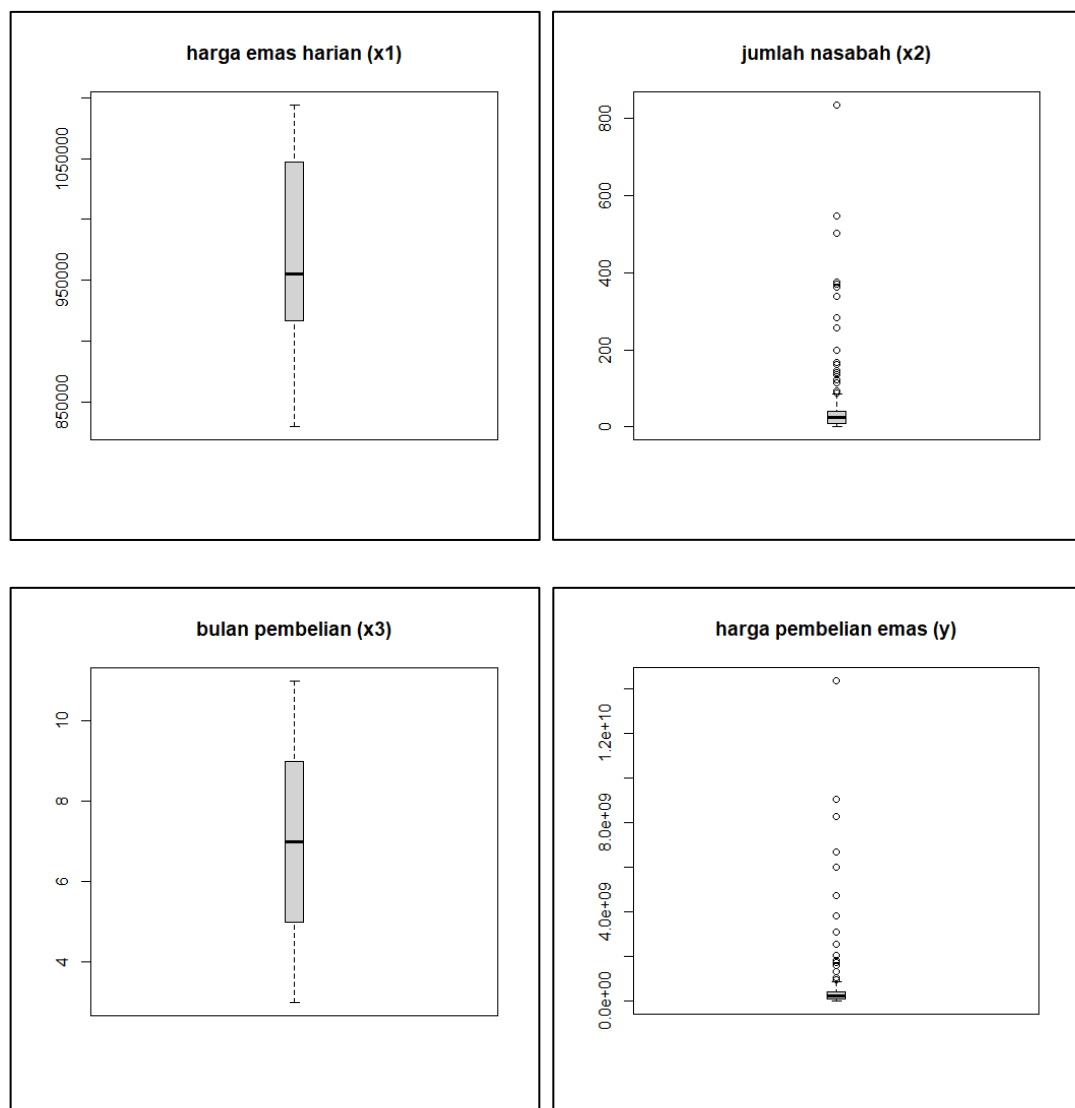


Gambar 4.2 Estimasi kurva regresi linier antara variabel respon y dengan variabel prediktor x_1 , x_2 dan x_3

Berdasarkan Gambar 4.2, nilai koefisien determinasi (R^2) yang dihasilkan dari masing-masing kurva regresi linier yaitu 5,8%, 91,5% dan 2,5%. Hasil tersebut menunjukkan bahwa tidak terdapat pola linier pada hubungan antara y dengan x_1 dan x_3 sehingga data dapat dimodelkan dengan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *penalized spline*. Meskipun ada pola linier yang terbentuk pada y dengan x_2 , namun ada segmentasi perubahan linier yang terjadi pada data tersebut sehingga dapat dimodelkan dengan regresi *penalized spline*.

4.2.2 Mendeteksi Pencilan

Tahapan selanjutnya adalah mendeteksi pencilan pada data penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian Kanwil VI Makassar. Pencilan adalah titik data yang terpaut jauh dari titik lainnya. Pada gambar 4.3 melalui boxplot terdapat beberapa titik data yang menjauh dari data, hal ini dapat mengindikasikan adanya pencilan untuk mendekteksi adanya pencilan dapat dilakukan dengan metode boxplot dan menggunakan uji *Mahalanobis Distance*. Adapun hasil dari metode boxplot sebagai berikut.



Gambar 4.3. *Boxplot* variabel respon dan masing- masing variabel prediktor.

Berdasarkan Gambar 4.3 terlihat bahwa pada variabel respon y dan x_2 terdapat banyak pencilan. Dari data penjualan emas di PT.Pegadaian Kanwil VI

Makassar terdapat 15% data yang mengandung pencilan. Selanjutnya, deteksi pencilan dilakukan dengan membandingkan nilai uji *Mahalanobis Distance*, dan nilai *chi square* sehingga diperoleh data- data yang mengandung pencilan pada Lampiran 3.

4.2.3 Menentukan Titik Knot dan Parameter Penghalus Optimal

Regresi nonparametrik *penalized spline* melibatkan titik knot dan parameter penghalus λ yang bekerja secara simultan dalam mengontrol kemulusan kurva. Pemilihan titik knot dan parameter λ yang optimal dilakukan secara trial dan *error* dengan cara memilih titik knot yang berada pada interval data prediktor dan parameter λ yang bernilai positif. Selanjutnya untuk dapat menentukan titik knot dan parameter λ yang optimal dapat diperoleh melalui metode *Generalized Cross Validation (GCV)* yang minimum. Selanjutnya, nilai GCV pada masing-masing titik knot dan parameter penghalus untuk setiap prediktor ditunjukkan pada tabel sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai GCV pada beberapa titik knot dan parameter penghalus pada hubungan x_1 dengan y

$\lambda = 2,45$				Nilai GCV
Titik Knot pada Prediktor x_1				
1	2	3	4	
990.000				40,23
1.040.000				32,45
1.070.000				16,67
1.010.000	1.040.000			15,45
1.020.000	1.070.000			13,12
1.030.000	1.600.000			13,64
990.000	1.010.000	1.020.000		12,87
990.000	1.030.000	1.050.000		12,61
1.000.000	1.040.000	1.070.000		9,98
1.010.000	1.040.000	1.070.000		8,61
1.020.000	1.040.000	1.050.000	1.080.000	24,90
$\lambda = 1,5$				
1.040.000				32,45
1.020.000	1.070.000			23,12
990.000	1.030.000	1.050.000		12,61
1.000.000	1.040.000	1.070.000		9,98
1.010.000	1.040.000	1.070.000		8,81
1.020.000	1.040.000	1.050.000	1.080.000	34,90

Berdasarkan Tabel 4.2 menunjukkan jumlah titik knot pada hubungan harga emas harian x_1 dengan jumlah penjualan emas y , pada tabel tersebut

menunjukkan perbedaan masing masing nilai GCV pada beberapa titik knot dan masing masing parameter penghalus. Pada parameter penghalus $\lambda = 1,5$ nilai GCV minimum diperoleh ketika pada 3 jumlah titik knot yaitu 1.010.000; 1.040.000; 1.070.000 yaitu 8,81 dan pada parameter penghalus $\lambda = 2,45$ diperoleh nilai GCV minimum pada 3 jumlah titik knot yaitu 1.010.000; 1.040.000; 1.070.000 yaitu 8,61. Sehingga diperoleh nilai GCV minimum pada $\lambda = 2,45$ dengan 3 jumlah titik knot.

