

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Nilai tukar mata uang merupakan salah satu variabel ekonomi makro yang sangat penting. Hal tersebut karena pergerakan tingkat nilai tukar dapat memengaruhi stabilitas dan kegiatan ekonomi, khususnya transaksi ekonomi secara internasional yang meliputi perdagangan dan investasi (Mokodongan et al., 2018). Selain itu, tingkat kurs juga dapat digunakan karena pergerakan kurs mencerminkan nilai relatif suatu mata uang terhadap mata uang lainnya. Jika nilai tukar mata uang tumbuh secara stabil, hal ini menunjukkan bahwa perekonomian negara tersebut dalam keadaan baik atau stabil (Arianti et al., 2022). Sebagai contoh, Dolar Amerika Serikat (USD) merupakan mata uang yang stabil dan banyak digunakan di pasar global, sehingga nilai tukar rupiah terhadap USD menjadi sangat penting bagi Indonesia. Perubahan nilai tukar rupiah memengaruhi daya beli masyarakat, inflasi, dan kestabilan ekonomi yang mendorong pemerintah untuk menjaga stabilitasnya. Fluktuasi nilai tukar juga berdampak pada sektor ekonomi dan keuangan Indonesia. Oleh karena itu, pemerintah berupaya menjaga stabilitas nilai tukar guna mencegah fluktuasi besar yang dapat merugikan perekonomian. Perubahan signifikan dalam nilai tukar memiliki dampak besar pada sektor ekonomi dan keuangan, sehingga menegaskan pentingnya sistem pemantauan nilai tukar yang cepat dan akurat. Sistem ini memungkinkan penerapan kebijakan yang tepat waktu dan efektif, yang pada akhirnya dapat mencegah meluasnya ketidakstabilan.

Seiring dengan kebutuhan untuk memantau fluktuasi nilai tukar secara lebih efektif, pendekatan *Statistical Process Control* (SPC) mulai diterapkan untuk memantau indikator keuangan dan stabilitas pasar secara berkelanjutan. SPC menyediakan pendekatan statistik yang dapat membedakan variasi normal suatu proses dari pergeseran yang perlu diwaspadai melalui penggunaan peta kendali (Kovarik et al., 2015). Pada tahun 1924, Walter A. Shewhart pertama kali memperkenalkan konsep peta kendali, yang kini dikenal sebagai peta kendali Shewhart. Alat ini dapat digunakan untuk mengendalikan proses menggunakan data atribut maupun variabel (Freitas et al., 2019). Namun, kelemahan utama peta kendali Shewhart adalah hanya menggunakan informasi dari sampel terakhir dan mengabaikan informasi dari sampel sebelumnya. Akibatnya, peta kendali ini kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil pada proses, yaitu di bawah $1,5 \sigma$ (Montgomery, 2013; Nurhaedah et al., 2020). Oleh sebab itu, pada konteks nilai tukar yang sangat fluktuatif, kemampuan mendeteksi pergeseran kecil sejak dini menjadi



igian kebutuhan untuk mendeteksi pergeseran kecil dalam nilai fluktuatif, penggunaan metode yang lebih sensitif terhadap njadi sangat penting. Salah satu pendekatan yang diperkenalkan eteksi pergeseran kecil dalam nilai tukar yang fluktuatif adalah *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Pada tahun 1959,

Roberts memperkenalkan metode ini yang menggunakan pembobotan eksponensial, sehingga perubahan kecil dapat diidentifikasi lebih cepat dibandingkan dengan metode konvensional. Pendekatan ini tidak hanya memberikan bobot lebih besar pada observasi terbaru, tetapi juga tetap mempertahankan kontribusi data historis secara menurun, yang memungkinkan deteksi pola pergeseran kecil bersifat persisten. Hal ini didukung oleh parameter pembobot (λ) pada EWMA, yang memberikan fleksibilitas dalam pemantauan nilai λ kecil meningkatkan sensitivitas terhadap pergeseran kecil, sementara nilai λ besar memberikan respons lebih cepat terhadap perubahan lebih besar (Montgomery, 2013). Selain itu, batas kendali pada peta kendali EWMA disesuaikan dengan variabilitas proses yang menurun secara eksponensial, menjadikannya lebih stabil dan efektif ketika diterapkan pada data keuangan yang memiliki tingkat fluktuasi tinggi.

Berbagai penelitian seperti Antono et al. (2016), Supharakonsakun dan Areepong, (2021), dan Hsu dan Wang, (2024) menunjukkan bahwa peta kendali EWMA mampu memberikan sinyal dini ketidakstabilan pergerakan nilai tukar lebih cepat dibandingkan peta kendali klasik, sehingga lebih sesuai untuk memantau data keuangan. Meskipun demikian, peta kendali hanya akan menghasilkan sinyal yang akurat apabila proses dasar telah dimodelkan dengan baik. Data keuangan umumnya menunjukkan autokorelasi dan heteroskedastisitas bersyarat yang tidak dapat ditangkap oleh model sederhana. Autokorelasi muncul karena nilai-nilai keuangan, termasuk nilai tukar, sering kali dipengaruhi oleh kondisi periode sebelumnya, misalnya akibat pola tren atau reaksi berkelanjutan terhadap informasi pasar (Tsay, 2010). Sementara itu, heteroskedastisitas terjadi karena volatilitas pasar cenderung berkelompok (*volatility clustering*), yakni ketika periode guncangan besar diikuti oleh periode volatilitas tinggi berikutnya. Kondisi ini menyebabkan residual data keuangan tidak konstan dari waktu ke waktu, sehingga diperlukan pendekatan pemodelan yang mampu menangkap dinamika volatilitas tersebut secara lebih fleksibel.

Penelitian sebelumnya seperti Dewiantari et al. (2019) menunjukkan bahwa penggunaan residual model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) pada kurs USD/IDR menghasilkan peta kendali yang lebih akurat dibandingkan data mentah, dengan penerapan peta kendali EWMA yang lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil. Di sisi lain, Kovarik et al. (2015) menggunakan peta kendali ARIMA dan EWMA pada data keuangan yang memiliki heteroskedastisitas, dan menemukan bahwa metode tersebut mampu meningkatkan sensitivitas dalam mendeteksi perubahan kecil. Namun, kelemahan dari penelitian Kovarik adalah tidak menangani heteroskedastisitas secara langsung. Penelitian Doroudyan et al. (2017) mengatasi kekurangan tersebut dengan menggunakan residual *Autoregressive Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARMA-GARCH) yang lebih efektif dalam menangani ketergantungan jangka pendek dan dinamis. Pendekatan ini memungkinkan perubahan kecil, yang pada data mentah, dapat dianalisis dengan lebih akurat. Temuan ini akhirnya mengintegrasikan pemodelan deret waktu dengan peta



kendali yang sensitif untuk mengatasi tantangan dalam memantau data keuangan yang sangat fluktuatif.

