

## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Metode geolistrik resistivitas secara luas digunakan dalam investigasi bawah permukaan dengan memanfaatkan variasi distribusi resistivitas tanah untuk mengetahui sifat geologinya. Salah satu metode geolistrik yang umum digunakan dalam eksplorasi adalah metode *Electrical Resistivity Tomography* (ERT). Metode ERT merupakan teknik pencitraan bawah permukaan yang menggunakan data resistivitas arus listrik searah *Direct Current* (DC). Pengukuran dilakukan dengan menginjeksikan arus listrik ke dalam tanah melalui sepasang elektroda arus dan elektroda potensial untuk mengukur tegangan yang dihasilkan di permukaan. Metode ini menghasilkan citra struktur bawah permukaan secara dua dimensi (2D) berdasarkan variasi resistivitas dengan mempertimbangkan konsep fisika pada kondisi batuan bawah permukaan (Zhou, 2018).

Data dalam masalah geofisika menyediakan  $n$  batasan (informasi) yang tidak akurat terhadap pemodelan bumi dan ada banyak tak hingga model yang dapat cocok dengan data tersebut. Untuk mencari solusi yang sederhana dibutuhkan beberapa cara lebih lanjut untuk mengevaluasi model tersebut sehingga dapat dibedakan (Farquharson dan Oldenburg, 1998). Dalam metode geofisika, dikenal model dan parameter model yang digunakan untuk mengkarakterisasi kondisi geologi bawah permukaan. Model merupakan representasi keadaan geologis dengan besaran fisika sehingga permasalahan dapat disederhanakan dan responnya dapat diperkirakan secara teoritis. Adapun parameter model diestimasi dengan meminimalkan *error* yang terjadi antara data dan parameter model (Akmam dkk, 2015). Besaran atau variabel yang digunakan untuk mengkarakterisasi model disebut parameter model yang umumnya terdiri dari parameter fisik dan variasi posisi (Grandis, 2006). Model yang dibutuhkan adalah model yang memberikan representasi akurat dan realistis dari struktur bawah permukaan. Dengan berkembangnya metode numerik, pemodelan ke depan *trial-and-error* telah digunakan secara luas untuk menafsirkan data dalam hal yang kompleks seperti model bumi dua dimensi (Tripp dkk, 1984).

Proses pemodelan data ERT, yaitu simulasi data ERT berdasarkan model awal yang diberikan, merupakan elemen penentu dalam proses inversi (Zhou, 2014). Menke mendefinisikan bahwa inversi sebagai kesatuan metode matematika dan statistika untuk memperoleh informasi yang berguna dalam suatu sistem fisika berdasarkan observasi pada sistem tersebut (Grandis, 2006). Tugas utama proses inversi ERT adalah menemukan distribusi non-kontinu (diskrit) dari model resistivitas di bawah permukaan. Model tersebut dapat menjelaskan data resistivitas dengan rentang nilai *error* yang dihasilkan. Dalam formulasi permasalahan inversi perlu ditentukan parameterisasi untuk pemilihan variabel yang representatif terhadap data dan parameter model.

Beberapa penelitian telah berkembang khususnya dalam melakukan simulasi *forward* dan *inverse* untuk mempelajari respon fisis hingga studi kasus pada daerah tertentu. Studi yang dilakukan oleh Martorana dkk., (2016) yaitu membandingkan kinerja susunan konfigurasi sesuai model resistivitas simulasi. Hasil-hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut adalah resolusi optimal dan efektivitas dari konfigurasi. Pertimbangan tersebut dapat dijadikan sebagai landasan untuk penerapan pada kondisi lapangan yang lebih realistis. Dalam domain studi yang serupa, Befus (2018) memperkenalkan *pyres*

berupa *package* R2 dalam bahasa *python*. *Package* R2 menyediakan *toolset* untuk menyelesaikan pemodelan data resistivitas yang meliputi solusi *forward* dan *inverse* (Doyoro dkk, 2022). Program yang dibuat oleh Befus dapat mendukung analisis sensitivitas terhadap skema yang dibuat untuk meninjau keunggulan model. Pada tahun 2020, R2 dimodifikasi oleh Binley dan menjadi *package* dalam ResIPy. Dibanding penggunaan aplikasi/software, penggunaan program dapat dimodifikasi berdasarkan parameter optimal yang disimulasikan.

R2 dalam ResIPy adalah program *solver* dalam lingkungan pemrograman berbasis Python yang memuat solusi *forward* dan *inverse* dari data Resistivitas 2D. Perkembangan code R2 telah banyak dimodifikasi sehingga semakin komprehensif untuk mendukung pemodelan data geolistrik resistivitas. Sehingga diharapkan dengan penelitian ini, dapat menghadirkan inovasi kedepannya dalam pemodelan data resistivitas geolistrik. Berdasarkan penjabaran tersebut, maka dilakukan penelitian dengan judul “Aplikasi Pemrograman Inversi 2D ResIPy dalam Simulasi Perubahan Parameter Model dan Interpretasi Data Lapangan: Studi Kasus Penampang Resistivitas Nikel Laterit”.

## 1.2 Tujuan Dan Manfaat

### 1.2.1 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengevaluasi pengaruh variasi regularisasi smoothing dalam pemodelan inversi terhadap akurasi interpretasi data resistivitas.
2. Menentukan parameterisasi model error variansi yang optimal untuk meningkatkan sensitivitas inversi dalam aplikasi geologi nikel laterit.
3. Melakukan interpretasi zona dan batas bawah limonit pada penampang resistivitas nikel laterit.

### 1.2.2 Manfaat

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat antara lain:

1. Rekomendasi parameter *smoothing* dan *error weighting* secara *trial and error* untuk model geologi sintetik dalam kasus nikel laterit.
2. Penentuan batas bawah (*limonit bottom*) dengan normalisasi sebagai metode terkontrol dalam menangani ambiguitas batas lapisan.

### 1.3 Landasan Teori

#### 1.3.1 Prinsip Dasar Geolistrik Resistivitas

Pengukuran geolistrik resistivitas merupakan pengukuran yang melibatkan bagian dalam bumi. Pengukuran resistivitas menggunakan arus listrik searah yang dialirkan melalui suatu elektroda yang ditancapkan pada permukaan bumi. Selanjutnya, pada elektroda yang lain dilakukan pengukuran beda potensial. Berdasarkan besar arus listrik dan beda potensial akan diperoleh resistivitas titik-titik di bawah permukaan bumi. Resistivitas dihitung berdasarkan persamaan yang menyatakan hubungan antara beda potensial, kerapatan arus listrik, besarnya medan listrik, dan konduktivitas material (Dey & Morison, 1977). Setiap bagian dari bumi dapat dimisalkan sebagai sebuah medan listrik  $E$ . Untuk memetakan medan listrik tersebut didefinisikan sebuah fungsi  $V$  sebagai besar potensial pada setiap titik medan. Jika  $\vec{r}$  adalah sebuah vektor yang menunjuk pada titik tertentu di medan listrik, maka besar potensial di titik tersebut dapat dinyatakan dalam  $V(r)$ . Selanjutnya, jika berpindah sejauh  $dr$  maka besar potensial berubah sebesar  $dV$ . Perubahan tersebut dapat dituliskan dalam persamaan medan listrik:

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} \quad (1)$$

Persamaan medan listrik diatas menyatakan hubungan perubahan potensial dan jarak titik yang ditinjau. Persamaan tersebut dapat dituliskan  $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$  atau medan listrik merupakan gradien dari potensial yang akan dijelaskan lebih lanjut.

#### 1.3.2 Potensial Pada Bumi Homogen Isotropis

Bila suatu arus kontinu dialirkan kedalam medium yang homogen isotropik, dengan  $\partial A$  adalah elemen luas permukaan dan  $J$  adalah rapat arus listrik ( $A/m^2$ ), maka besarnya elemen arus yang melalui elemen permukaan adalah (Telford, 1990):

$$\partial I = \vec{J} \cdot \partial \vec{A} \quad (2)$$

Dimana  $\vec{J}$  dan medan listrik  $\vec{E}$  yang ditimbulkan dihubungkan dengan hukum Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3)$$

Dengan  $E$  dalam volt/meter ( $V/m$ ) dan  $\sigma$  adalah konduktivitas medium dalam ( $\Omega/m$ ), karena medan listrik tidak lain adalah gradien potensial skalar:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (4)$$

Untuk  $V$  adalah potensial listrik, dan dari persamaan (3) dan (4) diperoleh:

$$\vec{J} = -\sigma \vec{\nabla}V \quad (5)$$

Divergensi dari rapat arus adalah nol ketika tidak ada sumber muatan yang mengalir pada medium:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (6)$$

Hubungan antara persamaan (3, 4, 5, 6), dapat dituliskan dalam bentuk hubungan sebagai berikut:

$$\vec{\nabla} \sigma \cdot \vec{\nabla}V + \sigma \nabla^2 V = 0 \quad (7)$$

Jika konduktivitas listrik medium adalah konstan, maka suku pertama menjadi nol dan dengan demikian diperoleh:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (8)$$

Dalam koordinat bola persamaan Laplace dituliskan sebagai:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0 \quad (9)$$

Karena bumi dianggap homogen isotropik maka bumi mempunyai simetri bola, sehingga potensial  $V$  hanya bergantung pada  $r$  saja. Sehingga persamaan 9 dapat dituliskan (Telford, 1990):

$$\frac{1}{r^2} \left( 2r \frac{dV}{dr} + r^2 \frac{d^2V}{dr^2} \right) = 0 \quad (10)$$

### 1.3.3 Potensial Listrik Akibat Elektroda pada Permukaan Bumi

Potensial ( $V$ ) akibat suatu sumber arus tunggal ( $I$ ) pada medium homogen dengan ( $\rho$ ) konstan pada seluruh ruang lebih sesuai jika dibahas dalam sistem koordinat bola. Karena sifat simetri (tidak berotasi dan berevolusi) dari sistem yang ditinjau maka potensial hanya merupakan fungsi dari jarak  $r$  atau  $V(r)$  sehingga persamaan (8) dituliskan (Tsourlos, 1995).

