BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di era globalisasi saat ini dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi (IPTEKS) yang semakin pesat menyebabkan persaingan di berbagai bidang, salah satunya dalam bidang industri. Perusahaan-perusahaan saat ini saling bersaing untuk menghasilkan produk dengan kualitas yang tinggi. Dengan semakin ketatnya persiangan industri, banyak perusahaan yang berlomba-lomba untuk meningkatkan kualitasnya termasuk kualitas proses produksinya.

Menurut Kotler dan Keller dalam (Anggraeni et al., 2016), kualitas merupakan keseluruhan ciri dan sifat dari suatu produk atau jasa yang bergantung pada kemampuannya untuk dapat memuaskan kebutuhan yang diharapkan pelanggan. Kualitas produk yang baik dapat dihasilkan dari proses yang baik pula dan sesuai dengan standar yang ditentukan perusahaan berdasarkan kebutuhan pasar (Fadhlirrobbi dkk, 2022).

PT. Maruki International Indonesia merupakan perusahaan yang bergerak dibidang manufaktur dengan produk utama yang dihasilkan yaitu butsudan. Sistem produksi butsudan yaitu berdasarkan pesanan dari kantor pusat yang terletak di Jepang. Remaking adalah istilah untuk produk yang dikembalikan karena cacat, dimana hal ini merupakan masalah yang cukup sering dihadapi oleh perusahaan. Berdasarkan hal tersebut, diperlukan suatu metode penanganan dalam proses produksi atau yang dikenal dengan pengendalian kualitas. Kegiatan pengendalian kualitas dapat membantu meningkatkan mutu dan kualitas produk suatu perusahaan.

Salah satu alat yang digunakan dalam pengendalian kualitas adalah Peta Kendali. Peta Kendali pertama diperkenalkan oleh Dr. Walter A. Shewart dari Bell Telephone Laboratories, Amerika Serikat, tahun 1924 (Montgomery, 2009). Terdapat dua macam Peta Kendali menurut jenis karakteristik kualitasnya, yaitu Peta Kendali atribut dan Peta Kendali variabel. Secara umum Peta Kendali atribut dikembangkan berdasarkan dua macam distribusi yaitu Distribusi Binomial dan Distribusi *Poisson*. Distribusi *Poisson* dapat digunakan untuk kejadian yang jarang terjadi, seperti cacat produksi. Pada proses manufaktur di PT. Maruki, cacat produksi biasanya bukan kejadian yang sering terjadi, tetapi tetap mempengaruhi kualitas produk secara signifikan. Oleh karena itu, Distribusi *Poisson* dapat digunakan untuk memodelkan frekuensi kejadian cacat atau remaking dalam suatu interval waktu tertentu atau jumlah produk tertentu.

Suatu data dengan model Distribusi *Poisson* dapat diaplikasikan pada Peta Kendali Shewhart. Namun Peta Kendali Shewhart dalam pengendalian prosesnya hanya menggunakan nilai titik akhir dan mengabaikan keseluruhan informasi lain dalam data. Hal inilah yang menyebabkan Peta Kendali Shewhart kurang efektif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata kecil $(\leq 1.5\sigma)$ yang menunjukkan adanya keadaan tidak terkendali dalam proses produksi (Montgommery, 2009). Maka dari itu untuk mengatasi kelemahan dari Peta Kendali Shewart dikembangkan Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) yang dapat mengatasi masalah pergeseran kecil dalam produksi.

Beberapa penelitian lain tentang Peta Kendali EWMA telah dilakukan diantaranya Lucas dan Sacucci (1990) menganalisis properti statistik dari Peta Kendali EWMA dan membandingkannya dengan Peta Kendali Shewart dan CUSUM dan menemukan hasil bahwa EWMA lebih efektif dalam mendeteksi perubahan kecil. Penelitian lain dilakukan oleh Boror, dkk (1999) yang mengkaji kekuatan Peta Kendali EWMA dalam kondisi dimana data tidak berdistribusi normal dan mendapatkan hasil bahwa EWMA tetap efektif dalam kondisi non-normal meskipun ada beberapa penyesuaian yang diperlukan untuk meningkatkan kinerjanya. Pengembangan lain tentang Peta Kendali EWMA telah dilakukan oleh Ali *et al.* (2020) yaitu Peta Kendali Nonparametrik EWMA yang digunakan pada data yang tidak berdistribusi normal dan cenderung mendeteksi sinyal out of control yang tidak sewajarnya. Peta Kendali nonparametrik EWMA pertama kali diperkenalkan oleh Yang, Lin dan Cheng (2011) untuk memonitor kemungkinan adanya penyimpangan atau pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil dari nilai target yang telah ditetapkan pada data yang tidak berdistribusi normal dengan menggunakan pendekatan nonparametrik.

Selanjutnya pengembangan dari Peta Kendali EWMA menghasilkan Peta kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average* (DEWMA) yang proses kinerjanya dengan meningkatkan proses exponential smoothing yang bertujuan untuk mendapatkan Peta Kendali yang memiliki kesensitifan lebih baik dalam mendeteksi pergeseran mean proses yang kecil dibandingkan dengan Peta Kendali EWMA (Adeoti, 2019). Penelitian lain telah dikembangkan oleh (Shafqat et al., 2020) mengusulkan peta kendali nonparametrik DEWMA Sign Control Chart dengan skema pengambilan sampel berulang dan prediksi linier untuk mendeteksi pergeseran kecil pada proses berdistribusi binomial. Evaluasi menggunakan rata-rata panjang run (ARL) menunjukkan bahwa metode ini lebih sensitif dibandingkan peta kendali EWMA.