Berdasarkan karakteristik tersebut, *Autoregressive Integrated Moving Average-Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARIMA-GARCH) diterapkan karena dapat menangani dua masalah utama dalam data keuangan, yaitu ketergantungan jangka pendek dan perubahan volatilitas yang fluktuatif (Hafizah et al., 2020). Dengan memadukan kedua model ini, ARIMA-GARCH mampu menangkap dinamika volatilitas yang lebih kompleks dibandingkan dengan model ARIMA atau GARCH secara terpisah. Efektivitas model ini diperkuat oleh temuan Maharani et al. (2023) bahwa hasil residual pemodelan ARIMA menunjukkan nilai tukar Rupiah terhadap USD masih mengandung autokorelasi dan heteroskedastisitas, sehingga penggunaan GARCH diperlukan untuk memperoleh residual yang lebih stabil dan sesuai dengan asumsi pengendalian statistik. Pada penerapan SPC, residual hasil pemodelan ini digunakan sebagai dasar analisis karena telah dibersihkan dari pola tren, autokorelasi, dan volatilitas, sehingga lebih tepat untuk dipantau dengan peta kendali. Residual ARIMA-GARCH cenderung memenuhi asumsi independensi dalam SPC, yang meningkatkan ketepatan sinyal yang dihasilkan oleh peta kendali.

Penelitian mengenai volatilitas nilai tukar sudah cukup banyak dilakukan, terutama dalam konteks peramalan. Namun, sebagian besar masih berfokus pada peramalan bukan pada pengembangan sistem pemantauan berbasis residual yang mampu memberikan sinyal dini secara *real-time*. Di sisi lain, penelitian yang menerapkan model ARIMA-GARCH dalam peta kendali statistik untuk pemantauan nilai tukar di Indonesia masih terbatas. Oleh karena itu, diperlukan penelitian yang mampu menghasilkan sistem pemantauan nilai tukar yang lebih adaptif, responsif, dan sesuai dengan karakteristik data keuangan yang dinamis dan kompleks. Berdasarkan permasalahan tersebut, penelitian ini menerapkan prosedur pemantauan nilai tukar Rupiah terhadap USD dengan memanfaatkan residual model ARIMA-GARCH sebagai dasar statistik pada peta kendali EWMA agar sensitivitas pada pergeseran kecil dalam proses dapat ditingkatkan. Efektivitas pendekatan ini dievaluasi menggunakan ukuran *Average Run Length* (ARL), yaitu *In-Control Average Run Length* (IC-ARL) dan *Out-of-Control Average Run Length* (OC-ARL), yang berfungsi untuk menilai kinerja peta kendali baik dalam kondisi stabil maupun saat terjadi penyimpangan. Penelitian ini menggunakan data harian nilai tukar Rupiah terhadap USD untuk merepresentasikan dinamika pasar mata uang asing dengan lebih akurat dan relevan.

1.2 Batasan Masalah



san masalah yang diterapkan pada penelitian ini:

yang diterapkan adalah peta kendali EWMA berbasis residual, andingkannya dengan jenis peta kendali lainnya.

erja peta kendali dibatasi pada dua ukuran performa, yaitu IC-ARL, tanpa mempertimbangkan ukuran kinerja tambahan lainnya.

3. Data yang digunakan dalam penelitian ini mencakup periode 2 Januari 2020 hingga 31 Juli 2025 (hari kerja).

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan batasan masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menentukan bentuk peta kendali EWMA berbasis residual model ARIMA-GARCH untuk memantau nilai tukar secara lebih sensitif terhadap pergeseran kecil dalam proses.
2. Mengevaluasi kinerja peta kendali EWMA berbasis residual model ARIMA-GARCH melalui ukuran IC-ARL dan OC-ARL untuk menilai kemampuan deteksi dini serta kecenderungan sinyal palsu.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memperkuat pemahaman mengenai penerapan *Statistical Process Control* (SPC) pada data keuangan melalui penggunaan peta kendali EWMA berbasis residual ARIMA-GARCH yang lebih sensitif dan stabil. Secara metodologis, penelitian ini menyediakan prosedur pemantauan yang mengintegrasikan pemodelan volatilitas dengan evaluasi kinerja peta kendali melalui IC-ARL dan OC-ARL. Dari sisi praktis, hasil penelitian dapat membantu analis dan pembuat kebijakan mendeteksi pergeseran kecil pada nilai tukar lebih cepat sehingga langkah antisipatif dapat segera dilakukan. Metode ini juga bersifat aplikatif karena dapat diterapkan pada indikator keuangan lain yang memiliki karakteristik volatilitas tinggi.

1.5 Teori Pendukung

1.5.1 Pengendalian Kualitas Statistik

Statistical Quality Control (SPC) merupakan pengendalian kualitas statistik dengan memantau dan mengendalikan sebuah proses produksi. Pengendalian kualitas perlu dilakukan untuk memantau dan mengendalikan produk atau jasa agar sesuai dengan standar. Pengendalian kualitas dilakukan sebagai upaya mengurangi variabilitas atau kesalahan yang dapat menyebabkan produk atau jasa tidak sesuai dengan konsumen. Salah satu alat pengendalian kualitas statistik atau SPC, yaitu peta kendali. Peta kendali memperlihatkan kestabilan suatu proses secara statistika. Peta kendali merupakan alat yang membedakan adanya variasi dari sebab umum (*common cause*) dan sebab khusus (*assignable cause*). Variasi dari sebab khusus biasanya berada di luar batas pengendali dan sebab umum berada di dalam batas pengendali (Dewiantari et al., 2019).

1.5.2 Peta Kendali



1 metode berbasis grafik yang digunakan untuk menilai apakah an dalam batas pengendalian kualitas secara statistik, sehingga mengidentifikasi masalah dan mendorong peningkatan kualitas. ery, (2013), peta kendali dapat dimanfaatkan oleh pihak i sarana untuk mencapai sasaran mutu proses yang diinginkan.

Garis tengah serta batas kendali dalam peta tersebut dapat ditetapkan sebagai nilai standar yang disesuaikan oleh manajemen, sehingga proses yang berjalan diharapkan tetap berada dalam batas mutu yang telah ditentukan. Selvamuthu & Das, (2018), menyebutkan bahwa terdapat beberapa jenis peta kendali berdasarkan jenis data pengukuran yang dipakai (data variabel atau data atribut). Peta Kendali pertama kali diperkenalkan oleh DR. Walter Andrew Shewart pada tahun 1924 dengan maksud menghilangkan variasi tidak normal melalui pemisahan variasi yang disebabkan oleh penyebab khusus dan variasi yang disebabkan oleh sebab umum (Selvamuthu & Das, 2018). Saghir et al, (2020) menyatakan bahwa berdasarkan karakteristik data yang digunakan, bagan kendali shewhart dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis, yaitu:

1. Bagan kendali variabel, yaitu bagan kendali yang memonitor karakteristik numerik atau karakteristik kualitas hasil produk yang dapat diukur seperti tinggi, berat, suhu, volume, dan lain-lain.
2. Bagan kendali atribut, bagan kendali yang memonitor karakteristik non numerik atau karakteristik kualitas yang diklasifikasikan berdasarkan sifat produk seperti produk cacat dan tidak cacat, memuaskan atau tidak memuaskan, maupun penentuan ukuran kecil, sedang, atau besar.

