

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Malaria merupakan masalah kesehatan global yang mempengaruhi jutaan orang setiap tahun, terutama di negara-negara yang terletak di daerah tropis. Penyakit ini adalah salah satu penyakit menular berbahaya yang telah dikenal sejak zaman kuno dan ditularkan melalui gigitan nyamuk betina dari jenis *Anopheles*. Malaria disebabkan oleh parasit dari genus *Plasmodium* yang menyerang sistem peredaran darah manusia, sehingga menyebabkan gejala seperti demam tinggi, menggigil, sakit kepala, dan anemia. Dalam kasus yang lebih parah, infeksi malaria dapat berkembang menjadi komplikasi serius seperti kegagalan organ dan kematian, yang menjadikannya salah satu penyakit paling mematikan di dunia.

Data dari WHO pada tahun 2022 menunjukkan bahwa terdapat sekitar 249 juta kasus malaria di seluruh dunia, dengan 608 ribu kematian. Sebagian besar kasus terjadi di Afrika Sub-Sahara (94% dari total kasus), sementara Indonesia masih menjadi salah satu negara dengan angka kejadian malaria yang tinggi (Anggraeni et al., 2024). Di Indonesia, malaria banyak ditemukan di wilayah timur seperti Papua, Nusa Tenggara Timur, dan Maluku. Pada tahun 2021, Papua mencatat sekitar 86.022 kasus, yang merupakan 90,9% dari total kasus di Indonesia (Madayanti et al., 2022). Malaria tidak hanya menyebabkan dampak kesehatan yang serius tetapi juga memberikan beban ekonomi yang besar akibat biaya pengobatan dan hilangnya produktivitas kerja (Endah, 2020).

Terdapat beberapa jenis *Plasmodium* yang menyebabkan malaria pada manusia, yaitu *Plasmodium falciparum*, *Plasmodium vivax*, *Plasmodium ovale*, *Plasmodium malariae*, dan *Plasmodium knowlesi*. Masing-masing jenis memiliki karakteristik berbeda dalam tingkat keparahan, pola kekambuhan, dan penyebaran geografis. Di antara semua jenis tersebut, *Plasmodium falciparum* adalah yang paling berbahaya karena memiliki tingkat infeksi yang tinggi serta dapat menyebabkan komplikasi berat seperti malaria serebral (malaria otak), anemia parah, dan gagal organ (Fitriany & Sabiq, 2018).

Malaria tropika adalah istilah yang digunakan untuk menyebut infeksi malaria yang disebabkan oleh *Plasmodium falciparum*. Malaria tropika memiliki tingkat mortalitas yang lebih tinggi dibandingkan dengan jenis malaria lainnya dan sering kali



cepat menjadi kondisi yang mengancam jiwa jika tidak ditangani (Sidiq, 2018). Selain itu, jenis malaria tropika memiliki kemampuan beradaptasi dengan lingkungan dan menunjukkan resistensi terhadap pengobatan malaria, sehingga menyulitkan upaya pengendalian dan pencegahan seperti curah hujan juga memainkan peran penting dalam penyebaran penyakit ini (Endah Setyaningrum, 2020). Di Kota Jayapura,

jumlah kasus malaria pada tahun 2019 tercatat sebanyak 28.648 kasus dengan API 92,55 per 1.000 penduduk, meningkat menjadi 30.235 kasus pada tahun 2021 dengan API 99,49 per 1.000 penduduk (Madayanti et al., 2022). Penelitian yang dilakukan oleh Purba et al., (2021) di RSUD Jayapura pada periode Januari–Desember 2020 menunjukkan bahwa dari 100 pasien malaria yang memenuhi kriteria, malaria tropika yang disebabkan oleh *Plasmodium falciparum* merupakan jenis yang paling dominan dengan persentase 62% dibandingkan jenis *Plasmodium* lainnya. Selain itu, penelitian lain yang dilakukan oleh Rumbiak, (2024) pada tahun 2021 di Kota Jayapura mengungkapkan bahwa penderita malaria terbanyak adalah penderita malaria tropika, yaitu sebanyak 14.527 orang, yang mewakili sekitar 48,5% dari total kasus. Hasil ini menunjukkan malaria tropika masih menjadi masalah kesehatan masyarakat yang signifikan di Kota Jayapura, dan upaya pengendaliannya harus terus ditingkatkan.

