

PENENTUAN BASIS YANG MEMUAT TITIK PUSAT GRAF PADA KABUPATEN MAROS



ALYA SAKINAH ARIF

H011181308



Optimized using
trial version
www.balesio.com

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR

2025

**PENENTUAN BASIS YANG MEMUAT TITIK PUSAT GRAF
PADA KABUPATEN MAROS**

ALYA SAKINAH ARIF

H011181308



PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2025



**PENENTUAN BASIS YANG MEMUAT TITIK PUSAT GRAF
PADA KABUPATEN MAROS**

ALYA SAKINAH ARIF

H011181308

Skripsi

sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar sarjana



Program Studi Matematika

pada



Optimized using
trial version
www.balesio.com

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
AS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2025

SKRIPSI
PENENTUAN BASIS YANG MEMUAT TITIK PUSAT GRAF
PADA KABUPATEN MAROS

ALYA SAKINAH ARIF
H011181308

Skripsi,

telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana pada tanggal 24 Juli 2025

dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar



Mengesahkan:

Pembimbing Utama,

Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.
NIP. 196412311990032007

Mengetahui:

Ketua Program Studi,

Dr. Firman, S.Si., M.Si.
NIP. 196804292002121001



PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Penentuan Basis yang Memuat Titik Pusat Graf pada Kabupaten Maros" adalah benar karya saya dengan arahan dari Prof. Dr. Hasmawati, M.Si. sebagai Pembimbing Utama. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 24 Juli 2025



Alya Sakinah Arif
H011181308



UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur atas kehadiran Allah *Subhanahu Wa ta'ala* yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad *Sallallahu 'Alaihi Wasallam*.

Penulis menyadari bahwa skripsi yang berjudul "Penentuan Basis yang Memuat Titik Pusat Graf pada Kabupaten Maros" ini dapat diselesaikan, karena adanya bantuan, dukungan, bimbingan, serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada orang tua penulis, **Arifuddin** dan **Herlina**, adik-adik kesayangan penulis, **Muh. Zhafran Iffat Taqy Arif**, dan **Muh. Iftikhar Dzaky Arif**, serta seluruh keluarga yang telah memberikan doa dan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini. Pada kesempatan ini pula, dengan segala kerendahan hati penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin, Bapak **Dr. Sci. Muhammad Zakir, M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya, serta Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Matematika.
2. Bapak **Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.** selaku Dosen Pembimbing yang dengan sabar, tulus, dan ikhlas banyak memberikan ilmu yang bermanfaat dan meluangkan waktu untuk membimbing dan memberi masukan serta motivasi dalam penulisan skripsi ini.
3. Bapak **Dr. Khaeruddin, M.Sc.**, dan Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku Tim Penguji atas kesediaannya untuk memberikan kritik, saran dan dukungan yang membangun kepada penulis dalam perbaikan skripsi ini.
4. Bapak dan Ibu **Dosen** Departemen Matematika yang telah memberikan banyak ilmu dan pengetahuan kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Program Studi Matematika, serta Bapak dan Ibu **Staff** Departemen Matematika yang telah membantu dan memudahkan penulis dalam berbagai hal administrasi.
5. Teman-teman penulis, **Putri Ayuni, S.Mat., Itsnaini Nur, S.Si., Sitti Rahmah, S.Si., Haspika, S.Si., Jasrina, S.Si.** yang senantiasa kebersamaian, menginspirasi, teman berbagi pikiran, memberikan doa, bantuan dan dukungan baik moril maupun materil agar peneliti lebih semangat selama masa studi sarjana.
6. Teman-teman penulis, **Khusnul Khotimah, S.T., apt. Nur Azizah, S.Farm., dan A. Nur Susilawaty, S.S.** yang mungkin jarang berkomunikasi namun tetap memberikan dukungan, kenangan dan do'a.
7. Teman-teman seperjuangan penulis **Irfan Oddanial, S.Mat., Ronaldo, S.Mat., A. Rahmat Hidayat, S.Mat., dan Muh. Akbar Syam, S.Mat.** yang telah berjuang bersama untuk menyelesaikan skripsi.
8. Teman-teman **Matematika angkatan 2018** yang telah berjuang bersama sejak awal perkuliahan sampai selesai.