Peta kendali sederhana dengan terdiri dari tiga garis, yaitu garis tengah (*center line*), garis batas atas atau UCL (*Upper Control Limit*) dan garis batas bawah atau LCL (*Lower Control Limit*). Secara umum, bentuk peta kendali Shewhart dapat dinyatakan pada Persamaan (1).

$$\begin{aligned}
 UCL &= \mu + L\sigma \\
 CL &= \mu \\
 LCL &= \mu - L\sigma
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

1.5.3 Stasioneritas

Pembentukan model deret waktu mensyaratkan bahwa data berada dalam kondisi stasioner. Suatu deret waktu dikatakan stasioner apabila nilai tengah dan variansnya konstan dari waktu ke waktu. Evaluasi kestasioneran varians dapat dilakukan menggunakan plot *Box-Cox*, di mana koefisien λ (lambda) yang mendekati satu menunjukkan bahwa varians telah stabil (Fakhriyana et al., 2016). Kestasioneran rata-rata dapat diamati melalui plot deret waktu; grafik yang berfluktuasi stabil di sekitar garis mendatar menandakan bahwa rata-rata bersifat konstan. Jika kondisi tersebut tidak terpenuhi, proses pembedaan (*differencing*) diperlukan untuk mencapai stasioneritas (Ruppert, 2011).



i memanfaatkan data deret waktu berupa nilai tukar Rupiah tuk keperluan pengendalian kualitas, sehingga stasioneritas ting karena mencerminkan kestabilan rata-rata dan ragam suatu an stasioneritas rata-rata dilakukan menggunakan Uji *Augmented*), yang mengacu pada model dasar sebagaimana ditunjukkan) dan Persamaan (3).

$$Y_t = \delta Y_{t-1} + \phi_1(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \dots + \phi_k(Y_{t-p} - Y_{t-k-1}) + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$Y'_t = \delta Y_{t-1} + \phi_1 Y'_{t-1} + \dots + \phi_k Y'_{t-k-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

dengan Y_t adalah data deret waktu pada periode ke- t , dan k adalah ordo *lag* dari proses autoregresi.

Hipotesis :

$H_0 : \delta = 0$ (Terdapat *unit root* sehingga data tidak stasioner)

$H_1 : \delta \neq 0$ (Tidak terdapat *unit root* sehingga data sudah stasioner)

Statistik uji dari ADF adalah statistik- t dari penguga koefisien δ dari metode regresi kuadrat terkecil. Statistika uji ADF sebagai berikut:

$$ADF = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (4)$$

dengan $\hat{\delta}$ adalah penduga dari koefisien δ dan $SE(\hat{\delta})$ adalah nilai standar residual dari $\hat{\delta}$. Keputusan menolak H_0 jika nilai ADF > nilai kritis *Dickey Fuller* atau $p\text{-value} < \alpha$, sehingga disimpulkan bahwa data stasioner. sebaliknya, jika nilai ADF < nilai kritis *Dickey Fuller* atau $p\text{-value} > \alpha$, maka H_0 gagal ditolak, artinya data tidak stasioner dan perlu dilakukan pembedaan (*differencing*) hingga data menjadi stasioner. Stasioner dibagi menjadi 2 yaitu :

1. Stasioner dalam rata-rata

Sebuah data dikatakan stasioner dalam rata-rata apabila fluktuasinya berpusat di sekitar suatu nilai rata-rata yang tetap, tidak berubah seiring waktu, dan memiliki variansi yang relatif stabil. Umumnya, karakteristik ini dapat dikenali melalui pola pada plot data, sehingga memungkinkan untuk mengidentifikasi apakah data tersebut bersifat stasioner atau tidak.

2. Stasioner dalam Variansi

Data deret waktu dikatakan stasioner dalam variansi jika pola fluktuasinya konsisten dari waktu ke waktu, tanpa menunjukkan perubahan yang signifikan. Untuk mengamati karakteristik ini secara visual, dapat digunakan plot *time series* dengan memperhatikan kestabilan fluktuasi data sepanjang periode pengamatan.

1.5.4 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Dalam metode *time series*, alat utama untuk mengidentifikasi model dari data yang akan diramalkan menggunakan fungsi autokorelasi/*Autocorrelation Function* (ACF) dan fungsi autokorelasi parsial/*Partial Autocorrelation Function* (PACF).



lasi

an et al, (2018) pada fungsi autokorelasi (ACF), ρ_k merupakan antara dua nilai y_t dan y_{t+k} dengan jarak k bagian atau disebut si pada *lag* k untuk y_t yang stasioner memiliki rata-rata $E(y_t) = \mu$

dan variansi $Var(y_t) = E(y_t - \mu)^2 = \sigma^2$ adalah konstanta. Autokovarian antara y_t dan y_{t+k} didefinisikan melalui Persamaan (5).

$$\gamma = Cov(y_t, y_{t+k}) = E(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu) \quad (5)$$

dan korelasi antara y_t dan y_{t+k} dinyatakan dalam bentuk fungsi autokorelasi seperti pada Persamaan (6).

$$\rho_k = \frac{Cov(y_t, y_{t+k})}{\sqrt{Var(y_t)Var(y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (6)$$

Pada analisis *time series*, γ_k disebut sebagai fungsi autokovarian dan ρ_k disebut sebagai fungsi autokorelasi yang merupakan ukuran keeratan antara y_t dan y_{t+k} dari proses yang sama yang hanya dipisahkan oleh waktu ke- k . Karena autokorelasi populasi tidak dapat dihitung secara langsung, nilai autokorelasi dihitung berdasarkan sampel menggunakan Persamaan (7).

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Keterangan :

ρ_k : Koefisien autokorelasi pada lag k
 y_t : data pengamatan pada waktu ke- t
 $\bar{y}$: rata-rata data pengamatan

dengan $\bar{y} = \sum_{t=1}^n \frac{y_t}{n}$ adalah rata-rata sampel. Nilai ρ_k yang mendekati ± 1 mengidentifikasi adanya korelasi tinggi, sedangkan ρ_k yang mendekati nol akan mengidentifikasi adanya hubungan yang lemah. Diagram ACF dapat digunakan sebagai alat untuk mengidentifikasi kestasioneran data. Jika diagram ACF cenderung turun lambat atau turun secara linear, maka dapat disimpulkan data belum stasioner dalam rata-rata.

2. Fungsi Autokorelasi Parsial

Fungsi autokorelasi parsial (PACF) adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi parsial antara pengamatan pada waktu t dengan pengamatan pada waktu tingkat keeratan (*association*) antara y_t dan y_{t+k} apabila pengaruh dari *time lag* 1, 2, 3, ... dan seterusnya sampai ke $k - 1$ dianggap terpisah. Rumus autokorelasi parsial adalah :



$$\phi_{kk} = corr(y_t, y_{t-k} | y_{t+1}, \dots, y_{t+k-1})$$

ditentukan melalui Persamaan Yule Walker sebagai berikut :

$$\rho_i = \phi_{k1}\rho_{t-1} + \dots + \phi_{kk}\rho_{t-k}, t = 1, 2, \dots, k - 1$$

Durbin pada tahun 1960 telah memperkenalkan metode yang lebih efisien untuk menyelesaikan Persamaan Yule Walker (Panjaitan et al., 2018), Metode tersebut dirumuskan dalam Persamaan (8).