$$\nabla^2 V = \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dV}{dr} \right) = 0 \quad (11)$$

Dengan mengintegrasikan:

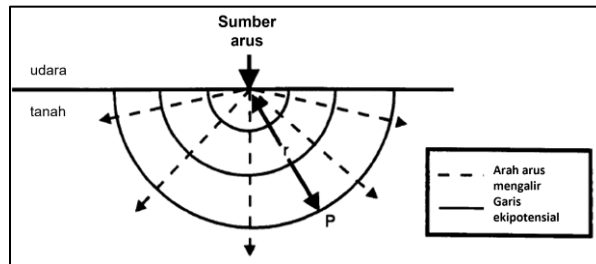
$$r^2 \frac{dV}{dr} = C \quad (12)$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{C}{r^2} \quad (13)$$

Kedua ruas pada persamaan (13) diintegrasikan terhadap  $dr$  menghasilkan:

$$V = \int \frac{dV}{dr} dr = \int \frac{C}{r^2} dr = -\frac{C}{r} + D \quad (14)$$

Ketika  $r \rightarrow \infty$  maka  $V \rightarrow 0$ , karena itu  $D$  berarti nol. Karena sifat homogen medium, maka arus mengalir secara radial, melalui permukaan ekipotensial setengah bola dan luas permukaan menjadi  $2\pi r^2$ .



Gambar 1. Medan ekipotensial disekitar sumber arus di bawah permukaan bumi

Rapat arus total  $J$  dari arus  $I$  yang melalui permukaan setengah bola  $S$ , dengan radius  $r$  adalah  $J = I/S$ , sehingga:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (15)$$

Karena  $E = -\partial V / \partial r$ :

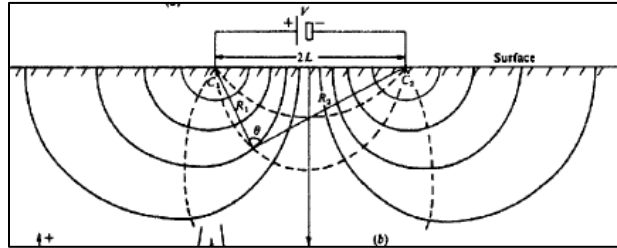
$$\frac{dV}{dr} = -\frac{I}{2\pi \sigma r^2} \quad (16)$$

Dari persamaan (14) dan (16), nilai  $C$  dapat dicari:

$$C = \frac{I}{2\pi \sigma} \quad (17)$$

Dengan mensubstitusikan  $C$  pada persamaan (17) dan mengganti konduktivitas  $\sigma$  dengan resistivitas  $\rho$  [ $\sigma = 1/\rho$ ], potensial setiap titik pada bidang yang homogen dapat dituliskan sebagai berikut:

$$V = \frac{I\rho}{2\pi r} \quad (18)$$

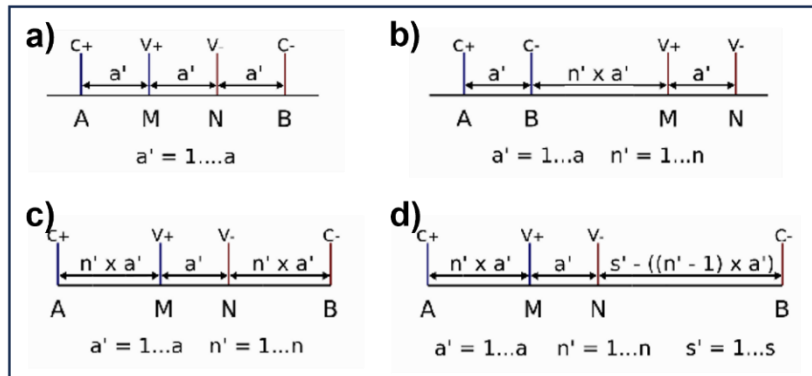


Gambar 2. Profil Bawah Permukaan untuk Skema 2 Sumber Arus

Adapun ketika kasus/skema yang dimiliki adalah dua sumber titik elektroda arus, maka potensial pada permukaan setengah ruang tak berhingga yang memiliki pola ekipotensial seperti pada gambar 2.

Dalam akuisisinya, melibatkan susunan elektroda yang dapat mempengaruhi citra bawah permukaan. Akuisisi data resistivitas melibatkan injeksi arus ke dalam tanah melalui sepasang elektroda arus dan potensial. Pengaturan lapangan memerlukan penyebaran serangkaian elektroda dengan jarak yang teratur melalui multikabel. Data resistivitas kemudian direkam untuk menghasilkan penampang semu resistivitas bawah permukaan.

Umumnya metode ERT yang digunakan adalah menggunakan 4 buah elektroda yang terletak dalam satu garis lurus dan simetris terhadap titik tengah yaitu 2 buah elektroda arus (AB) dan 2 buah elektroda tegangan (MN) di bagian dalam. Kombinasi dari jarak  $AB/2$  dan  $MN/2$  menghasilkan konfigurasi yang berbeda.



Gambar 3. a) Wenner, b) Dipole-dipole, c) Schlumberger, d) Gradient

Untuk kasus 3.a, potensial pada masing-masing  $M$  dan  $N$  adalah:

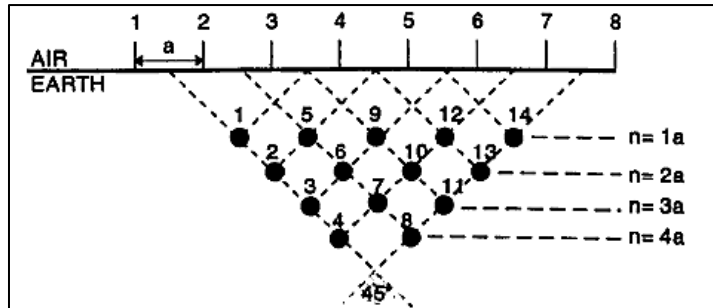
$$V_M = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right) \quad (19)$$

$$V_N = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right) \quad (20)$$

Dengan demikian, potensial  $\Delta V$  dapat menjadi:

$$\Delta V = V_M - V_N = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right) \quad (21)$$

Pola akuisisi data ERT, dikombinasikan dengan variasi resistivitas vertikal dan lateral. Bentuk *pseudosection* menggunakan 8 elektroda, dengan *maximum separation*  $n = 4$  digambarkan pada Gambar dibawah.



Gambar 4. Representasi Data Set dalam Bentuk Pseudosection

### 1.3.4 Forward Modelling

Pemodelan kedepan adalah proses untuk memperoleh respon teoritik dari model distribusi sifat bawah permukaan berdasarkan teori yang relevan (Grandis, 2006). Model merupakan representasi matematis dari bagian bumi yang memberi respon yang sesuai dengan hasil pengukuran yang akan didiskritisasi. Diskritisasi model dapat dilakukan dengan tiga cara, pertama membagi model menjadi blok-blok kecil yang lebarnya sama dengan jarak terkecil antara elektroda. Selanjutnya, membagi model menjadi blok-blok yang pada beberapa lapisan secara vertikal maupun horizontal. Pada tahap ketiga, blok-blok yang pada beberapa lapisan pertamanya hanya dibagi dua secara horizontal saja. Hal ini disebabkan resolusi metode resistivitas berkurang dengan bertambahnya kedalaman, maka lebih efektif jika blok yang dibagi dua hanya lapisan pertama dan kedua saja (Rucker, 2011).

Untuk memperoleh kesesuaian antara data teoritis (respon model) dengan data lapangan dapat dilakukan proses coba-coba (*trial and error*) dengan mengubah harga parameter model. Istilah *forward modelling* digunakan untuk menyatakan pemodelan data geofisika dengan cara coba-coba tersebut. Dengan kata lain, istilah *forward modelling* tidak hanya mencakup perhitungan respon model tetapi juga proses coba-coba secara manual untuk memperoleh respon yang cocok dengan data (Grandis, 2009). Setiap titik pada diskritisasi model tersebut kemudian diberikan suatu parameter berupa nilai resistivitas yang nilainya sama dengan yang diinginkan oleh penginversi juga hasil pengukuran. Sedangkan respon model merupakan data sintetik yang dihitung dengan hubungan secara matematika berdasarkan pada model yang dengan parameter yang dimilikinya.

Hubungan antara model dan respon model baik untuk model dua dimensi maupun model tiga dimensi dapat diselesaikan dengan menggunakan metode elemen hingga (*Finite Element Method*) (Tsourlos, 1995).

$$\nabla \cdot (-\sigma_{(x,y,z)} \nabla V_{(x,y,z)}) = f_{(x,y,z)} \quad (22)$$

Persamaan (22) merupakan persamaan potensial listrik untuk kasus 3D yang merupakan persamaan diferensial Poisson pada kasus homogen yang tidak mengalami perubahan potensial. Dimana  $V$  merupakan potensial listrik dalam domain spasial,  $\sigma$  adalah konduktivitas dalam medium,  $f$  adalah fungsi yang merepresentasikan sumber arus. Penyelesaian permasalahan dalam domain 3D sangat sulit untuk dilakukan secara analitik sehingga perlu disederhanakan menjadi pendekatan. Sehingga untuk kasus 2D diberikan batas ( $\delta$ ) maka persamaan (24) menjadi (Tsourlos, 1995):

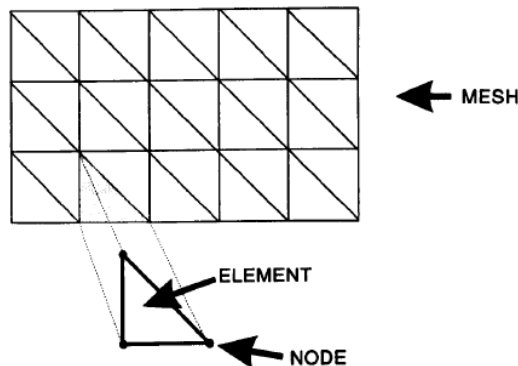
$$-\sigma_{(x,z)} \nabla^2 V_{(x,k,z)} = I \delta(x - x_s) \delta(z - z_s) \quad (23)$$

Permasalahan forward dari potensial listrik untuk sumber titik kasus geolistrik 2D dapat diformulasikan menggunakan transformasi Fourier sepanjang arah-y dengan persamaan (22).

$$V_{(x,y,z)} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} V(x, k, z) e^{-iky} dk \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \sigma k^2 V + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -I \delta(x - x_s) \delta(z - z_s) e^{-ikys} \quad (25)$$

Persamaan (25) dapat didekati dengan integrasi numerik pada permasalahan forward. Perhitungan potensial  $V$  pada titik (node) diskritisasi model direkonstruksi berdasarkan *governing equation* yang mensimulasikan error diskritisasi numerik.



