

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sulawesi merupakan salah satu dari empat Kepulauan Sunda Besar di Indonesia yang dikenal dengan aktivitas seismik yang sangat tinggi. Gempa di wilayah ini dipicu oleh berbagai proses tektonik yang terjadi baik di daratan maupun lautan, termasuk sistem patahan di bagian tengah serta zona subduksi di utara (Cardwell et al., 1980; McCaffrey Sutardjo, 1982; McCaffrey, 1982; Silver et al., 1983; Walpersdorf et al., 1998; Stevens et al., 1999; Gomez et al., 2000; Hall, 2009). Aktivitas gempa yang intens ini telah menyebabkan terjadinya 25 gempa besar ($M_w \geq 7,0$) dalam rentang waktu sekitar 50 tahun, yaitu antara tahun 1969 hingga 2020 (Sumanta et al., 2021). Hubungan frekuensi-magnitudo, yang diwakili oleh *b-value*, merupakan parameter penting dalam seismologi. Nilai ini dapat dikaitkan dengan faktor-faktor seperti heterogenitas struktur, kepadatan retakan, gradien termal, kedalaman, dan distribusi tegangan (Mogi, 1962; Scholz, 1968; Wyss, 1973; Urbancic et al., 1992; Wiemer et al., 1998). Namun, sebelum *b-value* dapat dihitung dengan presisi, penting untuk menentukan magnitudo kelengkapan (M_c), yaitu magnitudo terkecil di mana katalog gempa bumi dianggap lengkap.

Penentuan M_c merupakan langkah penting dalam analisis gempa bumi karena kesalahan dalam estimasi M_c dapat menyebabkan bias dalam perhitungan *b-value*, yang pada gilirannya mempengaruhi interpretasi aktivitas seismik dan penilaian risiko gempabumi. Meskipun ada berbagai metode untuk menentukan M_c , tidak ada konsensus mengenai teknik mana yang paling akurat, terutama dalam konteks wilayah dengan karakteristik seismik yang kompleks seperti Sulawesi.

Beberapa penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa *b-value* dapat membantu mengidentifikasi gempa pendahuluan sebelum terjadinya gempa besar (Gulia Wiemer, 2019), serta menggambarkan kondisi tegangan di wilayah vulkanik (Tramelli dkk., 2021). Di sisi lain, variasi spasial *b-value* telah banyak dikaji untuk memahami karakteristik geologi dan tektonik suatu daerah (Gui dkk., 2019; Convertito dkk., 2024), estimasi magnitudo gempa susulan dalam katalog yang sementara tidak lengkap (Nicholas, 2021), serta mengevaluasi *magnitude of completeness* menggunakan estimasi *b-value* yang tidak bias (Godano dkk., 2024; Lippiello

dan Petrillo, 2024) dan Metode Otomatis untuk Memetakan *b-value* Spasial yang independen (Godano dkk.,2022).

Berdasarkan uraian di atas, maka penelitian terkait pemodelan seismic hazard (*b-value*) dilakukan untuk mengetahui bahaya gempabumi dengan judul “**Variasi Spasial *B-value* di Sulawesi: Penerapan *Unsupervised Machine Learning* dalam Statistik Gempa Bumi**” hasil penelitian ini dapat mendukung evaluasi bahaya seismik serta pengambilan keputusan berbasis data dalam mitigasi risiko gempa bumi di Sulawesi.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis pola seismik yang ada di Sulawesi serta bagaimana variasi *magnitude of completeness* (M_c) dan *b-value* di wilayah Sulawesi mempengaruhi kondisi stress dan aktivitas tektonik yang ada. Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk menggunakan metode pengelompokan *Hierarchical Clustering* untuk mengungkap heterogenitas Sulawesi dan melakukan estimasi dan analisis M_c dan *b-value* dengan 3 teknik yang berbeda di masing-masing cluster yang merepresentasikan segmen sesar yang ada disekitar wilayah studi. Selain itu, penelitian ini juga mengeksplorasi pengaruh *b-value* terhadap gempabumi signifikan sebelum dan setelah Palu 2018 (M_w 7.5)

1.3 Landasan Teori

Hukum Gutenberg dan Richter (GR) (Gutenberg Richter, 1944) memberikan deskripsi yang baik tentang probabilitas $p(m)$ untuk mengamati suatu gempa bumi dengan magnitudo m , di mana $p(m)$ diberikan oleh:

$$p(m) = b \ln(10) 10^{-bm} \quad (1)$$

di mana b merupakan parameter skala. Penelitian terhadap hukum ini telah dilakukan secara luas karena adanya hubungan terbalik antara nilai b dengan kondisi tegangan di kerak bumi (Amitrano, 2003; Gulia Wiemer, 2010; Scholz, 2015; Wyss, 1973). Oleh karena itu, perubahan *b-value* baik secara spasial maupun temporal menjadi topik yang menarik dalam studi seismologi.

Banyak penelitian menunjukkan bahwa fluktuasi temporal *b-value* dapat

membantu mengidentifikasi gempa pendahuluan sebelum terjadinya gempa besar (Papale, 2018; G. Papadopoulos dkk, 2018; G. A. Papadopoulos dkk., 2010), membedakan antara gempa pendahuluan dan gempa utama dalam suatu urutan seismik (Gulia Wiemer, 2019), serta menggambarkan kondisi tegangan di wilayah vulkanik (Tramelli dkk., 2021).

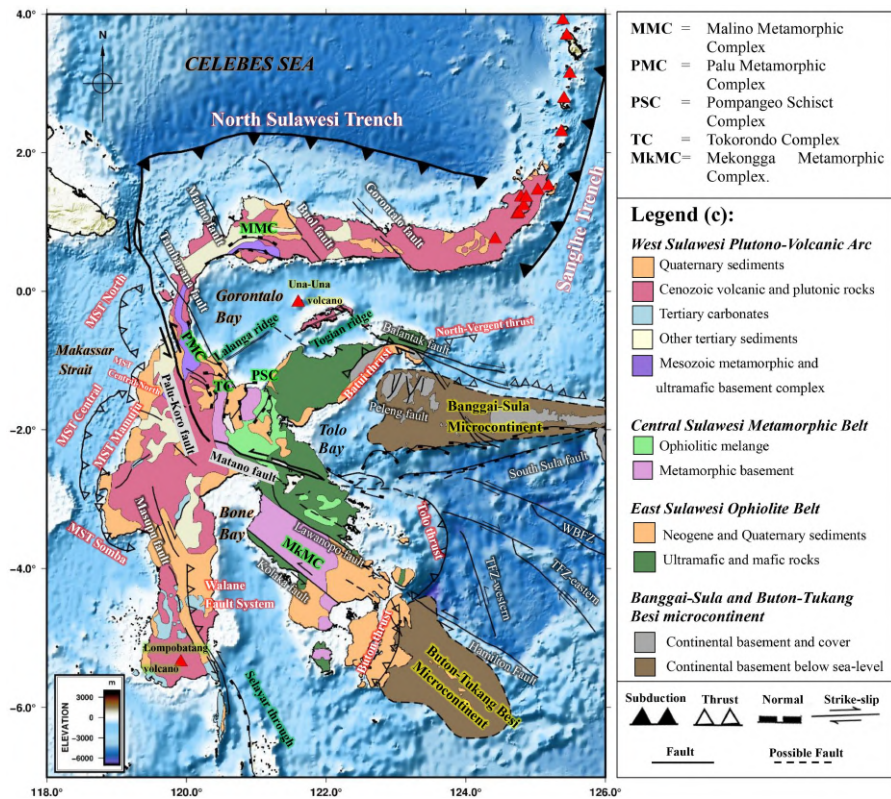
Di sisi lain, variasi spasial *b-value* telah banyak dikaji untuk memahami karakteristik geologi dan tektonik suatu daerah (Gulia Wiemer, 2010), mengidentifikasi jenis patahan (Wiemer Wyss, 1997, 2002), serta mengeksplorasi korelasinya dengan gradien suhu (Warren Latham, 1970; Wiemer dkk., 1998) dan heterogenitas material (Mogi, 1962).

Namun, dalam menghitung *b-value*, perlu dilakukan estimasi *magnitude of completeness* (mc), yang didefinisikan sebagai magnitudo terkecil di mana semua gempa di suatu wilayah dan periode tertentu dapat terdeteksi serta tercatat dalam katalog gempa (Rydelek Sacks, 1989). Penentuan mc sangat krusial karena jika nilainya terlalu kecil, maka nilai *b* akan terestimasi lebih rendah dari seharusnya (Ogata dan Katsura, 1993). Sebaliknya, jika mc terlalu besar, informasi yang diperoleh menjadi lebih sedikit, sehingga meningkatkan ketidakpastian dalam estimasi *b-value* sebab berkurangnya rentang magnitudo yang digunakan.

1.3.1 Tektonik dan tatanan geologi Sulawesi

Pulau Sulawesi umumnya dibagi menjadi empat provinsi tektonik utama berdasarkan struktur tektonik dan geologinya, yaitu Busur Plutono-Vulkanik Sulawesi Barat, Sabuk Metamorf Sulawesi Tengah, Ophiolit Sulawesi Timur, serta blok mikro kontinental Banggai-Sula dan Buton-Tukang Besi (Hamilton, 1979; Hall dan Wilson, 2000) (Gambar 1). Busur Plutono-Vulkanik Sulawesi Barat, yang setara dengan Provinsi Sulawesi Barat, terdiri dari Lengan Selatan dan Lengan Utara. Kedua lengan ini didominasi oleh batuan plutonik dan vulkanik, namun memiliki karakteristik serta evolusi yang berbeda berdasarkan litologi dasar, jenis magma, dan sumber sedimen yang mendasarinya.

Lengan Selatan Sulawesi berasal dari margin Australia di Gondwana yang mengalami pemisahan pada akhir Jura dan kemudian berkolisi dengan Lempeng Sunda pada Akhir Kapur. Perkembangan lebih lanjut terjadi pada ujung tenggara Lempeng Sunda akibat rifting yang dipicu oleh pembukaan Selat Makassar pada Eosen Tengah (van Leeuwen et al., 2007, 2016). Pada Paleosen Awal



Gambar 1. Ringkasan geologi Sulawesi (Serhalawan dan Chen, 2024). Struktur geologi telah dimodifikasi menurut Hall dan Wilson (2000); Watkinson et al. (2011).

hingga Oligosen Tengah, Lengan Selatan mengalami magmatisme kalk-alkalin yang umumnya dikaitkan dengan aktivitas subduksi. Diperkirakan bahwa magmatisme ini disebabkan oleh subduksi ke arah barat laut dari litosfer samudera Hindia di bawah Lengan Selatan Sulawesi (Polvé et al., 1997). Namun, pada Oligosen terjadi rotasi berlawanan arah jarum jam yang mengubah margin benua aktif menjadi margin dominan geser mendatar, yang menyebabkan terhentinya subduksi serta tidak adanya rekaman magmatisme kalk-alkalin pada Oligosen Akhir di wilayah ini (van Leeuwen dan Muhardjo, 2005).

