

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pengendalian kualitas merupakan aspek yang sangat penting dalam setiap perusahaan untuk memastikan bahwa proses yang berjalan sesuai dengan standar yang telah ditetapkan. Setiap perusahaan memiliki cara yang berbeda dalam mengendalikan kualitas prosesnya, bergantung pada karakteristik industri dan variabel yang dipantau. Salah satu cara untuk mengendalikan kualitas suatu perusahaan adalah pengendalian kualitas secara statistik (Sahara dkk., 2023). Pengendalian kualitas statistik adalah instrumen yang membantu dalam membuat produk sesuai standar yang telah ditetapkan dari awal siklus hingga akhir siklus produksi (Oktavia & Herwanto, 2021). Salah satu metode yang dapat dilakukan dalam pengendalian kualitas statistik adalah penggunaan peta kendali.

Peta kendali merupakan alat pemantauan proses berada dalam kendali atau di luar kendali serta peningkatan proses yang sedang berjalan (Setyorini & Surjanto, 2023). Kondisi di luar kendali terjadi karena produk yang dihasilkan tidak sesuai dengan standar perusahaan (Nurhaedah dkk., 2020). Peta kendali terdiri atas dua jenis, yaitu peta kendali atribut dan peta kendali variabel. Peta kendali atribut merupakan peta kendali yang berlandaskan sifat dan peta kendali variabel adalah peta kendali menggunakan data yang diukur (Mitra, 2021). Salah satu peta kendali variabel yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas statistik adalah peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) (Hamsah dkk., 2019).

Peta kendali EWMA dikenalkan pertama kali pada tahun 1959 oleh Roberts. Peta kendali ini terkenal sebagai alat dalam pengendalian kualitas dengan sensitivitas tinggi terhadap perubahan kecil dalam proses produksi (Setyorini & Surjanto, 2023). Beberapa penelitian sebelumnya mengenai peta kendali EWMA dikaji oleh Crowder (1989), Lucas & Saccucci (1990), Wijayanti dkk. (2020) dan Ramadhani & Anwar (2022) menyatakan bahwa peta kendali EWMA lebih efektif dalam mengidentifikasi perubahan kecil dibandingkan dengan peta kendali Shewhart. Namun, peta kendali EWMA memiliki keterbatasan dalam memantau perubahan yang bersifat kompleks atau variabilitas yang terjadi secara bertahap (Wibawati dkk., 2022). Selain itu, peta kendali EWMA lebih cenderung digunakan untuk proses secara keseluruhan, seperti jumlah cacat dalam suatu periode waktu, sehingga memerlukan lebih banyak data (Adelia dkk., 2023; Nelwati dkk., 2020). Hal ini menjadikan peta kendali EWMA kurang cocok untuk pengamatan individual yang memiliki fluktuasi besar, karena setiap pengamatan hanya melibatkan satu titik data. Sensitivitas tinggi terhadap perubahan kecil dalam EWMA dapat menyebabkan banyak sinyal palsu atau peringatan yang tidak relevan pada data yang bersifat fluktuatif.

Penelitian sebelumnya oleh (Reynolds, 1995, 1996) mengembangkan peta kendali berbasis sekuensial yang efektif untuk mendeteksi perubahan dalam satu arah seperti pergeseran rata-rata atau lokasi proses. Selanjutnya, Zhang dkk. (2006) merancang peta kendali eksponensial dengan skema sekuensial sampel yang

terbukti meningkatkan efektivitas dalam mendeteksi perubahan proses lebih akurat. Selain itu, Godase & Mahadik (2019) memperkenalkan peta kendali *Sequential Probability Ratio Test* (SPRT) untuk dispersi yang digunakan dalam memantau variabilitas proses produksi dan juga efektif dalam mendeteksi perubahan variabilitas. Abbasi dkk. (2020) menggabungkan peta kendali EWMA dengan pendekatan SPRT yang dikenal sebagai peta kendali *Sequential-Based Exponential Weighted Moving Average* (SEWMA).