Tabel 4.3 Nilai GCV pada beberapa titik knot dan parameter penghalus pada hubungan x_2 dengan y

$\lambda = 2,45$						Nilai GCV
Titik Knot pada Prediktor x_1						
1	2	3	4	5	6	
155						35,23
155	190					31,45
155	185	280				25,67
170	190	280				33,45
150	185	250	310			23,12
150	210	280	315			19,64
150	200	270	320	510		20,87
150	190	290	310	520		11,61
155	200	280	335	500		9,98
155	190	280	310	500	547	4,61
155	210	300	310	510	547	5,93
$\lambda = 1,5$						
155						32,45
155	190					23,12
155	180	250				12,61
150	180	270	320			9,98
150	190	280	310	510		8,91
155	200	280	310	500	547	9,81

Berdasarkan Tabel 4.3 menunjukkan bahwa jumlah titik knot optimal berbeda-beda pada setiap prediktor untuk suatu nilai parameter penghalus. Pada hubungan jumlah nasabah x_2 dengan jumlah pembelian emas, diperoleh nilai GCV pada masing masing parameter penghalus $\lambda = 2,45$ sebesar 4,61 dan $\lambda = 1,5$ sebesar 8,91 sehingga pada variabel prediktor x_2 diperoleh nilai GCV minimum pada $\lambda = 2,45$ dengan 6 jumlah titik knot yaitu 155, 190, 280, 310, 500, dan 547.

Tabel 4.4 Nilai GCV pada beberapa titik knot dan parameter penghalus pada hubungan x_3 dengan y

$\lambda = 2,45$		Nilai GCV
Titik Knot pada Prediktor x_3		
1	2	
5		20,23
6		23,45
8		17,76
3	5	15,64
6	8	8,41
5	9	11,61
6	9	11,98
7	9	9,61
8	10	10,90
$\lambda = 1,5$		
5		22,21
8		13,54
3	5	11,83
5	8	9,98
6	8	8,87
7	9	9,07

Berdasarkan Tabel 4.4, Selanjutnya pada hubungan bulan pembelian x_3 dengan jumlah penjualan emas y , diperoleh nilai GCV yang minimum pada parameter penghalus $\lambda = 2,45$ sebesar 8,41 pada 2 titik knot yaitu 6 dan 8. Adapun nilai parameter penghalus optimal diperoleh pada $\lambda = 2,45$ pada semua prediktor.

Tabel 4.5 Nilai GCV pada setiap titik knot optimal untuk variabel prediktor x_1, x_2, x_3 dengan parameter penghalus optimal $\lambda = 2,45$

Titik Knot ke-	$\lambda = 2,45$		
	x_1	x_2	x_3
1	1.010.000	155	6
2	1.040.000	190	8
3	1.070.000	280	
4		310	
5		500	
6		547	
GCV	8,61	4,61	8,41

Pada tabel 4.6 menunjukkan bahwa untuk parameter penghalus $\lambda = 2,45$, titik knot optimal pada x_1 diperoleh 3 titik knot yaitu 1.010.000; 1.040.000; dan 1.070.000; dengan nilai GCV sebesar 8,61. Untuk x_2 diperoleh 6 titik knot yaitu

1155; 190; 280; 310; 500; dan 547 dengan nilai GCV 4,61 dan untuk x_3 diperoleh 2 titik knot yaitu 6 dan 8 dengan nilai GCV 8,41.

Selanjutnya, nilai titik knot dan parameter penghalus optimal yang ditunjukkan pada Tabel 4.6 digunakan pada estimasi *Robust* dengan *penalized spline*. Pada penelitian ini estimasi *robust* yang digunakan adalah *Robust M* dan *Robust S*.

4.2.4 Estimasi Model Penjualan Emas dengan Model Regresi *Penalized Spline Robust M*

Estimasi model dilakukan dengan menggunakan titik knot dan parameter penghalus optimal pada Tabel 4.5. Selanjutnya, hasil analisis data penjualan emas melalui model regresi *penalized spline* dengan *robust M* ditunjukkan pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter dari model regresi *penalized spline* dengan *robust M* pada data penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19.

Parameter	Koefisien	Parameter	Koefisien
β_0	34.829.990	β_8	-115.270.400
β_1	51,87	β_9	136.603.100
β_2	-627,76	β_{10}	-54.703.460
β_3	-2.185,23	β_{11}	38.935.030
β_4	-5.523,460	β_{12}	-22.599.420
β_5	8.274.547	β_{13}	133.152.000
β_6	55.849.590	β_{14}	-146.440.900
β_7	-48.426.070		

Berdasarkan Tabel 4.7, estimasi model regresi *penalized spline* dengan *robust M* adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_{1i} = 34.829.990 + 51,87x_{1i} - 627,76(x_{1i} - 1.010.000)_+ \\ - 2.185,23 (x_{1i} - 1.040.000)_+ - 5.523,46 (x_{1i} - 1.070.000)_+$$

$$\hat{y}_{2i} = 34.829.990 + 8.274.547x_{2i} + 55.849.590(x_{2i} - 155)_+ \\ - 48.426.070 (x_{2i} - 190)_+ - 115.270.400 (x_{2i} - 280)_+ \\ + 136.603.100(x_{2i} - 310)_+ - 54.703.460(x_{2i} - 500)_+ \\ + 38.935.030(x_{2i} - 547)_+$$

$$\hat{y}_{3i} = 34.829.990 - 22.599.420x_{3i} + 133.152.000(x_{3i} - 6)_+ \\ - 146.440.900 (x_{3i} - 8)_+$$

4.2.5 Estimasi Model Penjualan Emas dengan Model Regresi *Penalized Spline Robust S*

Estimasi model dilakukan dengan menggunakan titik knot dan parameter penghalus optimal pada Tabel 4.6. Selanjutnya, hasil analisis data penjualan emas melalui model regresi *penalized spline* dengan *robust M* ditunjukkan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Nilai estimasi parameter dari model regresi *penalized spline* dengan *robust S* pada data penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (persero) Kanwil VI Makassar selama Pandemi Covid 19.

