

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Peramalan sangat penting dalam proses pengambilan keputusan, terutama di bidang dinamis seperti penjualan otomotif. Model peramalan yang akurat memberikan wawasan berharga tentang tren pasar dan permintaan pelanggan, sehingga memungkinkan perusahaan untuk membuat keputusan yang tepat terkait manajemen inventaris, produksi, dan strategi pemasaran (Makridakis et al., 2020). Perkembangan pesat teknik penambangan data dan komputasi telah mendorong munculnya model peramalan canggih, termasuk pendekatan fuzzy time series (FTS) yang terbukti efektif dalam menangani ketidakpastian dan ketidakakuratan dalam data deret waktu (Song & Chissom, 1993).

Di antara berbagai metode FTS, model FTS Cheng dan model FTS berbasis Markov Chain diakui luas karena kinerjanya yang andal dalam berbagai aplikasi. Metode Cheng, yang diperkenalkan sebagai penyempurnaan FTS tradisional, menekankan penanganan relasi fuzzy yang lebih baik, sehingga cocok untuk skenario peramalan jangka pendek (Cheng, 1996). Sebaliknya, pendekatan Markov Chain mengintegrasikan transisi probabilistik antar keadaan, menawarkan kerangka dinamis untuk menganalisis fenomena yang bergantung pada waktu (Brockwell & Davis, 2016). Meskipun masing-masing metode memiliki keunggulan, studi komparatif yang mengevaluasi metode ini dalam aplikasi dunia nyata masih terbatas, terutama di sektor penjualan otomotif.

Industri otomotif di Indonesia, termasuk di Makassar, telah mengalami fluktuasi permintaan yang dipengaruhi oleh kondisi ekonomi, preferensi pelanggan, dan gangguan eksternal seperti pandemi COVID-19 (Siregar et al., 2021). Peramalan penjualan yang akurat sangat penting bagi produsen dan dealer mobil untuk beradaptasi dengan kondisi yang berubah dan mengoptimalkan

operasi mereka. Penelitian ini secara khusus berfokus pada penjualan mobil Toyota di Makassar, dengan memanfaatkan data penjualan historis selama 34 bulan untuk mengevaluasi kinerja model FTS Cheng dan Markov Chain dalam memberikan perkiraan yang andal.

Penelitian ini berkontribusi pada literatur yang ada dengan membandingkan akurasi peramalan kedua metode FTS tersebut. Studi ini menggunakan RMSE dan MAPE sebagai metrik evaluasi untuk mengukur kinerja prediktif ketiga model. Temuan penelitian ini tidak hanya memberikan wawasan tentang kekuatan relatif metode FTS Cheng dan Markov Chain serta Time series ARIMA tetapi juga menjadi referensi praktis bagi bisnis dan peneliti yang mencari alat peramalan yang efektif dalam konteks serupa (Hyndman & Athanasopoulos, 2018).

FTS menerapkan matematika fuzzy ke dalam deret waktu. FTS dapat menghasilkan hasil yang lebih baik (Cai et al., 2013). FTS pertama kali diperkenalkan oleh Song dan Chissom pada tahun 1993 untuk memprediksi angka pendaftaran universitas menggunakan konsep logika fuzzy melalui model yang tidak bergantung waktu (time-invariant) dan yang bergantung waktu (time-variant). Dalam beberapa tahun terakhir, FTS secara bertahap diterapkan untuk prediksi pasar saham. Sebagai contoh, (Cheng et al., 2008) Indeks Saham Taiwan diprediksi menggunakan metode FTS berbasis model ekspektasi adaptif. Studi lain (Saputra et al., 2020) menerapkan FTS untuk memprediksi omzet koperasi menggunakan model FTS orde tinggi.

Penelitian tentang fuzzy time series terus berkembang di berbagai bidang, termasuk penjualan. Banyak studi yang mengeksplorasi penerapan FTS dalam peramalan penjualan. Sebagai contoh, metode Cheng Logic dan Ruey Chyn Tsaur Logic dibandingkan untuk memprediksi penjualan sepeda motor di Indonesia. Cheng Logic menggunakan defuzzifikasi berbobot, sedangkan Ruey Chyn Tsaur Logic memanfaatkan matriks transisi. Studi ini menemukan bahwa

Ruey Chyn Tsaur Logic lebih akurat daripada Cheng Logic untuk dataset ini, seperti yang ditunjukkan oleh MAPE lebih rendah sebesar 12,5%.