Dalam memahami dinamika penyebaran malaria tropika yang dipengaruhi oleh faktor lingkungan dan perubahan musim, pendekatan model matematika menjadi sangat penting. Model ini memungkinkan analisis lebih mendalam terhadap interaksi antara manusia, vektor nyamuk, dan variabel lingkungan yang berperan dalam pola penyebaran penyakit. Melihat tingginya angka kasus malaria tropika di Jayapura, penggunaan model matematika menjadi salah satu metode yang efektif untuk memahami dinamika penyebarannya.

Berbagai penelitian telah mengembangkan model matematika untuk mempelajari penularan malaria, termasuk yang memperhitungkan faktor iklim seperti suhu dan curah hujan. Fatmawati et al., (2021) mengembangkan model host-vector dengan memasukkan efek musiman pada parameter kelahiran nyamuk, dimana populasi manusia dan nyamuk masing-masing dibagi menjadi dua kompartemen, yaitu rentan dan terinfeksi. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa suhu dan curah hujan berpengaruh signifikan terhadap penyebaran malaria di Papua. Sementara itu, Ihsan et al., (2021) menggunakan model SEIRS untuk menggambarkan penyebaran malaria dengan mempertimbangkan masa inkubasi dan kekebalan sementara dalam populasi manusia, tetapi tanpa memasukkan faktor vektor atau efek musiman. Berdasarkan kedua penelitian tersebut, studi ini mengembangkan model host-vector lebih lanjut dengan menambahkan variabel E (exposed) dan R (recovered) pada kompartemen manusia serta E (exposed) pada kompartemen nyamuk, sehingga membentuk model SEIRS-SEI dengan tetap mempertahankan siklus musiman pada parameter kelahiran nyamuk. Dengan memasukkan variabel-variabel tersebut, model yang dikembangkan mampu merepresentasikan masa inkubasi dan efek

secara lebih akurat dibandingkan pendekatan sebelumnya. Model ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih baik jika penyebaran malaria tropika di daerah endemis, khususnya yang dipengaruhi oleh pola musiman dalam penyebaran penyakit.



1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana dinamika penyebaran malaria tropika di Kota Jayapura berdasarkan data epidemiologi yang tersedia?
2. Bagaimana analisis model SEIRS-SEI yang dikembangkan dalam penelitian ini dapat menggambarkan periode inkubasi dan efek kekebalan sementara dalam penyebaran malaria tropika?
3. Bagaimana pengembangan model *host-vector* dengan mempertimbangkan siklus musiman dapat merepresentasikan penyebaran malaria tropika secara lebih akurat?
4. Bagaimana pengaruh faktor musiman seperti curah hujan terhadap penyebaran malaria tropika di Kota Jayapura?
5. Bagaimana model yang dikembangkan dapat digunakan untuk mendukung strategi pengendalian malaria di daerah endemis seperti Kota Jayapura?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penulisan skripsi ini, ditetapkan beberapa asumsi awal sebagai batasan masalah guna menghindari penafsiran yang terlalu luas. Adapun batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model berfokus pada penyebaran *Plasmodium falciparum* atau malaria tropika di Kota Jayapura.
2. Menggunakan model *host-vector* dengan faktor musiman berbentuk fungsi sinusoidal pada laju pertumbuhan nyamuk rentan.
3. Data dan parameter berasal dari literatur serta sumber sekunder.
4. Tidak mempertimbangkan mobilitas penduduk, intervensi medis, atau perilaku masyarakat.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis dinamika penyebaran malaria tropika di Kota Jayapura berdasarkan data epidemiologi yang tersedia.
2. Menganalisis model SEIRS-SEI yang dikembangkan dalam penelitian ini untuk menggambarkan periode inkubasi dan efek kekebalan sementara dalam penyebaran malaria tropika.
3. Mengembangkan model *host-vector* dengan mempertimbangkan siklus musiman untuk merepresentasikan penyebaran malaria tropika secara lebih akurat.
4. Menganalisis pengaruh faktor musiman seperti curah hujan terhadap penyebaran malaria tropika di Kota Jayapura.