Gambar 5. Diskritisasi Metode Elemen Hingga

Metode elemen hingga digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kompleks dalam geofisika dan memiliki pengaplikasian yang luas (Cai dkk., 2007). Metode elemen hingga merupakan kasus khusus dari metode Galerkin dengan menambahkan syarat bahwa fungsi uji  $w$  untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, N$  merupakan fungsi yang sepotong-sepotong halus (*piecewise smooth*). Tujuan dari pemilihan fungsi ini adalah untuk mendapatkan matriks kekakuan (*stiffness matrix*) yang jarang (*sparse*). Matriks jarang merupakan matriks yang sebagian besar elemennya nol (Coggon, 1971). Untuk mendapatkan solusi dari *forward problem*, persamaan resistivitas terlebih dahulu diubah ke dalam formulasi lemahnya (*weak formulation*). Untuk menjelaskan konsep formulasi lemah digunakan contoh berupa model:

$$\begin{cases} -\nabla^2 V = f, & \text{di } \Omega \\ V = 0, & \text{di } \partial\Omega = \Gamma \end{cases} \quad (26)$$

Persamaan diferensial parsial diatas adalah permasalahan Poisson untuk mencari fungsi  $u$  di domain  $\Omega$  yang memenuhi model jika diketahui nilai fungsi  $f$ . Fungsi yang dicari adalah

fungsi yang memenuhi sifat *smooth* (halus) dengan sifat dapat didiferensialkan sebanyak tak berhingga kali. Namun, dalam kasusnya suatu model tidak memiliki solusi *smooth*, sehingga diperkenalkan konsep solusi klasik dan solusi lemah (Atkinson dan Han, 2009).

Solusi lemah diperoleh dari konsep solusi klasik. Untuk suatu fungsi  $V \in C_0^\infty(\Omega)$  yang tetap, jika model dikalikan dengan  $w$  kemudian diintegrasikan terhadap domain  $\Omega$  maka diperoleh:

$$-\int_{\Omega} w \nabla^2 V dx = \int_{\Omega} w f dx \quad (27)$$

Solusi lemah dari masalah poisson dapat diperoleh dengan merekonstruksi residual berbobot dari persamaan (27) jika diuraikan suku-suku yang terlibat (Polycarpou, 2006).

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} \sigma \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \sigma \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \sigma k_2 V - f \right] = r^e \quad (28)$$

Elemen residual tersebut secara ideal sama dengan nol, dengan syarat solusi numerik  $V$  yang ingin diperoleh adalah solusi eksak. Sehingga objektivitas elemen hingga adalah untuk meminimalkan elemen residual dalam arti pembobotan. Dengan demikian, dilakukan pengalian antara  $r^e$  dengan fungsi uji/bobot  $w$  dan diintegrasikan disekitar elemen  $\Omega$ .

$$\iint_{\Omega} w \left[ \frac{\partial}{\partial x} \sigma \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \sigma \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \sigma k_2 V - f \right] dx dz = 0 \quad (29)$$

Dengan penerapan identitas integral dan substitusi dari persamaan diatas, diperoleh penurunan persamaan (29) sebagai berikut:

$$-\sigma \iint \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] w dx dz + \sigma \iint k^2 V w dx dz = \iint_e f w dx dz \quad (30)$$

Selanjutnya untuk menyelesaikan formulasi lemah, digunakan diskritisasi domain dengan metode elemen hingga. Dalam FEM, domain didiskritisasi ke dalam elemen dengan mengasumsikan setiap elemen adalah konstan dan homogen. Trial solution diaproksimasi sebagai kombinasi linier dari fungsi basis  $N_j$ . Adapun potensial aproksimasi dari tiap elemen dirumuskan sebagai berikut:

$$V_{(x,k,z)} = \sum_{j=1}^N a_j N_j(x, z) \quad (31)$$

Dimana  $\tilde{a}_j$  merupakan potensial dari dalam elemen yang tidak diketahui dan  $N_j$  adalah fungsi bentuk yang akan didefinisikan kemudian. Dengan demikian diperoleh bentuk akhir dari solusi lemah tiap elemen sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \sigma \iint_e \left( \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} \right) dx dz + \sigma \iint_e k^2 V w dx dz \\ & = \iint_e f w dx dz + \sigma \iint_e \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial x} w \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial V}{\partial z} w \right) \right] dx dz \end{aligned} \quad (32)$$

Suku ke-empat dari persamaan (32) dapat didekati dengan Gauss Theorem yang menghubungkan integral luasan dengan integral permukaan disekitar bidang batasnya, sehingga diperoleh (Polycarpou, 2006):

$$\sigma \iint_e \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial x} w \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial V}{\partial z} w \right) \right] dx dz = \oint_e \left[ \sigma \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) w n_i + \sigma \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right) w n_k \right] ds \quad (33)$$

Dimana  $n_i$  dan  $n_k$  adalah vektor normal dalam arah  $x$  dan  $z$ .

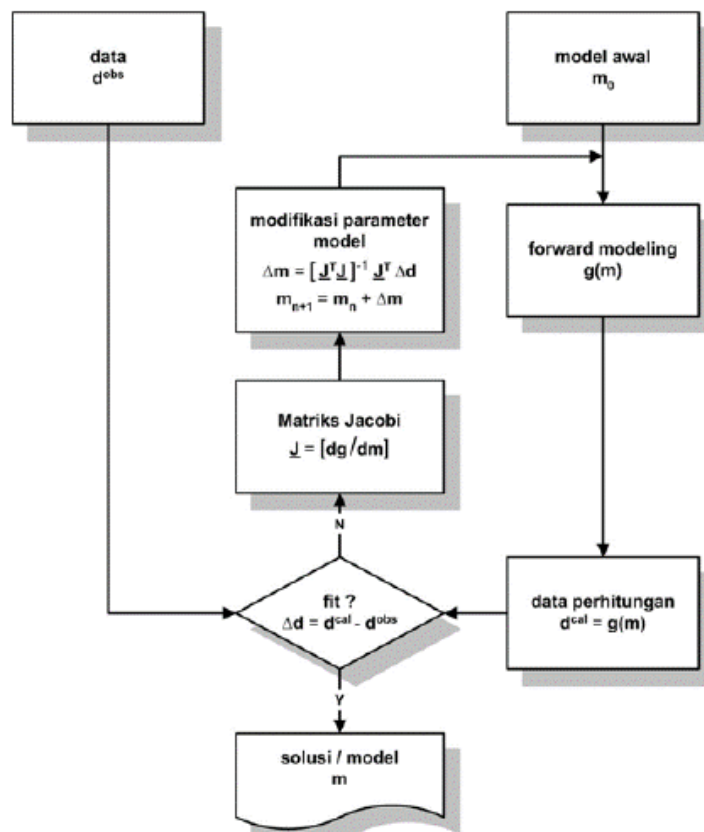
Trial solution pada persamaan (31), disubstitusikan pada  $V$  persamaan (32), dengan mempertimbangkan syarat galerkin yang berlaku  $w = N_i$ . Hingga akhirnya diperoleh persamaan yang dapat diuraikan kedalam bentuk matriksnya. Produk dari metode elemen hingga adalah menghasilkan persamaan yang dilinierkan dalam bentuk  $Ax = b$ , dalam hal ini diperoleh:

$$K u = f \quad (34)$$

Dimana  $K$  adalah *matrix stiffnes* sebagai matriks interpolasi antara node elemen  $i$ ,  $u$  potensial yang dicari dan  $f$  adalah fungsi arus (*load matrix*).  $K$  dan  $f$  akan dijabarkan penurunannya secara lebih lanjut pada Lampiran 3.

### 1.3.5 Inverse Modelling

Parameter model dalam Inverse modelling diperoleh secara langsung dari data berbeda dengan forward modelling yang dijelaskan pada Sub Bab sebelumnya. Menke (1984) mendefinisikan teori inversi sebagai integrasi teknik atau metode matematika dan statistika untuk memperoleh informasi yang berguna mengenai suatu sistem fisika berdasarkan observasi terhadap sistem tersebut. Fenomena yang ditinjau dalam sistem fisika hasil observasi terhadap sistem adalah data, sedangkan informasi yang ingin diperoleh dari data adalah model atau parameter model. Inverse modelling pada dasarnya adalah proses modifikasi model agar diperoleh kecocokan antara data perhitungan dan data pengamatan (Grandis,2009).