Sebaliknya, di Lengan Utara Sulawesi, subduksi litosfer samudera Hindia ke arah utara dimulai sejak Oligosen Awal. Seiring dengan konsumsi litosfer samudera melalui proses subduksi, terjadi tabrakan antara benua Australia (Sula Spur) dengan Lengan Utara Sulawesi, yang menghasilkan kolisi pada Miosen Awal (Nugraha et al., 2022). Litologi dasar di Lengan Utara didominasi oleh kerak samudera yang

terkait dengan penyebaran busur belakang di Laut Sulawesi selama Miosen Tengah, sebagaimana ditunjukkan oleh data geokronologi dan geokimia (Zhang et al., 2022).

Pasca kolisi Miosen Awal, Sabuk Metamorf Sulawesi Tengah dan Ophiolit Sulawesi Timur mulai berkembang. Sabuk Metamorf Sulawesi Tengah mencakup Kompleks Sekis Pompangeo (PSC), Kompleks Metamorf Mekongga (MkMC), dan melange ofiolitik yang sebagian besar berada di pertemuan antara Lengan Timur dan Tenggara (Gambar 1). PSC dan MkMC di bagian barat didominasi oleh batuan metamorf yang berasal dari kerak benua Australia, sedangkan melange ofiolitik di bagian timur, yang berada di atas sole metamorf, mewakili tahap awal subduksi samudera (Parkinson, 1996; Parkinson, 1998). Sementara itu, Ophiolit Sulawesi Timur mencakup sebagian besar wilayah Lengan Timur dan Tenggara, yang terbentuk akibat obduksi ke benua Sula Spur oleh samudera di sebelah utara (Silver et al., 1983a).

Selain itu, slab litosfer samudera Hindia yang menunjam ke arah utara mengalami pemisahan pada kedalaman sekitar ~ 200 km akibat kolisi Miosen Awal. Bagian bawah slab tenggelam ke dalam mantel bawah, sementara sisa-sisa bagian atas masih bertahan hingga saat ini, yang dikenal sebagai slab Sula, sebagaimana dibuktikan oleh observasi seismisitas, tomografi, dan geologi (Hall dan Spakman, 2015). Di sisi lain, rollback slab Banda yang terjadi lebih ke arah barat diperkirakan dimulai sekitar 15–12 juta tahun lalu (Ma) (Hall dan Sevastjanova, 2012), yang berperan penting dalam membentuk tektonik modern Sulawesi. Rollback ini tidak hanya memicu pembukaan Laut Banda Utara dan Selatan, yang terbentuk masing-masing pada 12,5–7 Ma dan 6,5–3,5 Ma (Hinschberger et al., 2000, 2001), tetapi juga menyebabkan peregangan serta fragmentasi Sula Spur. Seperti yang disebutkan dalam pendahuluan, rotasi blok saat ini di Sulawesi, subduksi lempeng Laut Sulawesi di sepanjang NST, serta perkembangan CSFS semuanya dipicu oleh kolisi terbaru pada Miosen Akhir (~ 5 Ma) antara mikro-kontinen Banggai-Sula dan Lengan Timur.

Sistem sesar yang ada di sekitar Sulawesi saat ini merupakan akibat dari kolisi Miosen Akhir, yang telah dimonitor melalui studi geodesi (Walpersdorf et al., 1998a, 1998b; Socquet et al., 2006). Sistem sesar yang paling dominan adalah Sistem Sesar Sulawesi Tengah (CSFS), yang memanjang ke arah tenggara dan mencakup Sesar Palu-Koro, Matano, serta Patahan Tolo. Sesar Palu-Koro dan Matano diklasifikasikan sebagai sesar geser menganan, yang masing-masing mengakomodasi pergerakan

relatif antara MKB-NSB dan MKB-ESB. Selain itu, Patahan Tolo yang miring ke barat merupakan hasil konvergensi antara Laut Banda Utara dan Lengan Tenggara.

Di Laut Banda Utara, berbagai sesar telah teridentifikasi melalui pengamatan penginderaan jauh (Titu-Eki dan Hall, 2020). Beberapa di antaranya adalah Zona Sesar Buru Barat (WBFZ), Zona Sesar Tamponas (TFZ), dan Zona Sesar Hamilton (HFZ) (Gambar 1, dari utara ke selatan). Di sebelah selatan Sesar Matano, Sesar Lawanopo dan Kolaka berorientasi barat laut-tenggara serta dipisahkan oleh MkMC. Meskipun Socquet et al. (2006) menginterpretasikan Sesar Lawanopo sebagai batas antara MKB-ESB, studi geodesi terbaru (Rahmadani et al., 2022) hanya mengamati laju pergeseran sekitar 0,1 mm/tahun, yang mengindikasikan bahwa sesar ini tidak aktif (Bellier et al., 2006; Natawidjaja dan Daryono, 2015). Sebaliknya, Sesar Kolaka terdiri dari beberapa segmen yang didominasi oleh perilaku geser mendatar dengan komponen normal ringan di bagian tengah serta ujung tenggara sesar (Watkinson dan Hall, 2017).

Di Lengan Selatan Sulawesi, pola distribusi sesar terbagi menjadi dua kelompok utama, yaitu Patahan Dorong Selat Makassar (MST) di sebelah barat dan Sistem Sesar Walane (WFS) di sebelah selatan (Gambar 1). MST, yang mencakup segmen Utara, Tengah, Mamuju, dan Somba, merupakan sesar dorong yang miring ke timur dan berbatasan dengan Selat Makassar (Irsyam et al., 2020), dengan segmen baru yang diidentifikasi antara bagian Utara dan Tengah (MST Central-North) oleh Hutchings dan Mooney (2021). Sementara itu, WFS yang berorientasi NNW-SSE terdiri dari Sesar Masupu di bagian utara (geser menganan), serta Sesar Walane Timur (EWF, dengan segmen dorong miring ke timur di utara dan geser mengiri di selatan) dan Sesar Walane Barat (WWF, umumnya geser mendatar) di bagian selatan (Jaya, 2014).

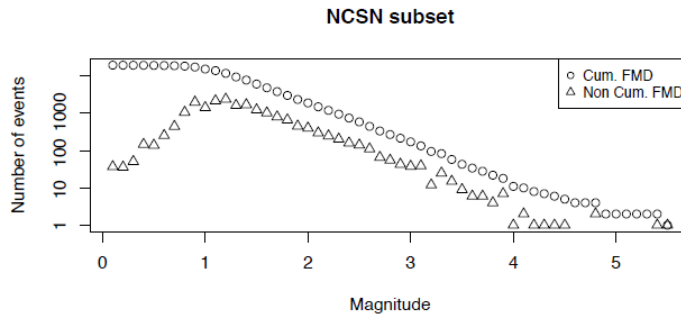
Rotasi searah jarum jam dari NSB dan MB akibat kolisi Miosen Akhir juga memicu subduksi lempeng Laut Sulawesi, yang merupakan bagian dari Blok Sunda, di sepanjang NST (Socquet et al., 2006; Hall dan Spakman, 2015). Meskipun tidak ada aktivitas vulkanisme subduksi yang terkait dengan subduksi Laut Sulawesi, rantai gunung api di sebelah timur Lengan Utara terbentuk akibat subduksi lempeng Sangihe yang miring ke barat (Hall, 1996).

1.3.2 Magnitude completeness (Mc) dan bootstrapping

Magnitude completeness (Mc) secara teoritis didefinisikan sebagai magnitudo terendah di mana 100% gempa bumi dalam suatu wilayah dan periode waktu bisa terdeteksi (Rydelek dan Sacks 1989). Dalam praktiknya, ambang magnitudo yang relatif tinggi mungkin memberikan estimasi konservatif dari Mc tetapi akan mengurangi dataset dari informasi yang berpotensi berharga. Seseorang mungkin mempertimbangkan bahwa kurang dari 100% deteksi sudah cukup untuk mendefinisikan Mc. Aspek terpenting yang perlu diperhatikan adalah bahwa penyimpangan dari definisi teoritis Mc tidak boleh mempengaruhi kelayakan maupun keandalan analisis seismisitas selanjutnya. Mc sering kali diperkirakan dengan menyesuaikan model Gutenberg-Richter (G-R) pada distribusi frekuensi-magnitudo (FMD) observasi. Magnitudo di mana bagian terendah dari distribusi FMD kumulatif tidak lagi mengikuti hukum G-R dijadikan sebagai perkiraan magnitudo batas bawah dijadikan sebagai perkiraan Mc (Zuniga and Wyss 1995). Ini dapat ditulis sebagai berikut:

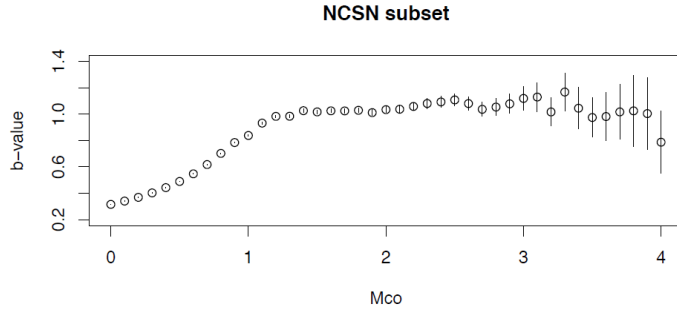
$$\log_{10} N = a - b(m - Mc) \quad (2)$$

di mana N adalah jumlah *event* dengan magnitudo setidaknya m , a adalah produktivitas gempa, dan b menggambarkan distribusi relatif antara gempa kecil dan besar (Gutenberg dan Richter 1944; Ishimoto dan Iida 1939). Event dengan magnitudo $m < Mc$ diabaikan.



Gambar 2. Distribusi frekuensi-magnitudo kumulatif (lingkaran) dan nonkumulatif (segitiga) (Mignan dan Woessner, 2012)

Pemilihan batas magnitudo minimum (M_{co}) memiliki dampak langsung pada b -value dari hukum Gutenberg-Richter (persamaan 2) (lihat gambar 3), yang nantinya akan mempengaruhi evaluasi a -value (yaitu, tingkat seismisitas keseluruhan).



