

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Curah hujan merupakan komponen yang penting dalam siklus di bidang hidrologi dan memiliki dampak signifikan terhadap berbagai aspek kehidupan manusia dan lingkungan. Di Indonesia, negara kepulauan dengan iklim tropis yang kompleks, pemahaman dan prediksi pola curah hujan menjadi semakin penting mengingat variabilitas iklim yang tinggi dan dampak perubahan iklim yang semakin nyata (Aldrian & Dwi Susanto, 2003). Karakteristik curah hujan yang non-stasioner dan non-linear menjadikannya tantangan besar dalam analisis dan prediksi menggunakan metode konvensional (Sang et al., 2013). Kompleksitas ini semakin diperparah oleh adanya variasi temporal yang signifikan, mulai dari skala harian hingga tahunan, serta pengaruh fenomena iklim global seperti El Niño dan La Niña yang mempengaruhi pola curah hujan di Indonesia. CNN, Indonesia (2022) menyebutkan sudah 3 kali cuaca ekstrem terjadi di Kota Makassar yaitu pada akhir tahun 2021 hingga Februari 2022. Kondisi ini tentu saja tidaklah normal dan dapat menyebabkan kerusakan lingkungan.

Stasioneritas data sangat penting dalam peramalan karena model *time series* seperti ARIMA, VAR, dan lainnya mengasumsikan bahwa data yang digunakan harus stasioner untuk menghasilkan estimasi yang valid dan hubungan kausal yang dapat dipercaya. Aktivani (2020) mengimplementasikan jika data tidak stasioner, ada risiko terjadi *spurious regression*, yaitu hasil regresi dengan nilai R^2 tinggi tetapi hubungan sebenarnya antara variabel tidak signifikan. Ini menyebabkan model gagal merepresentasikan pola data secara akurat. Stasioneritas dapat dilihat dari rata-rata dan varians data yang konstan sepanjang waktu. Data yang tidak stasioner sering kali menunjukkan tren atau perubahan musiman yang memengaruhi hasil model. Oleh karena itu, sebelum melakukan pemodelan salah satu metode untuk peramalan tanpa dilakukan *differencing* adalah transformasi *wavelet* sebagai alat untuk menganalisis data deret waktu non-stasioner seperti curah hujan.

Transformasi *wavelet* telah berkembang menjadi metode yang sangat bermanfaat untuk analisis data non-stasioner karena kemampuannya dalam menangkap fitur data pada sinyal terhadap waktu dan frekuensi secara bersamaan. Salah satu metode yang sering digunakan adalah *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Berbeda dengan metode transformasi lainnya, MODWT mempertahankan panjang data asli karena tidak melakukan downsampling tidak seperti pada metode *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Hal ini membuatnya ideal untuk analisis data runtun waktu seperti curah hujan, yang memiliki variasi pada berbagai skala, dari harian hingga tahunan.

Dalam MODWT, data dipecah menjadi dua jenis komponen, yaitu koefisien *wavelet* yang menunjukkan detail pada skala waktu tertentu dan koefisien skala yang menggambarkan tren atau pola keseluruhan. Proses ini menggunakan algoritma piramida, yang bekerja berdasarkan filter *wavelet* seperti Coiflet. Pemilihan *filter* ini penting untuk memastikan data dapat diuraikan dengan baik pada berbagai tingkat resolusi. Dengan MODWT, analisis runtun waktu menjadi lebih efektif, termasuk untuk meramalkan curah hujan. Dekomposisi data mempermudah identifikasi pola jangka

pendek maupun tren jangka panjang, namun sebelumnya harus ditentukan dahulu *filter wavelet* dan *filter* skala pada Coiflet yang akan digunakan.