Gambar 6. Algoritma Inversi Nonlinier dengan Pendekatan Linier

Secara umum, permasalahan inversi dalam geofisika melibatkan inversi non-linier. Meskipun dalam beberapa kasus, permasalahan inversi dapat dibuat menjadi linier ataupun non-linier bergantung pada parameterisasi model yang dipilih. Hubungan antara data dengan parameter model secara umum dapat dinyatakan oleh persamaan:

$$d^{pred} = G(m) \quad (35)$$

Dimana  $m = (m_1, \dots, m_N)^T$ ,  $d^{pred}$  adalah vektor dari data prediksi  $M$ , dan  $G$  adalah matriks  $M \times N$  yang berisi parameter fisis dari permasalahan linier. Persamaan tersebut dapat pula digunakan untuk menyatakan hubungan antara data dengan parameter model yang direpresentasikan oleh suatu fungsi non-linier. Persamaan (35) dapat digunakan untuk menyatakan hubungan non-linier antara data dengan parameter model. Dalam hal ini  $G$  adalah fungsi pemodelan ke depan sebagai fungsi non-linier dari parameter model. Fungsi  $G$  dinyatakan dalam notasi vektor untuk menyatakan adanya komponen yang berasosiasi dengan komponen data. Dalam mengkuantifikasi parameter model, ekspansi Taylor orde pertama digunakan untuk memperoleh fungsi  $G(m)$  disekitar suatu model:

$$G(m) \approx G(m_0) + \nabla G|_{m=m_0}[m - m_0] \quad (36)$$

Dimana  $\nabla G|_{m=m_0}$  menyatakan gradien fungsi  $G(m)$  yang dievaluasi pada  $m = m_0$ . Mengingat fungsi  $G(m)$  adalah fungsi pemodelan kedepan yang menghasilkan data  $d$  maka persamaan (36) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$d = g(m_0) + J_0 \Delta m_0 \quad (37)$$

Dimana  $J_0 = [\partial g_i / \partial m_j]_{m_0}$  disebut sebagai matriks jacobi dengan komponen berupa turunan parsial  $g(m)$  terhadap setiap parameter model  $m$  yang dievaluasi pada  $m = m_0$ . Persamaan (36) dan (37) diartikan sebagai prediksi data untuk suatu model  $m$  yang didekati dengan prediksi data untuk model  $m_0$  dengan faktor koreksi  $\Delta m_0$  berupa aplikasi matriks Jacobi pada selisih antara kedua model tersebut. Persamaan (37) dapat dituliskan kedalam bentuk linier sehingga diperoleh:

$$d - g(m_0) = J_0 \Delta m_0 \quad (38)$$

$$\Delta d_0 = J_0 \Delta m_0 \quad (39)$$

Secara umum dikenal beberapa penyelesaian permasalahan non-linier yaitu metode gradient, metode Gauss-Newton, metode Damped Least Square (Marquadt-Lavenberg), dan Metode Smoothness Constrain (Occam). Metode gradient dan Gauss-Newton memiliki keterbatasan dalam peminimuman fungsi objektif, dimana metode gradien sangat lambat namun cukup efektif pada saat iterasi awal jika dibandingkan dengan metode Gauss-Newton yang dapat mengalami *overshoot*. Oleh karena itu, dalam memperbaiki kinerja tiap metode, Levenberg dan Marquadt mengembangkan metode kombinasi antara kedua metode. Kombinasi dilakukan dengan menerapkan metode gradien pada saat awal iterasi. Metode kombinasi tersebut dikenal sebagai metode Levenberg-Marquadt. Metode tersebut kemudian dikembangkan menjadi metode Occam dengan menambahkan parameter delta ( $\lambda$ ) untuk smoothing berdasarkan regulasi tikhonov orde 1 (DeGroot & Constable, 1990).

R2 sebagai program solver pada resIPy melibatkan proses iteratif dengan menyelesaikan persamaan berikut:

$$(J^T W_d^T W_d J + \alpha R) \Delta m = J^T W_d^T (d - f(m_i)) - \alpha R m \quad (40)$$

$$m_{i+1} = m_i + \Delta m \quad (41)$$

Pada dasarnya persamaan (40) adalah implementasi gauss newton yang dimodifikasi dengan regularisasi Occam's Inversion. Dengan dicari  $\Delta m$  yang akan meminimalkan fungsi objektif, yaitu fungsi objektif yang diturunkan secara parsial terhadap  $\Delta m$  berdasarkan prinsip metode *weighted least square*.

Jika persamaan fungsi objektif adalah (Morelli dan LaBrecque, 1996):

$$\psi_{total} = \psi_d + \alpha\psi_m \quad (42)$$

Dan data misfit serta model misfit dalam *weighted least square* masing-masing adalah:

$$\psi_d = (d - f(m))^T W_d^T W_d (d - f(m)) \quad (43)$$

$$\psi_m = m^T R m \quad (44)$$

Dimana  $R$  adalah Roughness Matrix. Persamaan (40) dan (41) jika diselesaikan secara berulang akan diperoleh kondisi yang konvergen. Kondisi ini didefinisikan ketika mencapai misfit data dengan toleransi tertentu. Misfit data diekspresikan sebagai *root mean square error*:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum \left( \frac{d_{obs,i} - d_{calc,i}(m)}{\epsilon_i} \right)^2} \quad (45)$$

Dimana  $N$  adalah jumlah data/pengukuran dengan toleransi target didasarkan pada distribusi *chi-square*.  $d_{obs,i}$  adalah data observasi di titik  $i$ ,  $d_{calc,i}$  adalah kalkulasi pada titik  $i$ .  $\sigma_i$  adalah keasalahan atau standar deviasi yang digunakan terhadap data. RMS error merupakan parameter evaluasi kuantitatif yang biasa digunakan dalam menentukan kemampuan model inversi.

Perhitungan sensitivitas melibatkan matriks jacobian ( $J$ ) yang merupakan turunan pertama dari data terhadap parameter pengubahnya atau fungsi gradien perubahan dari parameter fisis yang dicari. Isilah sensitivitas  $J_k = (\partial F / \partial m)_k$  muncul dalam setiap proses inversi non-linier. Formulasi  $J$  diperoleh dari peminimuman fungsi objektif yang melibatkan proses iteratif.  $J$  sebagai matriks Jacobian dengan  $J_{i,j} = \partial d_i / \partial m_j$ ,  $d$  adalah vektor data,  $m_i$  vektor parameter pada iterasi  $i$ ,  $W_d$  berupa matriks pembobotan pada diagonal dengan nilai  $W_{d,i,i} = 1/\epsilon_i$ ,  $\alpha$  adalah regularisasi (smoothing),  $R$  *roughness matrix* yang menjelaskan hubungan antara parameter cell,  $\Delta m$  nilai parameter pada tiap iterasi (Morelli dan LaBrecque, 1996).

R2 menyediakan dua cara untuk menilai model akhir dari sebuah inversi yaitu dengan matriks model resolusi dan tes sensitivitas. Matriks resolusi mengevaluasi seberapa baik parameter model dapat direkonstruksi dari data observasi. Matriks resolusi terdiri dari matriks observasi dan regularisasi yang secara luas dikembangkan dalam berbagai studi penelitian (Rucker, 2011). Secara sederhana  $R_m$  menggambarkan pemetaan data terhadap ruang model, membedakan variasi resistivitas dan membantu memahami sensitivitas model dalam merefleksikan karakteristik sebenarnya. Matriks  $R$  mempertimbangkan pendekatan linier yang menghubungkan vektor resistivitas model inversi dengan resistivitas sebenarnya (target model) (Martorana dkk., 2016):

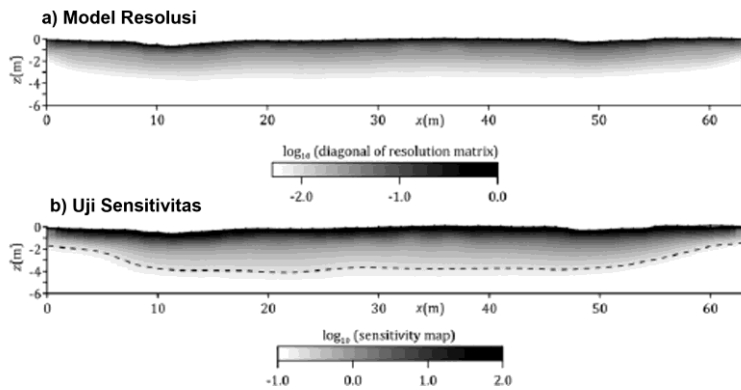
$$m = R_m m_{true} \quad (46)$$

Dimana  $m$  adalah parameter inversi dan  $m_{true}$  berupa parameter yang tidak diketahui. Idealnya,  $R_m = I$ , berupa deviasi penjelas bahwa sensitivitas yang rendah dari nilai parameter data terukur diperoleh dari regularisasi. Penentuan matriks resolusi ( $R_m$ ) menggunakan persamaan (Binley, 2023):

$$(J^T W_d^T W_d J + \alpha R) R m = J^T W_d^T W_d J \quad (47)$$

Dari persamaan (47), dimana Jacobian  $J$  telah dihitung menggunakan *inverted parameter set*. Secara sederhana matriks resolusi digunakan untuk menampilkan nilai diagonal dari masing-masing parameter. Cara ini membutuhkan usaha komputasi yang signifikan. Cara alternatif yang dapat dilakukan untuk menilai model inversi adalah dengan memetakan sensitivitas, dengan menghitung diagonal dari:

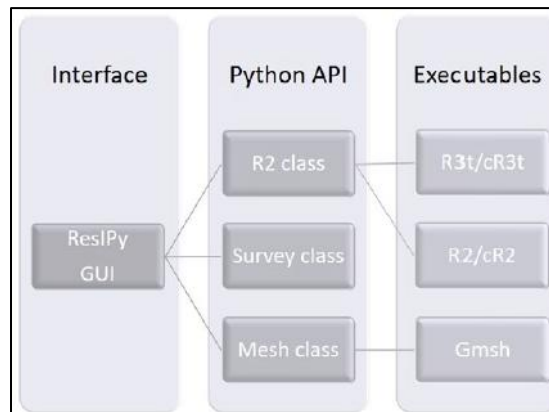
$$S = J^T W_d^T W_d J \quad (48)$$



Gambar 7. Model Resolusi dan Uji Sensitivitas (Binley dan Kemna, 2005)