Gambar 3. Estimasi b-value bergantung pada pemilihan batas magnitudo M_c (Efron 1979)

B -value dihitung menggunakan teknik *maximum likelihood*:

$$b = \frac{\log_{10}(e)}{(M) - (M_c - \frac{\Delta M}{2})} \quad (3)$$

Dimana (M) adalah magnitudo rata-rata dari sampel (dengan $m \geq M_c$) dan ΔM adalah lebar bin dari katalog (Aki 1965).

Berikut adalah beberapa jenis teknik berbasis katalog yang representatif untuk menilai Magnitude completeness (M_c):

1. teknik *Maximum Curvature* (MAXC) (Wiemer dan wyss, 2000)
2. *Goodness of Fit Test* (GFT) (Wiemer dan wyss, 2000)
3. *Mc by B-value Stability* (MBS) (Cao dan Gao, 2002)

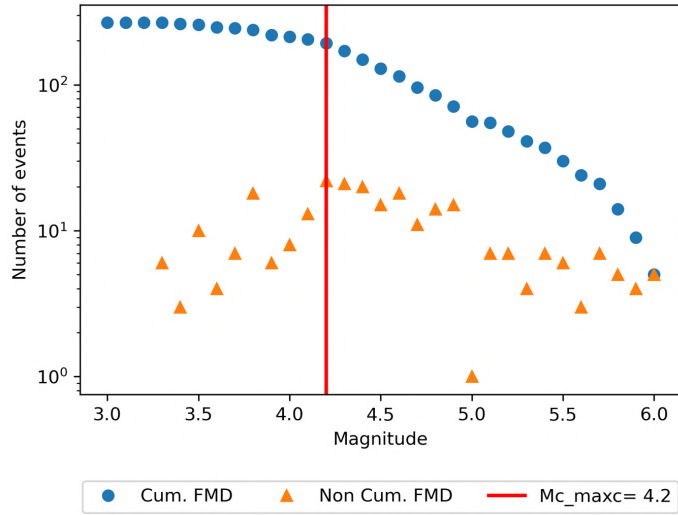
Perbedaan utamanya adalah apakah teknik-teknik tersebut parametrik (GFT dan MBS) atau non-parametrik (MAXC). Teknik parametrik didasarkan pada *fitting* FMD sementara teknik non-parametrik didasarkan pada evaluasi perubahan dalam FMD).

Teknik Maximum Curvature (MAXC). Metode MAXC mendefinisikan titik puncak kurva dengan menghitung nilai maksimum dari turunan pertama dari kurva frekuensi-magnitudo. Dalam praktiknya, ini cocok dengan bin magnitudo dengan frekuensi kejadian tertinggi dalam FMD non-kumulatif (gambar 4). Teknik MAXC juga memiliki keuntungan karena membutuhkan lebih sedikit event dibandingkan dengan teknik lainnya untuk mencapai hasil yang stabil. (Mignan et al. 2011).

Goodness-Of-Fit Test (GFT). Uji Goodness-of-fit (GFT), yang diusulkan oleh Wiemer dan Wyss (2000), menghitung M_c dengan membandingkan FMD yang diamati dengan yang sintetis. Goodness-of-fit dievaluasi dengan parameter R ,

Tabel 1: Kelebihan dan kekurangan metode estimasi M_c (Mignan Woessner, 2012)

Metode	Referensi utama	Kelebihan	Kekurangan
Maximum Curvature (MAXC)	Wiemer dan Wyss (2000)	- Metode paling sederhana dan ilmiah untuk menghitung M_c (Herrmann dkk, 2022). - Tidak parametrik, tidak memerlukan asumsi distribusi data. - Stabil secara statistik: Cocok untuk dataset kecil. - Cocok untuk memetakan distribusi spasial frekuensi-magnitudo (FMD). - Memberikan estimasi M_c yang kuat dibanding metode regresi kuadrat terkecil (Wiemer 2001).	- Cenderung meremehkan M_c, terutama untuk magnitudo besar yang didorong oleh peristiwa kecil. - Kurang akurat untuk data yang tidak seragam.
Goodness-of-Fit Test (GFT)	Wiemer dan Wyss (2000)	- Membandingkan data observasi dengan sintetik berdasarkan model Gutenberg-Richter (G-R). - Definisi M_c konsisten pada tingkat kepercayaan 90% atau 95%.	- Tidak selalu mencapai tingkat kepercayaan yang tinggi. - Lebih kompleks dibandingkan MAXC. - Hasil cenderung mendekati MAXC dan sedikit meremehkan M_c.
Mc by B-Value Stability (MBS)	Cao dan Gao (2002)	- Menggunakan stabilitas b-value untuk menentukan M_c. - Memberikan estimasi M_c yang lebih tinggi dan konservatif.	- Tidak stabil pada dataset kecil. - Hasil dapat terganggu oleh variasi data dalam kelompok magnitudo. - Perhitungan lebih rumit dan membutuhkan data yang lebih banyak.

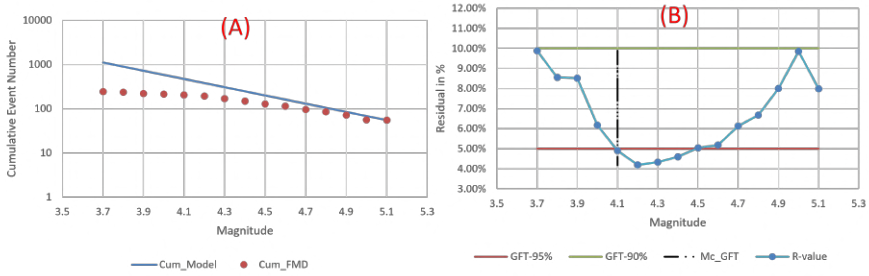


Gambar 4. Distribusi frekuensi-magnitudo kumulatif (titik) dan nonkumulatif (segitiga) dengan *Magnitude of completeness* (garis tegas) merupakan magnitudo dengan frekuensi kejadian tertinggi dalam FMD non-kumulatif (modifikasi Woessner dan Wiemer, 2005)

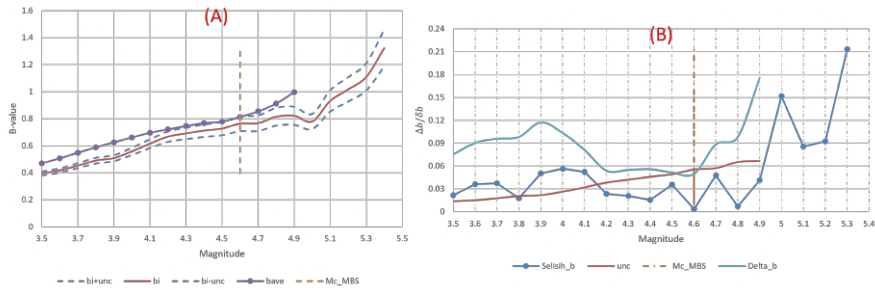
yaitu selisih absolut dari jumlah event di setiap bin magnitudo antara distribusi G-R observasi dan sintetis (gambar 5). Distribusi sintetis dihitung menggunakan a-value dan b-value yang diperkirakan dari dataset observasi untuk $M \geq M_{co}$ sebagai fungsi dari kenaikan magnitudo cutoff M_{co} .

$$R(a, b, M_{co}) = 100 - \left(\frac{\sum_{M_{co}}^{M_{\max}} |B_i - S_i|}{\sum_i B_i} \right) \cdot 100 \quad (4)$$

Mc by b-value stability (MBS). Cao dan Gao (2002) memperkirakan M_c menggunakan stabilitas b-value sebagai fungsi dari magnitudo cutoff M_{co} , yang disebut sebagai MBS oleh Woessner dan Wiemer (2005). Model ini didasarkan pada asumsi bahwa estimasi b-value meningkat untuk $M_{co} < M_c$ dan tetap konstan untuk $M_{co} \geq M_c$. Jika $M_{co} < M_c$, b-value yang dihasilkan tidak benar. Saat M_{co} mendekati M_c , b-value mendekati nilai sebenarnya dan tetap konstan untuk $M_{co} > M_c$ (lihat Gambar 7). Cao dan Gao (2002) mendefinisikan M_c secara arbitrer sebagai magnitudo di mana perubahan b-value antara dua bin magnitudo berturut-turut lebih kecil dari 0,03. Woessner dan Wiemer (2005) menemukan bahwa kriteria ini tidak stabil karena frekuensi event dalam satu bin magnitudo dapat sangat bervariasi. Untuk membuat pendekatan ini lebih objektif dan stabil secara numerik, Woessner



Gambar 5. (A) Goodness-of-fit (Wiemer dan Wyss, 2000) dievaluasi dengan parameter R, yaitu selisih absolut dari jumlah event di setiap bin magnitudo antara distribusi GR observasi dan sintetis. (B) Garis tegas horizontal menunjukkan magnitudo di mana 90% dan 95% data yang sebenarnya cocok dengan garis lurus(sintetis).



Gambar 6. (A) B -value, b_{ave} , dan ketidakpastian δb tergantung pada magnitudo batas Mco untuk pendekatan MBS. Kriteria untuk pengambilan keputusan ditunjukkan di panel B (Cao dan Gao, 2002). (B) Deviasi standar δb dan perbedaan $\Delta b = |b_{ave} - b|$ tergantung pada Mco. Mc didefinisikan pada magnitudo batas di mana $\Delta b \leq \delta b$ untuk pertama kalinya.