Peta kendali SEWMA dirancang untuk memantau rata-rata dan lokasi proses menggunakan pendekatan SPRT. Pendekatan ini bertujuan untuk meningkatkan kinerja peta kendali EWMA klasik melalui pengujian sekuensial. Penggunaan pendekatan SPRT pada peta kendali SEWMA dirancang dengan dua pasang batas kendali yang memberikan fleksibilitas lebih tinggi dalam memantau lokasi proses. Pendekatan ini menjadikan metode SEWMA lebih sensitif terhadap pergeseran kecil yang sangat penting untuk mendeteksi perubahan kualitas sejak dini sebelum terjadi cacat yang signifikan. Selain itu, metode ini juga mampu mengurangi tingkat sinyal palsu. Oleh karena itu, peta kendali SEWMA efektif digunakan untuk data yang mengalami perubahan bertahap dan berfluktuasi yang dapat membantu perusahaan dalam menjaga stabilitas proses dan memastikan kualitas (Abbasi dkk., 2020).

Salah satu aspek yang sering menunjukkan fluktuasi adalah penjualan saham di pasar modal yang dipengaruhi oleh berbagai faktor, baik yang berasal dari internal perusahaan maupun faktor eksternal (Novyanto, 2022). Volume penjualan saham harian merupakan salah satu indikator utama yang mencerminkan dinamika pasar saham yang menunjukkan likuiditas serta minat pasar terhadap saham tertentu (Yanti & Dalimunthe, 2021). Penelitian sebelumnya oleh Ghorbani dkk. (2015) menemukan bahwa volume penjualan memiliki pengaruh signifikan terhadap likuiditas saham, yang pada akhirnya memengaruhi harga saham. Selain itu, penelitian oleh Tan dkk. (2023) juga menunjukkan adanya hubungan antara perubahan harga dan volume perdagangan yang mengindikasikan bahwa perubahan volume perdagangan sering kali mendahului perubahan harga saham. Oleh karena itu, pemantauan volume penjualan sangat penting sebagai indikator prediktor tren pasar yang berguna untuk membantu investor dalam mengantisipasi pergerakan harga dan mengelola risiko.

PT Bank Central Asia Tbk (BCA) adalah salah satu perusahaan yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia dengan kode saham BBCA. Saham PT Bank Central Asia Tbk merupakan saham *blue-chip* dengan volume penjualan yang besar dan likuiditas tinggi serta stabil (Indonesia Stock Exchange, 2024). Meskipun saham BCA cenderung stabil, fluktuasi volume perdagangan harian masih sering terjadi. Oleh karena itu, analisis terhadap fluktuasi volume perdagangan saham BCA sangat penting, tidak hanya untuk memahami tren pasar, tetapi juga untuk membantu investor mengelola potensi risiko yang mungkin timbul.

Oleh karena itu, pada tugas akhir ini akan diterapkan peta kendali SEWMA sebagai pengembangan dari peta kendali EWMA dalam mengatasi data yang cenderung mengalami perubahan secara bertahap. Metode SEWMA digunakan

untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses pada data volume penjualan saham. Sehingga, penulis melakukan penelitian “**Penerapan Peta Kendali *Sequential-based Exponentially Weighted Moving Average* pada Data Pengamatan Individual (Studi Kasus: Data Volume Penjualan Saham PT Bank Central Asia Tbk)**”.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data pengamatan individual volume penjualan saham PT Bank Central Asia Tbk.
2. Data yang digunakan dalam penelitian ini berdistribusi normal
3. Pendekatan pada peta kendali *Sequential-based Exponentially Weighted Moving Average* menggunakan *Sequential Probability Ratio Test*
4. Penelitian ini menggunakan nilai $\lambda = 0,2$ dan $\gamma = 0.05$

1.3 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Adapun tujuan dalam penelitian ini adalah:

1. Membentuk peta kendali *Sequential-based Exponentially Weighted Moving Average*
2. Membentuk peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* dan peta kendali *Sequential-based Exponentially Weighted Moving Average* pada data volume penjualan saham PT Bank Central Asia Tbk
3. Membandingkan peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* dengan peta kendali *Sequential-based Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan nilai *Average Run Length*.

Manfaat Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi berupa peningkatan wawasan dan pemahaman mengenai penggunaan peta kendali *Sequential-based Exponentially Weighted Moving Average* sebagai alat dalam pengendalian kualitas statistik. Selain itu, hasil penelitian ini dapat menjadi referensi dan bahan pertimbangan bagi perusahaan.