5. Mengetahui potensi penggunaan model yang dikembangkan sebagai dasar dalam strategi pengendalian malaria di daerah endemis seperti Kota Jayapura.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Secara umum, penelitian ini dapat memberikan wawasan tentang pengaruh faktor musiman terhadap penyebaran malaria tropika serta mendukung kebijakan kesehatan dalam strategi pencegahan dan pengendalian penyakit.
2. Secara khusus, penelitian ini bermanfaat sebagai referensi dalam pemodelan matematika epidemiologi serta membantu pengembangan keterampilan analisis model dinamis bagi akademisi dan mahasiswa.

1.6 Landasan Teori

Pada bagian ini, akan disajikan konsep-konsep inti yang mendasari penelitian, mencakup teori dasar dan pendekatan analitis untuk memahami pola penularan penyakit.

1.6.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel terikat (*dependent variable*) terhadap satu atau lebih variabel bebas (*independent variable*). Secara umum, persamaan diferensial di klasifikasi menjadi dua jenis utama yaitu Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) (Side et al., 2020). Persamaan Diferensial Biasa (PDB) adalah persamaan diferensial yang menggambarkan hubungan antara suatu fungsi dan turunannya terhadap satu variabel bebas, sedangkan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) melibatkan lebih dari satu variabel bebas. PDB digunakan untuk menggambarkan perubahan suatu sistem dalam satu dimensi terhadap waktu atau variabel lainnya. Contoh persamaan diferensial biasa disajikan pada persamaan (1).

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = 3. \quad (1)$$

1.6.2 Malaria Tropika



Optimized using
trial version
www.balesio.com

ika adalah bentuk malaria yang disebabkan oleh parasit *Plasmodium falciparum*, yang merupakan jenis malaria paling berbahaya dan dapat menyebabkan komplikasi serius, termasuk kematian. Penyakit ini ditularkan melalui gigitan nyamuk dari genus *Anopheles*, yang menyuntikkan sporozoit (bentuk parasit) ke dalam aliran darah manusia saat menggigit. Sporozoit yang masuk ke dalam tubuh manusia menuju hati dan berkembang biak menjadi merozoit selama periode inkubasi berkisar antara 9 hingga 14 hari dengan rata-rata 12 hari (RI,

2013). Merozoit yang dihasilkan kemudian dilepaskan ke dalam aliran darah dan mulai menginfeksi sel darah merah (eritrosit). Infeksi tersebut menyebabkan gejala khas malaria seperti demam tinggi, menggigil, dan anemia. Siklus penularan berlanjut ketika nyamuk *Anopheles* menggigit manusia yang terinfeksi dan menghisap darah yang mengandung gametosit (bentuk seksual parasit). Di dalam tubuh nyamuk, gametosit berkembang menjadi sporozoit baru yang siap untuk ditularkan kembali ke manusia pada gigitan berikutnya (Evani, 2023). Masa inkubasi parasit dalam tubuh nyamuk berlangsung sekitar 9 hingga 18 hari, tergantung pada spesies parasit dan kondisi lingkungan (Centers for Disease Control and Prevention (CDC), 2020).

Infeksi malaria tropika biasanya berlangsung selama 7 hingga 10 hari, tergantung pada efektivitas pengobatan dan respons imun tubuh (White et al., 2014). Namun, pemulihan dari malaria tidak selalu menghasilkan kekebalan yang bersifat permanen. Individu yang telah sembuh tetap berisiko mengalami infeksi ulang jika kembali terpapar nyamuk yang terinfeksi. Selain itu, pada beberapa kasus, parasit yang berada dalam tubuh dapat memasuki fase laten dan kembali aktif di kemudian hari, sehingga menyebabkan kekambuhan penyakit. Risiko kekambuhan tersebut cenderung lebih tinggi pada individu dengan sistem imun yang lemah.

Selain melalui gigitan nyamuk, malaria juga dapat ditularkan melalui transfusi darah, transplantasi organ, atau penggunaan jarum suntik tidak steril. Faktor lingkungan seperti keberadaan tempat perindukan nyamuk dan tempat peristirahatan nyamuk juga berperan penting dalam penularan malaria (World Health Organization (WHO), 2015).