Parameter	Koefisien	Parameter	Koefisien
β_0	148.477.500	β_8	-152.597.700
β_1	-160,11	β_9	218.506.700
β_2	301,81	β_{10}	3.500.561.000
β_3	-74,88	β_{11}	-4.215.763.000
β_4	29,62	β_{12}	-63.301.03
β_5	-55.405.37	β_{13}	3.393.368
β_6	1.167.117	β_{14}	-1.020.648
β_7	16.559.770		

Berdasarkan Tabel 4.7, estimasi model regresi *penalized spline* dengan *robust S* adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_{1i} = 148.477.500 - 160,11x_{1i} + 301,81(x_{1i} - 1.010.000)_+ \\ - 74,88 (x_{1i} - 1.040.000)_+ + 29,62 (x_{1i} - 1.070.000)_+$$

$$\hat{y}_{2i} = 148.477.500 - 55.405,37x_{2i} + 1.167.117(x_{2i} - 155)_+ \\ + 16.559.770 (x_{2i} - 190)_+ - 152.597.700 (x_{2i} - 280)_+ \\ + 218.506.700(x_{2i} - 310)_+ + 3.500.561.000(x_{2i} - 500)_+ \\ - 4.215.763.000(x_{2i} - 547)_+$$

$$\hat{y}_{3i} = 148.477.500 - 63.301,03x_{3i} + 339.368(x_{3i} - 6)_+ - 1.020.648 (x_{3i} - 8)_+$$

4.2.6 Membandingkan Hasil Estimasi *Robust M* dan *S* pada Regresi Nonparametrik *Spline*

Dari proses diatas diperoleh hasil estimasi *robust M* dan *Robust S* pada data penjualan emas di PT. Peagadaian Kanwil VI selama masa pandemi, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.8 Nilai Residual Standar *error*

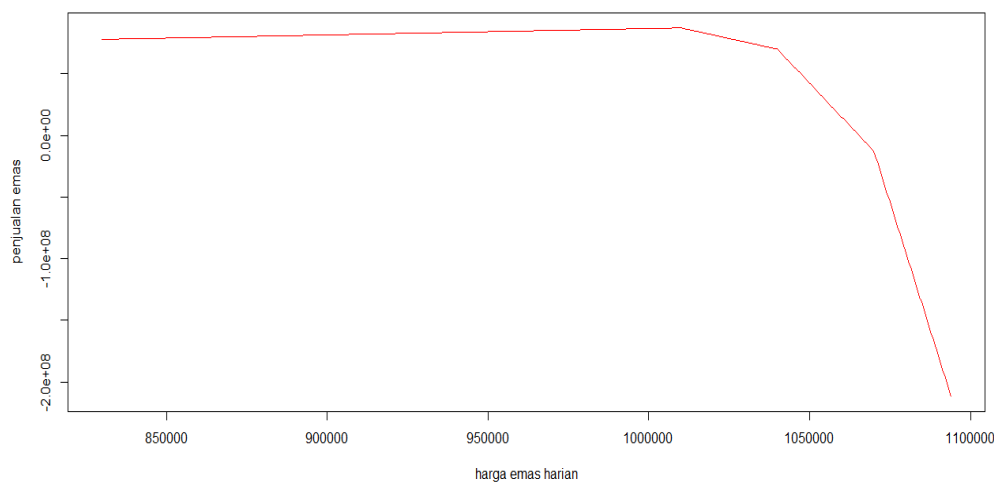
	Regresi <i>Robust M</i>	Regresi <i>Robust S</i>	Regresi <i>Penalized spline</i> <i>Robust M</i>	Regresi <i>Penalized spline</i> <i>Robust S</i>
Nilai Residual Standar <i>Error</i>	Rp.79.740.000	Rp. 83.028.103	Rp. 70.880.000	Rp. 74.174.103

Dari Tabel 4.8 menunjukkan nilai residual standar *error* yang diperoleh pada regresi *robust M* yaitu 79.740.000 dan regresi *robust S* yaitu 83.028.103 sedangkan dengan menggunakan estimator M pada regresi nonparametrik *penalized spline* diperoleh nilai residual standar *error* yaitu 70.880.000 dan pada estimator *robust S* pada regresi nonparametrik *penalized spline* yaitu 74.174.103. Sehingga diperoleh nilai standar *error* yang minimum pada estimator *robust M* pada regresi nonparametrik *penalized spline* yaitu 70.880.000.

Dari proses estimasi parameter menggunakan metode *robust M* dan *S* pada regresi nonparametrik *penalized spline* diperoleh bahwa metode estimasi M pada data penjualan emas PT.Pegadaian Kanwil VI Makassar menunjukkan hasil yang lebih baik karena nilai residual standar *error* yang

diperoleh lebih minimum. Hal ini kemungkinan disebabkan oleh jumlah data yang mengandung pencilan berkisar pada 15% dari keseluruhan data. Berikut model dan grafik dari estimasi *robust* M yang mempunyai nilai standar *error* yang minimum:

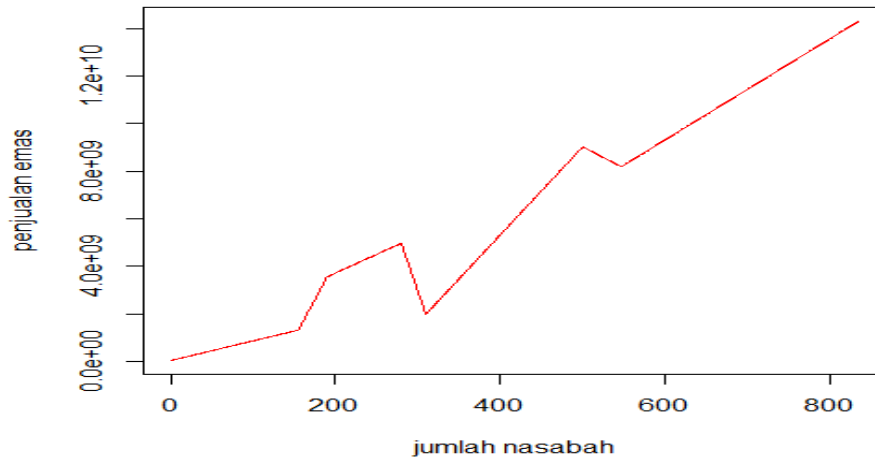
$$\hat{y}_{1i} = 34.829.990 + 51,87x_{1i} - 627,76(x_{1i} - 1.010.000)_+ - 2.185,23 (x_{2i} - 1.040.000)_+ - 5523,46 (x_{3i} - 1.070.000)_+$$



Gambar 4.4 Estimasi kurva regresi *penalized spline robust* M antara variabel prediktor x_1 dengan variabel respon y

Gambar 4.4 terlihat bahwa estimasi kurva antara variabel respon yaitu total harga penjualan emas dengan variabel prediktor x_1 yaitu harga emas harian memiliki perubahan pola pada sub interval tertentu. Terlihat pada Gambar 4.4 pada interval kurang dari Rp 1.010.000 pola total harga penjualan emas memiliki kecenderungan turun. Kemudian pada interval harga emas Rp 1.010.000 hingga Rp 1.040.000 pola total harga penjualan emas memiliki kecenderungan turun. Kemudian pada interval harga emas Rp 1.040.000 hingga Rp 1.070.000 memiliki pola yang cenderung turun dan pada saat harga emas harian lebih dari Rp 1.070.000 pola total harga penjualan emas terus mengalami penurunan, hal ini disebabkan tingginya harga emas menjadikan minat masyarakat untuk berinvestasi pada sektor emas mengalami penurunan.