Peta Kendali EWMA biasanya menggunakan Distribusi Normal, namun ada beberapa kondisi ketika data tidak cocok untuk menggunakan Distribusi Normal dan lebih cocok menggunakan Distribusi *Poisson,* maka dikembangkanlah Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* (PEWMA). PEWMA memiliki kemampuan untuk mendeteksi perubahan dalam data dengan memperbarui nilai rata-rata secara eksponensial berdasarkan data baru. Namun, PEWMA terkadang kurang sensitif terhadap perubahan yang sangat kecil, terutama dalam proses yang mengalami pergeseran kecil tetapi signifikan. Oleh karena itu hadirlah pengembangan dari Peta Kendali EWMA dengan menggunakan Distribusi *Poisson* yaitu Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average*

(PDEWMA) yang merupakan hasil penggabungan antara Peta Kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average* (DEWMA) dan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* (PEWMA) dengan memperkenalkan "double smoothing" (pemulusan ganda), yang berarti ada dua tahapan eksponensial dalam penghitungan nilai control . Hal ini membuat Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* (PDEWMA) lebih responsif terhadap pergeseran kecil yang mungkin tidak terdeteksi oleh PEWMA(Zhang et al., 2003).

Selanjutnya beberapa penelitian telah dilakukan terkait metode *Improved Squared Root Transformation* (ISRT) diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Arumsari dan Noviana (2020) yang mengevaluasi performa Peta Kendali PEWMA dalam mendeteksi pergeseran kecil pada proses produksi sepatu di PT. Primarindo Asia Infrastruktur Tbk, menunjukkan PEWMA lebih baik dengan asumsi data berdistribusi normal(Sukparungsee, 2014). Penelitian lain yang dilakukan oleh Tsai dkk (2006) yaitu membandingkan metode *Improved Squared Root Transformation* (ISRT) pada tiga peta kendali yaitu Peta Kendali *p, np,* dan *c*. Pada penelitian tersebut menunjukkan bahwa metode ISRT dapat diterapkan pada ketiga peta kendali tersebut. Selain itu, Peta Kendali ISRT-*p* dan ISRT-*c* sangat sesuai dengan Peta Kendali *p* dan *c* serta Peta Kendali ISRT-*np* sesuai dengan persentil tertentu dari distribusi panjang run dari batas aktual ketika parameter tidak diketahui.

Sukparungsee dan Mititelu (2016) pada penelitiannya menggunakan data berdistribusi *Poisson* membandingkan performa dari peta kendali ISRT-*c* EWMA dan Peta Kendali ISRT-*c* dan EWMA dengan menggunakan kriteria ARL. Hasilnya menujukkan bahwa Peta Kendali ISRT-*c* EWMA lebih efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dibandingkan peta kendali ISRT-*c* dan peta kendali EWMA.

Berdasarkan beberapa uraian di atas maka peneliti tertarik untuk mengkaji pengembangan dari peta kendali ISRT-c EWMA dalam mendeteksi pergeseran kecil yaitu melalui Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan Metode *Improved Squared Root Transformation* (ISRT-*c* DEWMA) yang diaplikasikan pada data hasil produksi Butsudan di PT. Maruki International Indonesia.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana menentukan Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation*
2. Bagaimana efektivitas kinerja Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation* dengan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* setelah diaplikasikan pada data produksi Butsudan di PT. Maruki International Indonesia

1.3 Tujuan Penelitian

1. Memperoleh Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation*
2. Memperoleh hasil perbandingan Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation* dengan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* setelah diaplikasikan pada data produksi Butsudan di PT. Maruki International Indonesia

1.4 Batasan Masalah

1. Data yang digunakan merupakan data bulanan dari produksi butsudan di PT. Maruki International Indonesia tahun 2021-2023
2. Nilai pembobot yang digunakan yaitu :
   $\lambda = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9, 0.95$.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat sebagai berikut :

Memberikan alternatif pilihan Peta Kendali untuk data atribut yaitu Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* Berdasarkan Metode *Improved Squared Root Transformation* yang lebih akurat dibandingkan Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average.*

1.6 Teori

Pada bagian ini akan dibahas beberapa teori yang menjadi dasar dalam penelitian ini. Kajian teori yang digunakan mencakup konsep-konsep mengenai Pengendalian Kualitas Statistik, Peta Pendali, Distribusi *Poisson*, Peta Kendali *Poisson* DEWMA dan metode ISRT.

1.6.1 Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian Kualitas Statistik atau yang biasa disebut dengan Statistical Quality Control (SQC) merupakan teknik pemecahan masalah yang digunakan untuk memantau, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki produk dan proses dengan menggunakan metode statistik. Metode SQC terdapat 2 cara yaitu menggunakan peta kendali (*control chart*) dan diagram tulang ikan (*fishbone chart*). Tujuan utama dari Pengendalian Kualitas Statistik adalah untuk cepat mendeteksi penyebab spesifik dari pergeseran proses, sehingga validasi proses dan tindakan korektif dapat segera dilakukan untuk meminimalkan produksi yang tidak sesuai (Zukhruf et al., 2023)

Menurut (Uriyani, 2009) Pengendalian Kualitas Statistik juga merupakan penerapan metode statistik untuk mengukur dan menganalisis variasi dalam proses produksi. Hal ini menyebabkan variasi dalam kualitas. Dari sudut pandang statistik, terdapat dua jenis variasi kualitas yang dikenal, sebagai berikut :

a. Bersifat probabilistik, yaitu variasi yang terjadi secara kebetulan dan tidak dapat dihindari.
b. Bersifat erratik, yaitu variasi yang terjadi secara tidak menentu akibat adanya penyebab yang tidak wajar.