Coiflet yang diperkenalkan oleh Daubechies atas permintaan Coifman, memiliki momen hilang yang lebih tinggi dibandingkan wavelet Daubechies biasa, yang memungkinkan aproksimasi yang lebih baik untuk fungsi yang halus (Mallat, 2008). Coiflet memungkinkan analisis data pada berbagai skala waktu secara bersamaan. Ini sangat berguna untuk data curah hujan yang memiliki variasi pada skala harian, musiman, dan tahunan yang dimana curah hujan seringkali bersifat non-stasioner. Coiflet dapat menangani data non-stasioner dengan baik tanpa perlu transformasi data terlebih dahulu. Penerapan filter Coiflet dalam analisis curah hujan telah menunjukkan hasil yang menjanjikan seperti penelitian oleh Li et al. (2018) mendemonstrasikan bahwa Coiflet dapat menangkap fitur multiskala dari data curah hujan dengan lebih efektif dibandingkan wavelet lainnya.

Dalam analisis curah hujan, dibutuhkan penanganan *noise* dan mengekstraksi informasi yang bermakna dari koefisien wavelet. Untuk mengatasi masalah *noise*, teknik *wavelet thresholding* telah dikembangkan. Metode ini, yang diperkenalkan oleh Donoho & Johnstone (1994), memungkinkan pemisahan sinyal dari *noise* dengan cara yang efisien. Dalam konteks curah hujan, Nourani et al., (2014) menunjukkan bahwa *wavelet thresholding* dapat meningkatkan akurasi prediksi curah hujan secara signifikan. Penggunaan estimasi *wavelet thresholding* dengan kombinasi transformasi Coiflet dapat meningkatkan kemampuan untuk menganalisis data pada berbagai skala waktu secara bersamaan.

Beberapa penelitian mengenai wavelet thresholding yang telah dilakukannya, yaitu penelitian Marhama (2024) yang membahas tentang estimasi *wavelet thresholding* dengan filter Haar dan Daubiches yang diterapkan pada data curah hujan yang menghasilkan peramalan data yang akurat. Adapun Risma Sari (2020) meneliti data non-stasioner dengan estimasi *wavelet thresholding* menggunakan DWT untuk mendapatkan model peramalan yang baik.

Berdasarkan uraian di atas maka penelitian ini berfokus pada Penerapan *Filter Coiflet* pada Metode *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* dengan Estimasi *Wavelet Thresholding* untuk Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar dengan menggunakan minimax. Sedangkan penentu parameter estimasi terbaik menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data curah hujan bulanan di Kota Makassar periode Januari 2011-Desember 2022.
2. *Filter* yang digunakan adalah c6 atau Coiflet ber-orde 1.
3. Parameter yang digunakan *minimax threshold*.
4. Fungsi estimasi parameter yang digunakan adalah *soft thresholding* dan *hard thresholding*.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk mendapatkan estimasi terbaik untuk metode *wavelet thresholding* dengan penerapan *filter* Coiflet menggunakan metode *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* pada curah hujan di Kota Makassar.
2. Untuk mendapatkan hasil peramalan penerapan *filter* Coiflet dengan metode *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* untuk *wavelet thresholding* pada curah hujan di Kota Makassar.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pemahaman pola curah hujan pada berbagai skala waktu, memberikan peningkatan akurasi prediksi curah hujan untuk berbagai aplikasi praktis, serta memberikan pengembangan metode baru dalam analisis data klimatologi.

1.5 Teori

1.5.1. Stasioneritas Data

Stasioneritas merujuk pada sifat dari sinyal atau data di mana statistiknya, seperti rata-rata (*mean*) dan variansi, tetap konstan sepanjang waktu. Dalam pemrosesan sinyal, analisis terhadap data stasioner sering kali lebih sederhana dan hasilnya lebih dapat diandalkan dibandingkan dengan data non-stasioner, karena model yang digunakan tidak harus memperhitungkan perubahan statistik sepanjang waktu. Data stasioner merupakan data dimana rata-rata (*mean*) nilai pada suatu data tidak berubah seiring dengan perubahan waktu, dengan kata lain fluktuasi data berada di sekitar nilai rata-rata dan variansi yang konstan. Penentuan Stasioneritas ini sangat penting karena berkaitan dengan metode estimasi peramalan yang digunakan (Hakiqi et al, 2023). Namun terdapat metode alternatif untuk melakukan peramalan data dengan menggunakan data non-stasioner, salah satunya melakukan transformasi wavelet.