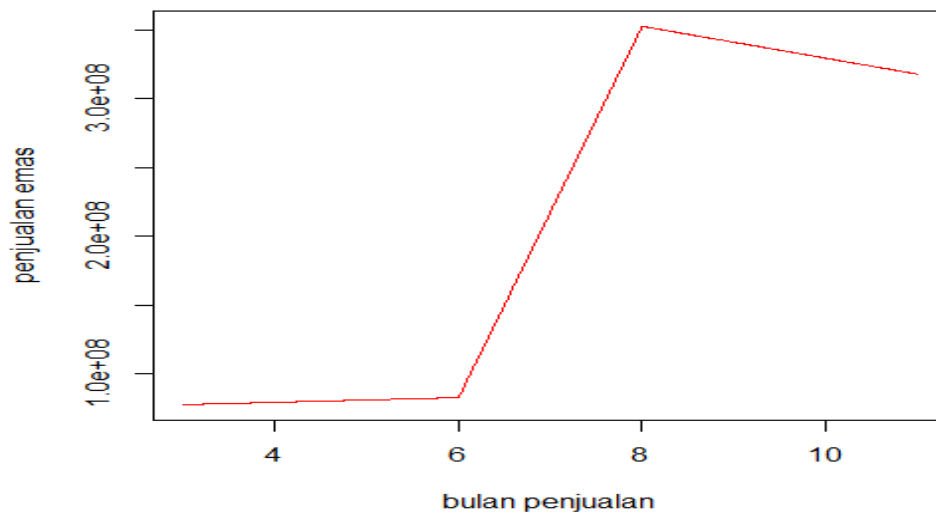
$$\hat{y}_{2i} = 34.829.990 + 8.274.547x_{2i} + 55.849.590(x_{2i} - 155)_+ - 48.426.070 (x_{2i} - 190)_+ - 115.270.400 (x_{2i} - 280)_+ + 136.603.100(x_{2i} - 310)_+ - 54.703.460(x_{2i} - 500)_+ + 38.935.030(x_{2i} - 547)_+$$



Gambar 4.5 Estimasi kurva regresi *penalized spline robust* M antara variabel prediktor x_2 dengan variabel respon y

Gambar 4.5 terlihat bahwa estimasi kurva antara variabel respon yaitu total harga penjualan emas dengan variabel prediktor jumlah nasabah memiliki perubahan pola pada sub interval tertentu. Terlihat pada Gambar 4.8, interval kurang dari 155 nasabah pola total penjualan emas memiliki kecenderungan naik, kemudian pada interval 155 hingga 190 nasabah pola nya memiliki kecenderungan naik. Selanjutnya pada interval 190 hingga 280 nasabah pola total harga penjualan emas memiliki kecenderungan naik, kemudian pada interval 280 hingga 310 nasabah memiliki pola yang cenderung turun, dan pola total harga penjualan memiliki kecenderungan naik ketika berada pada interval 310 hingga 500 nasabah dan pola total harga penjualan kembali cenderung turun pada interval 500 hingga 547 nasabah, dan pola terus meningkat ketika jumlah nasabah lebih dari 547 orang. Dalam hal ini total harga penjualan emas terkadang tidak berbanding lurus dengan jumlah nasabah, hal ini disebabkan karena jumlah penjualan emas (gram) yang berbeda pada setiap nasabah Pegadaian.

$$\hat{y}_{3i} = 34.829.990 - 22.599.420x_{3i} + 133.152.000(x_{3i} - 6)_+ + 146.440.900(x_{3i} - 8)_+$$



Gambar 4.6 Estimasi kurva regresi *penalized spline robust* M antara variabel prediktor x_3 dengan variabel respon y

Gambar 4.6 terlihat bahwa estimasi kurva antara variabel respon yaitu total harga penjualan emas dengan variabel prediktor bulan pembelian memiliki perubahan pola pada sub interval tertentu. Terlihat pada Gambar 4.8 pada interval kurang dari bulan 6 pola total harga penjualan emas memiliki kecenderungan naik tapi kenaikannya tidak tajam kemudian pada interval bulan pembelian 6 hingga bulan 8 pola total harga penjualan emas memiliki kecenderungan naik tajam dan kemudian pola total harga penjualan emas memiliki kecenderungan turun setelah melewati bulan 8. Dalam hal ini total penjualan yang meningkat dari bulan 6 hingga bulan 8 disebabkan karena adanya memontum yang terjadi pada masyarakat yaitu bulan 6 hingga bulan 8 pada tahun 2020 adalah hari raya Idul Fitri hingga Idul Adha dimana minat masyarakat Sulawesi selatan dan Sulawesi tenggara untuk membeli emas meningkat dibandingkan dengan bulan-bulan sebelumnya.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan hasil penelitian yang telah dilakukan, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Estimator model regresi nonparametrik *penalized spline* dengan menggunakan metode *robust* parameter M.

$$\hat{\beta}_{PM} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_\beta \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_\beta \mathbf{y}$$

Sedangkan estimator model regresi nonparametrik *penalized spline* dengan menggunakan metode *robust* parameter S

$$\hat{\beta}_{PS} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_\beta \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_\beta \mathbf{y}$$

Pada hal ini estimator *robust* M digunakan pembobot w_i yaitu

$$w_{iM} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{4,685} \right)^2 \right] & , |u_i| \leq 4,685 \\ 0, & |u_i| > 4,685 \end{cases}$$

$$\text{dengan } \hat{\sigma} = \frac{MAD}{0,6745} = \frac{med|\varepsilon_i - med(\varepsilon_i)|}{0,6745}.$$

Sedangkan pada estimator *robust* S digunakan pembobot w_i , yaitu

$$w_{iS} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{1,547} \right)^2 \right] & , |u_i| \leq 1,547 \\ 0, & |u_i| > 1,547 \end{cases}$$

dengan

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i e_i^2}$$

2. Pada Data Penjualan emas logam mulia di PT. Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar selama pandemi Covid 19 diperoleh estimasi model regresi nonparametrik *penalized spline robust* M lebih baik dibandingkan dari pada *robust* S karena memiliki nilai residual standar *error* yang lebih minimum. Dengan model sebagai berikut;

$$\begin{aligned} \hat{y}_i = & 34.829.990 + 51,87x_{1i} - 627,76(x_{1i} - 1.010.000)_+ - 2185,23 (x_{1i} - \\ & 1.040.000)_+ - 5523,46 (x_{1i} - 1.070.000)_+ + 8274547x_{2i} + \\ & 55849590(x_{2i} - 155)_+ - 48426070 (x_{2i} - 190)_+ - 115270400 (x_{2i} - \end{aligned}$$

$$280)_+ + 136603100(x_{2i} - 310)_+ - 54703460(x_{2i} - 500)_+ + \\ 38935030(x_{2i} - 547)_+ - 22599420x_{3i} + 133152000(x_{3i} - 6)_+ - \\ 146440900(x_{3i} - 8)_+$$

Ketika rentang harga emas harian dari Rp 1.010.000 hingga Rp 1.070.000 total penjualan emas logam mulia dan tabungan emas di PT.Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar memiliki potensi total penjualan emas mengalami penurunan, hal ini disebabkan karena tingginya harga emas sehingga kurang menarik minat masyarakat untuk melakukan ivenstasi. Selanjutnya, ketika rentang jumlah nasabah kurang dari 190 hingga 280 total penjualan emas memiliki potensi naik, kemudian pada saat jumlah nasabah kurang dari 310 total penjualan emas memiliki potensi turun, dan memiliki potensi naik ketika jumlah nasabah kurang dari 500 dan selanjutnya memiliki potensi turun ketika rentang jumlah nasabah hingga 547. Kemudian total penjualan emas logam mulia dan tabungan emas di PT.Pegadaian (Persero) Kanwil VI Makassar memiliki potensi penjualan naik pada bulan 6 dan memiliki potensi turun ketika bulan penjualan lebih dari bulan 8. Dalam hal ini total penjualan yang meningkat dari bulan 6 hingga bulan 8 disebabkan karena adanya memontum yang terjadi pada masyarakat yaitu bulan 6 hingga bulan 8 pada tahun 2020 adalah hari raya Idul fitri hingga idul adha dimana minat masyarakat Sulawesi selatan dan Sulawesi tenggara untuk membeli emas meningkat dibandingkan dengan bulan bulan sebelumnya.