1.4 Teori

1.4.1 Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik adalah salah satu teknik yang digunakan untuk penyelesaian masalah memonitor, mengendalikan, menganalisa, mengelola, dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik. Menurut Ridman dan Zachary, manajemen kualitas sering kali disebut sebagai *the problem solving*. Terdapat berbagai teknik dalam pengendalian kualitas yang dapat digunakan, yaitu (Sekarwangi & Pramestari, 2023):

1. *Check Sheet*
2. Histogram
3. Diagram Sebab-Akibat
4. Diagram Pareto
5. Diagram Sebar

6. Diagram Alur
7. Peta Kendali

1.4.2 Peta Kendali

Peta kendali adalah alat yang digunakan untuk mengetahui kondisi suatu proses, apakah proses tersebut telah terkendali atau belum. Tujuan akhir dari pengendalian proses statistik yaitu menyingkirkan variabilitas dalam proses (Montgomery, 2009). Peta kendali menurut jenis karakteristiknya dibedakan menjadi dua jenis, yaitu peta kendali variabel dan peta kendali atribut. Peta kendali variabel adalah peta kendali yang digunakan pada karakteristik kualitas yang diamati dapat diukur, sedangkan peta kendali atribut digunakan pada karakteristik kualitas yang diamati hanya dinyatakan dengan kategori (cacat atau tidak) (Noor dkk., 2019).

1.4.3 Ekspektasi

Perhitungan nilai ekspektasi dari fungsi peubah acak didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1. Jika X adalah peubah acak diskrit dengan nilai fungsi peluangnya di X adalah $p(X)$ dan $u(X)$ adalah fungsi dari X , maka nilai ekspektasi dari $u(X)$, dinotasikan dengan $E[u(X)]$ yang didefinisikan sebagai (Ross, 2010):

$$E[u(X)] = \sum_x u(x) \cdot p(x) \quad (1)$$

Terdapat beberapa sifat penting dari nilai ekspektasi, berikut sifat-sifat dari nilai ekspektasi

1. Jika c adalah sebuah konstanta, maka:

$$\begin{aligned} E(c) &= \sum_x c \cdot p(x) \\ &= c \cdot \sum_x p(x) \\ E(c) &= c \end{aligned} \quad (2)$$

2. Jika c adalah sebuah konstanta dan $u(X)$ adalah fungsi dari X , maka:

$$\begin{aligned} E[c \cdot u(X)] &= \sum_x c \cdot u(x) \cdot p(x) \\ &= c \cdot \sum_x u(x) \cdot p(x) \\ E[c \cdot u(X)] &= c \cdot E[u(X)] \end{aligned} \quad (3)$$

3. Jika c dan d adalah dua buah konstantas dan $u(X)$ dan $v(X)$ adalah dua buah fungsi dari X , maka:

$$E[c \cdot u(X) + d \cdot v(X)] = \sum_x [c \cdot u(x) + d \cdot v(x)] \cdot p(x)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_x c \cdot u(x) \cdot p(x) + \sum_x d \cdot v(x) \cdot p(x) \\
&= c \cdot \sum_x u(x) \cdot p(x) + d \cdot \sum_x v(x) \cdot p(x) \\
E[c \cdot u(X) + d \cdot v(X)] &= c \cdot E[u(X)] + d \cdot E[v(X)]
\end{aligned} \tag{4}$$

1.4.4 Variansi

Definisi variansi dari sebuah peubah acak didefinisikan sebagai:

Definisi 2. Misal X adalah peubah acak, baik diskrit maupun kontinu. Variansi dari X didefinisikan sebagai (Ross, 2010):

$$Var(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X - \mu)^2 \tag{5}$$

Jika diuraikan lebih lanjut perumusan variansi dalam Persamaan (5), diperoleh hasil:

$$\begin{aligned}
Var(X) &= E(X - \mu)^2 \\
&= E(X^2 - 2 \cdot X \cdot \mu + \mu^2) \\
&= E(X^2) - 2 \cdot \mu \cdot E(X) + \mu^2 \\
&= E(X^2) - 2 \cdot \mu \cdot \mu + \mu^2 \\
&= E(X^2) - \mu^2
\end{aligned} \tag{6}$$

Sehingga diperoleh,

$$Var(X) = E(X^2) - \mu^2 = E(X^2) - (E(X))^2 \tag{7}$$

Terdapat beberapa sifat dari variansi, berikut adalah sifat-sifat variansi:

1. Jika c adalah sebuah konstanta, maka:

$$Var(c) = 0 \tag{8}$$

2. Jika X adalah sebuah peubah acak dan c adalah sebuah konstanta, maka:

$$Var(X + c) = Var(X) \tag{9}$$

3. Jika a dan b adalah dua buah konstanta dan X adalah peubah acak, maka:

$$Var(aX + b) = a^2 Var(X) \tag{10}$$

1.4.5 Distribusi Geometrik

Distribusi geometrik adalah distribusi peluang banyaknya percobaan yang diperlukan untuk mendapatkan sukses pertama. Variabel acak yang didefinisikan sebagai banyaknya percobaan yang dilakukan sampai diperoleh sukses yang pertama disebut berdistribusi geometrik. Suatu variabel acak X dikatakan berdistribusi geometrik dengan peluang sukses p ditulis $X \sim \text{geom}(p)$ yang didefinisikan dengan persamaan berikut (Amelia dkk., 2024):

$$p(x) = g(x; p) = pq^{x-1} \quad (11)$$

dengan $x = 1, 2, 3, \dots, n$; p adalah parameter sukses dan q adalah parameter gagal. Nilai ekspektasi dari X yaitu $E(X)$ dan $E(X^2)$ dinyatakan pada persamaan berikut:

$$E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} x \cdot pq^{x-1} = \frac{1}{p} \quad (12)$$

$$E(X^2) = \sum_{x=1}^{\infty} x^2 \cdot pq^{x-1} = \frac{1+q}{p^2} \quad (13)$$

Pengaplikasian Persamaan (12) dan Persamaan (13) akan diperoleh $\text{Var}(X)$ yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{1+q}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{q}{p^2} = \frac{1-p}{p} \quad (14)$$

1.4.6 Distribusi Normal

Distribusi normal pertama kali dikenalkan oleh De Moivre pada tahun 1773 dengan mengembangkan bentuk matematis dari kurva normal yang menjadi dasar dalam statistik induksi. Distribusi normal juga disebut sebagai distribusi normal Gauss pada tahun 1777 – 1855, menurunkan persamaan matematisnya menjadi lebih detail dengan meneliti kesalahan pada pengukuran berulang dari ukuran kuantitas yang sama. Variabel random X mempresentasikan distribusi normal disebut sebagai variabel random normal yang bergantung pada dua parameter yaitu rata-rata (μ) dan deviasi standar (σ), dinotasikan sebagai $N(x; \mu, \sigma)$. Fungsi kepadatan dari variabel random X dengan rata-rata μ dan variasi σ^2 didefinisikan dengan persamaan berikut (Sudjana, 2005):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (15)$$

dengan rata-rata dan variansi sebagai berikut:

$$E(X) = \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (16)$$

$$Var(X) = \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (17)$$

n adalah jumlah data dan x_i adalah setiap nilai dalam data, $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

1.4.7 Uji Normalitas

Uji normalitas adalah pengujian dengan mengasumsikan data berdistribusi normal. Salah satu uji normalitas yang dapat dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan statistik uji Kolmogorv-Smirnov didefinisikan sebagai berikut (Smirnov & Oskotski, 1993):

H_0 : data berdistribusi normal

H_1 : data tidak berdistribusi normal

Statistik Uji:

$$D = \max |S_n(x) - F_0(x)| \quad (18)$$

dengan

$S_n(x)$: probabilitas distribusi kumulatif dari data sampel

$F_0(x)$: probabilitas distribusi kumulatif yang dihipotesiskan berdistribusi normal

Kriteria Uji:

H_0 ditolak jika $D > D_{\alpha,n}$ atau $p - value < \alpha$

dengan α adalah taraf signifikansi.

1.4.8 Sequential Probability Ratio Test

Sequential Probability Ratio Test (SPRT) adalah metode pengujian sekuensial yang membandingkan rasio kemungkinan antara hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1) untuk mengambil keputusan (Pramanik dkk., 2021). Pengujian ini berhenti ketika rasio kemungkinan melebihi ambang batas atas (A), sehingga H_0 ditolak, atau turun di bawah ambang batas bawah (B), sehingga H_1 ditolak. Jika rasio kemungkinan berada di antara ambang batas tersebut, pengumpulan data dilanjutkan hingga salah satu kondisi terpenuhi. Prosedur ini memungkinkan pengujian dihentikan lebih awal jika hasilnya sudah cukup mendukung salah satu hipotesis (Wald & Wolfowitz, 1948).