1.6.3 Karakteristik Kota Jayapura sebagai Wilayah Endemis Malaria

Kota Jayapura merupakan ibu kota Provinsi Papua yang terletak di bagian utara Pulau Papua, dengan topografi yang beragam. Wilayah ini mencakup daerah pesisir, perbukitan, dataran rendah, hingga rawa-rawa, membentuk karakter geografis yang kompleks. Secara iklim, Jayapura berada di zona tropis basah dengan suhu rata-rata tahunan berkisar antara 29°C hingga 32°C. Curah hujan bulanan di kota tersebut bervariasi antara 45 mm hingga 255 mm, dengan jumlah hari hujan per tahun mencapai 148 hingga 175 hari. Hal tersebut menunjukkan frekuensi hujan yang cukup tinggi sepanjang tahun, meskipun intensitasnya berfluktuasi secara musiman. Menurut data dari *WeatherSpark* (2024), musim hujan di Jayapura berlangsung selama sekitar 5,4 bulan, dimulai sekitar November hingga April, dengan lebih dari 42% dalam setiap bulannya. Puncak musim hujan terjadi pada bulan Februari, yang rata-rata mengalami 14 hari hujan dalam bulan tersebut. Curah hujan yang tinggi menciptakan lingkungan yang mendukung penularan malaria, khususnya nyamuk *Anopheles*, melalui terbentuknya tempat perindukan setelah hujan deras.



Menurut Dinas Kesehatan Kota Jayapura, jumlah kasus malaria di Kota Jayapura terus menunjukkan angka yang tinggi dalam beberapa tahun terakhir. Pada tahun 2019, tercatat 28.648 kasus malaria dengan API sebesar 92,55 per 1.000 penduduk. Angka tersebut sedikit menurun pada tahun 2020 menjadi 28.075 kasus dengan API 89,35 per 1.000 penduduk, namun kembali mengalami peningkatan pada tahun 2021, mencapai 30.235 kasus dengan API 99,49 per 1.000 penduduk. Peningkatan jumlah kasus tersebut umumnya terjadi selama musim hujan, ketika kondisi lingkungan lebih mendukung perkembangan populasi nyamuk. Hasil analisis Rumbiak (2024) terhadap laporan tahunan Dinas Kesehatan Kota Jayapura tahun 2021, menunjukkan bahwa jenis malaria yang paling dominan adalah malaria tropika akibat infeksi *Plasmodium falciparum*, dengan jumlah 14.527 kasus atau sekitar 48,05% dari total 30.235 kasus malaria.

1.6.4 Model Dinamis Penyakit Menular

Model dinamis adalah representasi matematis yang menggambarkan perubahan suatu sistem seiring waktu. Dalam konteks epidemiologi, model dinamis digunakan untuk mensimulasikan penyebaran penyakit melalui waktu dengan membagi populasi ke dalam beberapa kompartemen berdasarkan status infeksi. Contohnya model klasik seperti *Susceptible* (rentan), *Infected* (terinfeksi), dan *Recovered* (sembuh) atau biasa disebut dengan model SIR. Dengan mempertimbangkan variabel waktu, model dinamis mampu menunjukkan pola, tren, dan respons sistem terhadap berbagai perubahan, meskipun sistem tersebut kompleks dan tidak stabil. Pendekatan ini membantu dalam memahami bagaimana penyakit menular berkembang dan menyediakan dasar untuk merancang strategi pengendalian yang efektif.



Gambar 1. Contoh Model Kompartemen SEIR oleh Ihsan et al., (2021)

Pada Gambar 1, terlihat model yang ditunjukkan ialah model kompartemen SEIR yang sebenarnya tidak jauh berbeda dari model SIR. Pada model SEIR, populasi manusia N dibagi menjadi empat kompartemen: *Susceptible* (rentan), *Expected* (terpapar), *Infected* (terinfeksi), dan *Recovered* (sembuh) (Side & Rangkuti, 2015). Perbedaan utamanya terletak pada penambahan kompartemen *Expected* (E), yang

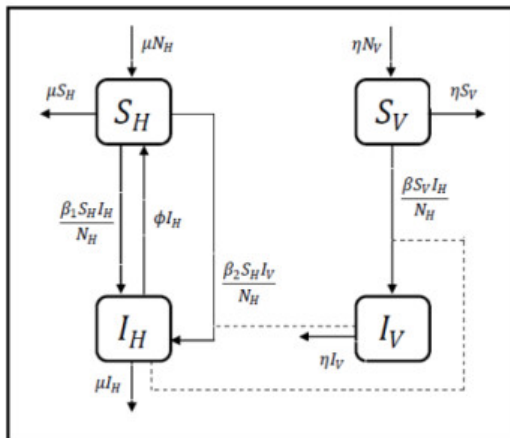


adalah masa laten dimana individu telah terpapar virus namun belum terinfeksi. Masing-masing kompartemen dihubungkan oleh laju perpindahan (parameter) yang mencerminkan proses penularan, masa laten, dan masa infeksi. Dengan model ini memudahkan pemahaman terhadap dinamika penyakit menular dengan membagi populasi ke dalam kompartemen yang terstruktur, menganalisis laju perpindahan antar kompartemen untuk melihat penyebaran dan berkembang dalam suatu populasi.