1.5.2. Coiflet

Wavelet adalah fungsi matematika yang memungkinkan dekomposisi dan analisis sinyal atau data pada berbagai skala atau resolusi. Coiflet adalah salah satu jenis wavelet yang dikembangkan oleh Ingrid Daubechies dan ditujukan untuk analisis sinyal yang memerlukan momen nol yang lebih tinggi. Coiflet memiliki sifat ortogonal, yang membuatnya sangat efektif untuk dekomposisi sinyal dalam analisis multiresolusi. Wavelet ini memiliki keunggulan dalam meminimalkan distorsi pada data yang telah didekomposisi dan direkonstruksi. Menurut Daubechies (1992), Coiflet dirancang untuk memiliki sifat hampir simetris dan momen nol yang tinggi, baik untuk fungsi wavelet maupun fungsi skalanya.

Salah satu ciri khas Coiflet adalah penggunaan koefisien dengan jumlah kelipatan 6. Burrus et al. (1997) menyatakan bahwa struktur ini memberikan beberapa keuntungan seperti meningkatkan sifat simetris wavelet, memberikan fleksibilitas lebih besar dalam desain wavelet untuk aplikasi tertentu, dan memungkinkan Coiflet memiliki momen nol yang lebih tinggi yang berguna dalam aproksimasi fungsi yang lebih halus. Nomor yang merupakan kelipatan koefisien Coiflet seperti "c6", "c12", "c24", dan seterusnya mengindikasikan panjang *support (width)* dan kehalusan (*smoothness*). Coiflet dengan

nomor besar seperti c24 relatif lebar dan halus, sedangkan Coiflet dengan nomor kecil seperti c6 kurang halus dan lebih sempit. Pada Tabel 1 merupakan contoh dari koefisien filter skala untuk Coiflet berorde-1 atau c6 (Farah et al., 2018).

Tabel 1. Koefisien *filter* skala untuk Coiflet (6) pada *Discrete Wavelet Transform*

l	g_l
0	-0.015655728528948
1	0.0727326213410511
2	0.3848648565381134
3	0.8525720416423900
4	0.3378976709511590
5	0.0727322757411889

Sumber: Percival dan Warden (2000)

Terdapat hubungan antara *filter* skala g_l dan *filter wavelet* h_l menurut Percival dan Warden (2000), yaitu

$$h_l = (-1)^l g_{L-1-l} \quad (1)$$

dengan L merupakan lebar filter dekomposisi dan l merupakan indeks atau panjang koefisien dari *filter*.

1.5.3. Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform

Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform atau disebut MODWT merupakan varian dari *Discrete Wavelet Transform* (DWT) yang memperbaiki beberapa keterbatasan dari DWT tradisional. MODWT memungkinkan analisis data yang lebih fleksibel dan lebih akurat dalam situasi tertentu. MODWT tidak peka terhadap pergeseran dalam data, sehingga hasil dekomposisinya tidak berubah jika data dipindahkan. Selain itu, MODWT dapat diterapkan pada sampel data berukuran N dengan level j tak terbatas berupa pangkat dua (2^j) seperti pada DWT.

Level yang digunakan untuk MODWT menggunakan level optimal yang telah disebutkan Percival dan Walden (2000), yaitu

$$j < \log_2 \left(\frac{N}{L-1} + 1 \right) \quad (2)$$

dengan L merupakan lebar *filter* dekomposisi.

Suatu *filter* $\{\tilde{h}_l: l = 0, \dots, L-1\}$ dengan lebar $2^j(L-1) + 1$ mempunyai deret $\tilde{h}_0, 0, \dots, 0, \tilde{h}_1, 0, \dots, 0, \tilde{h}_{L-1}$ (nol diantara dua filter tak nol sebanyak $2^{j-1} - 1$ seperti pada Subanar dan Suhartono (2009). Tabel menunjukkan banyak nol pada selang dua nilai filter tak nol.