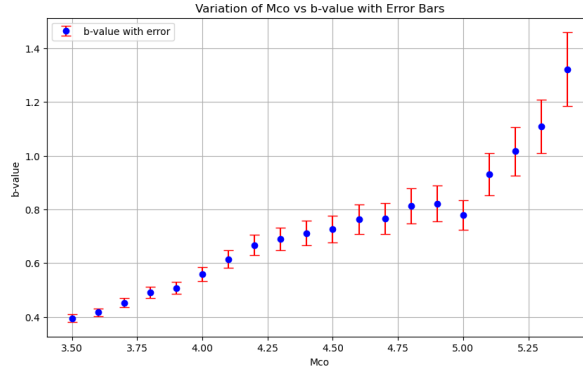
dan Wiemer (2005) menggunakan ketidakpastian b-value menurut Shi dan Bolt (1982) sebagai kriteria:

$$\delta b = 2.3b^2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (M_i - \langle M \rangle)^2}{N(N-1)}} \quad (5)$$

dengan $\langle M \rangle$ sebagai rata-rata magnitudo dan N jumlah event. Mc kemudian didefinisikan sebagai kenaikan magnitudo pertama di mana,

$$\Delta b = |b_{ave} - b| \leq \delta b \quad (6)$$

Nilai rata rata aritmetika b_{ave} dihitung dari b -value pada magnitudo cutoff



Gambar 7. Untuk $M_{co} < M_c$, b -value yang dihasilkan tidak akurat karena distribusi frekuensi-magnitudo (FMD) tidak mengikuti *power-law*. Untuk $M_{co} \geq M_c$, estimasi b -value mulai stabil (sekitar M 4.6) sebelum berfluktuasi lagi karena pengambilan sampel yang kurang pada bagian atas FMD. *Error bars* menunjukkan ketidakpastian ($\pm 1\sigma$) yang diperoleh dari metode bootstrapping (modifikasi Efron 1979).

berturut-turut M_{co} dalam rentang magnitudo $dM = 0.5$ sebagai $b_{ave} = \frac{\sum_{M_{co}}^{M_{co}+dM} b(M_{co})}{dM}$ untuk ukuran bin $m = 0.1$. Ilustrasi estimasi M_c dengan teknik ini dapat dilihat pada gambar 6

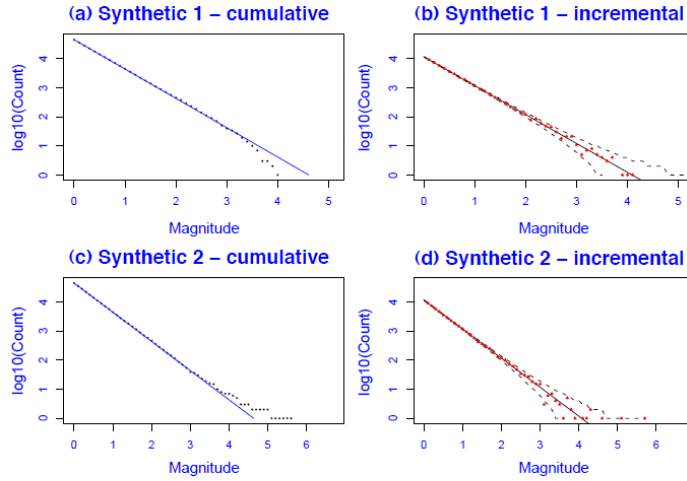
1.3.3 Hukum *Gutenberg-Richter* dan b -value

Plot data magnitudo terhadap logaritma frekuensi menunjukkan hubungan eksponensial pada magnitudo menengah hingga tinggi, ini disebut sebagai hukum Gutenberg-Richter dan biasanya dinyatakan sebagai:

$$\log_{10} N(m_i > m) = -bm + a \quad (7)$$

di mana N adalah jumlah event dengan magnitudo m_i lebih besar dari beberapa ambang m dan b adalah konstanta proporsionalitas linier-log yang disebut b -value. Konstanta a adalah fungsi dari jumlah total hitungan dalam sampel (atau laju, dll. tergantung pada satuan sumbu y) pada $m = 0$ dalam bentuk kumulatif. b -value adalah parameter penting karena memberikan informasi tentang proporsi jumlah event besar dan kecil. B -value yang besar menunjukkan kemungkinan lebih banyak event dengan ukuran yang serupa, sedangkan b -value yang kecil menunjukkan rentang magnitudo yang lebih besar.

B -value sering diplot pada grafik frekuensi-magnitudo kumulatif



Gambar 8. Plot kumulatif (kiri) dan inkremental (kanan) (Naylor dkk, 2010)

Gutenberg-Richter (lihat gambar 8). Frekuensi kumulatif ini dihasilkan dengan memulai dari magnitudo observasi tertinggi ke yang terendah, sambil menjumlahkan frekuensinya; ini membuat frekuensi setiap hitungan kumulatif bergantung pada semua hitungan magnitudo yang lebih tinggi, sehingga menciptakan korelasi ke dalam dataset. Faktanya, regresi tidak boleh dilakukan pada data kumulatif karena data tersebut terkorelasi dengan semua event magnitudo yang lebih tinggi, melanggar asumsi dasar regresi bahwa data yang dimodelkan tidak terkorelasi. Selain itu, diketahui bahwa data tidak boleh diestimasi menggunakan metode kuadrat terkecil karena ini memberikan estimasi b-value yang bias pada magnitudo yang lebih tinggi karena asumsinya bahwa semua titik data memiliki bobot yang sama dan residu yang terdistribusi secara Gaussian (Letamo, et al., 2023). Cara yang benar untuk mengestimasi b-value adalah dengan menggunakan teknik maksimum likelihood sederhana yang dikembangkan oleh Aki (1965). Teknik ini mengasumsikan bahwa data terdistribusi secara eksponensial dan bahwa magnitudo maksimum berada pada tak terhingga, untuk mendapatkan hubungan berikut untuk b-value:

$$\hat{b} = \frac{\log(e)}{\bar{m} - (m_{\min} - \frac{\Delta m}{2})} \quad (8)$$

Di mana $\bar{m}$ adalah rata-rata magnitudo, b adalah estimasi b-value, $m_{\min}$ adalah magnitudo cutoff dan $\frac{\Delta m}{2}$ adalah koreksi untuk lebar bin yang terbatas (Δm) dari katalog asli. Aki juga menunjukkan bahwa ketidakpastian dalam estimasi ini dapat

dihitung menggunakan:

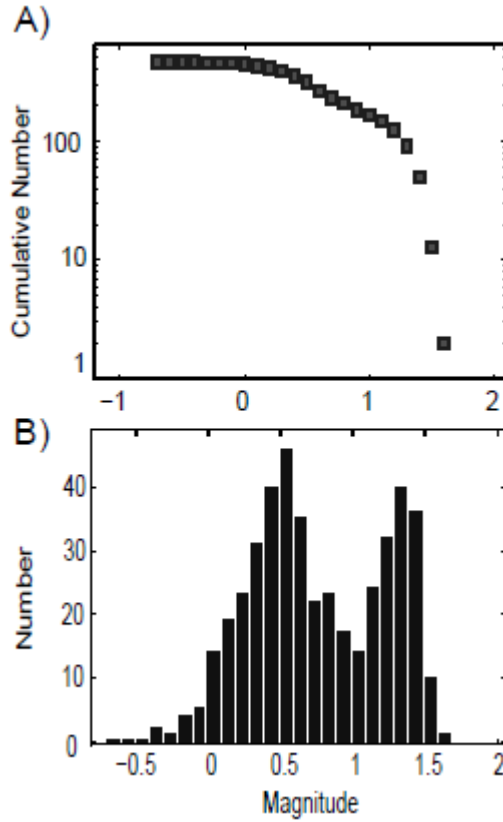
$$\sigma_{\text{sterr}} = \frac{\hat{b}}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

Standar error ini sesuai dengan estimasi 1σ , yaitu interval kepercayaan 68%. Perlu dicatat bahwa standar error tidak menunjukkan bahwa kesalahan didistribusikan secara Gaussian. Menghitung b-value menggunakan metode Maximum Likelihood ini akan selalu menghasilkan estimasi b-value dan estimasi ketidakpastiannya. Namun, berhasil menghitung b-value tidak berarti bahwa estimasi tersebut tidak bias atau bahwa data itu sendiri didistribusikan secara eksponensial. Saat kita memilih untuk menerapkan metode Aki, ada asumsi implisit bahwa kita telah memutuskan bahwa data yang kita gunakan didistribusikan secara eksponensial; dengan kata lain, kita mengasumsikan bahwa data tersebut dijelaskan oleh model eksponensial.

1.3.4 *Bi-model distributions of magnitudes*

Di beberapa wilayah bumi, asumsi bahwa Distribusi Frekuensi Gempa (FMD) dapat dijelaskan dengan baik sebagai *power law* tidak selalu berlaku [Knopoff, 2000; Pacheco et al., 1992; Trifu et al., 1995]. Keberhasilan *power law* ini sering kali terganggu di daerah vulkanik, di mana gempa memperkenalkan jenis peristiwa yang tidak mengikuti *power law*, dengan ukuran yang sangat serupa. Contoh dari FMD dalam bentuk non-kumulatif ditunjukkan dalam Gambar 9

Gempa-gempa dengan magnitudo sekitar 1.3 yang berlebihan disebabkan oleh sekelompok gempa *self-similar* yang mungkin bukan gempa bumi, melainkan getaran dari retakan atau pipa. Di kasus lain, ledakan bisa mengotori data, menghasilkan skalabilitas *bi-model* yang tampak. [Wiemer and Wyss, 2000] menunjukkan dalam studi kasus di Hokkaido [Taylor et al., 1990] bagaimana variasi temporal dan spasial dalam M_c dapat disalahartikan sebagai kegagalan dalam skalabilitas. Saat memetakan *b-value*, penting untuk memperhatikan area di mana *power law* tidak berlaku. Daerah-daerah ini bisa diidentifikasi dari ketidaksesuaian FMD dengan *power law*. Selain itu, area *bi-model* kadang-kadang dapat dikenali sebagai anomali dalam peta M_c . Dengan pemetaan otomatis, FMD *bi-model* bisa salah diinterpretasikan sebagai *b-value* yang sangat rendah atau tinggi, tergantung pada estimasi M_c . Oleh karena itu, sangat penting untuk memeriksa kedua peta M_c dan kesesuaian dengan M_c sebelum mengandalkan peta *b-value*, dan disarankan untuk melakukan penyaringan interaktif terhadap FMD individual untuk mendeteksi



Gambar 9. *Bi-model distribution* (Wiemer dan Wyss, 2002)

distribusi *bi-model*.

1.3.5 Distribusi Poisson

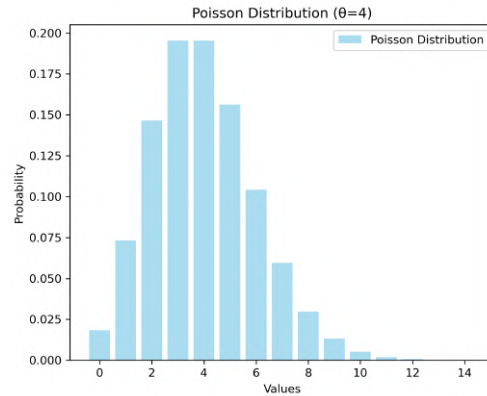
Dobson dan Barnett (2018) menjelaskan dalam bukunya bahwa fungsi probabilitas untuk variabel acak diskret Y dinyatakan sebagai

$$f(y, \theta) = \frac{\theta^y e^{-\theta}}{y!}, \quad (10)$$

di mana y dapat bernilai 0, 1, 2, dan seterusnya (lihat gambar 10). Bentuk ini dapat diubah menjadi

$$f(y, \theta) = \exp(y \log \theta - \theta - \log y!), \quad (11)$$

yang merupakan bentuk kanonik karena $a(y) = y$, dengan parameter alami $\log \theta$.