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{t=1}^{k-1} \phi_{k-1} \rho_{k-t}}{1 - \sum_{t=1}^{k-1} \phi_{k-1} \rho_t} \quad (8)$$

dimana $\phi_{kk} = \phi_{k-1,t} - \phi_{kk} \phi_{k-1,k-t}$, untuk $t = 1, 2, \dots, k-1$

1.5.5 Model Autoregressive

Model *Autoregressive* (AR) adalah model yang menggambarkan bahwa variabel dependen dipengaruhi oleh variabel dependen itu sendiri. Orde dari model AR (p) ditentukan oleh jumlah periode variabel independen yang masuk dalam model. Bentuk umum model AR (p) pada Persamaan (9) berikut (Ruppert, 2011):

$$\phi_p(B)Y_t = \mu + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (10)$$

Keterangan :

Y_t : observasi deret waktu ke- t yang stasioner

μ : rata-rata umum

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$: koefisien model *autoregressive*

Y_{t-k} : observasi pada waktu ke $t - k$, untuk $k = 1, 2, \dots, p$

ε_t : residual waktu ke- t

1.5.6 Model Moving Average

Model *moving average* disebut juga sebagai model rata-rata bergerak. *Moving average* (MA) digunakan untuk menjelaskan suatu fenomena bahwa suatu observasi pada waktu t dinyatakan sebagai kombinasi linear dari jumlah acak. Perbedaan model *moving average* dengan model *autoregressive* terletak pada jenis variabel independen. Bila variabel independen pada model *autoregressive* adalah nilai sebelumnya (*lag*) dari variabel dependen (Y_t) itu sendiri, maka pada model *moving average* sebagai variabel independen adalah nilai residual pada periode sebelumnya. Bentuk umum Persamaan model MA (q) pada Persamaan (11) adalah sebagai berikut (Ruppert, 2011):

$$Y_t = \mu + \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (11)$$

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (12)$$



ε_{t-k} : residual pada waktu ke $t - k$, untuk $k = 1, 2, \dots, q$
 ε : residual waktu ke- t

1.5.7 Model Autoregressive Moving Average

Model ARMA merupakan gabungan dari model AR pada Persamaan (9) dan MA pada Persamaan (11). secara model ARMA dapat dituliskan pada Persamaan (13) (Ruppert, 2011).

$$\phi_p(B)Y_t = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (13)$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \dots - \phi_p B^p)Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_1 B^2 - \dots - \theta_q B^q)\varepsilon_t \quad (14)$$

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (15)$$

dimana, Y_t adalah kombinasi dari model autoregresi dan model rata-rata bergerak. Y_{t-p} dan ε_{t-k} sama seperti Persamaan (9) dan Persamaan (11), ϕ dan θ adalah koefisien model p dan q yang menandakan orde dari model ARMA.

1.5.8 Model Autoregressive Integrated Moving Average

Model ARIMA sering juga disebut metode deret waktu *Box-Jenkins*. ARIMA merupakan hasil penggabungan model *autoregressive* AR (p), *moving average* MA (q) dengan proses *differencing* (d). Model *autoregressive* adalah suatu bentuk regresi, tetapi tidak menghubungkan variabel tak bebas melainkan menghubungkan nilai-nilai sebelumnya pada lag (selang waktu) yang bermacam-macam. Jadi, suatu model *autoregressive* akan menyatakan suatu ramalan sebagai fungsi nilai-nilai sebelumnya dari deret waktu tertentu (Nurfadila & Ilham, 2020). Sedangkan model *moving average* merupakan model yang menggambarkan ketergantungan variabel terikat terhadap nilai-nilai *residual* pada waktu sebelumnya yang berurutan. Secara umum, bentuk model ARIMA (p, d, q) sebagai berikut:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Y_t = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (16)$$

dengan $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$ dan $\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$. Model ARIMA memiliki beberapa asumsi residual, diantaranya adalah residual yang saling bebas dan ragam residual homogen. Jika asumsi saling bebas tidak terpenuhi maka diatasi dengan menggunakan metode selisih beda pertama (*difference method*) atau dengan kata lain dilakukan penurunan terhadap residual. Ragam residual yang tidak homogen diatasi dengan menggunakan ARCH-GARCH.



Aggressive Conditional Heteroscedasticity

pakan perkembangan pemodelan data deret waktu yang dapat homogenan ragam. Model ARCH dibuat secara khusus untuk meramalkan ragam bersyaratnya. Ragam dari peubah tak bebas di fungsi dari sejumlah q data acak sebelumnya (Ruppert, 2011).

Jika didefinisikan q adalah orde atau panjang *lag* yang digunakan, maka Persamaan (17) yang merupakan bentuk umum dari model ARCH(q) adalah sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2 \quad (17)$$

Keterangan :

- σ_t^2 : penduga ragam residual pada waktu ke- t
- ε_{t-k} : residual pada waktu ke $t - k$, untuk $k = 1, 2, \dots, q$
- α_k : parameter residual pada waktu ke- k , untuk $k = 1, 2, \dots, q$
- ω : konstanta model ARCH

Nilai ω_0 dan α_k harus lebih besar dari 0 karena nilai standar deviasi dan ragam tidak bisa negatif serta nilai dari α_k seharusnya lebih kecil dari 1 agar prosesnya menjadi stasioner (Ruppert., 2011). Kelemahan dari ARCH adalah apabila series data memiliki volatilitas yang tinggi, maka akan menimbulkan pemakaian orde yang besar pada ARCH. Orde yang besar ini akan membuat model ARCH menjadi tidak efisien.

1.5.10 Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*

Model ARCH pertama kali dikembangkan Bollerslev pada tahun 1986 mengembangkan model ARCH ke dalam model yang lebih umum yang dikenal sebagai *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH). Model ini digunakan untuk mengatasi orde yang terlalu besar pada model ARCH. Bentuk umum model GARCH(p, q) pada Persamaan (18) berikut (Tsay, 2010):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2 + \sum_{k=1}^p \beta_k \sigma_{t-k}^2 \quad (18)$$

Keterangan :

- ω : konstanta model GARCH
- σ_t^2 : penduga ragam residual pada waktu ke- t
- ε_{t-k} : residual pada waktu ke $t - k$, untuk $k = 1, 2, \dots, q$
- α_k : parameter residual pada waktu ke- k , untuk $k = 1, 2, \dots, q$
- σ_{t-k}^2 : ragam residual pada waktu ke $t - k$, untuk $k = 1, 2, \dots, p$
- β_k : parameter ragam residual pada waktu ke- k , untuk $k = 1, 2, \dots, p$

Kelemahan dari model GARCH adalah tidak bisa menangkap pengaruh asimetrik. Pengaruh asimetrik adalah perbedaan besarnya perubahan pada volatilitas ketika terjadi pergerakan nilai return. Keasimetrian yang terjadi dapat berupa korelasi negatif atau positif antara nilai return sekarang dengan volatilitas yang akan datang (Ruppert, 2011). Korelasi negatif antara perubahan volatilitas dengan nilai return, kecenderungan volatilitas mengalami kenaikan ketika return mengalami penurunan ketika return positif disebut efek leverage.