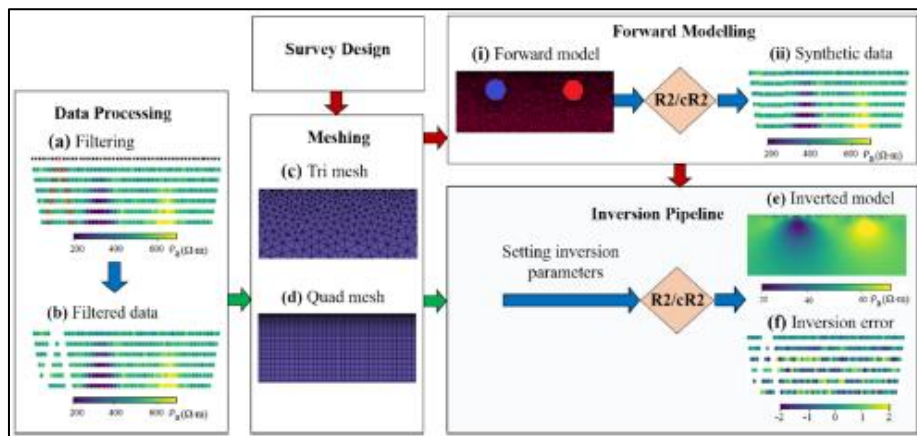
### 1.3.6 R2 ResIPy

ResIPy adalah program yang memungkinkan pengguna melakukan pemodelan dan inversi pada kumpulan data geolistrik. ResIPy dibuat dengan *interface* Python, dan kode sumbernya tersedia di repositori GitLab (<https://hkex.gitlab.io/resipy>). ResIPy menerapkan kode-kode yang tersedia secara bebas, seperti R2, R3t, dan cR2. Kode R2 dan R3t dikembangkan untuk memecahkan resistivitas arus searah 2D dan 3D. Sebaliknya, kode cR2 dirancang untuk memecahkan masalah polarisasi terinduksi (Doyoro dkk., 2022). ResIPy yang dilihat secara interface adalah bentuk GUI (*Graphical User Interface*). GUI menampilkan aplikasi yang dapat diakses secara gratis. Dalam bentuk ini, terdapat keterbatasan fleksibilitas untuk melakukan pemodelan seperti desain multimodel dalam *forward modelling* dan memasukkan *raw data* dalam jumlah besar.



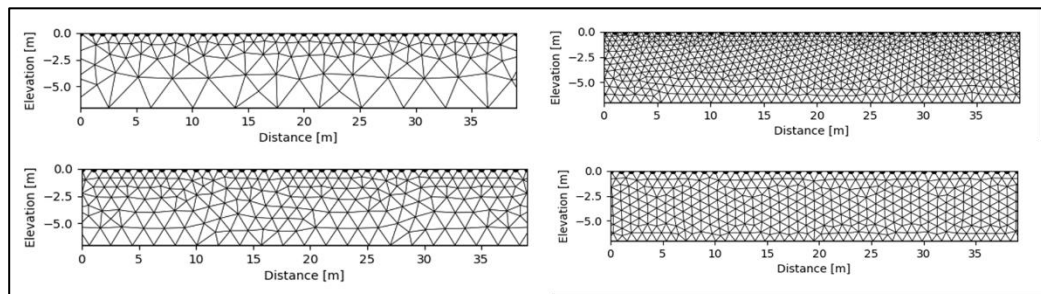
Gambar 8. Overview ResIPy Software

Gambar 8 menunjukkan struktur GUI dari ResIPy yaitu R2 class, survey class, dan mesh class. Itu adalah bentuk API dari ketiga objek tersebut (Boyd dkk., 2019). R2 sebagai *package* dalam ResIPy yang menyediakan solusi forward dan inverse data resistivitas 2D. Solusi inversi didasarkan pada regularisasi fungsi objektif dengan metode *weighted least square* bertipe solusi *Occam*. Regularisasi R2 menggunakan algoritma non-robust L2 (*Ridge Regression*) yang menambahkan penalti terhadap besaran kuadrat dari parameter model. Penggunaan L2 cenderung menghasilkan solusi yang lebih halus dan stabil.



Gambar 9. Alur Kerja ResIPy (Blanchy dkk., 2020)

Pemodelan forward dalam R2 menggunakan parameter model berupa mesh dengan pendekatan numerik. Diskritisasi mesh sangat penting dalam mengontrol struktur inversi ResIPy, khususnya untuk mesh yang kasar dan padat.

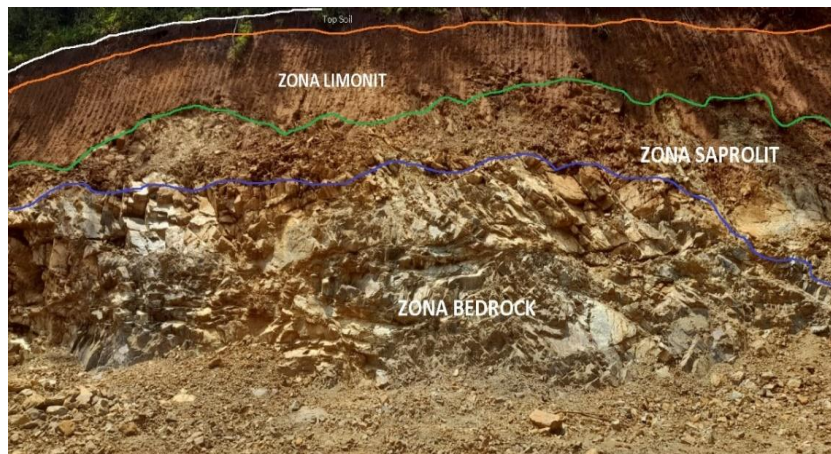


Gambar 10. Mesh dengan Parameter yang berbeda:  $cl=2$  &  $cl\_f=2$  (kiri atas, default),  $cl=1$  &  $cl\_f=2$  (kiri bawah),  $cl=-1$  &  $cl\_f=2$  (kanan atas),  $cl=1$  &  $cl\_f=1$  (kanan bawah).

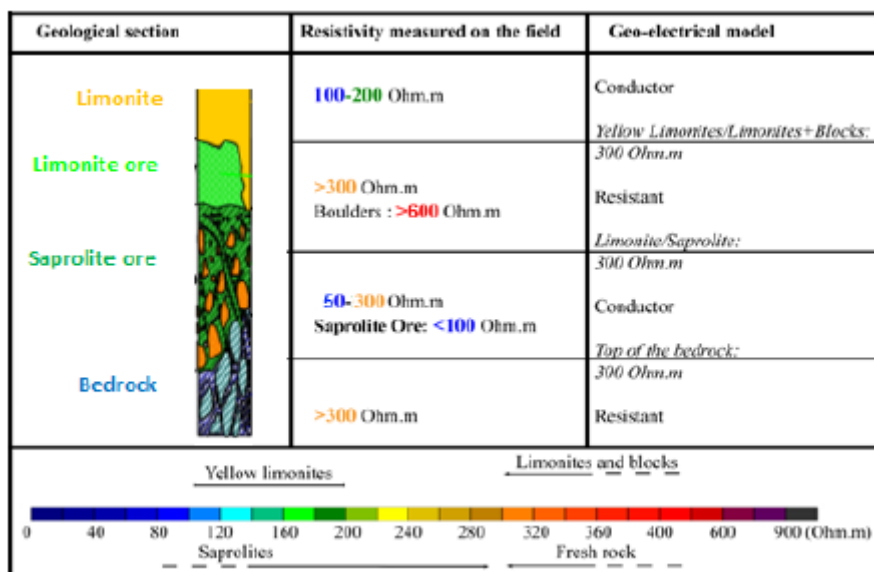
### 1.3.7 Geologi Nikel Laterit

Batuan induk dari endapan nikel laterit adalah batuan ultrabasa dengan kandungan mineral ferromagnesia (olivine, piroksen, dan amphibole) dalam jumlah besar yang berasosiasi dengan struktur geologi yang terbentuk pada masa Precambrian hingga Tersier (Ahmad, 2006). Batuan ultrabasa wilayah Sorowako sendiri tersusun dari batuan peridotite yang dapat dibagi menjadi empat satuan batuan, yang merupakan batuan induk pembawa nikel dengan kadar sekitar 2%.

Bijih nikel yang terdapat di daerah Sorowako termasuk ke dalam jenis nikel laterit. Bijih nikel tersebut terbentuk akibat pelapukan dan pelindihan (*leaching*) batuan ultrabasa seperti peridotite dan serpentine dari rombakan batuan ultrabasa.



Gambar 11. Profil Nikel Laterit di Lapangan



Gambar 12. Profil Nikel Laterite (Dokumentasi Vale)

Secara umum profil Nikel Laterit seperti yang terlihat pada gambar 12 terdiri atas:

1. Zona limonit memiliki warna merah kecoklatan dan mengandung oksida besi yang umumnya dalam bentuk senyawa *goethite* dan *hematite* (Jafar, 2017).
2. Zona saprolit berwarna kuning kecoklatan agak kemerahan. Struktur dan tekstur batuan induk masih terlihat dan dijumpai mineral *garnierite* sebagai hasil dari proses *leaching*. Zona saprolit berbatu dapat terdiri dari material dengan ukuran bervariasi dari bongkahan besar hingga kerikil (Francke, 2009).

3. Lapisan *bedrock* merupakan batuan ultrabasa yang tidak atau belum mengalami pelapukan. Zona ini biasanya memperlihatkan rekahan – rekahan (frakturisasi) yang kuat, kadang membuka dan terisi oleh mineral *garnierite* dan silika akibat proses *leaching*.