Gambar 10. *Poisson Distribution* ($\theta = 4$)

Distribusi Poisson, yang ditulis sebagai $Y \sim \text{Po}(\theta)$, digunakan untuk memodelkan data dalam bentuk hitungan. Biasanya, ini merujuk pada jumlah kejadian dari suatu peristiwa yang terjadi dalam interval waktu atau ruang tertentu, di mana probabilitas terjadinya suatu peristiwa dalam jangka waktu (atau ruang) yang sangat kecil rendah, dan kejadian tersebut bersifat independen.

Jika variabel acak mengikuti distribusi Poisson, nilai ekspektasi dan variansinya adalah sama. Namun, data nyata yang diharapkan mengikuti distribusi Poisson sering kali menunjukkan variansi yang lebih besar dari ekspektasi, yang dikenal dengan istilah *overdispersi*. Untuk menangani fenomena ini, model distribusi Poisson dapat disesuaikan.

Distribusi Poisson $\text{Po}(\mu)$ sering digunakan untuk memodelkan data hitungan. Jika Y adalah jumlah kejadian, distribusi probabilitasnya dapat ditulis sebagai:

$$f(y) = \frac{\mu^y e^{-\mu}}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, \dots, \quad (12)$$

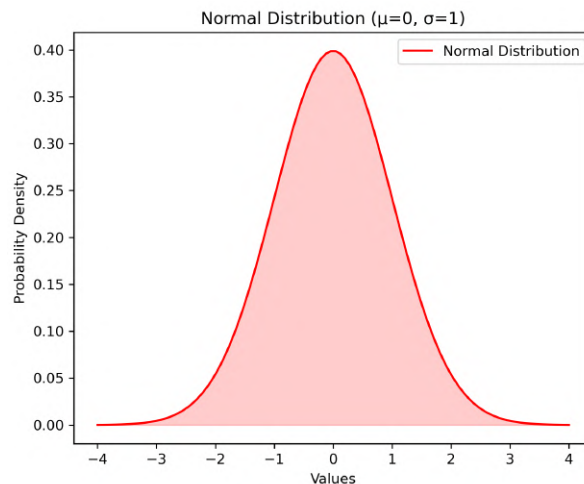
di mana μ adalah rata-rata jumlah kejadian. Dapat dibuktikan bahwa $E(Y) = \mu$ dan $\text{var}(Y) = \mu$.

Efek dari variabel penjelas pada respons Y dimodelkan melalui parameter μ . Sub-bab ini menjelaskan model untuk dua situasi.

Pada situasi pertama, peristiwa terkait dengan distribusi yang bervariasi, yang perlu diperhitungkan saat memodelkan laju kejadian. Pada kasus ini, digunakan regresi Poisson. Variabel penjelas lainnya (selain distribusi data) dapat berupa variabel kontinu atau kategori.

Pada situasi kedua, distribusi data dianggap konstan (sehingga tidak relevan dengan model), dan variabel penjelas biasanya berupa kategori. Jika hanya ada beberapa variabel penjelas, data dapat diringkas dalam tabel silang. Variabel respons adalah frekuensi atau jumlah di setiap sel tabel. Variabel-variabel yang digunakan untuk mendefinisikan tabel diperlakukan sebagai variabel penjelas. Desain studi mungkin berarti ada beberapa batasan pada frekuensi sel (misalnya, total untuk setiap baris tabel mungkin sama), dan hal ini perlu diperhitungkan dalam pemodelan. Istilah *model log-linear*, yang pada dasarnya menggambarkan peran fungsi penghubung (*link function*), digunakan untuk model linear tergeneralisasi yang sesuai dengan situasi ini.

1.3.6 Distribusi Normal



Gambar 11. *Normal Distribution* ($\mu = 0, \sigma = 1$)

Dobson dan Barnett (2018) menjelaskan dalam bukunya bahwa Fungsi kepadatan probabilitas diberikan oleh

$$f(y; \mu) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(y - \mu)^2\right), \quad (13)$$

di mana μ adalah parameter yang menjadi perhatian dan σ^2 dianggap sebagai parameter gangguan (lihat gambar 11). Ini dapat ditulis ulang sebagai

$$f(y; \mu) = \exp \left(-\frac{y^2}{2\sigma^2} + \frac{y\mu}{\sigma^2} - \frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) \right). \quad (14)$$

Bentuk ini berada dalam bentuk kanonik yang berarti termasuk dalam keluarga eksponensial karena distribusinya dapat dituliskan sebagai:

$$f(x) = A(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \cdot B(x) \cdot e^{\sum_{i=1}^k C_i(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \cdot D_i(x)} \quad (15)$$

di mana $B(\mu) = \frac{\mu}{\sigma}$ sering disebut sebagai parameter alami (*parameter of interest*). dan istilah lainnya adalah $C(\mu) = -\frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2)$ dan $D(y) = -\frac{y^2}{2\sigma^2}$ (alternatifnya, istilah $-\frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2)$ dapat dimasukkan ke dalam $D(y)$).

Distribusi Normal digunakan untuk memodelkan data kontinu yang memiliki distribusi simetris. Distribusi ini banyak digunakan karena tiga alasan utama. Pertama, banyak fenomena yang terjadi secara alami dijelaskan dengan baik oleh distribusi Normal; misalnya, tinggi badan atau tekanan darah seseorang. Kedua, meskipun data tidak terdistribusi Normal (misalnya, jika distribusinya miring), rata-rata atau total dari sampel acak nilai akan kira-kira terdistribusi Normal; hasil ini dibuktikan dalam Teorema Limit Pusat. Ketiga, terdapat banyak teori statistik yang dikembangkan untuk distribusi Normal, termasuk distribusi sampling yang diturunkan dari distribusi tersebut dan pendekatan untuk distribusi lainnya. Untuk alasan ini, jika data kontinu y tidak terdistribusi Normal, seringkali bermanfaat untuk mencoba mengidentifikasi transformasi, seperti $y' = \log y$ atau $y' = \sqrt{y}$, yang menghasilkan data y' yang kira-kira Normal.

1.3.7 **Bootstrapping**

Bart dan Larry(1989) menjelaskan bahwa dalam banyak teknik telah dikembangkan untuk mengekstrak model dari data. Secara umum, teknik-teknik ini didasarkan pada meminimalkan kesalahan antara data yang diukur dan "data" yang diprediksi. Model terhubung dengan "data" yang diprediksi melalui teori fisika. Untuk mengetahui seberapa baik model tersebut, seseorang harus mengevaluasi varians model. Karena varians data, atau alternatifnya kesalahan, umumnya tidak nol, varians model juga umumnya tidak nol. Dalam banyak kasus, model adalah fungsi linier dari data, dan varians model dapat diestimasi dengan memetakan varians data ke ruang model secara formal (misalnya, Menke, 1984).

Estimasi varians data adalah masalah tersendiri. Karena banyak data geofisika

tidak dapat direproduksi (misalnya, gempa bumi tertentu tidak dapat diulang), tidak mungkin untuk memverifikasi langsung asumsi yang dibuat mengenai distribusi probabilitas data. Kesulitan lebih lanjut dalam mengestimasi varians model adalah bahwa hubungan fisik antara data dan model sering kali tidak linier dalam banyak masalah. Untuk kasus-kasus ini, sering kali tidak mungkin untuk menemukan ekspresi analitik untuk varians model dalam hal varians data. Oleh karena itu, penting untuk menggunakan metode yang tidak sensitif terhadap asumsi yang dibuat mengenai sifat statistik data dan yang tidak memerlukan ekspresi analitik untuk hubungan antara varians model dan varians data.

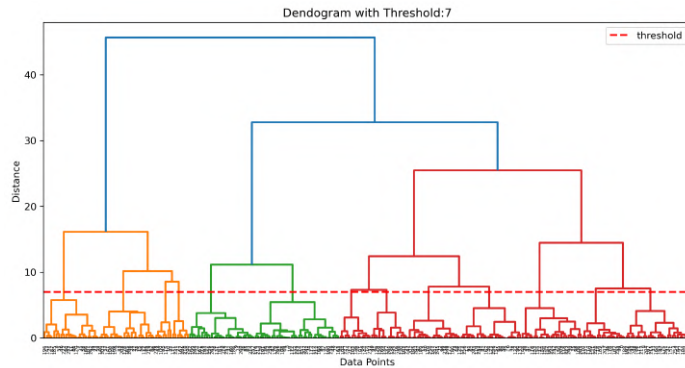
Teknik resampling membentuk kelompok metode statistik semacam itu. Teknik resampling dapat dirancang sedemikian rupa sehingga tidak sensitif terhadap distribusi probabilitas data, misalnya, setiap data tidak perlu memiliki varians yang sama (data mungkin bersifat heteroskedastik), dan data tidak perlu mengikuti distribusi normal. Selain itu, teknik-teknik ini memungkinkan evaluasi sifat statistik yang tidak dapat ditentukan secara analitik.

salah satu teknik resampling didasarkan pada gagasan bahwa kita dapat mengulang eksperimen dengan membangun beberapa set data dari satu set data yang diukur yaitu *bootstrapping*. Teknik ini mudah digunakan dan menawarkan janji besar untuk mengestimasi model terbaik dan varians model dalam masalah linier dan non-linier yang kompleks (misalnya, McLaughlin, 1988; Guttorp dan Walden, 1987; Willmott et al., 1985).

Resampling bootstrap adalah pemilihan acak dari n data dari data asli (Gambar 13). operator *resampling* adalah matriks persegi dan setiap kolomnya dapat mengandung lebih dari satu angka, yang berarti bahwa sampel ulang mungkin mengandung data asli tertentu lebih dari sekali. Estimator bootstrap untuk standar deviasi, dapat dihitung tanpa mengetahui ekspresi analitik yang menghubungkan statistik yang diinginkan dengan data.