5.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, penulis dapat memberikan saran sebagai berikut;

1. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan penambahan lebih dari satu variabel respon dan beberapa variabel prediktor
2. Pada data penjualan emas pada PT. Pegadaian Kanwil VI Makassar pada masa pandemi dibutuhkan jumlah data sebelum pandemi, dan setelah *pandemi* sehingga dapat menjadi pertimbangan pada PT.Pegadaian untuk

melihat tren penjualan dan menentukan strategi bisnis selanjutnya ketika terjadi pandemi.

3. Penelitian ini dapat dikembangkan kembali menggunakan beberapa metode estimasi yang lain pada regresi *robust*.
4. Pada data yang sama dapat pula dikembangkan menggunakan estimator *spline* lainnya sesuai pola data yang nonparametrik.

DAFTAR PUSTAKA

- Budiantara, I.N. 2006. Model *Spline* dengan Knots Optimal, Jurnal Ilmu Dasar. 7(2) : 77-85.
- Budiantara, I.N., dan Purnomo, D.T.J. 2011. Infant's Weight Growth Model in Surabaya (Indonesia) by Usin
- Chamidah, N., Budiantara, I.N., Sunaryo, S., dan Ismaini, Z. 2012. Designing of Child Growth Chart Based on Multi Response Local Polynomial Modeling. *Journal of Mathematics and Statistics*. 8 (3) : 342-347.
- Chen, C. (2002). "Robust Regression and Pencilan Detection with the ROBUSTREG Procedure". SUGI Paper 265-27. North Carolina: SASInstitute. www.sas.com.
- Chen, H., dan Wang, Y. 2011. A Penalized *spline* Approach to Functional Mixed Effects Model Analysis. *Biometrics*. 67 : 861-870.
- Claeskens, G., Kribovokova, T., dan Opsomer, J.D. 2009. Asymptotic Properties of Penalized *spline* Estimators. *Biometrika*. 96(3) : 529-544.
- Dewa, I.A.M.I.W dan Budiantara, I.N. 2014. Analisis Faktor Faktor yang mempengaruhi Persentase Penduduk Miskin dan pengeluaran Perkapita Makanan di Jawa Timur menggunakan Regresi nonparametrik Birespon tr, *Jurnal Sains dan Seni Pomits*. 3(1).
- Drapper, N.R dan Smith, H. 1996. *Applied Regression Analysis*, 2nd edition. New York: John Wiley & Sons. Chapman and Hall.
- Eubank, R. 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. New York : Marcel Dekker.
- Huang, J.Z. 2003. Local Asymptotics for Polynomial *Spline* Regression. *Ann. Statist.* 31 : 1600-1635.
- Huber, P. J, (1981), *Robust Statistics*, John Wiley and Sons, New York].
- Islamiyati A Fatmawati and Chamidah N 2020 Use of two smoothing parameters in *penalized spline* estimator for bi-variate prediktor non-parametric

- regression model *Journal of Sciences Islamic Republic of Iran* **31** (2) 175-183.
- Islamiyati, A., Fatmawati & Chamidah, N. Estimation of Covariance Matrix on Bi-Response Longitudinal Data Analysis with *Penalized spline* Regression. *Journal of Physics: Conf. Series*. 979 pp 012093, 2018.
- Kurnia, E.L & Budiantara, I.N. 2013. Pendekatan Regresi Nonparametrik *Spline* Untuk pemodelan Laju Pertumbuhan Ekonomi di Jawa Timur. *Jurnal Sains dan Seni Pomits*. 2(2).
- Lee, T. C.M dan Oh, H.S. 2007 *Robust* penalized regression *spline* fitting with application to additive mixed modeling . *Computational Statistics* **22** (1) 159–171
- Lin, X., Wang, N., Welsh A.H., dan Carrol R. 2006. Equivalent Kernels of Smoothing *Splines* in Nonparametric Rsegression for Clustered/Longitudinal Data. *Biometrika*. 73(1) : 13-22.
- Mohammad,S. 2014. Emas sebagai instrumen investasi yang aman pada saat instrumen investasi keuangan lain mengalami peningkatan resiko. *Jurnal Akuntansi Unesa*. 2.2
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., dan Vining, G. G. 1982. Intoducing to Linear Regression analysis. New York: John Whilley and Sons Inc.
- Montoya, L.E., Ulloa, N., dan Miller, V. 2014. A Simulation Study Comparing Knot Selection Methods with Equally Spaced Knot in a Penalized Regression *Spline*. *International Journal of Statistic and Probability*. 3(3) : 96-110.
- Raupong, R., 2009. Model B-Spline dalam Menaksir Kurva Regresi Nonparametrik. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 6(1), pp.29-43.
- Rousseeuw, P., dan Yohai, V. (1984), "*Robust regression by means of S-estimators, Robust and Nonlinear Time Series Analysis*", vol 26 of *Lecture Notes in Statistics*, pp.256–272, Springer, New York.].
- Ruppert, D. 1997. *Penalized spline*. *Australian and New Zealand Journal of Statistics*. 42(2) : 205-223.

- Ryan, T.P. 1997. *Modern Regression Methods*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Schucany, W.R. 2004. Kernel Smoothers : An Overview of Curve Estimators for The First Graduate Course in Nonparametric Statistics. *Statistical Sciences*. 19(4) : 663-675.
- Uswatun, N.H. 2017. Perkembangan gadai emas ke investasi emas pada pegadaian Syariah. *Jurnal Ekonomi dan keuangan Syariah*. 1(1): 81-97
- Wahba, G. 1990. *Spline Model for Observational Data*, Society For Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia.
- Wang B Wenzhong S and Zelang M 2014 Comparative Analysis for *Robust Penalized spline* Smoothing Methods *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problem in engineering* Arc ID 642475
- Wijaya, 2009. Taksiran Parameter pada Model Regresi *Robust* dengan Menggunakan Fungsi Huber. Jakarta: Universitas Indonesia.
- Yoshida, T. 2016. Asymptotic and Smoothing Parameter Selection for *Penalized spline* Regression with Various Loss Function. *Statistica Neerlandica*. 70(4) : 278-303.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penjualan Emas pada Kantor PT.Pegadaian Kanwil VI Makassar