Akhir kata, penulis berharap semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah *Subhanahu Wa Ta'ala*. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

Penulis

Alya Sakinah Arif



ABSTRAK

Alya Sakinah Arif. **Penentuan Basis yang Memuat Titik Pusat Graf pada Kabupaten Maros** (dibimbing oleh Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.)

Graf merupakan salah satu struktur diskrit yang banyak digunakan dalam pemodelan berbagai sistem kompleks, seperti jaringan transportasi, komunikasi, dan distribusi. Konsep titik pusat dalam teori graf berperan penting sebagai titik yang memiliki jarak minimum terhadap seluruh titik lain, yang relevan untuk menentukan lokasi strategis dalam sebuah graf. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan basis yang memuat titik pusat graf pada peta wilayah Kabupaten Maros. Melalui pendekatan teori graf, ditemukan sebuah basis minimal berukuran empat yang memuat salah satu titik pusat graf, yaitu yang merepresentasikan Kelurahan Baji Pamai, Kelurahan Turikale, Kelurahan Kalabbirang, dan Desa Moncongloe. Hasil ini mengindikasikan bahwa pendekatan berbasis teori graf efektif untuk menentukan lokasi strategis guna mendukung pengambilan keputusan dalam pengembangan infrastruktur dan layanan publik.

Kata Kunci: Teori Graf, Titik Pusat Graf, Himpunan Pembeda, Basis Graf, Kabupaten Maros.



ABSTRACT

*Alya Sakinah Arif. **Determination of a Basis Containing the Graph Center in Maros Regency** (supervised by Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.)*

Graphs are a type of discrete structure commonly used in modeling various complex systems, such as transportation, communication, and distribution. The concept of a central point (graph center) in graph theory plays a crucial role, as it represents the vertex with the minimum distance to all other vertices, making it relevant for identifying strategic locations within a graph. This study aims to identify a basis that contains the central point of a graph constructed from the map of the Maros Regency region. Through a graph-theory approach, a minimal basis of size four was identified, which includes one of the graph's centers—representing Baji Pamai Subdistrict, Turikale Subdistrict, Kalabbirang Subdistrict, and Moncongloe Village. These results indicate that a graph-based approach is effective in identifying strategic locations to support decision-making in infrastructure development and public service planning.

Keywords: *Graph Theory, Graph Center, Resolving Set, Graph Basis, Maros Regency.*



DAFTAR ISI

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA.....	iv
UCAPAN TERIMA KASIH	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR NOTASI	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Batasan Penelitian	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	2
1.6 Landasan teori	2
1.6.1 Himpunan	2
1.6.2 Graf dan Unsur-Unsur dalam Graf.....	2
1.6.3 Pusat (<i>Center</i>)	4
1.6.4 Dimensi Metrik.....	5
1.6.5 Pemodelan Graf Suatu Wilayah	7
BAB II METODOLOGI PENELITIAN	9
2.1 Metode Penelitian	9
2.2 Lokasi dan Waktu Penelitian.....	9
2.3 Prosedur Penelitian.....	9
2.4 Alur Kerja	10
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	11
3.1 Pemodelan Graf Wilayah Kabupaten Maros	11
3.2 Penentuan Pusat Graf Wilayah Kabupaten Maros.....	18
3.3 Penentuan Basis Graf Wilayah Kabupaten Maros	21
.....	26
lan	26
.....	26
.....	27



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Graf G	3
Gambar 2 Graf H	4
Gambar 3 Graf C_4	5
Gambar 4 Graf K_4	7
Gambar 5 (a) Peta (b) Graf yang Merepresentasikan Peta	8
Gambar 6 Alur Kerja	10
Gambar 7 Wilayah Kabupaten Maros Provinsi Sulawesi Selatan	11
Gambar 8 Peta Wilayah Kabupaten Maros dengan Label Titik	12
Gambar 9 Pemodelan Graf Wilayah Kabupaten Maros	17



DAFTAR TABEL

Tabel 1	Himpunan Pembeda dan Bukan Pembeda Graf C_4	5
Tabel 2	Kecamatan di Kabupaten Maros yang Tidak Memiliki Kelurahan	11
Tabel 3	Nama Desa Kota Kecamatan dan Kelurahan di Kabupaten Maros ..	12
Tabel 4	Sisi-sisi Graf Kabupaten Maros	13
Tabel 5	Jarak Dua Titik pada Graf Kabupaten Maros.....	19
Tabel 6	$W_1 = \{v_5, v_{23}\}$	21
Tabel 7	$W_2 = \{v_5, v_{20}, v_{23}\}$	23
Tabel 8	$W_3 = \{v_5, v_{11}, v_{20}, v_{23}\}$	24