Tabel 2. Banyaknya nilai nol menurut level *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*

Level(j)	$2^{j-1} - 1$
1	0
2	1
3	3
4	7
...	...

Sumber: Subanar dan Suhartono (2009)

1.5.4. *Filter Skala dan Coiflet berbasis Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*

Menurut Percival dan Walden (2000), terdapat hubungan antara DWT dan MODWT. Misalkan *filter wavelet* pada DWT dituliskan dengan h_l dengan l merupakan lebar filter dari lebar dekomposisi L yang bergerak dari nol hingga $L - 1$, maka *filter wavelet* pada MODWT didefinisikan

$$\tilde{h}_l = \frac{h_l}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

Begitu pula dengan *filter skala* pada DWT dapat ditulis g_l sedangkan *filter skala* pada MODWT dapat dituliskan

$$\tilde{g}_l = \frac{g_l}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

Filter skala (g_l) dan *filter Coiflet* (h_l) untuk transformasi MODWT harus memenuhi tiga kondisi persamaan, yaitu

1. Untuk syarat pertama, jumlah *filter skala* sama dengan nol sedangkan jumlah *filter Coiflet* sama dengan satu yang dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1 \quad (5)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0 \quad (6)$$

2. Untuk syarat kedua, dimana jumlah dari *filter skala* kuadrat sama dengan seperdua sedangkan jumlah dari *filter Coiflet* kuadrat sama dengan seperdua yang dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \quad (7)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2} \quad (8)$$

3. Untuk syarat ketiga *filter* skala dan *filter* Coiflet dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0 \quad (9)$$

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \quad (10)$$

1.5.5. Koefisien Coiflet dan Skala serta Algoritma Piramida berbasis *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*

Diketahui filter *wavelet* ($\tilde{W}_j$) dan filter skala ($\tilde{V}_j$) merupakan suatu data runtun waktu (X_t) dengan ukuran sampel N secara berurutan memiliki elemen sebagai koefisien *wavelet* pada MODWT ($\tilde{W}_{j,t}$) dan koefisien skala pada MODWT ($\tilde{V}_{j,t}$). Untuk $j = 1$, koefisien Coiflet berbasis MODWT ($\tilde{W}_{1,t}$) dan koefisien skala berbasis MODWT ($\tilde{V}_{1,t}$) yang dapat dituliskan

$$\tilde{W}_{1,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l X_{(t-l) \bmod N} \quad (11)$$

$$\tilde{V}_{1,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l X_{(t-l) \bmod N} \quad (12)$$

Untuk $t = 0, 1, \dots, N - 1$ yang bergerak pada level j dan pada waktu ke- t (Percival, 2000).

Untuk menggunakan level $j > 1$, koefisien *wavelet* MODWT $\tilde{W}_{j,t} = \tilde{W}_{1,t}, \tilde{W}_{2,t}, \dots, \tilde{W}_{J_0,t}$ digunakan “algoritma piramida” dari Mallat (1989). Pembentukan algoritma piramida berdasarkan nilai pada Tabel 2. Berikut algoritma piramida untuk MODWT yang menghasilkan koefisien Coiflet dan skala disetiap levelnya $j = 1, 2, \dots, J_0$.

$$\tilde{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{V}_{j-1,(t-2^{j-1})l \bmod N} \quad (13)$$

$$\tilde{V}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{j-1,(t-2^{j-1})l \bmod N} \quad (14)$$

1.5.6. Wavelet Thresholding

Wavelet thresholding adalah suatu metode yang digunakan dalam pemrosesan sinyal, terutama untuk pengurangan *noise* atau kompresi data. Proses *thresholding* dilakukan untuk mengurangi jumlah data (Saputra et al, 2019). Teknik ini menggabungkan transformasi *wavelet* dengan proses *thresholding* untuk mempertahankan komponen penting dari data asli sambil menghilangkan komponen *noise* atau detail yang tidak penting. *Wavelet thresholding* juga merupakan metode yang merekonstruksi *wavelet* tertentu untuk menghilangkan random *noise* dari gambar resonansi magnetik atau suatu data (Kusumaningrum, et al., 2017).