NO	Jumlah Penjualan Emas (Y)	Harga Emas Harian (X_1)	Jumlah Nasabah (X_2)	Bulan Pembelian (X_3)
1	Rp 57.510.000	Rp 830.000	7	3
2	Rp 107.641.000	Rp 830.000	8	3
3	Rp 52.929.000	Rp 832.000	11	3
4	Rp 149.059.000	Rp 846.000	11	3
5	Rp 216.549.000	Rp 840.000	15	3
6	Rp 70.834.000	Rp 858.000	8	3
7	Rp 205.290.000	Rp 858.000	14	3
8	Rp 255.685.000	Rp 873.000	24	3
9	Rp 128.178.000	Rp 864.000	13	3
10	Rp 244.335.000	Rp 858.000	23	3
11	Rp 156.459.000	Rp 850.000	9	3
12	Rp 49.876.000	Rp 843.000	7	3
13	Rp 49.064.000	Rp 843.000	7	3
14	Rp 111.205.000	Rp 845.000	9	3
15	Rp 40.671.000	Rp 839.000	10	3
16	Rp 107.596.000	Rp 850.000	14	3
17	Rp 166.568.000	Rp 845.000	18	3
18	Rp 9.317.000	Rp 845.000	2	3
19	Rp 17.777.000	Rp 878.000	6	3
20	Rp 77.365.000	Rp 908.000	9	3
21	Rp 1.843.000	Rp 937.000	1	3
22	Rp 4.641.000	Rp 943.000	1	3
23	Rp 7.390.000	Rp 935.000	3	3
24	Rp 1.896.000	Rp 935.000	2	3
25	Rp 9.316.000	Rp 937.000	2	3
26	Rp 35.216.000	Rp 935.000	5	4
27	Rp 19.256.000	Rp 922.000	4	4
28	Rp 21.156.000	Rp 929.000	7	4
29	Rp 16.551.000	Rp 955.000	4	4
30	Rp 24.277.000	Rp 955.000	9	4
31	Rp 34.161.000	Rp 941.000	4	4
32	Rp 44.914.000	Rp 974.000	6	4
33	Rp 141.596.000	Rp 957.000	13	4
34	Rp 67.532.000	Rp 949.000	6	4
35	Rp 30.551.000	Rp 963.000	4	4
36	Rp 6.693.000	Rp 963.000	3	4
37	Rp 59.586.000	Rp 963.000	9	4
38	Rp 24.530.000	Rp 963.000	5	4
39	Rp 30.208.000	Rp 953.000	3	4

40	Rp	71.140.000	Rp	953.000	7	4
41	Rp	60.454.000	Rp	928.000	12	4
42	Rp	33.337.000	Rp	935.000	4	4
43	Rp	83.652.000	Rp	939.000	15	4
44	Rp	55.425.000	Rp	945.000	20	4
45	Rp	66.666.000	Rp	955.000	16	4
46	Rp	37.813.000	Rp	955.000	7	4
47	Rp	31.910.000	Rp	950.000	8	4
48	Rp	31.175.000	Rp	946.000	11	4
49	Rp	219.817.000	Rp	939.000	36	4
50	Rp	1.848.000	Rp	939.000	1	5
51	Rp	1.898.000	Rp	939.000	2	5
52	Rp	48.456.000	Rp	925.000	4	5
53	Rp	160.594.000	Rp	924.000	9	5
54	Rp	39.390.000	Rp	924.000	6	5
55	Rp	74.551.000	Rp	929.000	12	5
56	Rp	924.000	Rp	929.000	1	5
57	Rp	6.552.000	Rp	929.000	3	5
58	Rp	60.251.000	Rp	922.000	11	5
59	Rp	49.863.000	Rp	915.000	8	5
60	Rp	64.644.000	Rp	919.000	10	5
61	Rp	88.423.000	Rp	921.000	10	5
62	Rp	164.011.000	Rp	928.000	15	5
63	Rp	84.466.000	Rp	928.000	13	5
64	Rp	71.477.000	Rp	936.000	8	5
65	Rp	98.366.000	Rp	926.000	12	5
66	Rp	929.000	Rp	926.000	1	5
67	Rp	2.760.000	Rp	919.000	1	5
68	Rp	2.707.000	Rp	919.000	2	5
69	Rp	13.261.000	Rp	909.000	2	5
70	Rp	69.097.000	Rp	909.000	14	5
71	Rp	166.185.000	Rp	910.000	20	5
72	Rp	428.422.000	Rp	906.000	40	5
73	Rp	343.190.000	Rp	906.000	40	5
74	Rp	101.268.000	Rp	906.000	33	5
75	Rp	1.836.000	Rp	906.000	2	5
76	Rp	549.774.000	Rp	906.000	84	6
77	Rp	933.256.000	Rp	913.000	161	6
78	Rp	2.043.827.000	Rp	906.000	369	6
79	Rp	2.543.347.000	Rp	905.000	339	6
80	Rp	746.637.000	Rp	905.000	136	6
81	Rp	1.315.306.000	Rp	905.000	142	6
82	Rp	827.706.000	Rp	905.000	93	6
83	Rp	764.500.000	Rp	905.000	82	6
84	Rp	605.348.000	Rp	906.000	81	6
85	Rp	448.653.000	Rp	906.000	59	6

86	Rp	267.261.000	Rp	906.000	56	6
87	Rp	6.220.000	Rp	906.000	2	6
88	Rp	229.715.000	Rp	906.000	44	6
89	Rp	361.935.000	Rp	906.000	53	6
90	Rp	629.854.000	Rp	901.000	59	6
91	Rp	349.493.000	Rp	901.000	50	6
92	Rp	400.597.000	Rp	901.000	39	6
93	Rp	102.179.000	Rp	901.000	28	6
94	Rp	325.227.000	Rp	901.000	58	6
95	Rp	313.215.000	Rp	901.000	42	6
96	Rp	170.285.000	Rp	901.000	39	6
97	Rp	223.791.000	Rp	909.000	31	6
98	Rp	284.276.000	Rp	900.000	33	6
99	Rp	236.176.000	Rp	903.000	40	6
100	Rp	928.000	Rp	903.000	1	6
101	Rp	419.965.000	Rp	903.000	63	6
102	Rp	398.487.000	Rp	904.000	39	6
103	Rp	267.676.000	Rp	911.000	31	7
104	Rp	318.381.000	Rp	912.000	42	7
105	Rp	247.450.000	Rp	921.000	43	7
106	Rp	111.960.000	Rp	921.000	24	7
107	Rp	946.000	Rp	921.000	1	7
108	Rp	173.005.000	Rp	921.000	35	7
109	Rp	817.362.000	Rp	924.000	44	7
110	Rp	537.449.000	Rp	927.000	47	7
111	Rp	554.332.000	Rp	927.000	37	7
112	Rp	381.439.000	Rp	932.000	65	7
113	Rp	251.346.000	Rp	930.000	16	7
114	Rp	297.945.000	Rp	930.000	33	7
115	Rp	252.094.000	Rp	931.000	32	7
116	Rp	264.997.000	Rp	931.000	33	7
117	Rp	303.470.000	Rp	934.000	41	7
118	Rp	492.549.000	Rp	941.000	49	7
119	Rp	211.399.000	Rp	936.000	19	7
120	Rp	534.875.000	Rp	936.000	38	7
121	Rp	200.679.000	Rp	949.000	19	7
122	Rp	968.698.000	Rp	956.000	80	7
123	Rp	456.515.000	Rp	975.000	38	7
124	Rp	397.832.000	Rp	970.000	31	7
125	Rp	260.763.000	Rp	977.000	16	7
126	Rp	287.499.000	Rp	977.000	23	7
127	Rp	247.824.000	Rp	1.004.000	22	7
128	Rp	520.140.000	Rp	1.021.000	44	7
129	Rp	120.644.000	Rp	1.021.000	24	7
130	Rp	430.340.000	Rp	1.025.000	35	8
131	Rp	76.903.000	Rp	1.055.000	16	8