1.4.9 Exponentially Weighted Moving Average

Peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) adalah peta kendali yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran proses yang kecil. Peta kendali

EWMA pertama kali diperkenalkan pada tahun 1959 oleh Roberts (Montgomery, 2012). Titik plot peta kendali EWMA dinyatakan pada persamaan berikut:

$$K_j = \lambda X_j + (1 - \lambda)K_{j-1} \quad (19)$$

K_j adalah nilai EWMA dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$ dengan n merupakan banyaknya subgrup dan λ adalah faktor pembobot dengan $0 < \lambda < 1$. Jika besar sampel adalah $n > 1$, maka nilai X_j diganti dengan rata-rata subgrup ($\bar{x}_j$). Nilai K_0 adalah nilai awal yang digunakan untuk memperoleh nilai statistik EWMA pada sampel pertama. Nilai K_0 diperoleh dari nilai rata-rata proses yang dapat dinyatakan sebagai berikut (Montgomery, 2012):

$$K_0 = \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^n X_j}{n} \quad (20)$$

Berdasarkan nilai statistik EWMA pada Persamaan (19), Menurut Yulianti (2017) K_j dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} K_j &= \lambda X_j + (1 - \lambda)K_{j-1} \\ &= \lambda X_j + (1 - \lambda)[\lambda X_{j-1} + (1 - \lambda)K_{j-2}] \\ &= \lambda X_j + \lambda(1 - \lambda)X_{j-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{j-2} + (1 - \lambda)^3 K_{j-3} \end{aligned} \quad (21)$$

Selanjutnya, Persamaan (20) digunakan untuk K_{j-t} dengan $t = 4, 5, 6, \dots, j$ sehingga diperoleh:

$$K_j = \lambda \sum_{t=0}^{j-1} (1 - \lambda)^t X_{j-t} + (1 - \lambda)^j K_0 \quad (22)$$

Berdasarkan Persamaan (21), nilai rata-rata dari K_j dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E[K_j] &= E \left[\lambda \sum_{t=0}^{j-1} (1 - \lambda)^t X_{j-t} + (1 - \lambda)^j K_0 \right] \\ &= \lambda \{E[X_j] + (1 - \lambda)^1 E[X_{j-1}] + (1 - \lambda)^2 E[X_{j-2}] + \dots \\ &\quad + (1 - \lambda)^{j-1} E[X_1]\} + (1 - \lambda)^j K_0 \end{aligned} \quad (23)$$

Untuk setiap sampel, nilai rata-rata yang diharapkan adalah nilai K_0 . Apabila nilai $j = 1, 2, 3, \dots, n$, maka $E[X_j] = K_0$, sehingga dapat diperoleh bentuk matematis $E[X_j] = E[X_{j-1}] = E[X_{j-2}] = \dots = K_0$. Selanjutnya, Persamaan (22) menjadi:

$$\begin{aligned} E[K_j] &= \lambda \{K_0 + (1 - \lambda)^1 K_0 + (1 - \lambda)^2 K_0 + \dots + (1 - \lambda)^{j-1} K_0\} + (1 - \lambda)^j K_0 \\ E[K_j] &= \lambda \{1 + (1 - \lambda)^1 + (1 - \lambda)^2 + \dots + (1 - \lambda)^{j-1}\} K_0 + (1 - \lambda)^j K_0 \end{aligned} \quad (24)$$

Bentuk matematis $\{1 + (1 - \lambda)^1 + (1 - \lambda)^2 + \dots + (1 - \lambda)^{j-1}\}$ pada Persamaan (23) membentuk deret geometri dengan nilai pertama $a = 1$ dan rasio (r) $= (1 - \lambda)$, serta banyaknya yaitu $n = j$, sehingga diperoleh penjumlahan deret geometri sebagai berikut:

$$\sum_{t=0}^{j-1} (1 - \lambda)^t = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = \frac{1(1 - (1 - \lambda)^j)}{1 - (1 - \lambda)} = \frac{(1 - (1 - \lambda)^j)}{\lambda} \quad (25)$$

Oleh karena itu, dengan mensubstitusikan Persamaan (25) ke Persamaan (24), diperoleh rata-rata dari EWMA sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E[K_j] &= \lambda\{1 + (1 - \lambda)^1 + (1 - \lambda)^2 + \dots + (1 - \lambda)^{t-1}\}K_0 + (1 - \lambda)^t K_0 \\
 &= \lambda K_0 \left[\frac{(1 - (1 - \lambda)^j)}{\lambda} \right] + (1 - \lambda)^t K_0 \\
 &= K_0(1 - (1 - \lambda)^t) + (1 - \lambda)^t K_0 \\
 &= K_0 - (1 - \lambda)^t K_0 + (1 - \lambda)^t K_0 \\
 &= K_0
 \end{aligned} \tag{26}$$