DAFTAR NOTASI

Notasi	Keterangan
$\subset$	Himpunan bagian dari
G	Graf G
$V(G)$	Himpunan titik graf G
$E(G)$	Himpunan sisi graf G
u, v	Titik u dan titik v
$p(G)$	Orde graf G
$q(G)$	Ukuran graf G
$d(v)$	Derajat titik v
$\delta(G)$	Derajat minimum titik v
$\Delta(G)$	Derajat maksimum titik v
$ \dots $	Kardinalitas
$d(v, w)$	Jarak antara titik v dan w
$e(v)$	Eksentrisitas titik v
$r(G)$	Jari-jari graf G
$diam(G)$	Diameter graf G
P	Pusat graf
$r(v W)$	Representasi titik v terhadap himpunan W
C_4	Graf siklus berorde 4
P_n	Graf lintasan berorde n
K_4	Graf lengkap berorde 4
$\Gamma(v)$	Himpunan dari suatu himpunan
$\Gamma(v)$	titik setiap
$\Gamma(v)$	himpunan titik graf G yang bukan titik u dan v



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf merupakan salah satu struktur diskrit yang banyak digunakan dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk matematika, ilmu komputer, dan rekayasa jaringan. Dalam teori graf, konsep titik pusat memiliki peran penting dalam menentukan efisiensi suatu jaringan, baik dalam konteks transportasi, komunikasi, maupun distribusi sumber daya. Titik pusat dalam graf adalah simpul yang memiliki jarak minimum terhadap semua simpul lainnya dalam graf tersebut, sehingga dapat digunakan sebagai referensi utama dalam optimalisasi jalur atau rute tertentu.

Graf adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan diskrit yang anggota-anggotanya disebut titik, dan E adalah himpunan dari pasangan anggota-anggota dari V yang disebut sisi (Hasmawati, 2020). Penentuan basis dalam graf menjadi aspek krusial dalam studi tentang efisiensi dan optimalisasi jaringan. Basis dalam konteks graf mengacu pada himpunan simpul yang dapat merepresentasikan seluruh simpul dalam graf melalui hubungan keterhubungan tertentu. Dengan menentukan basis yang memuat titik pusat graf, analisis terhadap struktur graf dapat dilakukan dengan lebih efektif, terutama dalam meningkatkan efisiensi konektivitas dan mengurangi kompleksitas dalam sistem yang dimodelkan. Salah satunya dalam sebuah wilayah tertentu.

Kabupaten Maros, sebagai salah satu daerah dengan perkembangan infrastruktur yang pesat, memerlukan analisis graf yang komprehensif dalam berbagai sektor, seperti transportasi, komunikasi, dan distribusi sumber daya. Dalam konteks ini, pendekatan berbasis teori graf dapat membantu dalam menentukan titik-titik strategis yang dapat meningkatkan efisiensi layanan publik dan infrastruktur wilayah. Oleh karena itu, penelitian ini berfokus pada penentuan basis yang memuat titik pusat graf pada wilayah Kabupaten Maros guna memberikan wawasan yang lebih mendalam terhadap struktur jaringan yang ada serta mendukung pengambilan keputusan yang berbasis data.

Melalui penelitian ini, diharapkan dapat ditemukan metode yang efektif dalam menentukan basis yang memuat titik pusat graf pada wilayah Kabupaten Maros. Hasil penelitian ini diharapkan dapat berkontribusi dalam pengembangan teori graf serta penerapannya dalam optimalisasi jaringan wilayah di Kabupaten Maros. Oleh karena itu, penelitian ini dituangkan dalam bentuk tulisan skripsi dengan judul:

“Penentuan Basis yang Memuat Titik Pusat Graf pada Kabupaten Maros”

1.2 Rumusan Masalah

Dalam penelitian ini, rumusan masalah yang akan dikaji sebagai berikut:



- 1. model graf Kabupaten Maros?
- 2. penentuan titik pusat Kabupaten Maros?
- 3. mengkonstruksi basis graf Kabupaten Maros yang memuat titik