132	Rp 105.805.000	Rp 1.055.000	16	8
133	Rp 9.047.089.000	Rp 1.056.000	502	8
134	Rp 8.264.258.000	Rp 1.058.000	547	8
135	Rp 4.719.623.000	Rp 1.058.000	284	8
136	Rp 6.689.339.000	Rp 1.056.000	362	8
137	Rp 6.003.615.000	Rp 1.059.000	376	8
138	Rp 14.364.981.000	Rp 1.066.000	835	8
139	Rp 258.931.000	Rp 1.075.000	32	8
140	Rp 328.094.000	Rp 1.075.000	32	8
141	Rp 207.349.000	Rp 1.079.000	34	8
142	Rp 194.428.000	Rp 1.085.000	31	8
143	Rp 199.384.000	Rp 1.094.000	1	8
144	Rp 568.000	Rp 1.082.000	2	8
145	Rp 21.418.000	Rp 1.080.000	1	8
146	Rp 1.102.000	Rp 1.079.000	13	8
147	Rp 118.837.000	Rp 1.072.000	33	8
148	Rp 428.610.000	Rp 1.068.000	28	8
149	Rp 246.399.000	Rp 1.068.000	26	8
150	Rp 434.185.000	Rp 1.060.000	35	8
151	Rp 262.889.000	Rp 1.058.000	23	8
152	Rp 214.955.000	Rp 1.052.000	1	8
153	Rp 394.383.000	Rp 1.052.000	20	8
154	Rp 322.738.000	Rp 1.052.000	23	9
155	Rp 194.424.000	Rp 1.059.000	27	9
156	Rp 224.499.000	Rp 1.068.000	30	9
157	Rp 200.798.000	Rp 1.068.000	30	9
158	Rp 182.296.000	Rp 1.064.000	20	9
159	Rp 248.578.000	Rp 1.064.000	14	9
160	Rp 89.763.000	Rp 1.064.000	8	9
161	Rp 1.816.107.000	Rp 1.063.000	168	9
162	Rp 1.580.942.000	Rp 1.061.000	146	9
163	Rp 1.705.956.000	Rp 1.065.000	135	9
164	Rp 868.561.000	Rp 1.070.000	78	9
165	Rp 1.822.666.000	Rp 1.070.000	115	9
166	Rp 1.054.411.000	Rp 1.075.000	121	9
167	Rp 3.067.472.000	Rp 1.079.000	258	9
168	Rp 109.901.000	Rp 1.077.000	16	9
169	Rp 182.830.000	Rp 1.072.000	18	9
170	Rp 10.510.000	Rp 1.072.000	4	9
171	Rp 117.140.000	Rp 1.072.000	20	9
172	Rp 241.631.000	Rp 1.065.000	27	9
173	Rp 299.009.000	Rp 1.059.000	36	9
174	Rp 688.817.000	Rp 1.059.000	82	9
175	Rp 501.667.000	Rp 1.055.000	61	9
176	Rp 527.195.000	Rp 1.052.000	47	9
177	Rp 382.246.000	Rp 1.053.000	56	9

178	Rp	1.032.488.000	Rp	1.053.000	41	9
179	Rp	883.593.000	Rp	1.056.000	51	9
180	Rp	316.563.000	Rp	1.056.000	31	10
181	Rp	298.921.000	Rp	1.058.000	30	10
182	Rp	160.981.000	Rp	1.053.000	15	10
183	Rp	300.669.000	Rp	1.055.000	24	10
184	Rp	453.059.000	Rp	1.055.000	30	10
185	Rp	293.442.000	Rp	1.057.000	26	10
186	Rp	485.391.000	Rp	1.050.000	29	10
187	Rp	212.768.000	Rp	1.045.000	29	10
188	Rp	203.168.000	Rp	1.048.000	21	10
189	Rp	357.463.000	Rp	1.045.000	30	10
190	Rp	374.746.000	Rp	1.040.000	23	10
191	Rp	689.159.000	Rp	1.021.000	24	10
192	Rp	543.844.000	Rp	1.046.000	88	10
193	Rp	471.446.000	Rp	1.046.000	61	10
194	Rp	491.901.000	Rp	1.030.000	42	10
195	Rp	1.040.296.000	Rp	1.021.000	54	10
196	Rp	197.783.000	Rp	1.032.000	54	10
197	Rp	234.005.000	Rp	1.030.000	92	10
198	Rp	200.041.000	Rp	1.030.000	25	10
199	Rp	262.242.000	Rp	1.028.000	29	10
200	Rp	311.982.000	Rp	1.015.000	14	10
201	Rp	5.008.000	Rp	1.015.000	29	10
202	Rp	2.034.000	Rp	1.026.000	35	10
203	Rp	203.954.000	Rp	1.015.000	20	11
204	Rp	231.197.000	Rp	1.015.000	30	11
205	Rp	484.895.000	Rp	1.019.000	35	11
206	Rp	247.197.000	Rp	1.019.000	27	11
207	Rp	390.650.000	Rp	1.015.000	20	11
208	Rp	245.083.000	Rp	1.015.000	22	11
209	Rp	722.824.000	Rp	1.018.000	32	11
210	Rp	296.853.000	Rp	1.021.000	23	11
211	Rp	3.829.383.000	Rp	1.017.000	200	11
212	Rp	506.120.000	Rp	1.012.000	48	11
213	Rp	348.204.000	Rp	1.008.000	34	11
214	Rp	376.862.000	Rp	1.008.000	25	11
215	Rp	203.461.000	Rp	1.010.000	23	11
216	Rp	363.764.000	Rp	1.009.000	13	11
217	Rp	99.755.000	Rp	1.010.000	20	11
218	Rp	278.463.000	Rp	1.018.000	23	11
219	Rp	199.359.000	Rp	1.021.000	19	11
220	Rp	82.290.000	Rp	1.015.000	17	11
221	Rp	149.669.000	Rp	1.013.000	17	11
222	Rp	145.777.000	Rp	1.015.000	20	11
223	Rp	406.205.000	Rp	1.015.000	50	11

224	Rp	864.955.000	Rp 1.013.000	39	11
225	Rp	481.595.000	Rp 1.018.000	47	11
226	Rp	279.340.000	Rp 1.015.000	29	11
227	Rp	213.444.000	Rp 1.013.000	43	11

Lampiran 2. Data yang mengandung pencilan menggunakan boxplot

NUMBER	Y	X ₁	X ₂	X ₃
205	Rp 864.955.000	Rp 1.065.000	82	11
206	Rp 868.561.000	Rp 1.066.000	84	11
207	Rp 883.593.000	Rp 1.068.000	88	11
208	Rp 933.256.000	Rp 1.068.000	92	11
209	Rp 968.698.000	Rp 1.068.000	93	11
210	Rp 1.032.488.000	Rp 1.068.000	115	11
211	Rp 1.040.296.000	Rp 1.070.000	121	11
212	Rp 1.054.411.000	Rp 1.070.000	135	11
213	Rp 1.315.306.000	Rp 1.072.000	136	11
214	Rp 1.580.942.000	Rp 1.072.000	142	11
215	Rp 1.705.956.000	Rp 1.072.000	146	11
216	Rp 1.816.107.000	Rp 1.072.000	161	11
217	Rp 1.822.666.000	Rp 1.075.000	168	11
218	Rp 2.043.827.000	Rp 1.075.000	200	11
219	Rp 2.543.347.000	Rp 1.075.000	258	11
220	Rp 3.067.472.000	Rp 1.077.000	284	11
221	Rp 3.829.383.000	Rp 1.079.000	339	11
222	Rp 4.719.623.000	Rp 1.079.000	362	11
223	Rp 6.003.615.000	Rp 1.079.000	369	11
224	Rp 6.689.339.000	Rp 1.080.000	376	11
225	Rp 8.264.258.000	Rp 1.082.000	502	11
226	Rp 9.047.089.000	Rp 1.085.000	547	11
227	Rp 14.364.981.000	Rp 1.094.000	835	11