Dalam peramalan deret waktu, asumsi tertentu seperti normalitas data, homoskedastisitas, dan tidak adanya autokorelasi biasanya diperlukan untuk metode statistik konvensional. Namun, asumsi ini sering sulit dipenuhi dalam skenario dunia nyata, terutama ketika berhadapan dengan data yang kompleks atau berisik (Junaidi, 2015). Untuk mengatasi tantangan ini, pendekatan peramalan alternatif yang tidak bergantung pada asumsi ketat telah mendapatkan perhatian. Salah satu metode tersebut adalah FTS berbasis Markov Chain, yang dihargai karena kemampuannya menangani ketidakteraturan data sambil mempertahankan akurasi tinggi dan tingkat kesalahan rendah. Hal ini menjadikannya sangat cocok untuk aplikasi di mana metode konvensional mungkin kurang efektif.

Data set yang digunakan dalam penelitian ini mencakup data penjualan mobil Toyota dari tahun 2020 hingga 2022, yang mencerminkan campuran catatan penjualan harian dan bulanan. Analisis awal terhadap data ini menunjukkan adanya pola tren, yang merupakan karakteristik utama untuk pemodelan deret waktu yang efektif. Tren yang diidentifikasi menunjukkan bahwa model FTS Cheng dan Markov Chain cocok untuk analisis ini, karena mampu menangkap pola mendasar dalam data yang bergantung pada waktu. Dengan memanfaatkan model-model ini, penelitian ini bertujuan memberikan wawasan tentang kinerja peramalan kedua metode, khususnya dalam menangkap tren dan mengurangi kesalahan peramalan pada dataset dunia nyata.

Dengan demikian, penelitian ini menggunakan model FTS Cheng, Markov Chain dan ARIMA untuk memprediksi penjualan mobil Toyota di Makassar serta membandingkan akurasi model tersebut. Peramalan penjualan sangat penting untuk memprediksi tren dan memungkinkan perusahaan merumuskan kebijakan strategis serta respons terhadap kondisi pasar.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dijelaskan diatas maka rumusan masalah yang akan dikaji pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana nilai peramalan penjualan mobil Toyota di Tahun 2020-2021 menggunakan metode *Fuzzy Time Series Model Cheng* ,*Model Markov Chain* dan *Timeseries Model ARIMA*?
2. Bagaimana ukuran ketepatan model *Fuzzy Time Series Model Cheng* , *Model Markov Chain* dan *Model ARIMA* dalam peramalan penjualan mobil Toyota?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini terfokus hanya pada data jumlah penjualan PT Toyota Hadji Kalla pada Periode Maret 2020 sampai Desember 2022
2. Metode yang digunakan *Fuzzy Time Series Cheng* dan *Fuzzy Time Series Markov Chain* dan Time series Model Arima.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui nilai peramalan penjualan mobil Toyota di Masa Pandemi menggunakan metode *Fuzzy Time Series Cheng* dan *Markov Chain dan Timeseries ARIMA*.
2. Mengetahui ukuran ketepatan model *Fuzzy Time Series Cheng* , *Markov Chain* dan model Time series ARIMA dengan parameter MAPE.

1.5 Landasan Teori

1.5.1 Data Runtun Waktu (Time Series)

Analisis runtun waktu adalah salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilitas keadaan yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan. Dasar pemikiran runtun waktu adalah pengamatan sekarang (Z_t) dipengaruhi oleh satu atau beberapa pengamatan sebelumnya (Z_{t-k}). Dengan kata lain, model runtun waktu dibuat karena

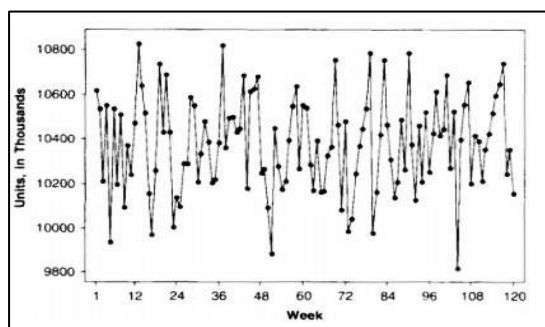
secara statistik ada korelasi antar deret pengamatan. Tujuan analisis runtun waktu antara lain memahami dan menjelaskan mekanisme tertentu, meramalkan suatu nilai di masa depan, dan mengoptimalkan sistem kendali (Makridakis, 1999).