Selanjutnya, setelah diperoleh nilai ekspektasi EWMA dari Persamaan (22) dapat diestimasi nilai variansi K_j sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{K_j}^2 &= Var[K_j] \\
 &= Var \left[\lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{j-t} + (1 - \lambda)^j K_0 \right] \\
 &= Var \left[\lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{j-t} \right] + Var[(1 - \lambda)^j K_0] \\
 &\quad + 2Cov \left[\lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{j-t} + (1 - \lambda)^j K_0 \right]
 \end{aligned} \tag{27}$$

karena $Var(c) = 0$ untuk c adalah konstanta maka $Var[(1 - \lambda)^j K_0] = 0$ dan karena untuk setiap X_j dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$ diasumsikan independen, maka $Cov[\lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{j-t} + (1 - \lambda)^j K_0] = 0$. Sehingga Persamaan (27) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{K_j}^2 &= Var \left[\lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{j-t} \right] + 0 + 2(0) \\
 &= Var \left[\lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{j-t} \right] \\
 &= \lambda^2 Var \left[\sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{j-t} \right] \\
 &= \lambda^2 \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^{2j} Var[X_{j-t}] \\
 \sigma_{K_j}^2 &= \lambda^2 \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^{2j} \sigma_{X_j}^2
 \end{aligned} \tag{28}$$

Pada Persamaan (28) dapat dilihat bahwa terdapat $\sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^{2j}$ yang terbentuk merupakan bentuk deret geometri dengan nilai awal $a = 1$, $r = (1 - \lambda)^2$, dan $n = t$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \\
&= \frac{1(1 - (1 - \lambda)^{2j})}{1 - (1 - \lambda)^2} \\
&= \frac{1(1 - (1 - \lambda)^{2j})}{1 - (1 - 2\lambda - \lambda^2)} \\
&= \frac{1 - (1 - \lambda)^{2j}}{2\lambda - \lambda^2}
\end{aligned} \tag{29}$$

Persamaan (29) disubstitusikan ke Persamaan (28), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\sigma_{K_j}^2 &= \lambda^2 \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^{2j} \sigma_{X_j}^2 \\
&= \lambda^2 \sigma_{X_j}^2 \left[\frac{1 - (1 - \lambda)^{2j}}{2\lambda - \lambda^2} \right]
\end{aligned}$$

Jika dimisalkan $\sigma_{X_j}^2 = \sigma^2$, maka variansi dari EWMA dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\sigma_{K_j}^2 = \frac{\lambda \sigma^2 (1 - (1 - \lambda)^{2j})}{2 - \lambda} \tag{30}$$

Berdasarkan Persamaan (30), batas kendal peta kendali EWMA dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$BKA = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda}\right) [1 - (1 - \lambda)^{2j}]} \tag{31}$$

$$BKB = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda}\right) [1 - (1 - \lambda)^{2j}]} \tag{32}$$

1.4.10 Sequential-Based Exponentially Weighted Moving Average

Sequential-Based Exponentially Weighted Moving Average (SEWMA) adalah peta kendali yang dirancang untuk memantau lokasi proses (misalnya, nilai rata-rata) menggunakan pendekatan *Sequential Probability Ratio Test* (SPRT). Pada pendekatan SPRT, jika observasi termasuk ke dalam zona keraguan maka akan dilakukan pengamatan lagi hingga suatu keputusan tercapai. Statistik plot peta kendali SEWMA dinyatakan pada persamaan berikut (Abbasi dkk., 2020).

$$Z_j = \lambda I_j + (1 - \lambda)Z_{j-1} \tag{33}$$

1.4.11 Average Run Length

Average Run Length (ARL) adalah jumlah rata-rata atau sampel yang harus digambarkan sebelum sebuah titik atau sampel menunjukkan suatu keadaan yang tidak terkendali (Montgomery, 2009). ARL merupakan salah satu cara untuk mengukur kinerja sebuah peta kendali, ARL terdiri atas 2 jenis, notasi ARL_0 untuk keadaan terkendali dan ARL_1 untuk keadaan tidak terkendali yang dinyatakan sebagai berikut:

$$ARL_0 = \frac{1}{P(\text{tolak } H_0 | H_0 \text{ benar})} = \frac{1}{\alpha} \quad (34)$$

$$ARL_1 = \frac{1}{P(\text{terima } H_0 | H_0 \text{ salah})} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (35)$$

dengan α adalah kesalahan statistik tipe I yang berarti proses berada pada kondisi tidak terkendali padahal dalam kenyataannya proses terkendali dan β adalah kesalahan statistik tipe II yang berarti proses berada pada kondisi terkendali padahal dalam kenyataannya proses berada dalam kondisi tidak terkendali. Untuk mencari nilai β dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\beta = (BKB \leq x \leq BKA) \quad (36)$$

Nilai ARL merupakan salah satu ukuran kinerja sebuah peta kendali. ARL_0 merupakan nilai yang diharapkan sebesar mungkin untuk mengurangi kemungkinan peta kendali menunjukkan keadaan tidak terkendali, sedangkan ARL_1 diharapkan sekecil mungkin agar peta kendali dapat mendeteksi proses secepat mungkin.