»X

wa residual *white noise* artinya tidak terdapat korelasi antara ε_t dengan ε_{t-k} sama dengan nol dan varians konstan. Residual dari suatu

model dikatakan telah *white noise* apabila antara *residual* saling independen. Pengujiannya adalah sebagai berikut (Panjaitan et al., 2018).

Hipotesis:

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (residual *white noise* artinya tidak terdapat korelasi antar residual)

H_1 : minimal ada satu nilai $\rho_t \neq 0; t = 1, 2, \dots, k$ (residual tidak *white noise* artinya terdapat korelasi antar residual)

Statistik uji dari *Ljung-Box* adalah sebagai berikut:

$$Q = n(n+2) \sum_{t=1}^k \frac{\hat{\rho}_t^2}{(n-t)} \quad (19)$$

Keterangan :

n : ukuran sampel

k : banyaknya *lag* yang diuji

$\hat{\rho}_t^2$: autokorelasi *residual* pada *lag* ke- t

p : orde model AR

q : orde model MA

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $Q > \chi^2_{(a, k-(p+q))}$. Atau p -value $< \alpha$ yang memiliki arti bahwa residual tidak *white noise*.

Berdasarkan hasil uji *white noise*, jika hipotesis nol ditolak (Tolak H_0), maka dapat disimpulkan bahwa residual tidak *white noise* dan model perlu diperbaiki dan begitupun sebaliknya, jika H_0 diterima maka residual adalah *white noise*, yang artinya menunjukkan bahwa model sudah memadai tanpa perlu diperbaiki lebih lanjut.

1.5.12 Uji *Lagrange-Multiplier*

Model ARCH dan GARCH digunakan apabila varian dalam model terdapat varian yang tidak konstan (*heteroscedasticity*). Untuk mengecek ada tidaknya efek ARCH, dapat dilakukan menggunakan statistik uji *Lagrange Multiplier* (LM) yang dikenalkan oleh Engle (Tsay, 2010).

Hipotesis:

$H_0 : \alpha_1 = \dots = \alpha_k = 0$ (residual tidak memiliki masalah heteroskedastisitas)

H_1 : minimal ada satu nilai $\alpha_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, k$ (residual memiliki masalah heteroskedastisitas)

Statistik uji diidentifikasi sebagai berikut:

$$LM = TR^2 \sim \chi^2_{a/2, k} \quad (20)$$



akan jumlah observasi residual dan R^2 merupakan koefisien regresi kuadrat residual $\hat{\varepsilon}_t^2$ terhadap lag-lag kuadrat residual hingga

kriteria uji :

Tolak H_0 jika nilai probabilitas $LM > \chi^2_{(\alpha/2, k)}$ atau $p - value < \alpha$ yang berarti terdapat efek ARCH-GARCH dalam *residual*.

1.5.13 Pemilihan Model Terbaik

Salah satu kriteria yang digunakan untuk menentukan model terbaik adalah *Akaike Information Criterion* (AIC). Dengan AIC, model terbaik dipilih dengan mempertimbangkan jumlah parameter yang terdapat di dalam model. AIC dapat digunakan untuk membandingkan seberapa baik suatu model sesuai dengan data dengan tetap memperhitungkan kompleksitas model. Kriteria pemilihan model berdasarkan residual menggunakan nilai AIC minimum (Tsay, 2010), yang didefinisikan sebagai:

$$AIC(M) = -2 \ln[\text{maksimum}_{likelihood}] + 2M$$

$$AIC(M) = n \ln \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2M \quad (21)$$

Keterangan :

- n : banyaknya residual
 M : jumlah parameter di dalam model
 $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$: varians dari residual

Pada pemilihan model terbaik yang digunakan untuk peramalan, model yang lebih baik adalah model yang meminimalkan nilai AIC. AIC memperkirakan jumlah relatif dari informasi yang hilang akibat penggunaan suatu model. Oleh karena itu, semakin kecil nilai AIC menunjukkan semakin sedikit informasi yang hilang, sehingga kualitas model tersebut semakin tinggi. Dengan demikian, model dengan nilai AIC terkecil dipilih sebagai model terbaik (Tsay, 2010).

1.5.14 Uji Kolmogorov Smirnov

Uji normalitas adalah pengujian data untuk melihat apakah nilai residual terdistribusi normal atau tidak (Bisma dan Sanggala, 2025). Data yang berdistribusi normal akan memperkecil kemungkinan terjadinya bias pada data. Dalam penelitian ini untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal dilakukan Uji *Kolmogorov Smirnov*.

Hipotesis:

- H_0 : Residual mengikuti distribusi normal
 H_1 : Residual tidak mengikuti distribusi normal

Statistik Uji *Kolmogorov–Smirnov* didefinisikan pada Persamaan (22).



$$D = \max |F_n(\varepsilon_t) - F(\varepsilon_t)| \quad (22)$$

- $F_n(\varepsilon_t)$: distribusi kumulatif empiris residual
 $F(\varepsilon_t)$: distribusi kumulatif normal teoretis
 D : selisih maksimum antara keduanya (*deviasi maksimum*)

Statistik uji *Kolmogorov–Smirnov* dihitung sebagai selisih maksimum antara fungsi distribusi kumulatif empiris dari residual dan fungsi distribusi kumulatif distribusi normal teoretis. Keputusan uji ditentukan dengan membandingkan nilai statistik D dengan nilai kritis D_{tabel} , atau dengan menggunakan $p\text{-value}$. Hipotesis nol (H_0), yang menyatakan bahwa residual mengikuti distribusi normal, ditolak apabila $D \geq D_{\text{tabel}}$. Alternatifnya, menggunakan pendekatan $p\text{-value}$, H_0 ditolak apabila $p\text{-value} < \alpha$ yang berarti residual tidak berdistribusi normal pada taraf signifikansi α .

1.5.15 Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average*

Peta kendali *exponentially weighted moving average* (EWMA) pertama kali digagas oleh Roberts pada tahun 1959. Model pendekatan ini dapat digunakan untuk mengontrol data atribut ataupun data variabel dengan menggunakan keseluruhan data historis (Blevins et al., 2019). Selain itu model pendekatan EWMA juga digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran dalam rata-rata suatu proses. Hal ini terjadi karena model pendekatan EWMA menggunakan semua informasi dari semua sampel (Hamsa et al., 2019).

Menurut Montgomery, (2013) pemberian parameter pembobot (λ) bernilai $0 < \lambda \leq 1$ untuk memberikan bobot pada data awal sehingga model pendekatan bisa lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran data. Lebih lanjut lagi (Montgomery, 2013) menyatakan bahwa dalam praktiknya, nilai $\lambda = 0,05$; $\lambda = 0,1$; $\lambda = 0,3$ dan $L = 3$ adalah pilihan yang populer dalam mendeteksi pergeseran proses yang kecil.