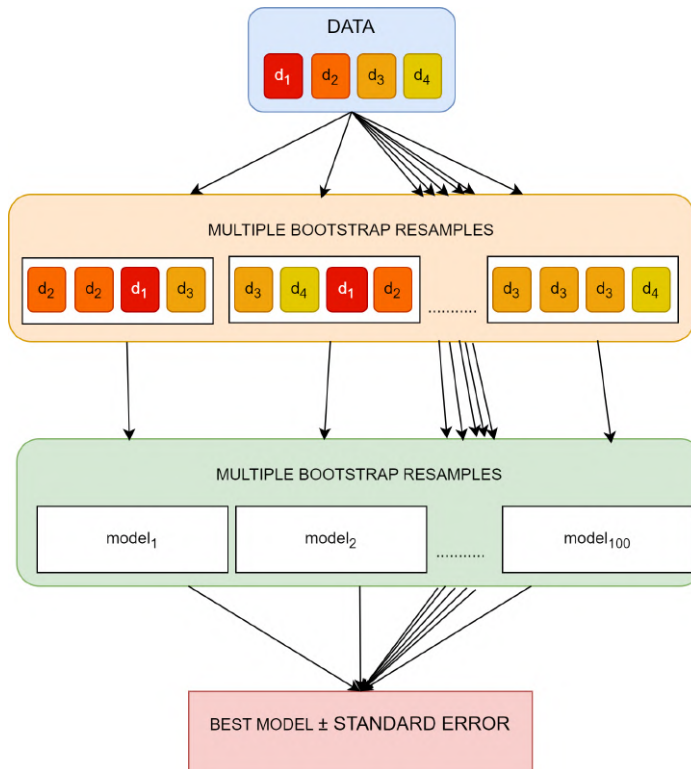
1.3.8 Agglomerative Hierarchical Clustering

Hierarchical clustering adalah metode untuk mengelompokkan data yang melibatkan penggunaan dendrogram, yang digambarkan sebagai pohon terbalik dengan daun-daun berada di bagian bawah dan batang pohonnya di bagian atas (lihat gambar 12). Daun-daun ini mewakili kelompok data dalam dataset. Proses hierarchical clustering menggabungkan daun-daun ini secara vertikal berdasarkan



Gambar 12. Dendrogram dengan menggunakan euclidean distance dalam penentuan jarak dan *ward linkage method* untuk menghubungkan antara satu data dengan data yang lain

tingkat kesamaan antara mereka. Kelompok data yang sangat mirip akan digabungkan lebih awal, sementara yang kurang mirip akan digabungkan kemudian. Dengan iterasi ini, semua kelompok data akhirnya terhubung membentuk satu struktur pohon tunggal. Pendekatan visual ini mempermudah untuk menentukan titik potong pada dendrogram setelah proses clustering selesai. Semakin rendah potongan tersebut, semakin banyak cluster yang terbentuk. Untuk menghasilkan lebih sedikit cluster, kita dapat memilih untuk memotong lebih tinggi pada dendrogram, mendekati batang tunggal di bagian atas pohon terbalik



Gambar 13. Representasi skematik dari metode bootstrap. Vektor data asli memiliki empat komponen d_1 hingga d_4 . Data diambil sebagai sampel dengan memilih secara acak 4 komponen dengan pengulangan. Proses ini diulang sejumlah besar kali untuk membentuk sejumlah besar estimasi model. Estimasi model yang banyak kemudian digabungkan untuk mendapatkan model terbaik dan variansnya. (modifikasi Bart dan Larry, 1989)

BAB II

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang diterapkan dalam studi ini mengintegrasikan data sekunder dan tinjauan pustaka untuk mengevaluasi variasi b -value di wilayah penelitian. Langkah-langkah awal studi mencakup analisis literatur yang relevan dengan topik penelitian serta pengumpulan data sekunder mengenai gempa bumi dari beberapa sumber, termasuk United States Geological Survey (USGS), Badan Meteorologi dan Geofisika (BMKG), dan International Seismological Centre-Global Earthquake Model (ISC-GEM) untuk periode 1900-2024.

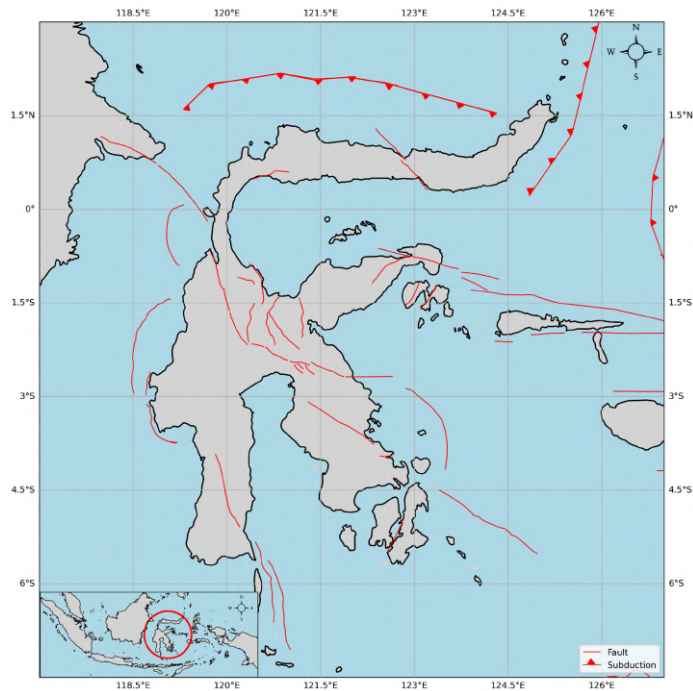
Pengolahan data dimulai dengan melakukan declustering terhadap data gempa menggunakan formula Gardner & Knopoff (1974) yang telah diperluas oleh Gruenthal (1985), dengan bantuan perangkat lunak Zmap (Wiemer, 2001). Proses ini bertujuan untuk menghilangkan gempa susulan, gempa pendahuluan, dan gempa utama sehingga hanya data gempa yang bersifat independen yang dipertahankan.

Mengklasifikasikan lima wilayah dengan pola seismik khas yang sesuai dengan tanda tektonik dan pengamatan geodetik, berdasarkan hasil Y. Serhalawan dan P.-F. Chen (2024). berdasarkan hasil ini, penulis menggunakan setiap wilayah sebagai batas untuk menentukan klaster menggunakan Agglomerative Hierarchical Clustering, yang akan membentuk dendrogram dan memungkinkan pembentukan sejumlah cluster tergantung pada titik potong yang dipilih dalam dendrogram. segmentasi ini dilakukan untuk memastikan bahwa variasi b -value yang diperoleh lebih heterogen.

Untuk menghitung magnitude of completeness (M_c) dan b -value, digunakan bahasa pemrograman Python. Algoritma yang digunakan merupakan gabungan dari dua program yang berbeda. Program pertama, dikembangkan oleh Mignan dan Woessner (2012), digunakan untuk menghitung M_c dengan menggunakan tiga teknik yang berbeda, yaitu maxc, gft, dan mbs. Program kedua, yang dikembangkan oleh Naylor et al. (2009), digunakan untuk menghitung b -value dengan menggunakan tiga teknik fitting yang berbeda, yaitu Poisson, Gaussian, dan Ordinary Least-Square. Kedua program ini awalnya ditulis dalam bahasa pemrograman R dan mengadopsi algoritma yang sama dengan ZMAP. Perlu dicatat bahwa perhitungan b -value menggunakan distribusi frekuensi-magnitudo nonkumulatif. Studi kemudian dilanjutkan dengan memetakan variasi b -value secara

spasial di wilayah penelitian.

2.1 Waktu dan lokasi penelitian



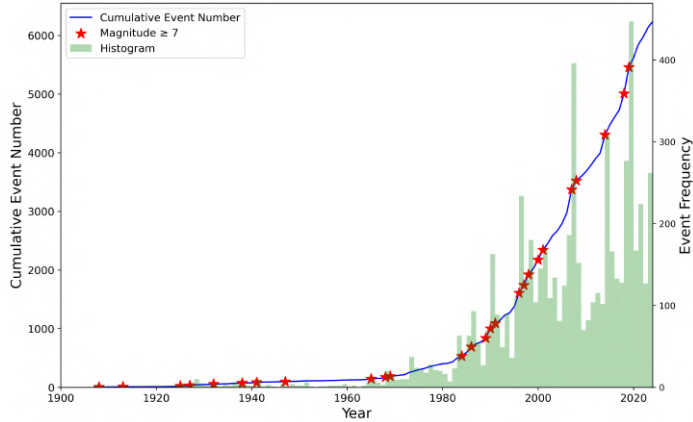
Gambar 14. Lokasi Penelitian

Lokasi penelitian mencakup pulau Sulawesi. Penelitian dimulai pada tahun 2023 dengan melakukan studi literatur yang berkaitan dengan penelitian.

2.2 Data dan Pengolahan data

2.2.1 Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data gempabumi pada zona shallow crustal yang telah direlokasi berupa koordinat, kadalaman, magnitudo serta waktu kejadian gempabumi. Data tersebut merupakan hasil kompilasi dari empat kalaog gempa yang berbeda yaitu United States Geological Survey (USGS), Badan Meteorologi dan Geofisika (BMKG), Katalog Gempa Relokasi untuk Indonesia Timur (Supendi dkk., 2019) dan ISC-GEM periode 1900-2024 dengan jumlah 9497 event.



Gambar 15. *Cumulative seismicity*

2.2.2 Pengolahan data

Data merupakan kompilasi dari katalog United States Geological Survey (USGS), Badan Meteorologi dan Geofisika (BMKG) dan International Seismological Centre-Global Earthquake Model (ISC-GEM) periode 1900-2020. Data tersebut berupa waktu kejadian gempa, koordinat, kedalaman 0 – 50 km yang merupakan rentan kedalaman untuk jenis gempa shallow crustal serta magnitudo 3 – 6 Mw. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam pengolahan data penelitian ini:

1. Melakukan proses Declustering Data

Peningkatan jumlah kejadian kumulatif masih dipengaruhi oleh gempa pendahuluan, gempa utama, dan gempa susulan (lihat gambar 15); oleh karena itu, Declustering diperlukan untuk memilah hanya gempa latar belakang yang independen yang digunakan. Proses declustering ini menggunakan formula yang dikembangkan oleh Gardner & Knopoff (1974), yang kemudian disempurnakan oleh Gruenthal (1985) dan diimplementasikan dalam software Zmap. Formula yang digunakan dalam proses ini adalah sebagai berikut (Davoudi, et al., 2018):

$$t = 10^{2.8+0.024M} \quad \text{for } M < 6.5 \quad (16)$$

$$d = e^{1.77+(0.037+1.02M)^2} \quad (17)$$

Dimana t adalah waktu (hari), M adalah magnitude (Mw) dan d adalah

jarak (km). Dengan menggunakan formula ini, proses declustering dapat secara efektif memisahkan gempa-gempa yang saling berkaitan dan hanya mempertahankan gempa-gempa independen untuk analisis lebih lanjut.