Jika variasi proses pertama memenuhi spesifikasi tertentu, maka proses tersebut dianggap berada dalam kendali dan dapat terus berlangsung tanpa gangguan. Namun, jika terjadi variasi yang kedua, proses tersebut dianggap di luar kendali dan perlu diidentifikasi serta diatasi penyebabnya. Proses yang berada di luar kendali harus dihentikan dan diperbaiki agar kembali berada dalam kendali, sehingga pengendalian kualitas diperlukan. Pengendalian statistik dilakukan dengan menganalisis dan meminimalkan penyimpangan atau kesalahan, mengukur kemampuan proses, serta menghubungkan berbagai konsep dan teknik untuk memperbaiki proses produksi.

1.6.2 Distribusi *Poisson*

Dalam teori peluang, terdapat distribusi peluang diskrit. Fungsi $f(x)$ disebut sebagai fungsi massa peluang dari variabel acak diskrit X jika memenuhi syarat berikut untuk setiap nilai kemungkinan x (Walpole dkk., 2012):

a. $p(x) \geq 0$
b. $\sum_x f(x) = 1$
c. $P(X = x) = p(x)$

Distribusi Poisson merupakan distribusi peluang diskrit yang menggambarkan kemungkinan terjadinya sejumlah peristiwa dalam suatu periode waktu tertentu, dengan asumsi bahwa rata-rata kejadian tersebut diketahui dan setiap kejadian bersifat independen dari kejadian sebelumnya. Sebuah eksperimen yang menghasilkan nilai untuk variabel acak X,dimana jumlah kejadian dihitung dalam rentang waktu atau area tertentu, disebut sebagai eksperimen Poisson (Walpole, 1993).

Bilangan X yang menunjukkan jumlah kejadian dalam suatu percobaan Poisson disebut sebagai variabel acak Poisson, dan distribusi peluangnya dikenal sebagai distribusi Poisson. Peluang dari setiap nilai hanya bergantung pada μ, yaitu rata-rata jumlah kejadian dalam rentang waktu atau area tertentu (Walpole, 1993).

$$P(X = x) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

Keterangan:

X = Variabel acak

x = Jumlah kejadian

μ = Rata-rata banyaknya kejadian tiap satuan waktu

e = 2,71828…

Fungsi probabilitas ini mengikuti distribusi Poisson dengan nilai rata-rata dan variansinya sebagai berikut:

Rata-rata distribusi poisson

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot f(x)$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\mu}\mu\, \mu^{x-1}}{x(x-1)!}$$

$$= \mu \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$E(X) = \mu \sum_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

Untuk $x = 0$, maka $(x-1)!$ akan menjadi $(-1)! = 0$, sehingga nilai x dimulai dari 1.

Jika,

$a = x - 1,$ $\quad x = 1, 2, 3, ...$

Maka,

$$E(X) = \mu \sum_{a=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{a}}{a!} = \mu \cdot e^{-\mu} \sum_{a=0}^{\infty} \frac{\mu^{a}}{a!}$$

Karena,

$$\sum_{a=0}^{\infty} \frac{\mu^a}{a!} = e^{\mu}$$

Sehingga rata-rata distribusi poisson,

$$E[X] = \mu \cdot e^{-\mu} \cdot e^{\mu}$$

$$= \mu \cdot e^0$$

$$E[X] = \mu$$

Variansi distribusi poisson

$$Var(X) = E[(X - E[X])^2]$$

$$= E[X^2 - 2X\, E[X] + (E[X])^2]$$

$$= E[X^2] - 2E[X]E[X] + (E[X])^2$$

$$= E[X^2] - 2(E[X])^2 + (E[X])^2$$

$$Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$$

Jika,

$$E[X^2] = E[X^2] - E[X] + E[X]$$

$$E(X^2) = E[X^2 - X] + E[X]$$

dan,

$$E[X^2 - X] = E[X(X-1)]$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} x(x-1) \cdot p(x)$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu}\mu^{x-2+2}}{x(x-1)(x-2)!}$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-2}\mu^2}{(x-2)!}$$

$$= \mu^2 \sum_{a=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-2}}{(x-2)!}$$

$$E[X^2 - X] = \mu^2$$

Maka,

$$E[X^2] = E[X^2 - X] + E[X]$$

$$E[X^2] = \mu^2 + \mu$$

Sehingga,

$$Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$= \mu^2 + \mu - (\mu)^2$$

$$Var(X) = \mu$$

Sampel acak $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dari variabel acak berdistribusi poisson, maka taksiran dari μ berdasarkan metode maksimum likelihood.

$$f(x_i) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x_i}}{x_i!}$$

Fungsi likelihood:

$$L(\mu) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu}\mu^{x_i}}{x_i!}$$

$$\ln L(\mu) = \ln\left(\prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu}\mu^{x_i}}{x_i!}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{e^{-\mu}\mu^{x_n}}{x_n!}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (\ln e^{-\mu} + \ln \mu^{x_i} - \ln x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (-\mu + x_i \ln \mu - \ln x_i!)$$

$$\ln L(\mu) = \sum_{i=1}^{n} (x_i \ln \mu - \mu - \ln x_i!)$$

Kemudian diturunkan terhadap μ, menjadi:

$$\frac{d}{d\mu} \ln L(\mu) = \frac{d}{d\mu} \sum_{i=1}^{n} (x_i \ln \mu - \mu - \ln x_i!) = 0$$

$$0 = \sum_{i=1}^{n} (x_i \ln \mu - \mu - \ln x_i!)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(x_i \frac{1}{\mu} - 1 - 0 \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{1}{\mu} - \sum_{i=1}^{n} 1$$

$$= \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^{n} x_i - n$$

$$n = \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

$$\mu = \bar{x}$$

Dengan demikian estimasi dari μ adalah $\bar{x}$ yang merupakan rata-rata dari nilai pengamatan.