1.4.12 Teorema 1

Misalkan, S adalah jumlah acak yang didefinisikan oleh $S = \sum_{j=1}^N X_j$, dengan N adalah jumlah acak yang berdistribusi $h(n; m, \pi)$, dan X_j adalah variabel acak identik dan independen (iid) yang berdistribusi $f(x; \mu, \sigma^2)$. Diperoleh bahwa (Klugman dkk., 2008):

$$\begin{aligned} E(S) &= E\left(\sum_{j=1}^N X_j\right) \\ &= E\left(E\left(\sum_{j=1}^N X_j | N\right)\right) \end{aligned} \quad (37)$$

Karena $X_1, X_2, \dots, X_N$ adalah iid, maka

$$E(S) = E(N \times E(X)) \quad (38)$$

dengan menggunakan sifat nilai ekspektasi Persamaan (4), Persamaan (37) menjadi

$$E(S) = E(N) \times E(X) \quad (39)$$

Selanjutnya, variansi S dengan menggunakan Persamaan (7) didefinisikan sebagai:

$$Var(S) = E(S^2) - (E(S))^2 \quad (40)$$

Untuk menghitung $E(S^2)$, digunakan nilai ekspektasi bersyarat terhadap N sehingga diperoleh:

$$E(S^2) = E(E(S^2|N)) \quad (41)$$

Karena

$$S = \sum_{j=1}^N X_j$$

Maka,

$$S^2 = \left(\sum_{j=1}^N X_j \right)^2$$

$$S^2 = \sum_{j=1}^N X_j^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq N} X_i X_j \quad (42)$$

Untuk komponen kedua, $\sum_{1 \leq i < j \leq N} X_i X_j$, harapan dari dua variabel acak independen, sehingga nilai $E(X_i X_j) = E(X_i) \times E(X_j) = (E(X))^2$. Karena terdapat pasangan (i, j) maka kombinasi memilih 2 elemen dari N elemen adalah $\frac{N(N-1)}{2}$, sehingga diperoleh:

$$E \left(\sum_{1 \leq i < j \leq N} X_i X_j | N \right) = \frac{N(N-1)}{2} \times (E(X))^2 \quad (43)$$

karena terdapat dua kali pasangan (i, j) dan (j, i) , maka diperoleh

$$E \left(\sum_{1 \leq i < j \leq N} X_i X_j | N \right) = N(N-1) \times (E(X))^2 \quad (44)$$

berdasarkan Persamaan (37) dan Persamaan (44), sehingga diperoleh

$$E(S^2|N) = N \times E(X^2) + N(N-1) \times (E(X))^2 \quad (45)$$

Maka Persamaan (45) dinyatakan sebagai berikut:

$$E(S^2) = E \left(N \times E(X^2) + N(N-1) \times (E(X))^2 \right)$$

$$= E(N \times E(X^2)) + E(N(N-1)) \times (E(X))^2 \quad (46)$$

berdasarkan Persamaan (37), Persamaan (39), dan Persamaan (46), diperoleh $Var(S)$ dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Var(S) &= E(S^2) - (E(S))^2 \\
&= \left(E(N \times E(X^2)) + E(N(N-1)) \times (E(X))^2 \right) - (E(N) \times E(X))^2 \\
&= E(N) \times E(X^2) + E(N^2) - E(N) \times (E(X))^2 - (E(N))^2 - (E(X))^2 \quad (47)
\end{aligned}$$

dengan $Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ dan $Var(N) = E(N^2) - (E(N))^2$, maka Persamaan (47) dinyatakan sebagai berikut:

$$Var(S) = E(N) \times Var(X) + Var(N) \times (E(X))^2 \quad (48)$$

1.4.13 PT Bank Central Asia Tbk

PT Bank Central Asia Tbk (BCA) adalah salah satu bank terbesar di Indonesia yang didirikan pada tahun 1955. BCA berfokus pada layanan perbankan ritel dan digital, serta memiliki jaringan cabang yang luas dan sistem perbankan elektronik yang sangat berkembang, seperti layanan *mobile banking* dan *internet banking*. Sebagai bank dengan kapitalisasi pasar terbesar di Indonesia, BCA telah menjadi salah satu pilihan utama bagi investor di pasar saham Indonesia (Yanti & Dalimunthe, 2021).