Pola Data Peramalan

Menurut Hanke dan Wichern (2005), Pola data dapat dibedakan menjadi empat jenis, yaitu:

a. Pola Horizontal

Pola ini terjadi jika suatu data berfluktuasi disekitar nilai konstan atau rata-rata yang membentuk garis horizontal. Data ini juga disebut data stasioner. Contoh pola data horizontal dapat dilihat pada Gambar 2.1 yaitu plot suatu penjualan perusahaan di Amerika (Pharmaceutical Product).

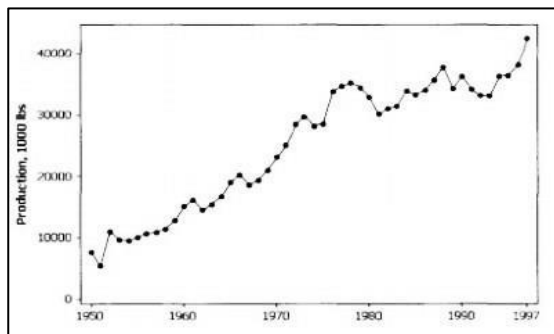


Gambar 1 Contoh Pola Horizontal

(Sumber: Montgomery, Jennings dan Kulahci, 2008)

b. Pola Trend

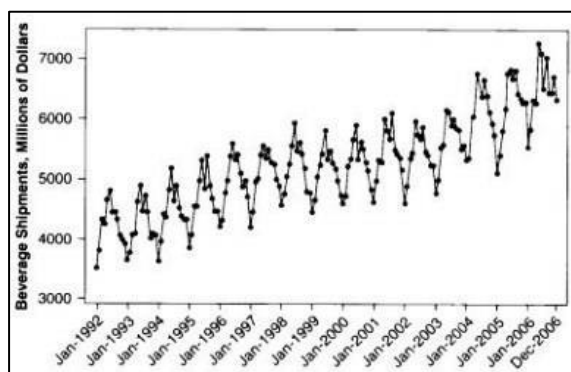
Pola ini terjadi jika suatu data bergerak pada jangka waktu tertentu dan cenderung menuju ke satu arah baik naik atau turun. Contoh pola gerakan *trend* dapat dilihat pada Gambar 2.2 yang merupakan pola data hasil produksi keju sebuah perusahaan di Amerika.



Gambar 2 Contoh Pola *Trend*

c. Pola Siklis

Pola ini terjadi jika data ada gerakan naik atau turun secara siklis di sekitar trend atau kondisi normal. Data yang sering mengalami gerakan siklis antar lain data perdagangan, industri, dan keuangan. Gambar 2.3 memperlihatkan pola data dengan gerakan siklis pada data produksi minuman bulanan perusahaan Amerika.



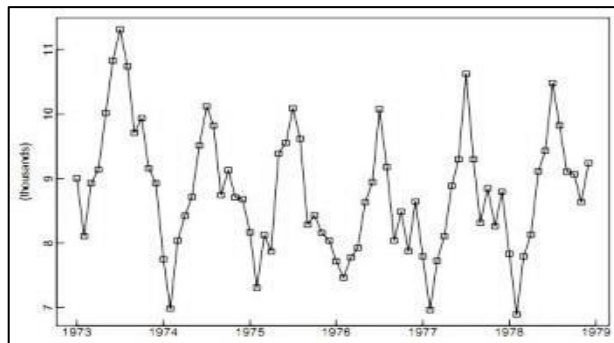
Gambar 3 Contoh Gerakan Siklis

(Sumber: Montgomery, Jennings dan Kulahci, 2008)

d. Pola Musiman

Pola musiman merupakan gerakan yang berulang-ulang secara teratur selama kurang lebih satu tahun misalnya pola yang berulang setiap minggu, bulan, atau kuartalan. Pada pola data musiman adalah pada data kematian

pada kasus kecelakaan di U.S.A. pada tahun 1973- 1979 yang disajikan pada Gambar 2.4 Plot tersebut memperlihatkan bahwa pola data yang berulang setiap periode bulan tertentu.