1.6.3 Distribusi Normal

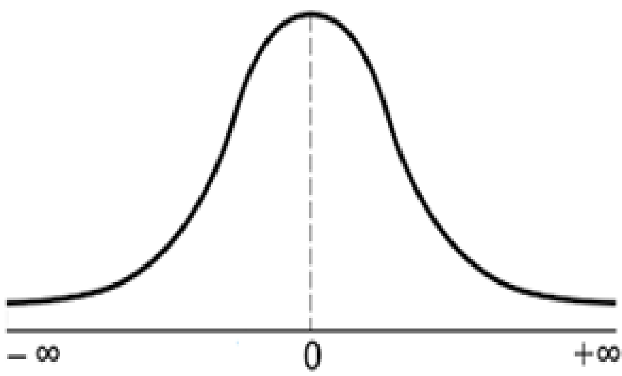
Distribusi peluang kontinu yang paling penting dalam semua bidang statistik adalah distribusi normal. Distribusi normal adalah alat yang sangat penting untuk memperkirakan dan memprediksi berbagai peristiwa yang lebih luas. Grafik tersebut disebut kurva normal dan memiliki bentuk lonceng distribusi normal juga dikenal sebagai Distribusi *Gaussian*. Sebuah variabel acak kontinu X dengan distribusi berbentuk lonceng disebut variabel acak normal. Persamaan matematika distribusi peluang dari variabel normal kontinuitas bergantung pada dua parameter μ dan σ yaitu rataan dan simpangan bakunya.

Variabel acak X dikatakan berdistribusi normal, jika memiliki fungsi kepadatan sebagai berikut (Nurhidayah, 2014) :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\mu}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}}$$

dengan $-\infty < \boldsymbol{x} < \infty; -\infty < \boldsymbol{\mu} < \infty; \boldsymbol{\sigma} > \boldsymbol{0}; \boldsymbol{\pi} \approx \frac{\boldsymbol{22}}{\boldsymbol{7}}; \boldsymbol{e} \approx \boldsymbol{2,71828}$ ...

maka variabel acak *X* dikatakan berdistribusi normal dengan mean $\boldsymbol{\mu}$ dan varian $\boldsymbol{\sigma^2}$ sebagai fungsi kepadatan peluang (PDF) seperti pada gambar 1



Gambar 1. Distribusi Normal

Menurut Nurkhotimah(2012), jika distribusi lain didekati dengan distribusi normal, maka akan digunakan persamaan transformasi Z berdasarkaan teorema limit pusat, yaitu jika $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ sampel acak dari suatu distribusi dengan rata-rata μ dan variansi $\sigma^2 < \infty$ maka distribusi pendekatan dari :

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - \mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \tag{1}$$

dengan Z adalah distribusi normal standar dengan rata-rata nol dan variansi satu atau ditulis dengan $Z \sim N(0,1)$ untuk $n \to \infty$.

1.6.4 Uji Goodness Of Fit menggunakan Kolmogorov-Smirnov

Menurut (Ruliana et al., 2016) dalam Lungan, 2006, Uji Goodness of Fit dirancang untuk membuat kesimpulan tentang distribusi populasi. Uji ini menilai seberapa baik frekuensi yang diamati dari data sampel sesuai dengan frekuensi yang diharapkan berdasarkan distribusi yang diusulkan. Secara khusus, uji Goodness of Fit dapat digunakan untuk menentukan apakah data mengikuti distribusi Poisson dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov Poisson.

Hipotesis :

H_0 : $F(X) = F_0(X)$ (Data berdistribusi *Poisson*)

H_1 : $F(X) \neq F_0(X)$ (Data tidak berdistribusi *Poisson*)

Taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$

Statistik Uji :

$$\boldsymbol{D} = |\boldsymbol{F_0}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})|$$

H_0 ditolak jika nilai $D > D_\alpha$, dimana $\boldsymbol{D_\alpha}$ adalah nilai kritis berdasarkan tabel Kolmogorov Smirnov. H_0 ditolak jika nilai sig hasil output < 0,05 yang artinya data tidak berdistribusi *Poisson.*

1.6.5 Peta Kendali

Peta kendali pada awalnya diperkenalkan oleh Dr. Walter A. Shewhart selama bekerja di Western Electric. Peta kendali adalah alat bantu grafis yang digunakan untuk memantau dan menilai apakah suatu proses atau aktivitas berada di bawah kendali mutu statistik, yang memungkinkan identifikasi masalah dan implementasi peningkatan mutu. Peta kendali terkadang dapat mengungkapkan perubahan dalam data dan menunjukkan penyimpangan, tetapi tidak menunjukkan penyebab pada penyimpangan. Peta kendali juga dapat menggambarkan batas-batas proses manufaktur dengan tingkat kepercayaan tertentu. Peta kendali terbagi menjadi dua jenis utama yaitu peta kendali variabel dan peta kendali atribut. Ketika atribut kualitas dapat dinyatakan dalam angka (kuantitatif), maka disebut sebagai peta kendali variabel. Sebaliknya, ketika karakteristik kualitas dinilai menggunakan skala kualitatif dan hanya dapat dikategorikan sebagai baik atau buruk, maka disebut sebagai peta kendali atribut (Fajrah, 2015).