1.6.5 Model *Host-Vector*

Model *host-vector* adalah model epidemiologi yang menggambarkan interaksi antara dua populasi utama dalam penyebaran penyakit, yaitu *host* (manusia) dan vektor (nyamuk). Model ini membagi populasi manusia dan vektor ke dalam beberapa kompartemen berdasarkan status infeksi. Pendekatan ini sering digunakan untuk memahami penyebaran penyakit yang ditularkan oleh vektor, seperti malaria dan demam berdarah, serta mengevaluasi strategi pengendalian, termasuk pengurangan kontak, penggunaan insektida, dan intervensi pengobatan bagi individu yang terinfeksi (Mahmudah & Zidny, 2014).

Lebih lanjut, model *host-vector* tidak hanya mengevaluasi strategi pengendalian, tetapi juga memungkinkan kita untuk memahami mekanisme penularan penyakit dalam sistem *host-vector*. Dalam kasus malaria, nyamuk yang terinfeksi (I_v) dapat menularkan parasit kepada manusia yang rentan (S_h), dan sebaliknya, manusia yang terinfeksi (I_h) dapat menularkan parasit kepada nyamuk yang rentan (S_v). Interaksi dua arah ini menjadi faktor utama dalam penyebaran penyakit, sehingga model dapat menangkap dinamika penularan yang kompleks antara manusia dan vektor. Dengan demikian, model *host-vector* memberikan gambaran yang lebih komprehensif tentang penyebaran penyakit dan menjadi dasar dalam menentukan strategi pengendalian yang lebih efektif.



Gambar 2. Contoh Model *Host-Vector* oleh (Mahmudah & Zidny, 2014)



Analisis Stabilitas dan Kestabilannya

Analisis kestabilan atau titik ekuilibrium dalam suatu sistem persamaan diferensial adalah kondisi di mana sistem tidak mengalami perubahan terhadap waktu. Berikut ini adalah sistem persamaan diferensial sebagai berikut

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y).\end{aligned}\tag{2}$$

Sebuah titik (x_0, y_0) disebut sebagai titik kesetimbangan dari sistem persamaan (2) jika memenuhi $f(x_0, y_0) = 0$, dan $g(x_0, y_0) = 0$. Titik kesetimbangan tersebut merupakan solusi konstan dari sistem persamaan (2), karena pada titik tersebut berlaku $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$. Dalam model penyebaran penyakit, terdapat dua jenis titik kesetimbangan utama, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.

1.6.6.1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (*Disease-Free Equilibrium, DFE*)

Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah keadaan dimana tidak ada individu yang terinfeksi dalam populasi. Ini berarti bahwa penyakit tidak menyebar dan pada akhirnya akan punah. Secara matematis, titik ini dinyatakan sebagai $E_0 = (S^*, E^*, I^*, R^*) = (S^*, 0, 0, 0)$ dengan $I^* = 0$, yang menunjukkan bahwa tidak ada individu yang terinfeksi dalam sistem. Titik kesetimbangan bebas penyakit dikatakan stabil jika (bilangan reproduksi dasar) $R_0 < 1$, yang berarti penyakit akan hilang dari populasi.

1.6.6.2 Titik Kesetimbangan Endemik (*Endemic Equilibrium, EE*)

Titik kesetimbangan endemik adalah keadaan dimana penyakit tetap ada dalam populasi dengan jumlah individu yang terinfeksi stabil dalam jangka panjang. Secara matematis, titik ini dinyatakan sebagai $E_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*)$ dengan $I^* > 0$, yang menunjukkan bahwa terdapat sejumlah individu yang tetap terinfeksi dalam sistem. Titik kesetimbangan endemik dikatakan stabil jika (bilangan reproduksi dasar) $R_0 > 1$, yang berarti penyakit akan bertahan dalam populasi.