## BAB II METODE PENELITIAN

### 2.1 Data dan Perangkat Penelitian

#### 2.1.2 Data Penelitian

Dalam penelitian ini data yang digunakan adalah model sintetik dan data lapangan. Data model sintetik sebagai acuan untuk menguji akurasi ResIPy dalam mengejar target model dan penyesuaian parameter yang digunakan dalam data lapangan. Data lapangan sebagai studi kasus sesuai kondisi pada lapangan nikel laterit. Adapun rincian dari data yang digunakan sebagai berikut:

1. Model 3 lapis dan boulder
2. Data Lapangan site X PT Vale Indonesia

#### 2.1.2 Perangkat Penelitian

Perangkat yang digunakan dalam penelitian ini adalah program modul ResIPy, Visual Studio Code, Microsoft excel, notepad++, dan Datamine v1.4.168 dari RM studio. Project R2 dari Modul ResIPy di-*import* dalam Visual Studio Code (VSC). VSC sebagai *code* editor python dalam mendefinisikan perancangan skema survei, geometri model, dan parameter inversi dalam format R2.in. Berikutnya visualisasi hasil inversi ditampilkan dengan modul matplotlib *python*. Data lapangan dengan konfigurasi edge gradien disesuaikan formatnya sesuai input dalam ResIPy berformat csv. Pengeditan input data dilakukan pada microsoft excel. Dalam kasus model sintetik, data observasi awal dihasilkan dari simulasi forward dengan menggunakan model bawah permukaan. Input data dalam resIPy berperan sebagai data observasi sebelum dilakukan inversi. Dikarenakan proses inversi berusaha mencari model optimal yang menghasilkan data kalkulasi yang sedekat mungkin dengan data observasi, maka diperlukan pendekatan *forward* dengan pertimbangan evaluasi agar model tidak mencapai *overfitting*. Beberapa evaluasi parameter akan dibahas kemudian untuk menjaga keseimbangan antara kecocokan data dengan model.

### 2.2 Tahapan Penelitian

#### 2.2.1 Tahapan Pesiapan

Tahapan penelitian dalam tugas akhir ini dimulai dengan pembuatan model teori dalam bentuk *script Python*. Model teori yang dibuat berdasarkan beberapa skema yang mewakili kondisi geologi dalam beberapa kasus. *Script* model teori tersebut melibatkan pendefinisian parameter fisis (resistivitas) dan parameter geometri sebagai model diskritisasi yang akan berperan dalam forward modelling. Model diskritisasi (*mesh*) yang digunakan adalah grid segitiga (*triangular mesh*). Struktur mesh dalam R2 membutuhkan input parameter geometri dalam R2.in. File koordinat berupa informasi geometri dari semua node yang akan diperoleh dalam format file mesh.dat.

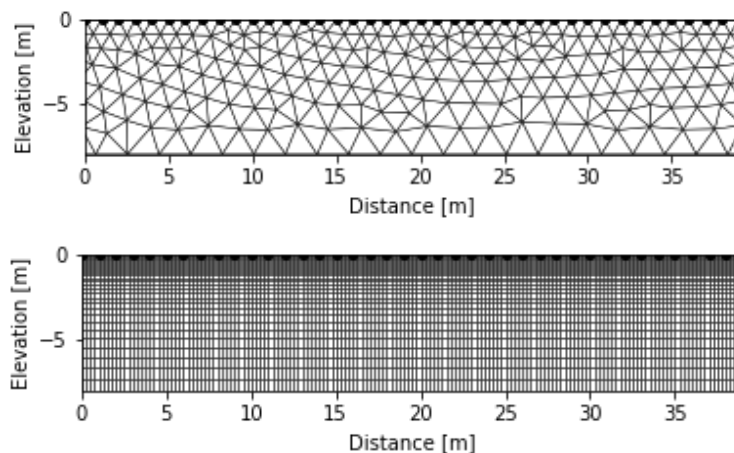
Pada tahap pembuatan format file input data terdiri dari pembuatan file mesh (mesh.dat) dan file konfigurasi pengukuran (protocol.dat). Input parameter terdapat di dalam file khusus (R2.in) yang akan dipanggil dalam fungsi Project.py. Pada tahap inversi, digunakan program inversi R2 oleh Binley dan Slater (2020), metode *weighted least square* dengan tipe solusi Occam. Metode ini menghasilkan solusi inversi yang didasarkan pada regularisasi fungsi objektif dengan pembobotan kuadrat terkecil.

Model sintetik dibuat untuk mengevaluasi algoritma inversi pada R2 (ResIPy), memberikan pemahaman terhadap respon fisis, dan perancangan survei lapangan. Selanjutnya dilakukan pencocokan model awal dan model hasil inversi berdasarkan skema parameter. Ketika sudah diperoleh kecocokan antara model awal dan model inversi, maka dilakukan plot korelasi data resistivitas observasi terhadap kalkulasi, dan tes numerik error untuk menilai seberapa baik pemilihan parameter dan skenario model. Parameter yang telah dievaluasi terhadap model geologi sintetik kemudian diterapkan pada data lapangan.

### 2.2.2 Input Parameter

Dari sudut pandang survei, diketahui bahwa resolusi spasial dan kedalaman penetrasi elektroda array berkaitan erat dengan jarak dasar dan pemisahan maksimum elektroda. Partisi awal dalam pemodelan ruang seringkali mencakup tata letak elektroda sebagai titik *node* yang tetap. Keterbatasan pada elektroda tersebut masih diperlukan penghalusan atau kerapatan titik *node* untuk menghasilkan perhitungan kedepan (*forward*) yang lebih akurat. Hasil akurasi ResIPy dengan pendekatan data geologi sintetik mampu memberikan output yang jelas dalam persoalan interpretasi dan harus representatif terhadap model awal. Dengan demikian, beberapa skema survei yang dibuat kemudian dapat memberikan pendekatan terhadap perkiraan batas resolusi dan penetrasi kedalaman yang sama untuk semua susunan elektroda.

Dalam memodelkan data geologi sintetik, dibuat pendekatan mula-mula dengan skenario yang berbeda pada target model yang sama. Dalam pemodelan *forward*, tahap awal pemodelan adalah dengan membagi daerah bawah permukaan menjadi elemen-elemen (*mesh*) yang lebih kecil. *Mesh* merupakan representasi parameter dan perhitungan *forward* yang saling terhubung melalui formulasi perhitungan matematis yang dibahas pada Bab 1. Dalam hal ini dilakukan diskritisasi dengan *mesh* segitiga (*triangular mesh*) atau (*quadrilateral mesh*) (Boonchaisuk dkk, 2008). Hasil diskritisasi merupakan input geometri yang selanjutnya dilakukan *forward modelling*.



Gambar 13. Hasil diskritisasi triangular mesh dan quadrilateral mesh dengan metode finite element

Dalam proses inversi geofisika, diketahui beberapa parameter yang mengatur stabilitas model. Tabel 1 dibawah ini memuat beberapa parameter dalam pemodelan inversi yang digunakan dalam pengolahan data (Binley, 2023).

Tabel 1. Parameter Inversi

| Parameter    | <i>k.param</i>                | keterangan                                                                                                              |
|--------------|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $err_{mod}$  | $err_{mod} = 2$               | Update bobot tiap iterasi                                                                                               |
| $reg_{mode}$ | $reg_{mode} = 1$              | Regularisasi berdasarkan model awal (model referensi)                                                                   |
| $\alpha_s$   | $\alpha_s = 0.01 - 10$        | Parameter regularisasi yang digunakan untuk mengontrol sejauh mana model inversi boleh menyimpang dari model referensi. |
| $a_{wgt}$    | $a_{wgt} = 0.01, 0.02, \dots$ | Mengontrol error absolut dalam satuan $\Omega$                                                                          |
| $b_{wgt}$    | $b_{wgt} = 0.01, 0.02, \dots$ | Mengontrol error relatif. Mengurangi dampak noise yang proporsional terhadap resistivitas semu                          |

Bobot pada tiap iterasi diperbarui merupakan strategi optimasi pada metode Gauss-Newton. Pembobotan dinamis digunakan untuk meningkatkan stabilitas konvergensi. Berikutnya regularisasi dengan  $reg_{mode} = 1$  memerlukan parameter  $\alpha_s$  yang memberikan penalti terhadap model. Dengan pertimbangan bahwa model akhir akan dikonstrain agar tetap dekat dengan model referensi tetapi tetap *smooth*. Faktor  $\alpha_s$  menyusun persamaan fungsi model misfit sebagai berikut:

$$\psi_m = (m - m_0)^T R (m - m_0) + \alpha_s (m - m_0)^T (m - m_0) \quad (49)$$

Befus (2018) menjelaskan bahwa error variance pada pengukuran resistivitas dapat dimodelkan dengan persamaan yang menggabungkan a dan b weighting:

$$var(x) = a^2 + b^2 R^2 \quad (50)$$

$a_{wgt}$  dan  $b_{wgt}$  mengontrol bagaimana noise yang telah ditentukan diterapkan pada model. Hal ini akan mempengaruhi seberapa besar titik data mempengaruhi hasil inversi.  $a_{wgt}$  mewakili error offset yang konstan untuk semua pengukuran, sedangkan  $b_{wgt}$  mewakili error relatif yang akan meningkat seiring besarnya resistivitas yang diukur. Untuk kasus ini, data forward model ditambahkan model noise  $\sigma_R = 0.001 + 0.02R$ , dimana  $R$  adalah nilai absolut dari resistansi. Model tersebut setara dengan 2% gaussian noise pada offset 0.001  $\Omega$ . Dalam literatur lain pada Singha dkk, (2021) standar deviasi mendeskripsikan error dalam data.

Nilai error standar deviasi ( $\sigma_i$ ) untuk setiap titik data dikuantifikasi berdasarkan persamaan 39. Kemudian matriks pembobotan error ( $W$ ) digunakan untuk memberikan bobot dalam fungsi misfit:

$$W_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (51)$$

Seleksi parameter dalam proses inversi dilakukan untuk mengatasi potensi overfitting dan underfitting data. Dalam hal ini, program R2 dibangun dengan algoritma inversi least square berbobot maka data akan sangat bergantung dengan matriks  $W_d$ .