Gambar 4 Contoh Pola Gerakan Musiman

(Sumber: Brockwell dan Davis 2001)

1.5.2 Logika Fuzzy

Logika *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Prof. Lofti A. Zadeh pada tahun 1965 (Kusumadewi dan Purnomo, 2010). Beberapa definisi logika *fuzzy* adalah sebagai berikut:

- a. Menurut Kusumadewi (2003), logika *fuzzy* adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input kedalam suatu ruang output, mempunyai nilai kontinu dan logika *fuzzy* dinyatakan dalam derajat dari suatu keanggotaan dan derajat dari kebenaran.
- b. Menurut Susilo (2006), Beberapa alasan logika *fuzzy* digunakan sebagai berikut (Kusumadewi, 2006):
 1. Konsep logika *fuzzy* mudah untuk dimengerti karena konsep matematis yang mendasarinya sederhana dan tidak terlalu rumit.

2. Logika *fuzzy* sangat fleksibel.
3. Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika *fuzzy* mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinier yang sangat kompleks.
5. Logika *fuzzy* dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman- pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika *fuzzy* dapat bekerja sama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami.

Himpunan Fuzzy

Himpunan *fuzzy* merupakan himpunan yang digunakan untuk mengantisipasi kelemahan dari himpunan *crisp*. Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu *item* x dalam suatu himpunan A , yang sering ditulis dengan hanya memiliki dua kemungkinan yaitu satu (1) yang artinya bahwa suatu item tersebut menjadi anggota dalam himpunan, atau nol (0) yang artinya bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan. Sedangkan pada himpunan *fuzzy*, nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila *item* x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu A(x) = 0$ berarti *item* x tidak menjadi anggota himpunan A , demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu A(x) = 1$ berarti anggota penuh pada himpunan A (Sigh, 2007).

1. Variabel Fuzzy

Variabel *fuzzy* adalah variabel yang akan dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*. Variabel *fuzzy* seperti temperatur, umur, dsb

2. Himpunan Fuzzy

Himpunan *Fuzzy* adalah suatu grup yang mewakili suatu kondisi tertentu

dalam suatu variabel *fuzzy*. Himpunan *fuzzy* memiliki 2 atribut, yaitu:

- (a) Linguistik yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: dingin, sejuk, normal, hangat dan panas. muda, parobaya, tua.
- (b) Numeris yaitu suatu nilai atau angka yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50 dan sebagainya.

3. Himpunan Semesta atau Semesta Pembicaraan

Semesta Pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang dapat dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Contohnya semesta pembicaraan untuk variabel temperature temperatur $[0, 40]$.

4. Domain Himpunan *Fuzzy*

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan himpunan nilai yang diizinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Domain merupakan himpunan bilangan *real* yang selalu naik secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Contoh seperti, MUDA = $[0,45]$, PAROBAYA = $[35,55]$ dan TUA = $[45,-\infty]$.

1.5.3 Fungsi Keanggotaan

Menurut Zimmermann (1991), fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaan atau derajat keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Untuk mendapatkan nilai keanggotaan, dapat digunakan pendekatan fungsi. Beberapa fungsi keanggotaan antara lain adalah (Kusumadewi & Purnomo, 2004):