Saham BCA terdaftar di Bursa Efek Indonesia dengan kode saham BBKA. Sebagai salah satu perusahaan dengan kapitalisasi pasar terbesar di Indonesia, saham BBKA dikenal memiliki likuiditas yang tinggi dan volume perdagangan yang besar. Volume penjualan saham mengacu pada jumlah saham yang diperdagangkan selama periode waktu tertentu, yang dapat menjadi indikator likuiditas dan minat investor terhadap saham tersebut. Saham BBKA memiliki volume perdagangan yang relatif tinggi dibandingkan dengan saham perusahaan lain di BEI. Namun, fluktuasi volume perdagangan saham BBKA masih dapat terjadi, terutama ketika ada perubahan signifikan dalam kinerja perusahaan, seperti pengumuman laporan keuangan atau pengumuman kebijakan pemerintah yang berpengaruh (Indonesia Stock Exchange, 2024).

BAB II METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari <https://finance.yahoo.com>, yaitu data historis PT Bank Central Asia Tbk (BBCA.JK). Data yang digunakan mencakup informasi harian terkait volume penjualan saham BBCA.JK.

2.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data historis volume penjualan saham PT Bank Central Asia Tbk (BBCA.JK). Data yang dianalisis merupakan volume penjualan harian saham BBCA.JK yang tercatat selama bulan Desember 2024, dengan total 19 sampel. Lebih lanjut, kelengkapan data dapat dilihat pada Lampiran 1.

2.3 Metode Analisis

Adapun langkah-langkah penelitian yang akan digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Menguraikan konsep peta kendali SEWMA, antara lain:
 - i. Menjelaskan desain dan struktur peta kendali SEWMA
 - ii. Mengkaji rata-rata nilai statistik SEWMA
 - iii. Mengkaji variansi nilai statistik SEWMA
2. Menguji kenormalan data dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*
3. Menerapkan peta kendali EWMA dalam pengendalian kualitas, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - i. Menentukan parameter pembobot λ dan nilai L yang bersesuaian
 - ii. Menghitung nilai Z_j dengan menggunakan Persamaan (19)
 - iii. Menghitung Batas Kendali Atas (BKA) dengan menggunakan Persamaan (29)
 - iv. Menghitung Batas Kendali Bawah (BKB) dengan menggunakan Persamaan (30)
 - v. Menginterpretasikan peta kendali EWMA
4. Menerapkan peta kendali SEWMA dalam pengendalian kualitas, dengan Langkah-langkah sebagai berikut:
 - i. Menentukan nilai parameter λ , γ , L_1 , dan L_2 yang akan digunakan
 - ii. Menghitung nilai μ_0 dan σ_0^2 menggunakan Persamaan (16) dan Persamaan (17)
 - iii. Menghitung statistik monitoring SEWMA menggunakan rumus sebagai berikut:

$$Z_j = \lambda I_j + (1 - \lambda)Z_{j-1}$$
 - iv. Menghitung nilai Batas Kendali Atas 1 (BKA_1) menggunakan rumus sebagai berikut:

$$BKB_1 = \mu_{Z_j} - L_1 \sigma_{Z_j}$$

- v. Menghitung nilai Batas Kendali Bawah 1 (BKB_1) menggunakan rumus sebagai berikut:

$$BKA_1 = \mu_{Z_j} + L_1\sigma_{Z_j}$$

- vi. Menghitung nilai Batas Kendali Atas 2 (BKA_2) menggunakan rumus sebagai berikut:

$$BKB_2 = \mu_{Z_j} - L_2\sigma_{Z_j}$$

- vii. Menghitung nilai Batas Kendali Bawah 2 (BKB_2) menggunakan rumus sebagai berikut:

$$BKA_2 = \mu_{Z_j} + L_2\sigma_{Z_j}$$

- viii. Menginterpretasikan peta kendali SEWMA

5. Membandingkan kinerja peta kendali EWMA dan peta kendali SEWMA berdasarkan nilai ARL.