Nilai *threshold* dan estimatornya dapat dituliskan:

$$\hat{f}_\lambda = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{t=0}^{2^j-1} I_{\{|\tilde{W}_{j,t}^{(n)}| > \lambda\}} \tilde{W}_{j,t}^{(n)} \psi_{j,t}(u) \quad (15)$$

$$\hat{\theta}_{j,k} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \partial_\lambda \left(\frac{\sqrt{n} \tilde{W}_{j,t}^{(n)}}{\sigma} \right) \quad (16)$$

Dimana,

∂_λ = fungsi *thresholding*

λ = parameter *thresholding*

$\tilde{W}_{j,t}^{(n)}$ = koefisien Coiflet dengan fungsi *thresholding* n

Terdapat langkah-langkah *thresholding* sebagai berikut (Prasetya, 2020):

1. Memilih fungsi *thresholding*, dengan menentukan koefisien *threshold* berdasarkan koefisien *wavelet* yang digunakan. Dalam pemilihan fungsi *thresholding*, menurut Odgen (1997) terdapat dua jenis yaitu fungsi *hard thresholding* dan *soft thresholding* yang didefinisikan sebagai berikut:

Fungsi *Hard Thresholding*, di mana koefisien *wavelet* $\tilde{W}_{j,t}$ menjadi $W_{j,t}^{(h)}$ dengan elemennya:

$$W_{j,t}^{(h)} = \begin{cases} \tilde{W}_{j,t}, & |\tilde{W}_{j,t}| > \lambda \\ 0, & \tilde{W}_{j,t} \text{ yang lain} \end{cases} \quad (17)$$

Fungsi *Soft Thresholding*, dimana koefisies *wavelet* $\tilde{W}_{j,t}$ menjadi $W_{j,t}^{(s)}$ dengan elemennya:

$$W_{j,t}^{(s)} = \begin{cases} \tilde{W}_{j,t} - \lambda, & \tilde{W}_{j,t} > \lambda \\ 0, & \tilde{W}_{j,t} \leq \lambda \\ \tilde{W}_{j,t} + \lambda, & \tilde{W}_{j,t} < -\lambda \end{cases} \quad (18)$$

λ merupakan parameter *thresholding* (Percival & Warden, 2000). Fungsi tersebut digunakan dalam proses estimasi *thresholding*. Fungsi *hard thresholding* dikenal karena sifat diskontinunya, yang megabaikan nilai x yang melebihi nilai λ , sedangkan *soft thresholding* dikenal sifat kontinuantya (Anugrah et al., 2024).

2. Mengestimasi nilai σ

Menurut Donoho dan Jonstone (1995) mengusulkan estimasi σ berdasarkan koefisien *wavelet* berbasis MODWT pada level tertentu. Menurut Odgen (1997), estimasi MAD (*Median of Absolute Deviation*) untuk mengestimasi nilai σ sebagai berikut:

$$\sigma = \frac{\text{median}\{|\tilde{W}_{j-1,k}^{(n)} - \text{median}\tilde{W}_{j-1,k}^{(n)}|\}}{0.6745} \quad (19)$$

Janariah et al (2021) menyatakan prinsip dari estimator *wavelet thresholding* adalah mempertahankan koefisien *wavelet* yang nilainya lebih besar dibandingkan suatu nilai *threshold* tertentu dengan mengabaikan koefisien *wavelet* yang nilainya lebih kecil. Selanjutnya koefisien *wavelet* dan skala digunakan untuk merekonstruksi fungsi aproksimasi yang dicari.

3. Pemilihan Parameter

Menurut Odgen (1997) terdapat salah satu pilihan *threshold* yang bergantung pada banyaknya data pengamatan N yaitu *minimax threshold*. Odgen, (1997) menyebutkan sebuah *threshold* optimal yang diperoleh berdasarkan ukuran sampel N disebut *minimax threshold*. Nilai *threshold* sesuai ukuran sampel ditabelkan oleh Donoho dan Johnstone (1994) pada Tabel yang menunjukkan jumlah data (N) dan nilai *threshold* (λ^M).