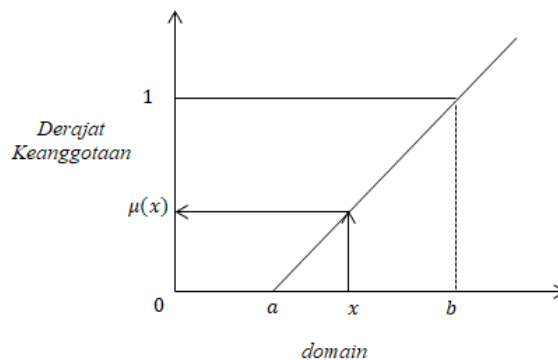
1. Representasi Linear

Pada representasi linear, nilai keanggotaan digambarkan sebagai suatu

garis lurus. Representasi linear terbagi menjadi dua, yaitu:

(a) Representasi Linear Naik

Representasi ini dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju nilai domain dengan derajat keanggotaan yang lebih tinggi. Representasi linear naik diperlihatkan pada gambar 2.5 berikut:



Gambar 5 Linear Naik

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases} \quad (2.1)$$

Dengan,

a = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan nol

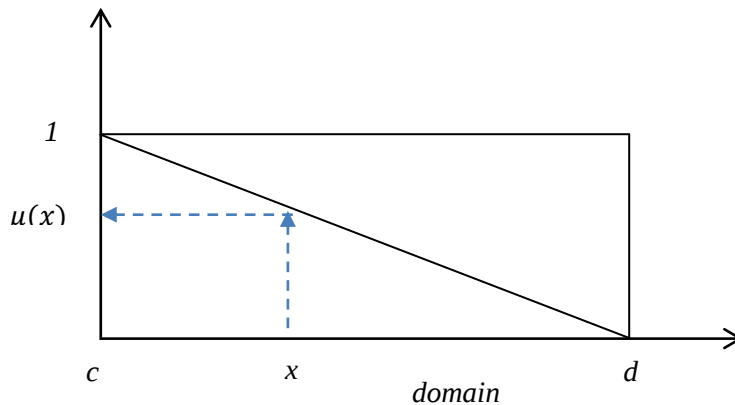
b = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan satu

x = nilai input yang akan di ubah ke dalam bilangan *fuzzy*

(b) Representasi Linear Turun

Representasi ini dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi [1] bergerak ke kanan menuju nilai domain dengan derajat keanggotaan yang lebih rendah. Representasi linear turun

diperlihatkan pada gambar berikut:



Gambar 6 Linear Turun

Fungsi Keanggotaan

Dengan,
$$\mu[x] = \begin{cases} (d-x)/(d-c); & c \leq x \leq d \\ 0; & x \geq d \end{cases} \quad (2.2)$$

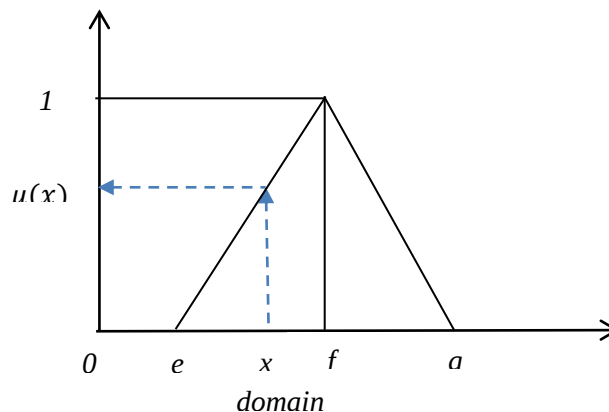
c = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan satu

d = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan nol

x = nilai input yang akan di ubah ke dalam bilangan *fuzzy*

2. Representasi Kurva Segitiga

Representasi ini pada dasarnya merupakan gabungan antara representasi linear naik dan representasi linear turun. Representasi kurva segitiga diperlihatkan gambar 2.7 berikut :



Gambar 7 Kurva Segitiga

Fungsi Keanggotaan

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq e \text{ atau } x \geq g \\ (x - e) / (f - e); & e \leq x \leq f \\ (x - f) / (g - f); & f \leq x \leq g \end{cases} \quad (2.3)$$