1.6.7 Matriks Jacobi

Matriks Jacobi adalah matriks yang berisi turunan parsial pertama dari suatu sistem fungsi terhadap setiap variabelnya. Matriks ini sering digunakan dalam analisis kestabilan sistem dinamik serta dalam metode numerik untuk mencari solusi sistem persamaan nonlinier. Misalkan suatu sistem fungsi diferensial diberikan oleh

$$\frac{dx}{dt} = f(x).\tag{3}$$

... , $x_n)^T$ dan $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))^T$. Maka matriks

akan sebagai



$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Evaluasi J pada titik ekuilibrium (kesetimbangan) x_0 (dimana $f(x_0) = 0$) digunakan untuk menganalisis kestabilan titik tersebut. Jika seluruh nilai eigen dari $J(x_0)$ memiliki bagian riil negatif, maka titik x_0 dikatakan stabil secara asimtotis lokal (Darlina, 2012).

1.6.8 Matriks Generasi Selanjutnya (*Next Generation Matrix*, NGM)

Matriks Generasi Selanjutnya adalah metode yang digunakan untuk menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0) dalam model penyebaran penyakit. Matriks ini diperoleh dengan mengelompokkan model epidemiologi ke dalam kompartemen yang terinfeksi dan menuliskan persamaan yang mengontrol transmisi dan pemulihan penyakit. Misalkan diberikan sistem epidemik berbentuk

$$\frac{dX}{dt} = F(X) - V(X). \quad (5)$$

Pada persamaan (5), $F(X)$ merepresentasikan vektor laju infeksi baru dalam setiap kompartemen, sedangkan $V(X)$ menggambarkan vektor laju perpindahan individu terinfeksi keluar dari sistem, baik melalui pemulihan maupun kematian.

Maka, Matriks Generasi Selanjutnya atau NGM diberikan oleh

$$K = FV^{-1}. \quad (6)$$

Dengan F adalah matriks turunan parsial dari fungsi infeksi baru terhadap variabel yang terinfeksi, dan V adalah matriks turunan parsial dari fungsi pemulihan terhadap variabel yang terinfeksi.

1.6.9 Bilangan Reproduksi Dasar



roduksi dasar (R_0) adalah bilangan yang menunjukkan rata-rata n yang dapat terinfeksi oleh satu kasus infeksi. Bilangan ini ngukur seberapa cepat suatu penyakit dapat menyebar dalam tung dengan menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian dari ang dihitung pada titik kesetimbangan bebas penyakit (Ihsan et ga kemungkinan kondisi yang dapat muncul, yaitu:

1. Jika $R_0 < 1$, penyebaran penyakit akan meredup hingga akhirnya menghilang.
2. Jika $R_0 = 1$, penyakit akan menetap.
3. Jika $R_0 > 1$, penyakit akan menyebar secara meluas dan berkembang menjadi wabah.

1.6.10 Kriteria Routh-Hurwitz

Kriteria *Routh–Hurwitz* adalah sebuah metode sistematis yang digunakan untuk menentukan kestabilan sistem linier dengan menganalisis persamaan karakteristiknya tanpa harus mencari akar-akar persamaan tersebut secara langsung. Metode ini menyusun apa yang disebut *Routh array* (larik Routh) dari koefisien-koefisien persamaan karakteristik. Misalkan terdapat persamaan karakteristik

$$P(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n. \quad (7)$$

Dengan $a_0 > 0$. Selanjutnya, persamaan karakteristik (7) disusun ke dalam Tabel *Routh-Hurwitz* yang umumnya disajikan sebagai berikut:

Tabel 1. Tabel *Routh-Hurwitz*

λ^n	a_0	a_2	a_4	$\cdots$
λ^{n-1}	a_1	a_3	a_5	$\cdots$
λ^{n-2}	b_1	b_2	b_3	$\cdots$
λ^{n-3}	c_1	c_2	c_3	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$

Dalam menyusun *Routh array*, pertama-tama koefisien dari persamaan karakteristik (7) disusun dalam dua baris awal. Baris pertama terdiri dari koefisien a_0, a_2, a_4 , dan seterusnya, sedangkan baris kedua terdiri dari a_1, a_3, a_5 , dan seterusnya. Baris selanjutnya yaitu b_i, c_i , dan seterusnya dihitung secara rekursif menggunakan rumus tertentu. Adapun rumus untuk menghitung nilai-nilai tersebut didefinisikan sebagai



$$= \frac{a_1 a_{2n} - a_0 a_{2n+1}}{a_1} \text{ dan } c_1 = \frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1}, \dots c_n = \frac{b_1 a_{2n+1} - a_1 b_{n+1}}{b_1}.$$

Routh–Hurwitz menyatakan bahwa jika semua elemen-elemen a Tabel 1 mempunyai tanda positif, maka nilai eigen dari stik (7) dianggap stabil (Resmawan, 2019).