1.3 Batasan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, diberikan batasan masalah yaitu graf wilayah kabupaten Maros, setiap titiknya direpresentasikan dari setiap kelurahan. Dua titik dikatakan bertetangga jika dua kelurahan bersesuaian dengan kedua titik tersebut berbatasan dan dihubungkan oleh jalan. Kecamatan yang tidak memiliki kelurahan maka akan dipilih desa, dimana desa tersebut merupakan kota kecamatan. Dan jarak yang digunakan tidak terkait dengan jarak geometri.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka penelitian ini bertujuan sebagai berikut:

1. Membuat model graf Kabupaten Maros.
2. Menentukan titik pusat graf Kabupaten Maros.
3. Menentukan basis yang memuat titik pusat graf Kabupaten Maros.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah

1. Memperluas pengetahuan dan pengembangan keilmuan dalam bidang ilmu matematika, secara khusus dalam teori graf.
2. Sebagai sarana penulis dalam mengembangkan ilmu pengetahuan yang selama ini menjadi bidang ilmu yang dipelajari.
3. Sebagai rujukan bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya dan dapat mengembangkan ilmu matematika di bidang graf khususnya tentang dimensi metrik graf.

1.6 Landasan teori

Pada subbab ini diberikan beberapa materi yang akan digunakan sebagai landasan teori dalam mengkaji. Materinya berupa himpunan, graf dan unsur-unsur dalam graf, pusat graf, dimensi metrik, dan pemodelan graf suatu wilayah.

1.6.1 Himpunan

Graf menggunakan konsep himpunan, yang terdiri dari himpunan titik (*vertex*) dan himpunan sisi (*edge*). Himpunan sendiri merupakan kumpulan objek-objek yang keanggotaannya dapat didefinisikan dengan jelas. Suatu himpunan disebut terbatas apabila memiliki batas atas dan batas bawah.

Definisi 1.1 Misalkan $S \subset N$ dan S merupakan himpunan terbatas. Misalkan pula a batas atas S dan b batas bawah S , a disebut batas atas terkecil (maksimum) dari S jika untuk sebarang batas atas a' , maka $a \leq a'$. Kemudian, b disebut batas bawah terbesar (minimum) dari S jika untuk sebarang batas bawah b' , maka $b \leq b'$.



Unsur-unsur dalam Graf

adalah pasangan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan tak a yang elemen-elemennya disebut titik dan $E(G)$ adalah himpunan rang-pasangan tak terurut dari elemen $V(G)$. Elemen-elemen dari G .

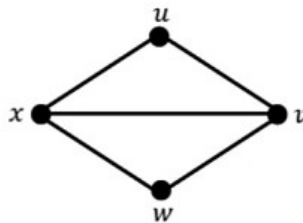
(Balakrishnan & Ranganathan, 2012)

Secara matematika, Definisi 1.2 dapat ditulis menjadi graf $G = (V(G), E(G))$, dengan $V(G) = \{u: u \text{ disebut titik}\}$ dan $E(G) = \{(u, v): u, v \in V(G)\}$, (u, v) disebut sisi. Selanjutnya, sisi (u, v) hanya ditulis uv .

Banyaknya anggota dari $V(G)$ disebut orde (*order*) dari G yang dinotasikan dengan $p(G)$ dan banyaknya anggota dari $E(G)$ disebut ukuran (*size*) dari G , dinotasikan dengan $q(G)$.

(Hasmawati, 2020)

Contoh 1.1



Gambar 1 Graf G

Pada Gambar 1 menunjukkan graf terhubung $G = (V(G), E(G))$ dengan $V(G) = \{u, v, w, x\}$ dan $E(G) = \{uv, vw, wx, ux, vx\}$.

Definisi 1.3 Dua buah titik pada graf dikatakan bertetangga (*adjacent*) bila keduanya dihubungkan oleh sebuah sisi. Dengan kata lain v_i bertetangga dengan v_j jika (v_i, v_j) adalah sebuah sisi pada graf G .

Misalkan G adalah suatu graf dan $(v_i, v_j) \in E(G)$. Jika $x = v_i, v_j$, maka dikatakan bahwa:

1. Titik v_i bertetangga (*adjacent*) dengan titik v_j ,
2. Sisi x terkait (*incident*) dengan titik v_i , demikian pula untuk titik v_j .

(Hasmawati, 2020)

Contoh 1.2 Pada Gambar 1, titik v dan titik u merupakan titik yang bertetangga, begitupun dengan titik x dan titik w .