Peta kendali digunakan untuk mengidentifikasi penyimpangan dengan menetapkan batas kontrol sebagai berikut :

a. Upper Control Limit (Batas Kendali Atas) adalah garis batas atas untuk sebuah penyimpangan yang masih ada.
b. Central Line (Garis Pusat/Garis Tengah) adalah garis yang menunjukkan tidak adanya penyimpangan dari karakteristik sampel.
c. Lower Control Limit (Batas Kendali Bawah) adalah garis batas bawah untuk penyimpangan dari karakteristik sampel.

Adapun manfaat dari Peta Kendali adalah sebagai berikut :

a. Menunjukkan apakah proses produksi beroperasi dalam batas kendali mutu atau di luar kendali.
b. Mengawasi proses produksi secara terus menerus untuk menjaga kestabilannya.
c. Menentukan kemampuan proses (capability process)
d. Menilai efektivitas dan kepatuhan terhadap kebijakan dalam proses produksi.
e. Membantu dalam menetapkan kriteria penerimaan untuk kualitas produk sebelum dipasarkan.

1.6.6 Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average (PDEWMA)*

Misalkan terjadinya ketidaksesuaian di setiap unit pemeriksaan produk, secara berurutan tercatat sebagai $X_1, X_2, X_3, \dots, X_t$ yang berdistribusi asimtotik sama dan saling bebas. Variabel acak poisson dengan rata-rata μ. Jika $\mu = \mu_0$, dimana μ_0 tidak diketahui, kemudian proses berada dalam kendali, sebaliknya prosesnya di luar kendali. Untuk memantau perubahan dalam rata-rata proses, peta kendali DEWMA Z_i didefinisikan melalui persamaan berikut(Zhang et al., 2003) :

$$Y_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)Y_{i-1}, i \geq 1 \tag{2}$$

$$Y_0 = \mu_0 \tag{3}$$

$$Z_i = \lambda Y_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}, i \geq 1 \tag{4}$$

$$Z_0 = \mu_0 \tag{5}$$

Dengan,

λ : parameter pembobot

Y_i : nilai EWMA pada waktu ke- *i*

Z_i : nilai DEWMA pada waktu ke- *i*

Berikut adalah variansi dari Z_i,

$$Var(Z_i) = \mu_0 \frac{\begin{matrix}\lambda^4[1 + (1-\lambda)^2 - (i+1)^2(1-\lambda)^{2i} \\ +(2i^2 + 2i - 1)(1-\lambda)^{2i+2} - i^2(1-\lambda)^{2i+4}]\end{matrix}}{[1-(1-\lambda)^2]^3} \quad (6)$$

dengan menggunakan Z_i peta kendali PDEWMA dapat dibangun dengan memplotkan Z_i terhadap i, untuk $i = 1,2, \dots$, dengan batas kendali sebagai berikut :

$$UCL(i) = \mu_0 + K\sqrt{Var(Z_i)},$$

$$CL = \mu_0,$$

$$LCL(i) = \mu_0 - K\sqrt{Var(Z_i)} \quad (7)$$

dimana $K > 0$ adalah lebar batas kendali.

Untuk membuktikan nilai rata-rata (mean) dan variansi dari *Poisson* DEWMA diperlukan persamaan yang digunakan oleh Alkahtani (2013), yaitu sebagai berikut.

$$\sum_{k=1}^{n} ka^k = \frac{a(1-a^n)}{(1-a)^2} - \frac{na^{n+1}}{1-a} \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 a^k = \frac{a + a^2 - (n+1)^2 a^{n+1} + (2n^2 + 2n - 1)a^{n+2} - n^2 a^{n+3}}{(1-a)^3} \quad (9)$$

1.6.7 Deret Taylor dan Analisis Galat

Deret taylor dan analisis galat digunakan untuk mendapatkan solusi numerik. Deret Taylor, yang dinamai menurut nama matematikawan Inggris Brook Taylor (1685-1731), adalah cara untuk mengekspresikan fungsi matematika sebagai jumlah suku yang tak terbatas. Suku-suku ini ditentukan berdasarkan turunan fungsi pada titik tertentu. Deret Taylor berfungsi sebagai alat untuk memperkirakan fungsi $f(x)$ dengan membantu memperkirakan nilai akar fungsi. Hal ini sangat berguna dalam masalah matematika di mana beberapa fungsi $f(x)$ yang kompleks dan menemukan nilai yang akurat secara langsung merupakan hal yang menantang. Dalam soal matematika tertentu, beberapa fungsi $f(x)$ bersifat kompleks, sehingga sulit untuk menentukan nilai yang akurat dengan mudah. Misalnya, jika fungsinya adalah $f(x) = \ln(x)$, menghitung nilai $f(x)$ dapat menjadi tantangan tanpa menggunakan kalkulator atau komputer. Oleh karena itu $f(x)$ dapat dilakukan penaksiran dengan menggunakan deret Taylor yang dijelaskan pada teorema berikut :

Misalkan f dan semua turunannya $f', f'', f''', \ldots$ adalah fungsi kontinu dalam interval tertutup $[a, b]$. Misalkan $x_0 \in [a, b]$, kemudian untuk nilai x mendekati x_0 dan $x \in [a, b]$, maka $f(x)$ dapat diekspansi (dikembangkan) dalam deret Taylor sebagai berikut :

$$f(x) = f(x)_0 + \frac{(x - x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(x - x_0)^3}{3!} f'''(x_0) + \cdots + \frac{(x - x_0)^m}{m!} f^m(x_0) + \cdots \tag{10}$$

Selanjutnya jika dimisalkan $x - x_0 = h$, maka deret Taylor dapat ditulis sebagai berikut :

$$f(x) = f(x)_0 + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \cdots + \frac{h^m}{m!} f^m(x_0) + \cdots$$

Deret Taylor yang terpotong pada suku orde ke-n dapat ditulis sebagai berikut :

$$f(x) = f(x)_0 + \frac{(x - x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(x - x_0)^3}{3!} f'''(x_0) + \cdots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} f^n(x_0) + R_n(x) \tag{11}$$

dengan $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}, x_0 < c < x$ merupakan galat atau sisaan (residu).