Dengan,

e = nilai domain terkecil yang mempunyai derajat keanggotaan nol

f = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan satu

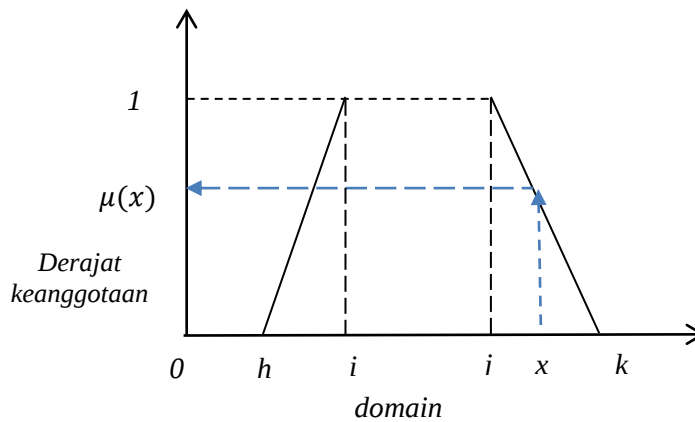
g = nilai domain terbesar yang mempunyai derajat keanggotaan nol

x = nilai input yang akan di ubah ke dalam bilangan *fuzzy*

3. Representasi Kurva Trapesium

Representasi ini pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja terdapat beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1.

Representasi kurva trapesium diperlihatkan pada gambar 2.8.



Gambar 8 Kurva Trapesium

Fungsi Keanggotaan,

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq h \text{ atau } x \geq k \\ (x - h) / (i - h); & h \leq x \leq i \\ 1; & i \leq x \leq j \\ (k - x) / (k - j); & j \leq x \leq k \end{cases} \quad (2.4)$$

Misalkan U adalah himpunan semesta, $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$, maka suatu himpunan *Fuzzy* A dari U dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$A = \frac{f_A(u_1)}{u_1} + \frac{f_A(u_2)}{u_2} + \frac{f_A(u_3)}{u_3} + \dots + \frac{f_A(u_n)}{u_n} \quad (2.5)$$

f_A adalah fungsi keanggotaan dari A , $f_A:U \rightarrow [0,1]$, dengan $f_A(u_i)$, menunjukkan derajat keanggotaan u_i yang termasuk dalam himpunan fuzzy A dan , $f_A(u_i) \in [0,1]$, dengan $1 \leq i \leq n$ (Jasim, 2012)

Defenisi 1 . misalkan $X(t)(t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$ semesta pembicaraan dan bagian dari R , dengan himpunan fuzzy $f_i(t)(i = 1, 2, \dots)$ terdefinisi pada $X(t)$, Andaikan $F(t)$ berupa kumpulan $f_i(t)(i = 1, 2, \dots)$. Maka $F(t)$ disebut *fuzzy time series* dari $X(t)(t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$

Defenisi 2. Jika $F(t)$ hanya disebabkan oleh $F(t - 1)$, hubungan antara $F(t)$ dengan $F(t - 1)$ dapat dinyatakan sebagai $F(t - 1) \rightarrow F(t)$

Defenisi 3. Andaikan $F(t) = A_i$ dan $F(t - 1) = A_j$, hubungan antara $F(t)$ dan $F(t - 1)$ dapat disebut sebagai *fuzzy logical relationship* (FLR) dapat dinyatakan dengan $A_i \rightarrow A_j$, dimana A_i disebut *left-hand side* (LHS) dan A_j disebut *right-hand side* (RHS) dari FLR. Mengingat dua FLRs mempunyai himpunan fuzzy yang sama pada LHS $A_i \rightarrow A_{j1}$, $A_i \rightarrow A_{j2}$, maka kedua FLR dapat dikelompokkan kedalam *fuzzy logical relationship group* (FLRG) $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}$ (Saxena, 2012)

Secara umum langkah-langkah model fuzzy time series meliputi (1) menentukan semesta pembicaraan dimana himpunan fuzzy akan didefinisikan, (2) partisi himpunan semesta menjadi beberapa interval dengan panjang yang sama (3) mendefinisikan himpunan fuzzy A (4) Fuzzyfikasi data historis (5) menentukan *fuzzy logical relationship*, (6) mengelompokkan *fuzzy logical relationship*, dan (7) menentukan nilai peramalan.