2. Klasterisasi spasial pola seismisitas dengan Agglomerative Hierarchical Clustering

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan analisis klasterisasi hierarkis pada data katalog gempa berdasarkan koordinat geografis (latitude dan longitude) dan 5 batas wilayah yang ditentukan oleh hasil penelitian Y. Serhalawan dan P.-F. Chen (2024) yang berdasar pada seismotektonik Sulawesi. Kemudian dilakukan perhitungan matriks jarak *Euclidean* antara titik-titik data geografis pada masing-masing wilayah. Matriks jarak ini kemudian digunakan untuk menghasilkan matriks linkage (menghubungkan antara satu data dengan data lainnya) dengan menggunakan tiga metode berbeda: ward, average, dan complete. Selanjutnya, klasterisasi agglomerative dilakukan dengan menerapkan *threshold(distance)* yang berbeda-beda untuk setiap metode matriks linkage. *Threshold* yang dipilih berdasarkan nilai *Silhouette Score* tertinggi, yang menunjukkan kualitas klasterisasi terbaik, serta mempertimbangkan jumlah kejadian gempa (≥ 10 kejadian gempabumi) pada setiap klaster yang terbentuk. *Silhouette Score* dihitung untuk mengevaluasi dan memastikan kualitas klasterisasi yang terbentuk sehingga memungkinkan pemilihan metode dan *threshold* yang menghasilkan klasterisasi optimal dengan jumlah klaster terbanyak dan kualitas terbaik. Dengan pendekatan ini, penelitian ini tidak hanya menghasilkan klasterisasi yang merepresentasikan kondisi tektonik yang ada, tetapi juga memastikan bahwa setiap klasterisasi dioptimalkan untuk menghasilkan klaster dengan kualitas dan konsistensi yang tinggi, yang dapat membantu dalam analisis lebih lanjut dan pemahaman tentang distribusi spasial gempa.

3. Penentuan Magnitude Completeness dan ketidakpastiannya

Proses penentuan M_c (*Magnitude of Completeness*) melibatkan beberapa langkah penting. Pertama, distribusi magnitudo gempa dihitung dengan membagi data magnitudo ke dalam beberapa bin dan kemudian menghitung jumlah kumulatif dan non-kumulatif dari kejadian gempa di setiap bin. M_c ditentukan sebagai nilai magnitudo dengan frekuensi non-kumulatif tertinggi.

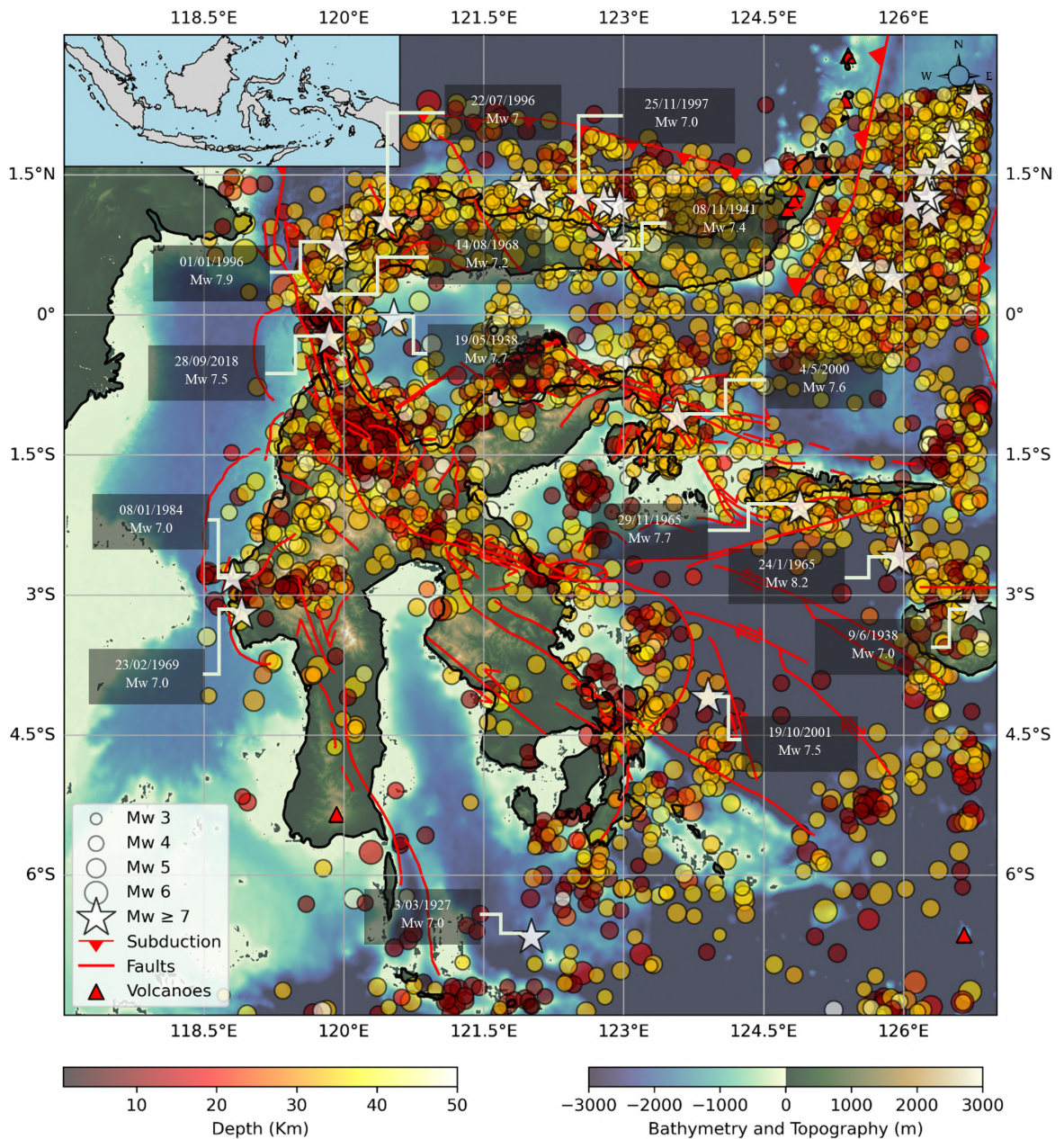
Selanjutnya, metode *Goodness-of-Fit Test* digunakan untuk menilai kesesuaian model *Gutenberg-Richter* terhadap data gempa. Dalam metode ini, M_c dicari dengan menentukan nilai yang menghasilkan deviasi relatif terkecil antara data observasi dan model. Metode *Mc by b-value Stability* digunakan untuk menentukan M_c berdasarkan kestabilan *b-value*, yaitu dengan memeriksa perubahan *b-value* terhadap ketidakpastiannya. Metode *bootstrapping* kemudian diterapkan untuk menghasilkan sampel ulang dari data magnitudo. Untuk setiap sampel ulang, M_c dihitung menggunakan tiga metode utama: maxc, gft, dan mbs. Hasil dari setiap metode kemudian dirata-ratakan untuk mempertimbangkan ketidakpastian acak dari proses penentuan M_c . Pendekatan ini memastikan bahwa estimasi M_c yang diperoleh robust terhadap variasi dalam data.

4. Estimasi b-value

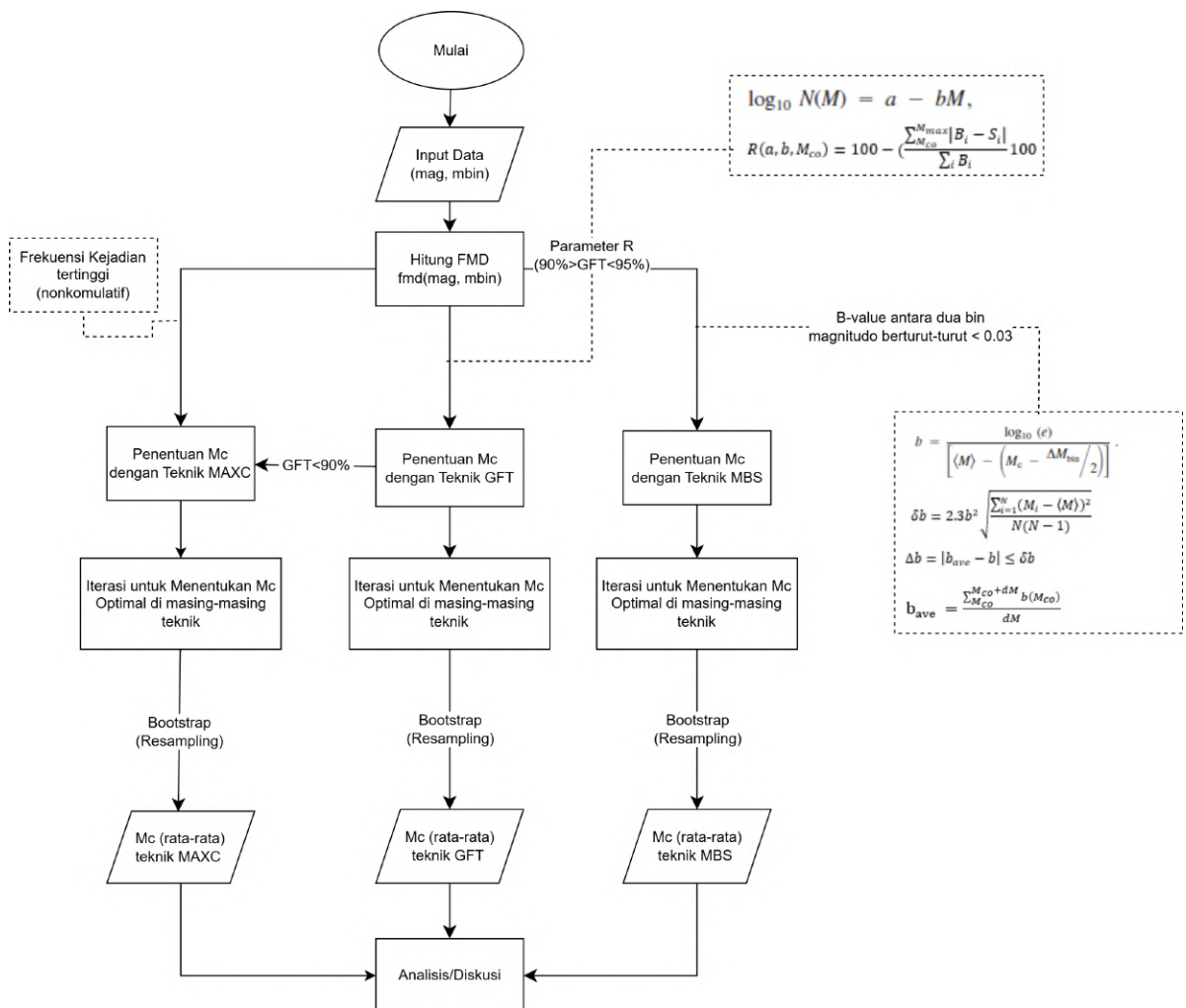
Dalam analisis variasi *b-value* dari distribusi frekuensi gempa bumi disetiap claster, digunakan tiga metode *fitting* statistik berbeda, yaitu Model Generalized Linear (GLM) dengan poisson residual, Model Gaussian residual (least square) dalam skala linear dan *ordinary least square* dan Least squares menggunakan residual Gaussian pada skala logaritmik dari variabel dependen (frekuensi kejadian gempabumi) dengan prediktor (variabel independen, yaitu magnitudo gempa). Penggunaan skala logaritmik pada frekuensi kejadian gempabumi memungkinkan model untuk menangkap hubungan yang non-linear antara variabel dependen dan independen, yang sering kali lebih sesuai untuk data yang tersebar luas seperti distribusi frekuensi gempa bumi. Setiap pendekatan menghasilkan perkiraan *b-value* yang berbeda. Selain itu, dilakukan perhitungan interval kepercayaan 95% untuk setiap *b-value*, yang juga disajikan dalam hasil analisis ini.