Galat (*error*) adalah selisih

antara solusi eksak dan sulousi numerik dan dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\varepsilon = x - \hat{x}$$

dengan :

ε = galat atau sisaan (residu)

x = nilai sebenarnya (eksak)

$\hat{x}$ = nilai hampiran (aproksimasi)

Jika skala nilai yang diverifikasi tidak diperhitungkan, ini disebut kesalahan absolut (ε_m). Kesalahan absolut dapat ditentukan sebagai berikut

$$\varepsilon_m = |x - \hat{x}| \tag{12}$$

Untuk menginterpretasikan nilai kesalahan dengan lebih baik, nilai kesalahan dapat dinormalisasi ke nilai yang tepat, sehingga menghasilkan apa yang dikenal sebagai kesalahan relatif. Kesalahan relatif didefinisikan sebagai berikut :

$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon_m}{x}$ dalam persentase yaitu : $\varepsilon_R = \frac{\varepsilon_m}{x} \times 100\%$

Dalam praktiknya, nilai yang tepat sering kali tidak diketahui, sehingga kesalahan dinormalisasi ke nilai perkiraan. Hal ini dikenal sebagai galat relatif hampiran, yang didefinisikan sebagai berikut :

$\varepsilon_{RA} = \frac{\varepsilon_m}{x}$

1.6.8 ***Improved Squared Root Transformation*** **(ISRT)**

Metode peningkatan transformasi akar kuadrat (*Improved Square Root Transformation*/ISRT) diperkenalkan oleh (Tsai et al., 2006) digunakan pada Peta Kendali atribut untuk data yang berdistribusi Poisson (ISRT-c) dan binomial (ISRT-p) guna mengatasi keterbatasan kinerja dari Peta kendali klasik. Pada prinsipnya, metode ini memetakan statistik yang diperoleh dengan mengonversi nilai pengamatan asli ke dalam bentuk akar kuadrat. Sebagai contoh, jika data berasal dari distribusi Poisson dengan X_i sebagai nilai pengamatan ke-*i* dan μ sebagai rata-rata ketidaksesuaian, maka nilai tersebut diubah menjadi $\sqrt{X_i}$ dan $\sqrt{\mu}$.

Misalkan $g(\hat{\mu}) = \sqrt{\hat{\mu}}$, maka menggunakan ekspansi deret Taylor orde kedua maka diperoleh,

$$g(\hat{\mu}) \cong g(\mu) + g'(\mu)(\hat{\mu} - \mu) + \frac{g''(\mu)}{2}(\hat{\mu} - \mu)^2.$$

Sama dengan,

$$\sqrt{n}\left[g(\hat{\mu}) - g(\mu) - \frac{g''(\mu)}{2}(\hat{\mu} - \mu)^2\right] \cong g'(\mu)\sqrt{n}(\hat{\mu} - \mu).$$

Oleh karena itu, baik $\sqrt{n}\left[g(\hat{\mu}) - g(\mu) - \frac{g''(\mu)}{2}(\hat{\mu} - \mu)^2\right]$ dan $g'(\mu)\sqrt{n}(\hat{\mu} - \mu)$ memiliki distribusi yang sama, yaitu $\sqrt{n}\left[g(\hat{\mu}) - g(\mu) - \frac{g''(\mu)}{2}(\hat{\mu} - \mu)^2\right]$ berdistribusi normal dengan asimtotik dengan mean 0 dan varians $[g'(\mu)]^2\mu(1 - \mu)$.

Misalkan $\varepsilon = \left|\hat{\hat{\mu}} - \hat{\mu}\right|$ sebagai kesalahan estimasi mutlak dalam proses dan $\sigma_{\hat{\hat{\mu}}} = \sqrt{\hat{\mu}}$ sebagai standar deviasi dari proses, selanjutnya diperoleh sebagai berikut :

$$Z = \frac{g(\hat{\mu}) - g(\mu)}{|g'(\mu)|\sigma_{\hat{\hat{\mu}}}} - \frac{(g''(\mu)\varepsilon^2)}{2|g'(\mu)|\sigma_{\hat{\hat{\mu}}}}$$

Penentuan batas kendali dilakukan dengan menentukan interval kepercayaan sebagai berikut:

$$P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

Dengan menggunakan pendekatan distribusi normal standar dan menurut tabel distribusi normal standar nilai $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ dapat diketahui, yaitu jika $\alpha = 0{,}0027$ maka nilai $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ yang sesuai adalah 3, dapat ditunjukkan sebagai berikut :

$$0.0027 = P(Z < -3 \ atau \ Z > 3)$$

$$\cong P\left(g(\mu) - Z_{\frac{\alpha}{2}}|g'(\mu)|\sigma_{\hat{\hat{\mu}}} + \frac{g''(\mu)e^2}{2} < g(\hat{\mu}) < g(\mu) + Z_{\frac{\alpha}{2}}|g'(\mu)|\sigma_{\hat{\hat{\mu}}} + \frac{g''(\mu)e^2}{2}\right)$$

$$\cong P\left(g(\mu) - 3|g'(\mu)|\sigma_{\hat{\hat{\mu}}} + \frac{g''(\mu)e^2}{2} < g(\hat{\mu}) < g(\mu) + 3|g'(\mu)|\sigma_{\hat{\hat{\mu}}} + \frac{g''(\mu)e^2}{2}\right)$$