Secara matematis model pendekatan EWMA didefinisikan seperti pada Persamaan (23).

$$Z_t = \lambda \varepsilon_t + (1 - \lambda)Z_{t-1} \quad (23)$$

Keterangan:

- Z_t : nilai EWMA pada waktu ke- t
- ε_t : nilai residual pengamatan pada waktu ke- t
- λ : parameter pembobot dengan $0 < \lambda < 1$
- t : waktu subgrup dari pengamatan dengan $t = 1, 2, \dots, n$

dengan ε_t ($t = 1, 2, \dots, n$) merupakan peubah acak dari distribusi normal yang saling independen. Z_0 merupakan nilai awal yang diperoleh dari nilai rata-rata hasil pengamatan seperti pada Persamaan (24).

$$Z_0 = \bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t}{n} \quad (24)$$

Berdasarkan Persamaan (23), maka akan diperoleh Persamaan (25), Persamaan (26), dan Persamaan (27).



$$\begin{aligned} (1 - \lambda)Z_{1-1} \\ (1 - \lambda)Z_0 \\ (1 - \lambda)Z_{2-1} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda \varepsilon_2 + (1 - \lambda) Z_1 \\
&= \lambda \varepsilon_2 + (1 - \lambda) [\lambda \varepsilon_1 + (1 - \lambda) Z_0] \\
&= \lambda \varepsilon_2 + \lambda(1 - \lambda) \varepsilon_1 + (1 - \lambda)^2 Z_0
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
Z_3 &= \lambda \varepsilon_3 + (1 - \lambda) Z_{3-1} \\
&= \lambda \varepsilon_3 + (1 - \lambda) Z_2 \\
&= \lambda \varepsilon_3 + (1 - \lambda) [\lambda \varepsilon_2 + \lambda(1 - \lambda) \varepsilon_1 + (1 - \lambda)^2 Z_0] \\
&= \lambda \varepsilon_3 + \lambda(1 - \lambda) \varepsilon_2 + \lambda(1 - \lambda)^2 \varepsilon_1 + (1 - \lambda)^3 Z_0
\end{aligned} \tag{27}$$

dari Persamaan (25), Persamaan (26), dan Persamaan (27), terlihat bahwa bentuk umum Z_t dapat diperoleh melalui proses rekursi terhadap Z_{t-m} , untuk $m = 4, 5, 6, \dots, t$. Dengan mengikuti pola tersebut, diperoleh bentuk umum seperti ditunjukkan pada Persamaan (28).

$$\begin{aligned}
Z_t &= \lambda \varepsilon_t + \lambda(1 - \lambda) \varepsilon_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{t-2} \varepsilon_{t-(t-2)} + \\
&\quad \lambda(1 - \lambda)^{t-1} \varepsilon_{t-(t-1)} + (1 - \lambda)^t Z_{t-t} \\
Z_t &= \lambda \varepsilon_t + \lambda(1 - \lambda) \varepsilon_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{t-2} \varepsilon_2 + \lambda(1 - \lambda)^{t-1} \varepsilon_1 + \\
&\quad (1 - \lambda)^t Z_0
\end{aligned} \tag{28}$$

secara sederhana, Persamaan (28) dapat direpresentasikan dalam bentuk yang ditampilkan pada Persamaan (29).

$$Z_t = \lambda \sum_{m=0}^{t-1} (1 - \lambda)^m \varepsilon_{t-m} + (1 - \lambda)^t Z_0 \tag{29}$$

Terlihat adanya pergerakan *average* yang tidak hanya terjadi untuk ε_1 , namun untuk residual data terbaru $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_t$. Pergerakan *average* untuk tiap Z_t disebut sebagai persamaan *moving average* atau rata-rata bergerak. Selain itu, pada Persamaan (28) dapat diperhatikan bahwa bobot menurun secara eksponensial dari rata-rata subgrup terdahulu hingga rata-rata subgrup terbaru, yaitu $\lambda(1 - \lambda)^0, \lambda(1 - \lambda)^1, \lambda(1 - \lambda)^2, \dots, \lambda(1 - \lambda)^{t-2}, \lambda(1 - \lambda)^{t-1}$. Pada Z_t terdapat adanya pergerakan *average* serta bobot yang mengalami penurunan secara eksponensial, sehingga Z_t disebut dengan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*).



di Z_t terdapat nilai pemusatan serta ukuran penyebaran yang ikut datanya. Nilai pemusatan dari EWMA merupakan nilai rata-rata, dan ukuran penyebaran merupakan nilai variansi. Nilai rata-rata peta kendali dari ekspektasi Z_t dengan nilai rata-rata yang diinginkan adalah akan dengan Persamaan (30).

$$E[Z_t] = \mu_0 = Z_0 \quad (30)$$

Adapun nilai variansi dari Z_t ditunjukkan pada Persamaan (31).

$$\begin{aligned} \sigma_{Z_t}^2 &= \text{var}(Z_t) \\ &= \frac{\lambda \sigma_{\varepsilon_t}^2 (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda} \end{aligned} \quad (31)$$

dari Persamaan (31) diperoleh bahwa $Z_t \approx N\left(Z_0, \frac{\lambda \sigma_{\varepsilon_t}^2 (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}\right)$, yang berarti rata-rata (μ) = Z_0 dan variansi ($\sigma_{Z_t}^2$) = $\frac{\lambda \sigma_{\varepsilon_t}^2 (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}$. Kemudian didefinisikan batas kelas atas (UCL) dan batas kelas bawah (LCL) untuk diagram kontrol EWMA yang ditunjukkan oleh Persamaan (32) dan Persamaan (33).

$$\begin{aligned} UCL &= Z_0 + L\sigma_{Z_t} \\ &= Z_0 + L\sqrt{\frac{\lambda \sigma_{\varepsilon_t}^2 (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}} \\ &= Z_0 + L\sigma_{\varepsilon_t}\sqrt{\frac{\lambda (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} LCL &= Z_0 - L\sigma_{Z_t} \\ &= Z_0 - L\sqrt{\frac{\lambda \sigma_{\varepsilon_t}^2 (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}} \\ &= Z_0 - L\sigma_{\varepsilon_t}\sqrt{\frac{\lambda (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}} \end{aligned} \quad (33)$$

Nilai t yang makin meningkat mengakibatkan nilai $(1 - \lambda)^{2t}$ mendekati nol, sehingga nilai variansi $\sigma_{Z_t}^2$ menuju ke nilai limitnya.

$$\sigma_{Z_t}^2 \approx \sigma_{Z_\infty}^2 = \frac{\lambda \sigma_{\varepsilon_t}^2}{2 - \lambda} \quad (34)$$

Nilai variansi dari Z_t akan konstan sebagaimana ditunjukkan pada Persamaan (34). Persamaan (32) menjadi Persamaan (35) yang merupakan batas kendali atas (*Upper Control Limit*) dan Persamaan (33) menjadi Persamaan (36) yang merupakan batas kendali bawah (*Lower Control Limit*) untuk rata-rata proses.