Tabel 3. Nilai Minimax Thresholding

N	λ^N	N	λ^N
64	1.474	2048	2.414
128	1.669	4096	2.594
256	1.860	8192	2.773
512	2.048	16384	2.952
1024	2.232	32768	3.131

Sumber: Donoho dan Johnstone (1994)

1.5.7. Mean Absolute Percentage Error

Mean Absolute Percentage Error atau MAPE adalah alat yang digunakan untuk mengukur seberapa akurat suatu model prediksi dengan membandingkan nilai yang diprediksi dengan nilai aktual. MAPE dinyatakan dalam bentuk persentase, sehingga lebih mudah untuk dipahami dan digunakan dalam berbagai konteks.

$$MAPE = \sum_{t=1}^n \frac{\left| \frac{X_t - \tilde{X}_t}{X_t} \right|}{n} \times 100\% \quad (20)$$

Dimana,

n : banyaknya data

X_t : data actual

$\tilde{X}_{j,t}$: data yang telah dilakukan *threshold* untuk level ke $j = 1, 2, dst$

Jika nilai MAPE semakin kecil maka akan semakin tinggi tingkat akurasi dari metode peramalan yang digunakan. Sebaliknya, jika semakin tinggi nilai MAPE maka akan mengakibatkan semakin tidak akurat metode peramalannya, (Anjani & Marpaung., 2022).

1.5.8. Curah Hujan

Curah hujan adalah jumlah air hujan yang jatuh di suatu daerah dalam periode waktu tertentu, biasanya diukur dalam milimeter (mm) atau liter per meter persegi ($\frac{L}{m^2}$). Curah hujan merupakan salah satu parameter penting dalam meteorologi dan digunakan untuk mengukur intensitas hujan. Curah hujan dapat dicatat setiap hari, bulanan, atau tahunan, dan bervariasi tergantung pada berbagai faktor seperti topografi, lokasi geografis, dan kondisi atmosfer. Data curah hujan ini digunakan dalam berbagai bidang seperti pertanian, manajemen sumber daya air, dan bidang lainnya.

BAB II

METODE PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Penelitian ini digunakan data sekunder yang diperoleh dari situs Badan Meterologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) (<https://dataonline.bmkg.go.id>). Data yang digunakan merupakan data runtun waktu dari curah hujan bulanan di Kota Makassar periode Januari 2011-Desember 2022. Data variable penelitian yaitu curah hujan (mm) yang dinotaskan dengan X . Data *training* digunakan sebanyak 128 data (periode Januari 2011-Agustus 2021), sedangkan data *testing* digunakan sebanyak 16 data (periode September 2021-Desember 2022).

2.2 Analisis Data

Analisis yang digunakan untuk pemodelan filter Coiflet adalah metode *wavelet thresholding* dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Pengolahan data ini dilakukan dengan bantuan Ms.excel dan software R-Studio. Berikut tahapan analisis yang dilakukan:

1. Deskripsi data

Deskripsi data berupa gambaran umum dari data.

2. Menghitung *filter* Coiflet berbasis *Discrete Wavelet Transform*

Pada penelitian ini, sebelum dilakukan transformasi *wavelet* perlu diketahui *filter* Coiflet dan *filter* skala berbasis *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Filter skala diketahui pada Tabel 1. Untuk mengetahui *filter* Coiflet dapat dihitung dari persamaan hubungan antara *filter wavelet* dengan *filter* skala. Persamaan yang digunakan sebagai berikut,

$$h_l = (-1)^l g_{L-1-l} \quad (1)$$

3. Menghitung *filter* Coiflet dan filter skala berbasis *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*

Penelitian ini menggunakan metode *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) sehingga menggunakan *filter* Coiflet dan *filter* skala berbasis MODWT. *Filter* Coiflet pada DWT dapat dituliskan dengan $\tilde{h}_l$ maka *filter* Coiflet pada MODWT didefinisikan