Dengan demikian, Peta Kendali ISRT-*c* untuk data yang berdistribusi *Poisson* dapat dibentuk dengan batas-batas kendali sebagai berikut (Tsai et al., 2006):

$$CL_{c-ISRT} \quad = \sqrt{\mu}$$

$$UCL_{c-ISRT} = \sqrt{\mu} + \frac{3}{2} - \frac{9}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{\mu}}\right)$$

$$LCL_{c-ISRT} = \sqrt{\mu} - \frac{3}{2} - \frac{9}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{\mu}}\right)$$

1.6.9 Average Run Length

Average Run Length (ARL) adalah ukuran yang merepresentasikan kinerja sebuah peta kendali. ARL didefinisikan sebagai rata-rata jumlah titik sampel yang perlu diplot pada peta kendali sebelum salah satu titik menunjukkan kondisi tidak terkendali secara statistik. Semakin kecil nilai ARL pada sebuah peta kendali, semakin cepat peta tersebut mendeteksi adanya ketidakterkendalian. Ada berbagai metode numerik untuk menghitung nilai ARL, salah satunya adalah metode simulasi Monte Carlo.

Terdapat dua nilai ARL yaitu ARL_0 (ARL in control) dan ARL_1 (ARL out of control). Jika proses dalam keadaan in control (terkendali) maka digunakan ARL_0

sehingga ARL_0 akan lebih besar dan ARL_1 akan bernilai kecil bila proses dalam keadaan out of control (tidak terkendali) dengan rumus sebagai berikut :

$$ARL_0 = \frac{1}{P(Tolak\ H_0|H_0\ Benar)} = \frac{1}{\alpha}$$

$$ARL_1 = \frac{1}{P(Terima\ H_0|H_0\ Benar)} = \frac{1}{1-\beta}$$

dimana H_0 adalah proses dalam keadaan terkendali (in control). Selanjutnya dalam uji hipotesis α adalah tipe kesalahan I yang merupakan probabilitas menetapkan bahwa proses dalam keadaan tidak terkendali (out o f control) tetapi nyatanya proses dalam keadaan terkendali (in control). Sedangkan dalam uji hipotesis β adalah tipe kesalahan II yang merupakan probabilitas menetapkan bahwa proses dalam keadaan terkendali (in control) tetapi nyatanya proses dalam keadaan tidak terkendali (out of control) sehingga $1-\beta$ merupakan probabilitas yang menetapkan bahwa proses dalam keadaan tidak terkendali (out of control) sebagai proses yang out of control(Van Delsen, 2015).

Simulasi Monte Carlo adalah metode analisis yang menggunakan data acak untuk menghasilkan statistik probabilitas yang membantu memahami pengaruh suatu ketidakpastian. Monte Carlo bekerja sebagai program sederhana yang menghasilkan data acak berdasarkan distribusi tertentu untuk kemudian disimulasikan. Metode ini dapat diterapkan untuk menghitung nilai Average Run Length (ARL). Estimasi nilai ARL menggunakan Monte Carlo dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$ARL = \frac{\sum_{i=1}^{N} RL_i}{N}$$

Dengan:

ARL : Rata-rata titik sampel sebelum terjadi *satu out of control*

RL_i : Jumlah titik sampel sebelum terjadi satu out of control pada simulasi ke-*i*