Definisi 1.4 Derajat (*degree*) dari suatu titik pada graf adalah banyaknya sisi yang terkait dengan titik tersebut. Derajat dari titik v dinotasikan dengan " $d(v)$ ", $\Delta(G)$ merupakan derajat maksimum titik dari G dan $\delta(G)$ merupakan derajat minimum titik dari G .

Derajat suatu titik v_i dalam graf G , dilambangkan " $d(v_i)$ ", adalah banyaknya sisi $x \in E(G)$ yang terkait dengan titik v_i atau $d(v_i) = |N_G(v_i)|$.

(Hasmawati, 2020)



mbar 1, titik v bertetangga dengan 2 titik yaitu titik u , titik w , dan titik

itas (*cardinality*) suatu himpunan adalah banyaknya anggota pada Kardinalitas biasanya dinyatakan oleh simbol " $|\dots|$ ". Sehingga, h orde dari G dan $q(G)$ adalah ukurannya, maka $p(G) = |V(G)|$.

(Hasmawati, 2020)

Contoh 1.4 Pada Gambar 1, orde dan ukuran dari graf G berturut-turut adalah $p(G) = |V(G)| = 4$ dan $q(G) = |E(G)| = 5$.

Definisi 1.6 Misalkan u dan v adalah titik pada graf terhubung G didefinisikan jarak antara titik u ke v sebagai panjang lintasan terpendek $u - v$ dari G yang dinotasikan $d(u, v)$.

(Chartrand & Zhang, 2012)

Contoh 1.5 Pada Gambar 1, jarak dari setiap pasang dua titik yang berbeda di graf G yaitu $d(u, v) = 1$, $d(u, w) = 2$, $d(u, x) = 1$, $d(v, w) = 1$, $d(v, x) = 1$, $d(w, x) = 1$.

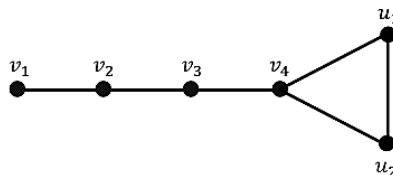
1.6.3 Pusat (Center)

Pengertian pusat adalah titik yang mempunyai karakter sendiri yang bisa diketahui berdasarkan konsep jarak dalam teori graf.

Definisi 1.7 Misalkan G adalah graf terhubung dan $v \in V(G)$. Maka eksentrisitas titik v ditulis $e(v) = \max\{d(u, v) : u \in V(G)\}$.

(Gómez & Gutiérrez, 2023)

Contoh 1.6 Diberikan sebuah graf sebagai berikut.



Gambar 2 Graf H

Eksentrisitas untuk setiap titik graf H pada Gambar 2 adalah sebagai berikut:

$$e(v_1) = \max\{d(v_1, v_2), d(v_1, v_3), d(v_1, v_4), d(v_1, u_1), d(v_1, u_2)\} = 4$$

$$e(v_2) = \max\{d(v_2, v_1), d(v_2, v_3), d(v_2, v_4), d(v_2, u_1), d(v_2, u_2)\} = 3$$

$$e(v_3) = \max\{d(v_3, v_1), d(v_3, v_2), d(v_3, v_4), d(v_3, u_1), d(v_3, u_2)\} = 2$$

$$e(v_4) = \max\{d(v_4, v_1), d(v_4, v_2), d(v_4, v_3), d(v_4, u_1), d(v_4, u_2)\} = 3$$

$$e(u_1) = \max\{d(u_1, v_1), d(u_1, v_2), d(u_1, v_3), d(u_1, v_4), d(u_1, u_2)\} = 4$$

$$e(u_2) = \max\{d(u_2, v_1), d(u_2, v_2), d(u_2, v_3), d(u_2, v_4), d(u_2, u_1)\} = 4$$

Definisi 1.8 Misalkan G adalah graf terhubung dan $v \in V(G)$. Maka:

1. Jari-jari graf G ditulis $r(G)$ yakni $r(G) = \min\{e(v) : v \in V(G)\}$,
2. Diameter graf G ditulis $\text{diam}(G)$ yakni $\text{diam}(G) = \max\{e(v) : v \in V(G)\}$,
 't titik pusat (central vertex) jika $e(v) = r(G)$,
 disebut pusat graf G jika $P = \{v : v \text{ titik pusat}\}$.