$$\tilde{h}_l = \frac{h_l}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

Begitu pula dengan *filter* skala pada MODWT dapat ditulis $\tilde{g}_l$ sedangkan *filter* skala pada MODWT dapat dituliskan

$$\tilde{g}_l = \frac{g_l}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

4. Selanjutnya memeriksa tiga kondisi agar memenuhi syarat sebagai *filter* skala ($\tilde{g}_l$) dan *filter* Coiflet ($\tilde{h}_l$) untuk basis MODWT:

a. $\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1$ dan $\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0$

b. $\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2}$ dan $\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2}$

c. $\sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0$ dan $\sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0$

Apabila telah memenuhi syarat, maka dilakukan transformasi *wavelet* dengan cara mencari koefisien Coiflet dan koefisien skala.

5. Menghitung level resolusi yang digunakan untuk MODWT

Menentukan jumlah level resolusi berdasarkan Persamaan (2) yang dapat dituliskan,

$$j < \log_2 \left(\frac{N}{L-1} + 1 \right) \quad (2)$$

6. Menghitung koefisien Coiflet dan koefisien skala dengan transformasi MODWT dengan $j = 1$

koefisien Coiflet pada MODWT ($\tilde{W}_{j,t}$) dan koefisien skala pada MODWT ($\tilde{V}_{j,t}$) yang dapat dituliskan

$$\tilde{W}_{1,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l X_{(t-l) \bmod N} \quad (11)$$

$$\tilde{V}_{1,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l X_{(t-l) \bmod N} \quad (12)$$

Untuk $t = 0, 1, \dots, N-1$ yang bergerak pada level j dan pada waktu ke- t .

7. Menghitung koefisien Coiflet dan koefisien skala untuk $j > 1$ menggunakan algoritma piramida

Koefisien Coiflet pada MODWT ($\tilde{W}_{j,t}$) dan koefisien skala pada MODWT ($\tilde{V}_{j,t}$) yang dapat dituliskan

$$\tilde{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{V}_{j-1, (t-2^{j-1})l \bmod N} \quad (13)$$

$$\tilde{V}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{j-1, (t-2^{j-1})l \bmod N} \quad (14)$$

8. Menentukan nilai *threshold*

Pemilihan parameter Thresholding menggunakan *minimax threshold*. Karena menggunakan 128 data, maka nilai *threshold minimax* $\lambda^M = 1.669$.

9. Membentuk koefisien *thresholding* menggunakan fungsi *thresholding*

Setelah mendapatkan koefisien Coiflet tiap levelnya, selanjutnya membentuk koefisien yang akan dilakukan *thresholding*. Fungsi *thresholding* yang digunakan adalah *hard thresholding* dan *soft thresholding*. Berikut pembentukan fungsi *hard thresholding* berdasarkan koefisien Coiflet, dan nilai *threshold*,

$$W_{j,t}^{(h)} = \begin{cases} \tilde{W}_{j,t}, & |\tilde{W}_{j,t}| > \lambda \\ 0, & \tilde{W}_{j,t} \text{ yang lain} \end{cases} \quad (17)$$

Kemudian untuk fungsi *soft thresholding*,

$$W_{j,t}^{(s)} = \begin{cases} \tilde{W}_{j,t} - \lambda, & \tilde{W}_{j,t} > \lambda \\ 0, & |\tilde{W}_{j,t}| \leq \lambda \\ \tilde{W}_{j,t} + \lambda, & \tilde{W}_{j,t} < -\lambda \end{cases} \quad (18)$$

10. Melakukan peramalan data *testing* menggunakan estimasi *wavelet* terbaik pada bagian (8) yang dipilih berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) terkecil berdasarkan persamaan (20) untuk fungsi *soft thresholding* dan *hard thresholding*.

$$MAPE = \sum_{t=1}^n \frac{\left| \frac{X_t - \tilde{X}_{j,t}}{X_t} \right|}{n} \times 100\% \quad (20)$$