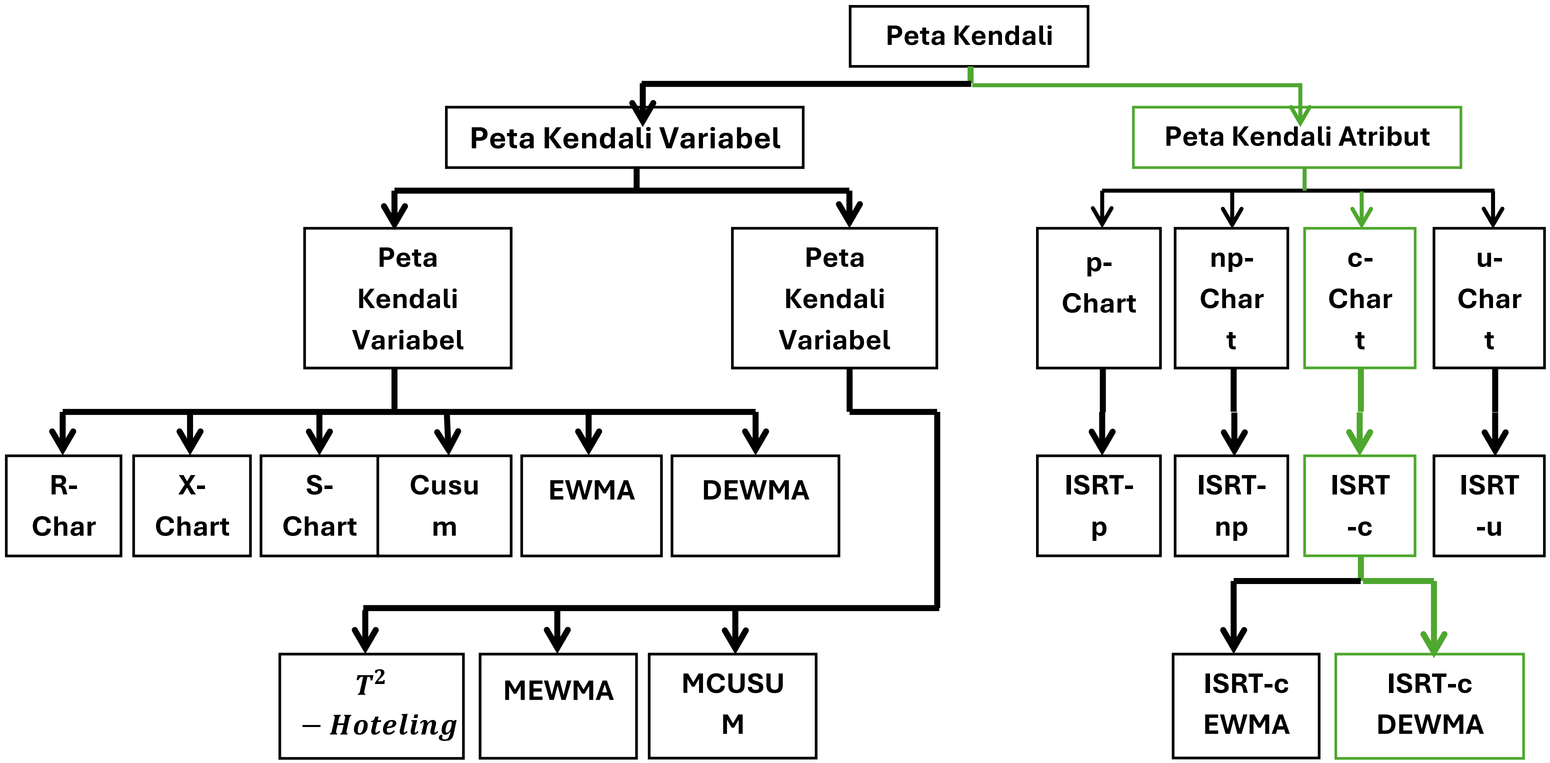
N : Jumlah perulangan Simulasi

1.6.10 PT Maruki International Indonesia

PT Maruki International Indonesia didirikan pada tanggal 18 Juni 1997 yang sebelumnya bernama PT. Tokai Material Indonesia. Selanjutnya pada tanggal 14 Januari 2003 berubah nama perusahaan menjadi PT. Maruki International Indonesia. Fase awal perusahaan ini cukup sulit, karena ekonomi Asia sedang menghadapi krisis yang signifikan, dan Indonesia juga terkena dampaknya. Berkat strategi dan perencanaan yang efektif dari para pendirinya, industri ini terus berkembang meskipun gejolak ekonomi dan krisis moneter melanda negeri ini. Produk utama yang diproduksi oleh PT Maruki International Indonesia adalah Butsudan, yaitu jenis furnitur yang digunakan dalam tradisi Buddha di Jepang sebagai media untuk berkomunikasi dengan leluhur. Gaya atau jenis Butsudan berbeda-beda di setiap daerah. Bahan-bahan kayu yang diimpor berasal dari Afrika (Gabon), Asia (Thailand, Laos), dan Amerika (Meksiko).

Butsudan digunakan oleh orang Jepang sebagai media untuk berkomunikasi dengan leluhur mereka dan ditempatkan di lokasi khusus. Butsudan juga melambangkan kelas sosial masyarakat. Tidak mengherankan jika harga Butsudan berkisar antara jutaan hingga puluhan juta rupiah. Bahan utama yang digunakan untuk membuat Butsudan adalah kayu yang berasal dari berbagai jenis, baik dari dalam maupun luar negeri, diantaranya yaitu jenis kayu seperti Jabon, Wallnut, Tamo, Ebonu, Enjyu, Karin, Sonoklin, Nyato, dan Amara sesuai dengan permintaan

1.6.11 Konseptual Framework



Gambar 2. *Konseptual Framework*

BAB II
METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Sumber Data Penelitian

Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari data laporan yang telah tersedia di PT Maruki International Indonesia Makassar. Data produksi yang digunakan yaitu data *Remaking* Butsudan pada tahun 2021-2023 sebanyak 36 data (data per tahun yang disajikan sebanyak 12 data) dengan beberapa kategori cacat yang tersedia. Dalam penelitian ini data yang digunakan adalah data yang terdiri atas kategori khusus yaitu cacat pecah/retak.

2.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini:
Cacat pecah/retak produksi butsudan yang dikembalikan/cacat (*remaking*) di PT Maruki International Indonesia.

2.3 Metode Analisis

1. Melakukan uji kesesuaian Distribusi *Poisson* dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*
2. Menentukan batas kendali dari Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* (PDEWMA) berdasarkan mean dan variansi
3. Menentukan estimasi rata-rata dan variansi dari Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* (PDEWMA) berdasarkan metode *Improved Squared Root Transformation* (ISRT) dengan melakukan transformasi parameter c menjadi bentuk akar kuadrat ($\sqrt{\boldsymbol{c}}$) menggunakan deret taylor
4. Menentukan persamaan standarisasi Z merujuk pada Teorema Limit Pusat
5. Menentukan interval kepercayaan untuk memperoleh batas kendali
6. Menentukan batas kendali dari Peta Kendali ISRT-*c* DEWMA
7. Menghitung nilai batas-batas kendali dari setiap peta kendali
8. Membentuk Peta Kendali *Poisson Double Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Squared Root Transformation* (ISRT-*c* DEWMA)
9. Menghitung nilai ARL
10. Membandingkan nilai ARL dengan Peta Kendali *Poisson* DEWMA
11. Penarikan kesimpulan