1.5.4 Fuzzy Time Series Markov Chain

Rantai Markov

Rantai markov pertama kali dipublikasikan oleh seorang ahli matematis berkebangsaan Rusia yang bernama Andrey Andreyevich Markov pada tahun 1906. Rantai markov (*markov chains*) merupakan teknik matematika yang digunakan untuk menganalisis perilaku saat ini dari beberapa variabel dengan tujuan untuk memprediksi perilaku dari variabel yang sama di masa mendatang (Isaacson, 1976).

Defenisi 4. Pada proses stokastik $\{X_t, t \in T\}$, baik parameter diskrit $\{X_t, t \in 0, 1, 2, \dots\}$ ataupun parameter kontinu $\{X_t, t > 0\}$ bisa disebut proses Markov jika untuk beberapa himpunan dari titik waktu $n \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ dalam himpunan indeks proses distribusi bersyarat dari X_{t_n} dengan diberikan nilai $X_{t_1}, X_{t_2}, X_{t_3}, \dots, X_{t_{n-1}}$, Hanya bergantung kepada $X_{t_{n-1}}$ Nilai yang diketahui terbaru yaitu beberapa angka riil, $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$P[X_{t_1} \leq x_n / X_{t_1} = x_1, X_{t_2} = x_2, \dots, X_{t_{n-1}} = x_{n-1}] = P[X_{t_1} \leq x_n / X_{t_{n-1}} = x_{n-1}] \quad (2.5)$$

Rantai markov mempunyai sifat sebagai berikut:

$$P\{X_{t+1} = j \mid X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\}$$

Untuk $t = 0, 1, 2, \dots$ Dan setiap urutan $i, j, x_0, x_1, \dots, x_{t-1}$

Sifat Markovian ini menyatakan bahwa peluang bersyarat dari “kejadian” mendatang, dengan “kejadian” masa lampau dan state saat ini $X_t = 1$, ialah *independent* terhadap kejadian di waktu lampau dan hanya bergantung pada keadaan saat ini

Peluang bersyarat $P\{X_{t+1} = j / X_t = i\}$ untuk rantai Markov disebut peluang transisi (satu langkah). Jika , untuk setiap i dan j

$$P\{X_{t+1} = j / X_{t=1}\} = p\{X_1 = j / X_0 = i\}$$

Untuk $t = 1, 2, \dots$

Maka peluang transisi (satu langkah) dikatakan stasioner. Oleh karena itu peluang transisi stasioner menyiratkan bahwa peluang transisi tidak berubah seiring dengan waktu. Keberadaaan Peluang transisi stasioner (satu langkah) juga menyiratkan bahwa untuk tiap i, j , dan n ($n = 0, 1, 2, \dots$)

$$P\{X_{t+1} = j / X_t = i\} = p\{X_1 = j / X_0 = i\}$$

untuk $t = 0, 1, \dots$

Matriks Peluang Transisi

Bentuk matrik peluang transisi n langkah untuk menunjukkan peluang semua transisi $n -$ langkah adalah :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \dots & P_{0n} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n0} & P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Dimana $P_{ij} \geq 0$ dan $\sum_{j=0}^n P_{ij} = 1; i, j = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

Persamaan Chapman-Kolmogorov

Persamaan Chapman – Kolmogorov memberikan sebuah metode untuk menghitung peluang transisi n-langkah, menurut Sheldon (1969) Persamaan Chapman Kolmogorov dalam menghitung peluang peralihan t langkah :

$$P_{ij}^n = \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik}^m \cdot P_{kj}^{n-m} \quad (2.7)$$

Untuk semua $i= 0,1,2,\dots; j= 0,1,2,\dots$ dan $m= 1,2,\dots, n-1; n= m+1, m+2, \dots$