Lampiran 3. Data yang mengandung pencilan menggunakan uji *Mahalanobis Distance*

NO	DATA	Y	X_1	X_2	X_3	MAHALANOBIS	CHISQUARE
1	123	Rp 456.515.000	Rp 975.000	38	7	0,01091	0,04
2	124	Rp 397.832.000	Rp 970.000	31	7	0,03371	0,09
3	126	Rp 287.499.000	Rp 977.000	23	7	0,08141	0,12
4	125	Rp 260.763.000	Rp 977.000	16	7	0,13111	0,15
5	122	Rp 968.698.000	Rp 956.000	80	7	0,34839	0,18
6	121	Rp 200.679.000	Rp 949.000	19	7	0,36919	0,21
7	118	Rp 492.549.000	Rp 941.000	49	7	0,56721	0,24
8	127	Rp 247.824.000	Rp 1.004.000	22	7	0,61045	0,26
9	62	Rp 164.011.000	Rp 928.000	15	5	0,64446	0,29
10	63	Rp 84.466.000	Rp 928.000	13	5	0,65492	0,31
11	55	Rp 74.551.000	Rp 929.000	12	5	0,66062	0,33
12	65	Rp 98.366.000	Rp 926.000	12	5	0,66351	0,36
13	58	Rp 60.251.000	Rp 922.000	11	5	0,68752	0,38
14	53	Rp 160.594.000	Rp 924.000	9	5	0,68822	0,4
15	130	Rp 430.340.000	Rp 1.025.000	35	8	0,68871	0,42
16	61	Rp 88.423.000	Rp 921.000	10	5	0,70035	0,44
17	54	Rp 39.390.000	Rp 924.000	6	5	0,70806	0,46
18	60	Rp 64.644.000	Rp 919.000	10	5	0,71776	0,48
19	64	Rp 71.477.000	Rp 936.000	8	5	0,71784	0,5
20	52	Rp 48.456.000	Rp 925.000	4	5	0,71899	0,52
21	57	Rp 6.552.000	Rp 929.000	3	5	0,72322	0,54
22	120	Rp 534.875.000	Rp 936.000	38	7	0,73254	0,56
23	56	Rp 924.000	Rp 929.000	1	5	0,73993	0,58
24	66	Rp 929.000	Rp 926.000	1	5	0,74055	0,6
25	119	Rp 211.399.000	Rp 936.000	19	7	0,77023	0,62
26	68	Rp 2.707.000	Rp 919.000	2	5	0,77095	0,64
27	59	Rp 49.863.000	Rp 915.000	8	5	0,77639	0,66
28	67	Rp 2.760.000	Rp 919.000	1	5	0,77875	0,68
29	51	Rp 1.898.000	Rp 939.000	2	5	0,79697	0,69
30	50	Rp 1.848.000	Rp 939.000	1	5	0,80615	0,71
31	71	Rp 166.185.000	Rp 910.000	20	5	0,81072	0,73
32	117	Rp 303.470.000	Rp 934.000	41	7	0,81549	0,75
33	70	Rp 69.097.000	Rp 909.000	14	5	0,85008	0,77
34	74	Rp 101.268.000	Rp 906.000	33	5	0,89184	0,79
35	72	Rp 428.422.000	Rp 906.000	40	5	0,90599	0,81
36	73	Rp 343.190.000	Rp 906.000	40	5	0,90599	0,82
37	69	Rp 13.261.000	Rp 909.000	2	5	0,91549	0,84
38	116	Rp 264.997.000	Rp 931.000	33	7	0,93987	0,86
39	115	Rp 252.094.000	Rp 931.000	32	7	0,94049	0,88
40	75	Rp 1.836.000	Rp 906.000	2	5	0,97933	0,9
41	114	Rp 297.945.000	Rp 930.000	33	7	0,98429	0,92

NO	DATA	Y	X_1	X_2	X_3	MAHALANOBIS	CHISQUARE
42	112	Rp 381.439.000	Rp 932.000	65	7	100.909	0,93
43	113	Rp 251.346.000	Rp 930.000	16	7	102.833	0,95
44	97	Rp 223.791.000	Rp 909.000	31	6	108.989	0,97
45	111	Rp 554.332.000	Rp 927.000	37	7	112.502	0,99
46	110	Rp 537.449.000	Rp 927.000	47	7	114.579	1,01
47	128	Rp 520.140.000	Rp 1.021.000	44	7	118.526	1,03
48	88	Rp 229.715.000	Rp 906.000	44	6	125.771	1,04
49	109	Rp 817.362.000	Rp 924.000	44	7	128.816	1,06
50	176	Rp 527.195.000	Rp 1.052.000	47	9	129.537	1,08
51	177	Rp 382.246.000	Rp 1.053.000	56	9	12.963	1,1
52	89	Rp 361.935.000	Rp 906.000	53	6	130.389	1,12
53	129	Rp 120.644.000	Rp 1.021.000	24	7	13.139	1,13
54	87	Rp 6.220.000	Rp 906.000	2	6	131.526	1,15
55	86	Rp 267.261.000	Rp 906.000	56	6	132.387	1,17
56	102	Rp 398.487.000	Rp 904.000	39	6	133.904	1,19
57	85	Rp 448.653.000	Rp 906.000	59	6	134.614	1,21
58	175	Rp 501.667.000	Rp 1.055.000	61	9	136.128	1,23
59	178	Rp 1.032.488.000	Rp 1.053.000	41	9	136.889	1,24
60	99	Rp 236.176.000	Rp 903.000	40	6	139.269	1,26
61	193	Rp 471.446.000	Rp 1.046.000	61	10	142.261	1,28
62	196	Rp 197.783.000	Rp 1.032.000	54	10	143.171	1,3
63	108	Rp 173.005.000	Rp 921.000	35	7	143.221	1,32
64	179	Rp 883.593.000	Rp 1.056.000	51	9	14.324	1,34
65	106	Rp 111.960.000	Rp 921.000	24	7	143.987	1,36
66	105	Rp 247.450.000	Rp 921.000	43	7	144.602	1,37
67	100	Rp 928.000	Rp 903.000	1	6	146.294	1,39
68	93	Rp 102.179.000	Rp 901.000	28	6	147.586	1,41
69	192	Rp 543.844.000	Rp 1.046.000	88	10	148.529	1,43
70	194	Rp 491.901.000	Rp 1.030.000	42	10	14.878	1,45
71	154	Rp 322.738.000	Rp 1.052.000	23	9	149.247	1,47
72	92	Rp 400.597.000	Rp 901.000	39	6	149.402	1,49
73	96	Rp 170.285.000	Rp 901.000	39	6	149.402	1,51
74	95	Rp 313.215.000	Rp 901.000	42	6	150.433	1,53

Lampiran 4

Hasil Subtitusi variabel prediktor terhadap variable respon

X_1		$\hat{y}_i$
1	830.000	Rp. 77.882.090
143	1.094.000	Rp. -211.721.530
185	1.057.000	Rp. 23.002.950
195	1.021.000	Rp. 80.883.900
X_2		$\hat{y}_i$
8	24	Rp. 233.419.118
77	161	Rp. 1.702.129.597
133	502	Rp. 8.987.866.754
135	284	Rp. 4.576.266.268
136	362	Rp. 39.12.980.294
138	835	Rp. 14.316.115.325
167	258	Rp. 4.629.198.126
X_3		$\hat{y}_i$
41	4	Rp. -55.567.690
110	7	Rp. 9.786.050
186	10	Rp. 634.325.590