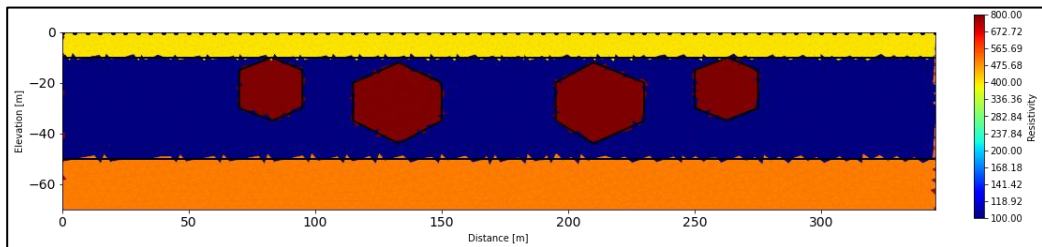
## 2.3 Pengolahan Data

### 2.3.1 Model Sintetik

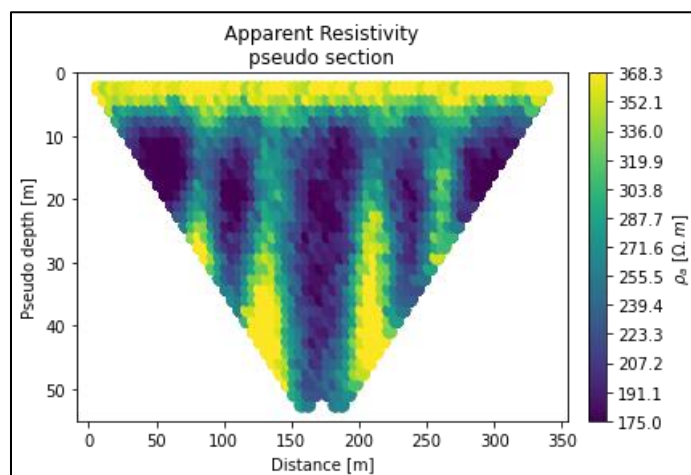
Model sintetik memiliki peran penting yang memungkinkan evaluasi terkontrol dari berbagai parameter yang memengaruhi hasil inversi dan respons algoritma. Pemodelan geologi sintetik dimulai dengan pemahaman model konseptual seperti keberadaan lapisan konduktif dan resistif, batas yang tajam atau transisi yang halus, serta fitur anomali khusus seperti boulder atau fault. Desain model yang tepat dapat memberikan dasar kuat untuk menilai apakah algoritma dapat mendeteksi dan merekonstruksi struktur geologi. Di sisi lain, input parameter yang berbeda dapat menghasilkan respon yang berbeda pula.

Proses pengolahan data pada penelitian ini dibatasi dengan simulasi parameter smooting, jenis regularisasi, dan error model sebagai prior dalam mempertimbangkan kecocokan model terhadap target model. Target model awal merupakan model sintetik yang dikejar kecocokannya secara *quick-look* dan mempertimbangkan evaluasi statistik dari beberapa literatur seperti nilai error inversi ternormalisasi (Befus, 2018). Model yang akan dievaluasi terdiri dari beberapa model uji (*tested model*).

Untuk menilai akurasi ResIPy dalam pemodelan resistivitas sintetik, baik secara kualitatif maupun kuantitatif, perlu untuk mengevaluasi bagaimana hasil forward modeling dan inversi dari data sintetik mencerminkan distribusi resistivitas bawah permukaan yang sebenarnya. Model yang dibuat memiliki 4 nilai resistivitas yang berbeda mewakili 3 lapisan dan 1 zona boulder. Secara geologi, model ini dianggap mendekati kondisi sebenarnya pada lapangan penelitian.



Gambar 14. Model Sintetik Nikel Laterit



Gambar 15. Pseudosection edge gradien dengan 5% noise

Data resistivitas semu disimulasikan dengan konfigurasi edge gradien yang terdiri dari 70 elektroda dengan jarak 5 meter. Skema survei yang digunakan adalah dengan mengintegrasikan konfigurasi pada data lapangan terhadap data sintetik agar pendekatan yang dipakai akurat. Data yang dihasilkan memiliki jumlah quadrupole atau datum point ( $N$ ) berjumlah  $N=6035$ . Finite element mesh (*triangular*) digunakan untuk menghasilkan elemen data dalam arah horizontal dan vertikal berjumlah 9967 elemen mesh.

Geometri model memiliki 3 lapisan berbeda ketebalan. Lapisan pertama memiliki ketebalan 10 meter, kedua memiliki ketebalan 40 meter, dan lapisan ketiga berada pada kedalaman 50-70 meter. Lapisan 1, 2 dan 3 secara berturut-turut memiliki nilai resistivitas  $400 \Omega m$ ,  $100 \Omega m$ , dan  $500 \Omega m$ . Adapun boulder memiliki resistivitas  $800 \Omega m$ . Simulasi parameter yang diterapkan pada model ini adalah ketelibatan error gaussian sebagai prior terhadap data dan kecocokan  $\alpha_s$  sebagai parameter smoothing untuk menjaga kehalusan model inversi.

### 2.3.2 Pengaruh Parameter Inversi

Penjelasan pelibatan parameter dan pengaruhnya terhadap model (perubahan /perturbasi moodel). Dalam penelitian yang mengacu pada Binley (1995) dan Binley & Slater (2020), distribusi numerik error dalam data resistivitas direkomendasikan untuk berada pada rentang  $\pm 3$  jika asumsi zero mean uncorrelated error benar.

$$\text{Normlized Inversion Error} = \frac{\rho_{true} - \rho_{inverted}}{\sigma_i} \quad (52)$$

Distribusi ini digunakan untuk memvalidasi kualitas data resistivitas yang diukur dan memastikan bahwa data memiliki error yang terdistribusi secara normal (Gaussian) tanpa pola tertentu.

Distribusi normal adalah distribusi probabilitas simetris berbentuk lonceng yang didefinisikan oleh dua parameter.

1. Mean ( $\mu$ ) titik tengah distribusi
2. Standar deviasi ( $\sigma$ ) ukuran penyebaran data dari mean

Dalam konteks error, Gaussian error mengacu pada error yang kemungkinan besar berpusat di sekitar nilai rata-rata dengan probabilitas menurun untuk error yang lebih besar.

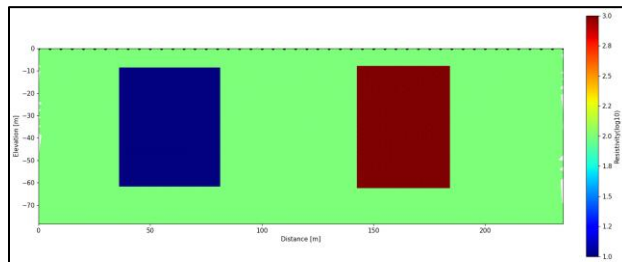
### 2.3.3 Evaluasi Numerik Model Sintetik

Skema parameter inversi yang tepat menjadi pertimbangan yang sangat penting agar algoritma inversi tetap stabil. Pemilihan parameter yang tepat pada model inversi dapat mencerminkan kondisi geologi yang lebih akurat. Dibuat pendefinisian model awal (Tabel 2) pada gambar 14. Terdapat 2 blok dengan kontras resistivitas disimulasikan dengan konfigurasi dipole-dipole yang terdiri dari 48 elektroda dan spasi 5 meter.

Tabel 2. Detail Model Dasar

| Zona                    | Resistivitas ( $\log_{10}$ ) | Resistivitas ( $\Omega m$ ) |
|-------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| Background (Zona 1)     | 2                            | 100                         |
| Blok Konduktif (Zona 2) | 1                            | 10                          |
| Blok Resistif (Zona 3)  | 3                            | 1000                        |

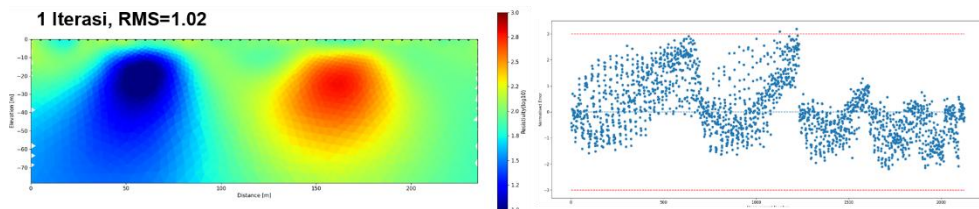
Penyesuaian input parameter inversi didalamnya diperlukan untuk merestrukturisasi kembali dan menghasilkan model yang lebih representatif.



Gambar 16. Background Model Dasar

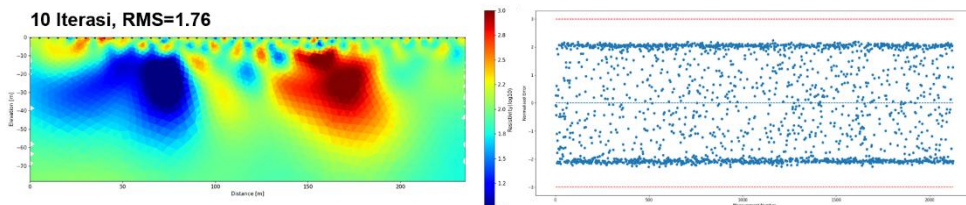
Misalnya data memiliki noise 5% yang diperoleh di lapangan maka bagaimana pendekatan offset error ( $a_{wgt}$ ) dan relatif error ( $b_{wgt}$ ) yang optimal dan direkomendasikan untuk menghasilkan solusi model yang representatif. Idealnya bobot error yang dipilih harus mencerminkan karakteristik noise yang terdapat dalam data lapangan, tetapi dalam praktiknya perlu dilakukan penyesuaian berdasarkan analisis sensitivitas. Secara teori diperlukan parameter bobot 5% pula untuk menghasilkan solusi model yang akurat.