$$L\sigma_{\varepsilon_t}\sqrt{\frac{\lambda (1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}}$$

$$= Z_0 + L\sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} LCL &= Z_0 - L\sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2t})}{2-\lambda}} \\ &= Z_0 - L\sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \end{aligned} \quad (36)$$

Keterangan :

- L : Lebar batas kendali
 λ : Parameter pembobotan EWMA
 Z_0 : Garis Tengah (*Center Line*)
 σ_{ε} : Standar deviasi residual
 UCL : Batas kendali atas (*Upper Control Limit*)
 LCL : Batas kendali bawah (*Lower Control Limit*)

Apabila statistik karakteristik kualitas berada di antara Garis Tengah dan UCL atau LCL, maka suatu proses dapat dikatakan terkendali. Montgomery, (2013) menyatakan bahwa konstanta L dapat mempengaruhi jarak antara CL dengan batas kendali. Umumnya nilai L berada di antara $1 \leq L \leq 6$. Tingkat kesalahan dinyatakan menjadi semakin kecil apabila nilai L semakin tinggi. peta kendali EWMA dasumsikan bahwa pengamatan prosesnya berdistribusi normal, maka probabilitas pola sebaran data pengamatan mengikuti kurva distribusi normal. Oleh karena itu, digunakan $L = 3$ sebagai lebar batas kontrol untuk peta kendali EWMA.

1.5.16 Average Run Length

Average Run Length (ARL) adalah jumlah titik sampel yang diharapkan muncul hingga peta kendali memberikan sinyal pertama, baik saat proses masih terkendali (*in-control*) maupun ketika terjadi pergeseran (*out-of-control*). Dalam peta kendali EWMA, nilai IC-ARL ≈ 500 sering direkomendasikan karena cukup besar untuk menjaga *false signal* tetap rendah. Montgomery, (2013) menyebutkan bahwa kombinasi $\lambda = 0,05-0,3$ dan $L = 2,6-3,1$ umumnya menghasilkan IC-ARL tersebut. Temuan serupa oleh Lucas dan Saccucci (1990) dalam Montgomery (2013), menunjukkan bahwa pengaturan parameter tersebut secara konsisten menghasilkan IC-ARL sekitar 500, sehingga banyak digunakan sebagai standar. Dengan demikian, uran utama efektivitas peta kendali. Nilai ARL terdiri atas ARL_0 (L_1 (*out-of-control*)), yang dihitung melalui Persamaan (37) dan

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (37)$$



$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta} \quad (38)$$

Persamaan (37) dan Persamaan (38) menggambarkan rata-rata panjang run hingga peta kendali memberikan sinyal. ARL_0 mengukur panjang run ketika proses *in control*, dengan α sebagai probabilitas kesalahan Tipe I (*false signal*). ARL_1 mengukur panjang run ketika proses *out of control*, dengan β sebagai probabilitas kesalahan Tipe II (*missed detection*). ARL_0 menunjukkan frekuensi sinyal palsu, sementara ARL_1 menunjukkan seberapa cepat peta kendali mendeteksi perubahan.

Salah satu metode yang banyak digunakan untuk menghitung *Average Run Length* (ARL) adalah simulasi *Monte Carlo*. Metode ini dilakukan dengan membangkitkan data secara acak dari distribusi tertentu, kemudian menjalankan eksperimen berulang (ribuan kali) untuk memperoleh distribusi *run length*. Dengan cara ini, nilai ARL dapat dihitung baik pada kondisi ideal maupun ketika data menyimpang dari asumsi distribusi normal. Penelitian yang dilakukan oleh Nawaz et al, (2020) menjelaskan bahwa simulasi *Monte Carlo* digunakan untuk mengevaluasi kinerja peta kendali dalam kondisi terkendali maupun tidak terkendali, dengan *Average Run Length* (ARL) sebagai ukuran utama untuk menilai kemampuan peta kendali dalam mendeteksi pergeseran proses secara cepat. Hal ini menunjukkan bahwa simulasi *Monte Carlo* merupakan pendekatan yang efektif untuk mengevaluasi performa peta kendali, khususnya ketika data berasal dari distribusi non-normal yang sering ditemui pada proses nyata.

1.5.17 Kurs Rupiah

Nilai tukar atau kurs adalah harga suatu mata uang terhadap mata uang lain yang terbentuk melalui interaksi permintaan dan penawaran di pasar valuta asing. Kurs menjadi salah satu indikator utama dalam perekonomian karena fluktuasinya memengaruhi stabilitas harga, daya saing ekspor, hingga arus investasi asing. Beberapa penelitian mutakhir menunjukkan bahwa nilai tukar Rupiah sangat dipengaruhi oleh faktor makroekonomi seperti inflasi, suku bunga, serta faktor eksternal seperti harga minyak dunia dan ketidakpastian global (Kurniawan et al., 2024). Dalam konteks kebijakan, Indonesia menganut sistem nilai tukar mengambang terkendali (*managed floating*), di mana kurs ditentukan oleh mekanisme pasar namun Bank Indonesia tetap melakukan intervensi melalui operasi pasar valas dan pengelolaan cadangan devisa untuk menjaga stabilitas Rupiah.

Stabilitas nilai tukar memiliki peran strategis bagi perekonomian nasional. Volatilitas kurs yang berlebihan dapat meningkatkan biaya impor, mendorong inflasi, kepercayaan investor (Farid & Anward, 2025). Oleh karena itu, analisis dan pemantauan kurs dikembangkan untuk mendeteksi secara dini. Salah satu pendekatan yang relevan adalah I GARCH yang mampu menangkap sifat heteroskedastik dan lara kurs, kemudian dikombinasikan dengan peta kendali EWMA berkelanjutan.



BAB II

METODE PENELITIAN

2.1 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang bersumber dari Bank Indonesia mengenai kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat (USD). Data yang digunakan berupa kurs harian (dalam hari kerja) yang diakses melalui situs resmi Bank Indonesia (<http://bi.go.id>) dengan periode 2 Januari 2020 hingga 31 Juli 2025, sehingga diperoleh sebanyak 1.360 observasi. Adapun datanya dapat dilihat pada Lampiran 1. Pengelolaan data menggunakan *software* RStudio.

2.2 Variabel Penelitian

Adapun variabel yang akan digunakan pada studi kasus untuk penelitian ini adalah:

- Y_t : Nilai tukar Rupiah terhadap dolar Amerika Serikat (USD)
 t : waktu (Hari)

2.3 Metode Analisis Data

Analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah penerapan model ARIMA-GARCH pada peta kendali EWMA. Dalam pengolahan data digunakan *software* RStudio. Adapun tahap analisis yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian sebagai berikut.