1.6.11 Sistem Autonomus dan Non Autonomus

Dalam teori sistem dinamik, sistem diferensial dibedakan menjadi dua jenis utama berdasarkan ada atau tidaknya ketergantungan eksplisit terhadap waktu, yaitu sistem autonom dan sistem non-autonom.

1. Sistem Autonom

Sistem dikatakan autonom apabila dinamika perubahannya hanya bergantung pada keadaan sistem itu sendiri, tanpa keterlibatan waktu secara eksplisit. Sistem seperti ini dituliskan dalam bentuk umum sebagai

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad (8)$$

dengan $x \in R^n$ dan $f: R^n \rightarrow R^n$ merupakan fungsi hanya dari x .

Dalam sistem tersebut, arah dan laju perubahan keadaan sistem tidak berubah terhadap waktu, sehingga sistem bersifat invarian waktu (*time-invariant*). Akibatnya, jika solusi $x(t)$ adalah lintasan sistem, maka $x(t + t_0)$ juga akan menjadi solusi untuk setiap $t_0 \in R$ (Perko, 2001). Dalam pemodelan penyebaran penyakit, sistem dianggap autonom jika semua parameter seperti tingkat infeksi, kesembuhan, dan laju rekrutmen populasi konstan. Contoh dari sistem autonom adalah

$$\frac{ds_v}{dt} = \Lambda_v - (p_2 \beta i_h + \mu_v) s_v, \quad (9)$$

dimana Λ_v adalah laju kelahiran nyamuk yang tidak tergantung waktu.

2. Sistem Non Autonomos

Sistem disebut non-autonom apabila dinamika perubahannya bergantung secara eksplisit pada waktu. Secara umum dituliskan sebagai

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t). \quad (10)$$

Pada sistem tersebut, medan vektor berubah terhadap waktu sehingga perilaku dinamik sistem bergantung pada saat pengamatan dilakukan. Menurut Strogatz (2015), sistem non-autonom sering muncul dalam kasus yang melibatkan pengaruh lingkungan luar yang bervariasi, seperti musim, siklus siang-malam, atau intervensi kebijakan yang periodik atau temporer. Contoh dari sistem non-autonom dalam malaria tropika muncul ketika laju kelahiran nyamuk $\Lambda_v(t)$ oleh musim, dan dimodelkan sebagai fungsi periodik terhadap



$$\tilde{\Lambda}_v(t) = \Lambda_v \left(1 + A \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right), \quad (11)$$

dengan A adalah amplitudo fluktuasi dan T adalah periode musiman. Bentuk tersebut menjadikan sistem diferensial menjadi non-autonom, karena nilai laju perubahannya berubah secara eksplisit terhadap waktu. Dalam kasus seperti ini, pendekatan analisis kestabilan tidak cukup hanya menggunakan nilai eigen dari Jacobian, tetapi harus disesuaikan dengan Teori Floquet yang ditujukan untuk menilai kestabilan solusi periodik pada sistem diferensial non-autonom yang bersifat periodik (Perko, 2001).

1.6.12 Teori Floquet dalam Analisis Kestabilan Model Musiman

Teori Floquet digunakan untuk menganalisis kestabilan solusi dari sistem diferensial linier dengan koefisien yang periodik terhadap waktu. Dalam konteks model penyebaran penyakit, sistem ini menggambarkan perubahan kondisi populasi yang dipengaruhi oleh faktor musiman seperti suhu atau curah hujan, yang dapat memengaruhi kelahiran vektor atau tingkat penularan penyakit.

Sistem diferensial linier periodik dapat dituliskan dalam bentuk

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x \text{ dengan } A(t+T) = A(t), \quad (12)$$

dimana $A(t) \in R^{n \times n}$ adalah matriks koefisien yang kontinu dan periodik dengan periode T .