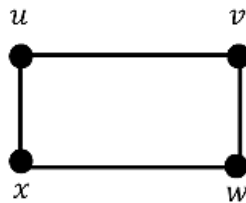
Gambar 2, $r(H) = 2$, $\text{diam}(H) = 4$, titik pusat H adalah titik v_3 dan graf H adalah $P = \{v_3\}$.

1.6.4 Dimensi Metrik

Definisi 1.9 Misalkan $G(V, E)$ adalah graf terhubung dan himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_k\} \subseteq V(G)$. Representasi dari v terhadap W adalah k -vector yaitu: $r(v|W) = (d(v|w_1), d(v|w_2), d(v|w_3), \dots, d(v|w_k))$. Himpunan W disebut himpunan pembeda (resolving set) dari $V(G)$ jika $r(v|W)$ untuk setiap titik $v \in V(G)$ berbeda. Himpunan pembeda dari G dengan kardinalitas minimum disebut himpunan pembeda minimum atau basis dari G . Dimensi metrik dari G adalah kardinalitas dari basis G dan dinotasikan dengan $\dim(G)$.

(Hasmawati, 2015)

Contoh 1.8 Diberikan sebuah graf seperti pada Gambar 3 berikut.



Gambar 3 Graf C_4

Berikut adalah himpunan pembeda dan bukan himpunan pembeda dari graf C_4 pada Gambar 3.

Tabel 1 Himpunan Pembeda dan Bukan Pembeda Graf C_4 pada Gambar 3

No.	W	$r(v W), \forall v \in V(L)$	Himpunan Pembeda/ Bukan Himpunan Pembeda
1.	$W_1 = \{u\}$	$r(u W_1) = (0)$ $r(v W_1) = (1)$ $r(w W_1) = (2)$ $r(x W_1) = (1)$	Bukan Himpunan Pembeda
2.	$W_2 = \{v\}$	$r(u W_2) = (1)$ $r(v W_2) = (0)$ $r(w W_2) = (1)$ $r(x W_2) = (2)$	Bukan Himpunan Pembeda
3.	$W_3 = \{w\}$	$r(u W_3) = (2)$ $r(v W_3) = (1)$ $r(w W_3) = (0)$ $r(x W_3) = (1)$	Bukan Himpunan Pembeda
4.	$W_4 = \{x\}$	$r(u W_4) = (1)$ $r(v W_4) = (2)$ $r(w W_4) = (1)$ $r(x W_4) = (0)$	Bukan Himpunan Pembeda
		$r(u W_4) = (1)$ $r(v W_4) = (2)$ $r(w W_4) = (1)$ $r(x W_4) = (0)$	Bukan Himpunan Pembeda



No.	W	$r(v W), \forall v \in V(L)$	Himpunan Pembeda/ Bukan Himpunan Pembeda
6.	$W_6 = \{u, v\}$	$r(u W_5) = (0,1)$ $r(v W_5) = (1,0)$ $r(w W_5) = (2,1)$ $r(x W_5) = (1,2)$	Himpunan Pembeda
7.	$W_7 = \{u, w\}$	$r(u W_6) = (0,2)$ $r(v W_6) = (1,1)$ $r(w W_6) = (2,0)$ $r(x W_6) = (1,1)$	Himpunan Pembeda
8.	$W_8 = \{u, x\}$	$r(u W_7) = (0,1)$ $r(v W_7) = (1,2)$ $r(w W_7) = (2,1)$ $r(x W_7) = (1,0)$	Himpunan Pembeda
9.	$W_9 = \{v, w\}$	$r(u W_7) = (1,2)$ $r(v W_7) = (0,1)$ $r(w W_7) = (1,0)$ $r(x W_7) = (2,1)$	Himpunan Pembeda
10.	$W_{10} = \{v, x\}$	$r(u W_7) = (1,1)$ $r(v W_7) = (0,2)$ $r(w W_7) = (1,1)$ $r(x W_7) = (2,0)$	Bukan Himpunan Pembeda
11.	$W_{11} = \{w, x\}$	$r(u W_7) = (2,1)$ $r(v W_7) = (1,2)$ $r(w W_7) = (0,1)$ $r(x W_7) = (1,0)$	Himpunan Pembeda
12.	$W_{12} = \{u, v, w\}$	$r(u W_7) = (0,1,2)$ $r(v W_7) = (1,0,1)$ $r(w W_7) = (2,1,0)$ $r(x W_7) = (1,2,1)$	Himpunan Pembeda
13.	$W_{13} = \{u, v, x\}$	$r(u W_7) = (0,1,2)$ $r(v W_7) = (1,0,2)$ $r(w W_7) = (2,1,1)$ $r(x W_7) = (1,2,0)$	Himpunan Pembeda
14.	$W_{14} = \{u, w, x\}$	$r(u W_7) = (0,2,1)$ $r(v W_7) = (1,1,2)$ $r(w W_7) = (2,0,1)$ $r(x W_7) = (1,1,0)$	Himpunan Pembeda
15.	$W_{15} = \{v, x, w\}$	$r(u W_7) = (1,1,2)$ $r(v W_7) = (0,2,1)$ $r(w W_7) = (1,1,0)$ $r(x W_7) = (2,0,1)$	Himpunan Pembeda
	$\{v, x\}$	$r(u W_7) = (0,1,2,1)$ $r(v W_7) = (1,0,1,2)$ $r(w W_7) = (2,1,0,1)$ $r(x W_7) = (1,2,1,0)$	Himpunan Pembeda