1. Menentukan model ARIMA-GARCH pada data nilai tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat (USD).
 - a. Melakukan eksplorasi data dengan melihat pola kenaikan harga USD dan mengidentifikasi terjadinya fluktuasi serta melihat karakteristik data menggunakan statistik deskriptif.
 - b. Melakukan uji stasioneritas data menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller* pada Persamaan (3). Jika data tidak stasioner maka dilakukan *differencing* terlebih dahulu.

$$Y'_t = \alpha Y_{t-1} + \phi_1 Y'_{t-1} + \dots + \phi_k Y'_{t-k-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Hipotesis:

H_0 : Terdapat *unit root* sehingga data tidak stasioner

H_1 : Tidak terdapat *unit root* sehingga data sudah stasioner

- c. Mengidentifikasi model ARIMA dengan melihat plot ACF dan PACF. Beberapa spesifikasi model diestimasi, kemudian dipilih model terbaik berdasarkan signifikansi parameter serta nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) minimum menggunakan Persamaan (21).

$$AIC(M) = n \ln \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2M \quad (21)$$



emeriksaan diagnostik residual yang meliputi pengujian residual dengan menggunakan uji *Ljung-Box* dan pengujian residual

homogen menggunakan uji *Langrange Multiplier* untuk mendeteksi adanya pengaruh ARCH/GARCH pada data.

Statistik Uji *Ljung-Box* menggunakan Persamaan (19).

$$Q = n(n+2) \sum_{t=1}^k \frac{\hat{\rho}_t^2}{(n-t)} \quad (19)$$

Hipotesis:

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (residual *white noise* artinya tidak terdapat korelasi antar residual).

H_1 : minimal ada satu nilai $\rho_t \neq 0; t = 1, 2, \dots, k$ (residual tidak *white noise* artinya terdapat korelasi antar residual).

Statistik Uji *Lagrange Multiplier* menggunakan Persamaan (20).

$$LM = TR^2 \sim \chi_{\alpha/2, k}^2 \quad (20)$$

Hipotesis:

$H_0 : \alpha_1 = \dots = \alpha_k = 0$ (residual tidak memiliki masalah heteroskedastisitas).

H_1 : Minimal ada satu nilai $\alpha_i \neq 0; i = 1, 2, \dots, k$ (residual memiliki masalah heteroskedastisitas).

- e. Mengidentifikasi model ARCH/GARCH, kemudian menentukan model terbaik berdasarkan signifikansi parameter dan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) yang minimum menggunakan Persamaan (21) dari beberapa spesifikasi model yang diuji.
- f. Melakukan pemeriksaan diagnostik residual dari model GARCH, yang meliputi pengujian ketidaksalingbergantungan residual menggunakan uji *Ljung-Box* menggunakan Persamaan (19). Serta pengujian homogenitas variansi residual menggunakan uji *Lagrange Multiplier* menggunakan Persamaan (20), untuk memastikan apakah masih terdapat efek ARCH/GARCH yang tersisa. Selain itu, juga dilakukan uji normalitas residual menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Statistik uji *Kolmogorov-Smirnov* didefinisikan pada Persamaan (22).

$$D = \max |F_n(\varepsilon_t) - F(\varepsilon_t)| \quad (22)$$

Hipotesis:

H_0 : Residual mengikuti distribusi normal

H_1 : Residual tidak mengikuti distribusi normal

Residual yang telah memenuhi asumsi pemodelan tersebut menjadi dasar penggunaan pada tahap pembentukan model peta kendali EWMA.



untuk peta kendali EWMA berbasis residual model ARIMA-GARCH nilai Z_t menggunakan nilai residual model ARIMA-GARCH terbaik pada tahap sebelumnya menggunakan Persamaan (23).

$$Z_t = \lambda \varepsilon_t + (1 - \lambda) Z_{t-1} \quad (23)$$

- b. Membuat peta kendali EWMA dengan batas kendali pada Persamaan (32) dan Persamaan (33).

$$UCL = Z_0 + L\sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\lambda(1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}} \quad (32)$$

$$LCL = Z_0 - L\sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\lambda(1 - (1 - \lambda)^{2t})}{2 - \lambda}} \quad (33)$$

- c. Menghitung jumlah data *out of control* pada peta kendali EWMA.
3. Menghitung nilai ARL peta kendali EWMA berbasis residual model ARIMA–GARCH, yaitu dengan menghitung *in-control average run length* (IC-ARL) menggunakan simulasi Monte Carlo. Adapun algoritma perhitungan IC-ARL pada peta kendali EWMA berbasis residual model ARIMA–GARCH adalah sebagai berikut:
- Menetapkan model referensi *in-control* beserta parameter EWMA yang akan diuji, yaitu nilai λ dan batas kendali L .
 - Membangkitkan sampel deret waktu dengan jumlah observasi tertentu untuk merepresentasikan proses yang berada dalam kondisi *in-control*.
 - Menghitung residual standar dari deret waktu hasil simulasi.
 - Menghitung nilai statistik EWMA Z_t secara rekursif menggunakan Persamaan (23).
 - Menentukan batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) berdasarkan Persamaan (32) dan Persamaan (33).
 - Menetapkan run-length dengan memeriksa apakah Z_t berada dalam batas kendali atau melampauinya; jika terjadi pelanggaran, *run-length* dicatat pada saat itu.
 - Mengulangi proses pembangkitan data, perhitungan EWMA, dan pencatatan *run-length* sebanyak B (B = banyaknya simulasi) kali untuk setiap nilai λ .
 - Menghitung nilai IC-ARL sebagai rata-rata *run-length* dari seluruh simulasi untuk setiap nilai λ .
4. Menghitung nilai *out of control average run length* (OC-ARL) peta kendali EWMA menggunakan simulasi *monte carlo*. Algoritma perhitungan OC-ARL peta kendali EWMA dari residual model ARIMA-GARCH sebagai berikut:
- Menetapkan model referensi *in-control* serta menentukan parameter peta kendali EWMA yang akan diuji.
 - Menentukan nilai pergeseran pada parameter tertentu untuk asikan kondisi *out-of-control*, sementara parameter lainnya n pada kondisi *in-control*. nilai pergeseran yang diuji, membangkitkan deret waktu *out-of-*gunakan model yang telah ditentukan. eret waktu tersebut menggunakan model *in-control* untuk residual standar.



- e. Menghitung statistik EWMA berdasarkan residual standar menggunakan Persamaan (23).
 - f. Menentukan batas kendali atas dan batas kendali bawah melalui perhitungan simpangan baku statistik EWMA sesuai Persamaan (32) dan Persamaan (33).
 - g. Menentukan nilai *run-length* (RL), yaitu waktu pertama saat statistik EWMA melewati salah satu batas kendali apabila tidak terjadi pelanggaran hingga akhir observasi, nilai RL ditetapkan sama dengan panjang observasi.
 - h. Mengulangi proses pembangkitan data, perhitungan statistik EWMA, dan pencatatan RL sebanyak jumlah simulasi sebanyak B (B = banyaknya simulasi) yang ditetapkan untuk memperoleh kumpulan nilai RL.
 - i. Menghitung nilai OC-ARL sebagai rata-rata run-length dari seluruh simulasi untuk setiap nilai pergeseran parameter yang diuji.
 - j. Menerapkan prosedur yang sama untuk berbagai parameter lain serta berbagai nilai parameter EWMA yang ingin dianalisis.
5. Mengevaluasi kinerja peta kendali EWMA berbasis ARIMA-GARCH dan menarik kesimpulan berdasarkan hasil evaluasi peta kendali.