Menurut Teorema Floquet (Perko, 2001), solusi fundamental dari sistem persamaan (12) dapat dinyatakan sebagai

$$\phi(t) = P(t)e^{Rt}, \quad (13)$$

dengan $P(t)$ adalah matriks nonsingular yang periodik dengan periode T , dan R adalah matriks konstan. Maka, solusi umum dari sistem tersebut menjadi

$$x(t) = \phi(t)x_0 = P(t)e^{Rt}x_0, \quad (14)$$

yang menunjukkan bahwa perilaku sistem merupakan kombinasi antara dinamika periodik (melalui $P(t)$) dan pertumbuhan atau peluruhan eksponensial (melalui e^{Rt}).



kestabilan dari solusi periodik $x^*(t)$, digunakan sistem

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = J(t)\phi(t), \quad \phi(0) = I, \quad (15)$$

dengan $\phi(t) \in R^{n \times n}$ adalah matriks fundamental dan $J(t)$ merupakan matriks jacobian dari sistem nonlinier yang dievaluasi sepanjang lintasan periodik $x^*(t)$.

Evaluasi $\phi(t)$ pada waktu $t = T$ akan menghasilkan matriks monodromy $\phi(T)$, yang menggambarkan perubahan kondisi sistem setelah satu periode waktu. Nilai-nilai eigen dari matriks monodromy disebut Floquet multipliers ρ_i , yang digunakan untuk menilai kestabilan solusi periodik sebagai berikut:

- Jika semua $|\rho_i| < 1$, maka solusi periodik stabil asimtotik.
- Jika terdapat $|\rho_i| > 1$, maka solusi tidak stabil.
- Jika terdapat $|\rho_i| = 1$ dan memiliki *multiplicity* lebih dari satu, maka kestabilan bersifat netral dan memerlukan analisis lebih lanjut.

Meskipun teori Floquet secara formal berlaku untuk sistem linier, pendekatan tersebut tetap dapat diterapkan pada sistem nonlinier melalui linierisasi di sepanjang lintasan solusi periodik. Dalam konteks penelitian ini, model penyebaran malaria yang digunakan bersifat nonlinier dan non-autonom karena adanya parameter musiman. Untuk itu, sistem dilinierkan di sekitar solusi periodik yang diperoleh melalui simulasi numerik, membentuk sistem variasional linier dengan koefisien periodik. Teori Floquet kemudian diterapkan pada sistem variasional tersebut untuk menentukan kestabilan asimtotik dari solusi periodik model.



BAB II METODE PENELITIAN

2.1 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode studi literatur dengan mengumpulkan dan menganalisis berbagai sumber seperti buku, jurnal, dan sumber literatur lainnya mengenai pemodelan matematika penyebaran malaria tropika serta pengaruh siklus musiman terhadap laju pertumbuhan nyamuk. Literatur tersebut menjadi dasar untuk merancang model dinamis *host vector* yang mempertimbangkan faktor musiman dalam penyebaran malaria tropika di Kota Jayapura.

2.2 Lokasi dan Waktu Penelitian

Lokasi penelitian ditetapkan secara konseptual dengan fokus pada epidemiologi malaria tropika di Kota Jayapura, Provinsi Papua. Waktu penelitian mengacu pada periode pengumpulan literatur dan data sekunder yang relevan, yakni dari tahun 2010 hingga 2023.

2.3 Prosedur Penelitian

1. Mengumpulkan dan mengkaji berbagai jurnal dan literatur yang relevan mengenai model matematika dalam penyebaran malaria secara umum, termasuk pengaruh siklus musiman terhadap pertumbuhan nyamuk.
2. Merancang model *host–vector* dengan membagi populasi manusia ke dalam kompartemen SEIR dan nyamuk ke kompartemen SEI serta menyesuaikan model menggunakan data spesifik malaria tropika di Kota Jayapura.
3. Menyederhanakan sistem persamaan diferensial agar lebih mudah dianalisis tanpa bergantung pada satuan parameter tertentu.
4. Mencari titik keseimbangan, menghitung bilangan reproduksi dasar (R_0), serta melakukan analisis kestabilan menggunakan nilai eigen dan teori Floquet.
5. Menjalankan simulasi menggunakan Maple untuk melihat pola penyebaran penyakit dan dampak siklus musiman terhadap model.
6. Menganalisis hasil simulasi untuk memahami kestabilan sistem dan pola penyebaran malaria tropika di Kota Jayapura.



2.4 Diagram Alir

Tahapan penelitian ini digambarkan dalam diagram alir berikut.