tungan yang telah dilakukan pada Tabel 1, terdapat 10 himpunan $= \{u, v\}$, $W_7 = \{u, w\}$, $W_8 = \{u, x\}$, $W_9 = \{v, w\}$, $W_{11} = \{w, x\}$, $W_{12} =$

$\{u, v, w\}$, $W_{13} = \{u, v, x\}$, $W_{14} = \{u, w, x\}$, $W_{15} = \{v, x, w\}$, dan $W_{16} = \{u, v, w, x\}$. Kardinalitas minimum dari semua himpunan pembeda yang mungkin untuk graf C_4 pada gambar 3 adalah 2. Dengan demikian, himpunan pembeda dengan banyak anggota 2 adalah himpunan pembeda minimum atau basis dari graf C_4 . Jadi, dimensi metrik graf C_4 adalah 2 atau $\dim(C_4) = 2$.

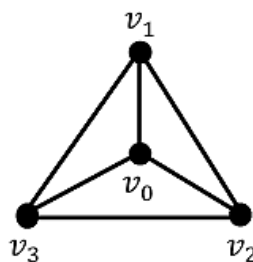
Teorema 1.1 Graf G mempunyai dimensi metrik 1 jika dan hanya jika $G = P_n$.
(Chartrand dkk., 2000)

Dalam penentuan batas atas dan batas bawah untuk graf terhubung G diperlukan sifat seperti yang disajikan pada definisi berikut.

Definisi 1.10 Misalkan $u, v \in V(G)$. Titik u, v disebut titik setara kuat terhadap w jika $d(u, w) = d(v, w), \forall w \in V(G) \setminus \{u, v\}$.

(Hasmawati dkk., 2022)

Contoh 1.9 Diberikan Graf K_4 dengan $V(K_4) = \{v_0, v_1, v_2, v_3\}$ dan $E(K_4) = \{v_0v_1, v_0v_2, v_0v_3, v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3\}$. Graf K_4 digambarkan sebagai berikut.



Gambar 4 Graf K_4

Pada Gambar 4, titik v_i dan titik v_j untuk $i, j = 1, 2, 3$ dan $i \neq j$ adalah titik setara kuat terhadap titik v_0 sehingga $d(v_i, v_0) = d(v_j, v_0)$.

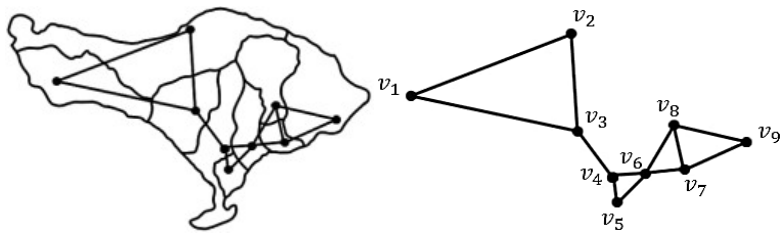
1.6.5 Pemodelan Graf Suatu Wilayah

Pada sub bab ini dibahas mengenai pemodelan graf suatu wilayah dengan mengubah peta ke dalam bentuk graf dual.