Skenario yang diterapkan adalah dengan melakukan simulasi penambahan noise error 5% terhadap data observasi. Dari perlakuan tersebut dicari kecocokan model berdasarkan penyesuaian bobot error. Adapun skenario pertama adalah dengan menerapkan bobot error  $a_{wgt}$  dan  $b_{wgt}$  yaitu 0 dan 0.2 sehingga diperoleh gambar 15.

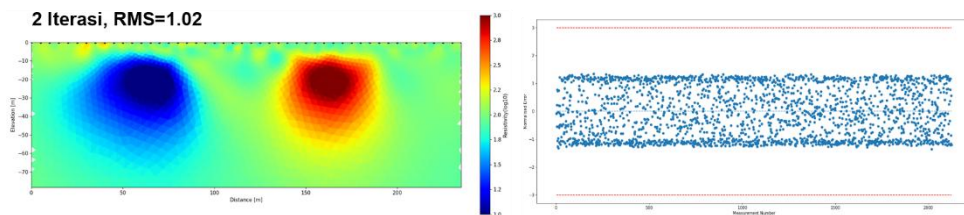
Gambar 17. Model 1 ( $a_{wgt}=0$ ,  $b_{wgt}=0.2$ )

Hasil yang diperoleh terlihat pada Gambar 17. Model yang dihasilkan tidak begitu menunjukkan rekonstruksi yang sesuai, khususnya zona yang konduktif terlihat diekstrapolasi hingga ke batas lapisan. Skenario error ini menunjukkan informasi dalam dataset belum sepenuhnya diekstraksi hingga menghasilkan model yang sesuai. Proses inversi konvergen dalam 1 Iterasi dengan RMS awal 2.84. Hasil tes akurasi menunjukkan +/- 3% dan adanya beberapa data outlier. Disamping itu, visualisasi error tidak terdistribusi secara merata.

Berikutnya dibuat pendekatan dengan asumsi jika data lebih baik dari pada noise yang diperoleh. Dalam hal ini skenario kedua adalah dengan menerapkan bobot error  $a_{wgt}$  dan  $b_{wgt}$  yaitu 0 dan 0.01 atau tingkat kesalahan 1% daripada 5%

Gambar 18. Model 2 ( $a_{wgt}=0$ ,  $b_{wgt}=0.01$ )

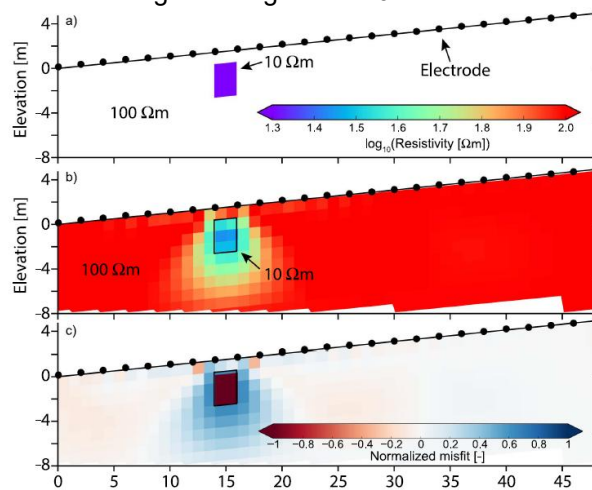
Model yang dihasilkan juga tidak begitu menunjukkan rekonstruksi yang sesuai dengan menghasilkan banyak noise. Skenario ini menjadikan algoritma bekerja lebih keras dengan menghasilkan RMS misfit awal sangat tinggi 56.75 dan mencapai konvergen ketika 10 kali iterasi hingga 1.76. Visualisasi hasil inversi memperlihatkan bentuk geologi yang tidak beraturan dan akan sangat sulit untuk diinterpretasi. Hasil tes akurasi menunjukkan  $\pm 2.5\%$  sehingga tidak diperoleh adanya data outlier. Secara ideal, ketika nilai  $a_{wgt}$  dibuat sekecil mungkin 0 atau 0.001, maka error dalam data akan bergantung pada  $b_{wgt}$ . Sehingga skenario ketiga  $a_{wgt} = 0$  dan  $b_{wgt} = 0.05$ .



Gambar 19. Model 3 ( $a_{wgt}=0, b_{wgt}=0.05$ )

Proses inversi mencapai konvergensi ketika 2 iterasi dengan RMS 1.02. Hasil tes akurasi menunjukkan  $\pm 1\%$  sehingga tidak diperoleh adanya data outlier. Visualisasi model yang terlihat lebih mendekati model yang sebenarnya dibanding skenario error yang sebelumnya. Dengan demikian, skenario yang lebih representatif adalah dengan mendekatkan data berdasarkan kondisi noise yang sebenarnya. Hal ini menjadikan algoritma tidak begitu berat bekerja untuk mencapai solusi yang konvergen.

Evaluasi numerik terhadap model sintetik juga dapat dilakukan dengan membandingkan resolusi untuk meninjau apakah kualitas model dari segi resolusi spasial telah dapat mewakili model awal. Aspek penting dalam evaluasi hasil inversi adalah analisis sensitivitas dan normalized misfit. Sensitivitas model menunjukkan kualitas inversi. Befus (2018) membuat simulasi dalam mengontrol kualitas inversi dengan Normalized misfit sebagaimana gambar 20.



Gambar 20. Normalized Misfit Pyres

Kasus yang disimulasi oleh Befus pada gambar 20 merupakan kasus sederhana dengan 1 anomali model berupa blok kecil dengan resistivitas tertentu. Normalized misfit

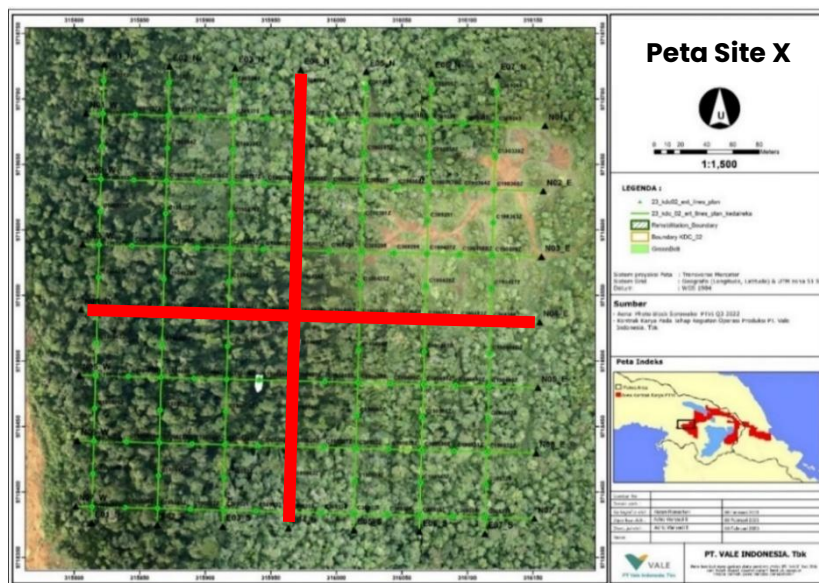
memberikan nilai yang menunjukkan seberapa jauh hasil model inversi sangat dekat dengan resistivitas sebenarnya menurut persamaan (Befus, 2018):

$$Norm\ Misfit = \frac{\rho_{true} - \rho_{inverted}}{\rho_{true}} \quad (53)$$

$\rho_{true}$  merupakan nilai resistivitas yang sebenarnya pada target model dan  $\rho_{inverted}$  merupakan nilai resistivitas setelah model diinversi. Nilai misfit memungkinkan hasil bisa positif atau negatif. Nilai mendekati nol menunjukkan model memiliki akursi tinggi karena hasil inversi hampir sama dengan resistivitas sebenarnya.

### 2.3.4 Evaluasi dan Interpretasi Data Lapangan

Data lapangan yang digunakan sebagai studi kasus dalam penelitian ini ada 2 lintasan yang saling bersilangan (*cross section*) yaitu E04 dan N04 yang ditunjukkan sebagai *line* merah pada peta dibawah. Panjang kedua lintasan sama yaitu 345 meter dengan spasi 5 meter dan 70 elektroda. Skema pengukuran kedua lintasan menggunakan konfigurasi Edge Gradien. Konfigurasi ini merupakan modifikasi dari beberapa array dan pengembangan lebih lanjut dari konfigurasi gradien konvensional.



Gambar 21. Peta Lintasan ERT

Analisis hasil inversi data lapangan menggunakan perbandingan kenampakan data bor sebagai acuan utama. Data bor memiliki resolusi vertikal yang lebih tinggi dibanding penampang resistivitas sebagai data utama. Data bor dan data resistivitas berbasis pada acuan yang digunakan perusahaan PT Vale Indonesia dalam interpretasi data penentuan batas lapisan Limonit. Pembuatan batas zona limonit membutuhkan acuan agar penarikannya tidak sembarangan. Acuan ini sebagai normalisasi nilai pada batas limonit untuk *rescaling*. *Rescaling* dilakukan dengan mendata nilai resistivitas yang berada pada limonit bottom data bor, baik dari E04 dan N04. Setelah itu, semua nilai tersebut dilakukan normalisasi dengan persamaan:

$$x' = \frac{\rho_i}{\max(\rho_i)} \quad (54)$$

$x'$  adalah hasil normalisasi yang memiliki skala 0 hingga 1.

Hasil normalisasi disusun dalam histogram dengan skala 0.05. Data resistivitas dengan frekuensi paling banyak digunakan untuk membentuk skala resistivitas baru untuk melihat pola kesinambungan penampang. Hasil dianggap baik bila penampang menunjukkan kesinambungan pola, frekuensi data banyak dan tidak menyebar.

## 2.5 Diagram Alir Penelitian