2.3 Bagan Alir Penelitian

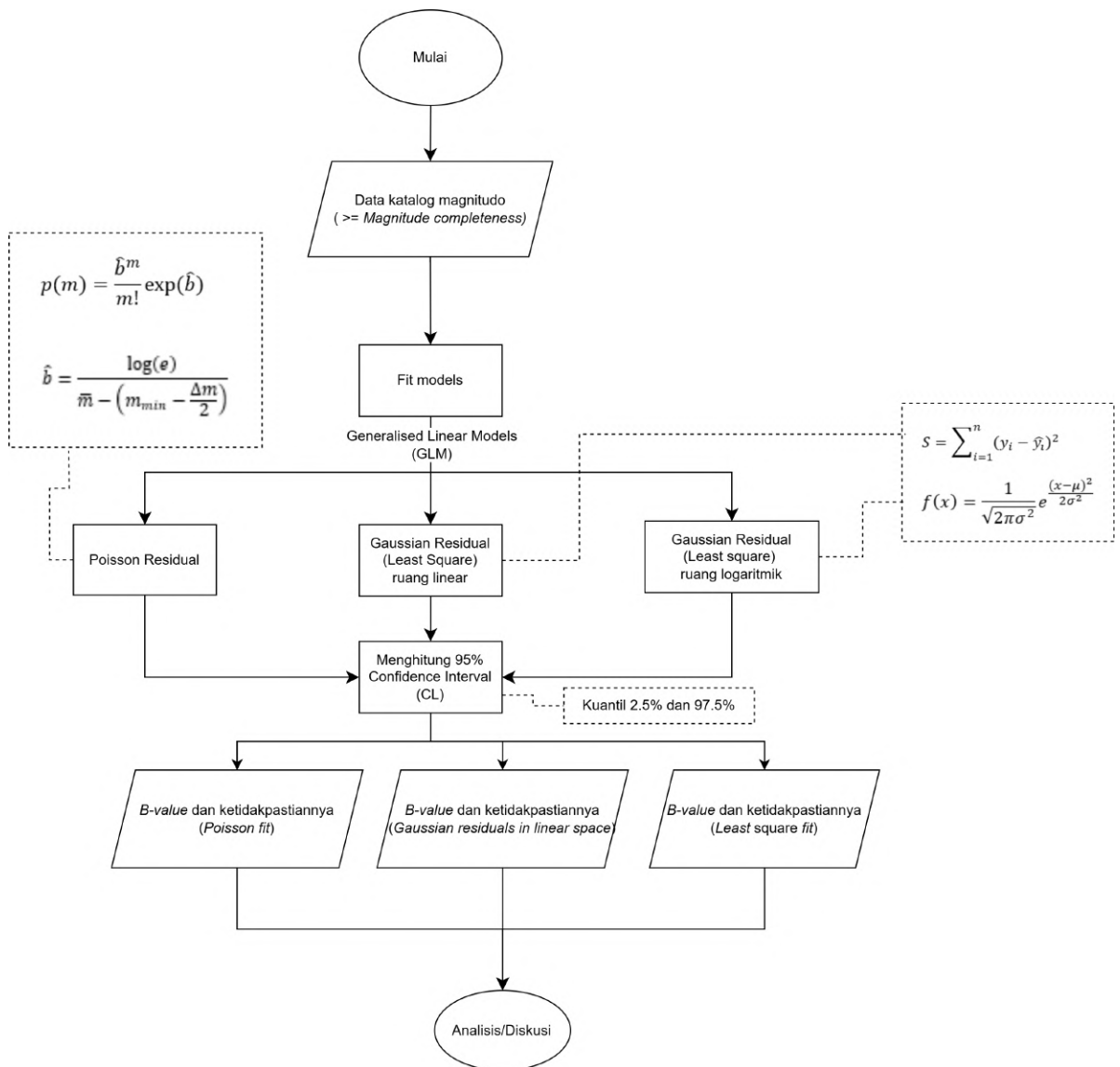
Rancangan alur penelitian ini dapat dilihat pada gambar 19



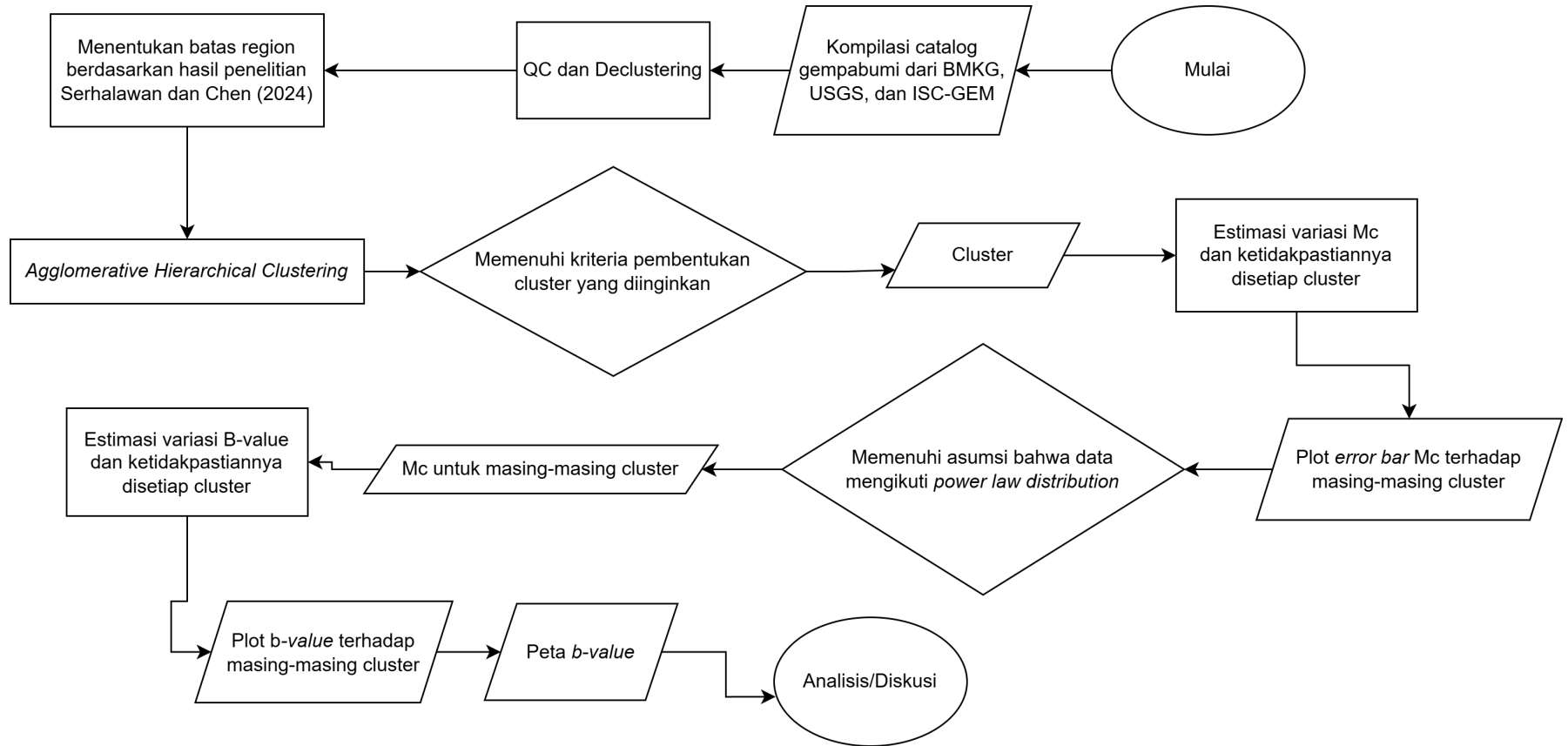
Gambar 16. Hasil kompilasi data gempabumi hasil relokasi dari katalog USGS, BMKG (Supendi dkk., 2019) dan ISC-GEM periode 1900-2024. Data sesar diambil dari Serhalawan dan Chen (2024). Data batimetri dan topografi yang digunakan diambil dari dataset ETOPO1 (Amante Eakins, 2009) yang disediakan oleh NOAA <https://www.noaa.gov>. Peta dihasilkan menggunakan pustaka Cartopy (Met Office, 2010-2015) <https://github.com/SciTools/cartopy>.



Gambar 17. Diagram alir estimasi *magnitude completeness* beserta ketidakpastiannya



Gambar 18. Diagram alir estimasi *B-value* beserta ketidakpastiannya



Gambar 19. Bagan alir penelitian