Definisi 1.11 Graf dual dari sebuah peta adalah sebuah graf bidang yang mempresentasikan graf planar G . Untuk membuat model graf dari sebuah peta, setiap wilayah direpresentasikan oleh sebuah titik. Sisi menghubungkan dua titik jika wilayah yang direpresentasikan oleh titik tersebut memiliki perbatasan yang sama. Dua wilayah yang hanya menyentuh satu titik tidak dianggap bertetangga.

Contoh 1.9 Pada Gambar 5 berikut adalah gambar peta dan model graf yang merenrepresentasikannya.





Gambar 5 (a) Peta (b) Graf yang Merepresentasikan Peta



BAB II METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dibahas mengenai metodologi penelitian yang mencakup metode penelitian, lokasi dan waktu penelitian, serta prosedur penelitian.

2.1 Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan dalam penyusunan tugas akhir ini adalah penelitian studi literatur atau penelitian pustaka (*library research*) dan analisis deskriptif, yakni melakukan penelitian terhadap beberapa literatur-literatur yang ada seperti dari buku, jurnal ilmiah, dan artikel di internet atau literatur lainnya yang terkait pusat dan basis graf.

2.2 Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Matematika Terapan, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Waktu penelitian berlangsung sejak Februari 2025.

2.3 Prosedur Penelitian

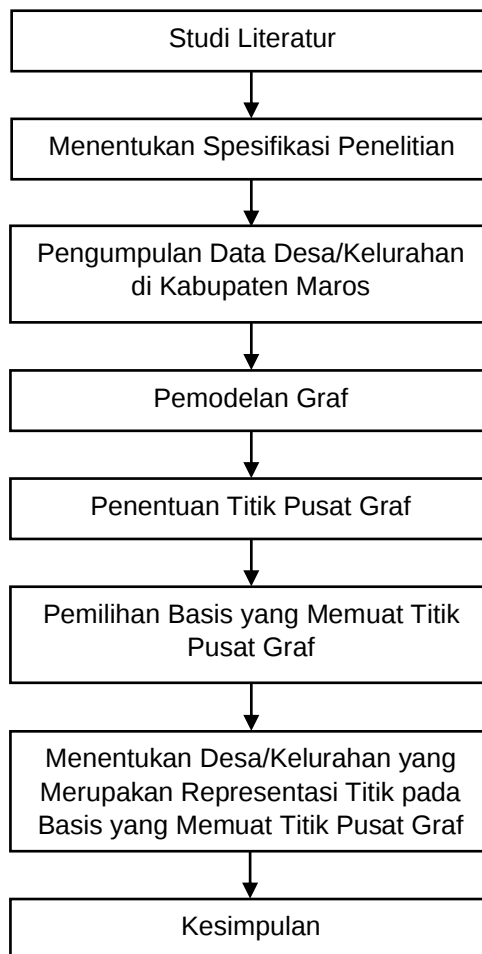
Penelitian ini dilaksanakan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- I. Studi Literatur
Tahap studi literatur ini adalah mencari informasi yang relevan sesuai dengan topik atau permasalahan yang diteliti. Informasi tersebut dapat diperoleh dari mempelajari buku-buku, jurnal, artikel, skripsi, tesis atau sumber lain yang membahas mengenai topik penelitian.
- II. Pengumpulan Data
Mengumpulkan data desa/kelurahan di Kabupaten Maros yang akan digunakan untuk membentuk suatu graf.
- III. Pemodelan Graf
Pada tahap ini, peneliti membuat graf wilayah Kabupaten Maros dengan setiap Kelurahan sebagai representasi dari titik dan dua titik dikatakan bertetangga jika dua kelurahan bersesuaian dengan kedua titik tersebut berbatasan dan dihubungkan oleh jalan. Kecamatan yang tidak memiliki kelurahan maka akan dipilih desa, dimana desa tersebut merupakan kota kecamatan.
- IV. Verifikasi Hasil
Untuk memastikan bahwa hasil penelitian benar, dapat diandalkan, dan tidak dipengaruhi oleh faktor-faktor yang tidak terkendali serta menyajikan semua hasil pada tahap-tahap sebelumnya.
- V. Penyempurnaan
Memperbaiki dan meningkatkan kualitas penelitian yang telah dilakukan serta akan ditulis dalam bentuk Skripsi menggunakan Microsoft Word.



2.4 Alur Kerja

Langkah-langkah dalam penelitian ini dapat digambarkan melalui diagram alur penelitian sebagai berikut:



Gambar 6 Alur Kerja