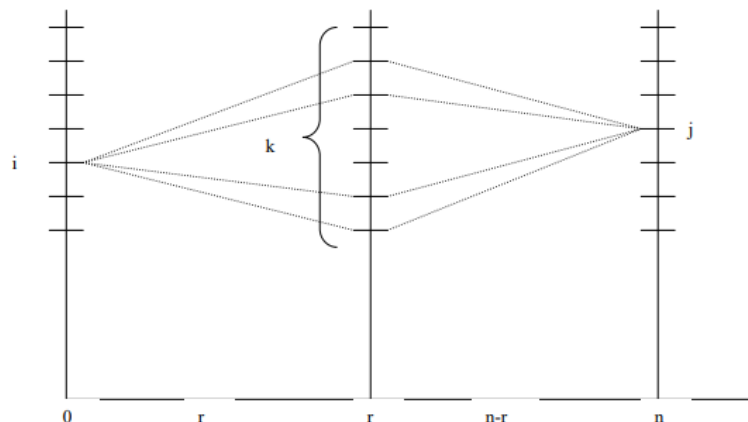
Keterangan

P_{ij}^n = Peluang peralihan dari state i ke state j setelah n-langkah dan diketahui sebelumnya telah berada dalam state i

P_{ik}^m = Peluang peralihan dari state i ke state k setelah m-langkah dan diketahui sebelumnya telah berada dalam state k

P_{kj}^{n-m} = Peluang peralihan dari state k ke state j setelah n-m langkah

Persamaan Chapman Kolmogorov , dapat diinterpretasikan sebagai berikut:



Persamaan Champman-Kolmogorov digunakan untuk mencari nilai matriks peluang transisi beberapa langkah, sebagai berikut Persamaan

Chapman Kolmogorov digunakan untuk mencari nilai matriks peluang transisi.

Peluang State n - langkah

Dalam proses Rantai Markov, sistem pada awalnya berada pada *state i*, kemudian setelah *n* transisi akan berada pada *state j* dengan peluang yang diberikan oleh suku (i, j) dari matriks **P**. Secara umum, jika didefinisikan vektor baris.

$$P^n = (P_1^n, P_2^n, \dots), n = 1, 2, \dots$$

adalah vector peluang state setelah *n* langkah (P_j^n) yaitu vector peluang berada pada state *j* setelah *n*-langkah, dimana $n \geq 1, j \geq 0$

$$\begin{aligned} P_j^n &= p(x_n = j) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} p(x_n = j, x_0 = i) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} p(x_0 = i) p(x_n = j | x_0 = i) \end{aligned}$$

1.5.5 Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Model ARIMA dikembangkan oleh George Box dan Gwilyn Jenkins. Model ARIMA sangat baik digunakan dalam peramalan jangka pendek. Model ARIMA merupakan analisis data runtun waktu untuk digunakan pada peramalan data yang akan datang berdasarkan data masa lalu. Menurut Mukron dkk (2021) model ARIMA terdiri 4 tahap, yaitu tahap 1 identifikasi, tahap 2 pendugaan parameter, tahap 3 cek diagnostik, dan tahap 4 peramalan.

Model ARIMA dapat digunakan dengan asumsi bahwa data deret waktu yang digunakan merupakan data stasioner yang artinya rata-rata variasi dari data yang dimaksud yaitu konstan (Aksan, 2020). Apabila kondisi data tidak stasioner maka dilakukan proses differencing agar data menjadi stasioner. Model ARIMA merupakan model yang mengabaikan variabel independen dalam membuat peramalan. Model ARIMA bertujuan untuk menentukan hubungan statistik antara variabel yang akan diramal dengan nilai historis variabel sehingga peramalan dapat dilakukan dengan model tersebut (Hendrawan, 2012).

Autoregressive (AR)

Model *autoregressive* merupakan model yang diregresikan terhadap nilai sebelumnya dari variabel itu sendiri. Model ini serupa dengan persamaan regresi, variabel independen bukan variabel yang berbeda dengan variabel terikat melainkan nilai sebelumnya (lag) dari variabel terikat (Z_t) itu sendiri. Model *autoregressive* dilambangkan dengan ordo p atau ARIMA($p,0,0$) (Salwa, 2018). Berikut bentuk umum model :

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

Keterangan:

Y_t : variabel dependen pada waktu

Y_{t-p} : variabel lag

$\phi_1, \dots, \phi_p$: koefisien/parameter dari autoregressive

a_t : sisaan pada waktu ke- t

Atau bisa ditulis dengan persamaan berikut:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) Y_t = a_t$$

Apabila $BY_t = Y_t$, sehingga dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$\phi_p(B) Y_t - a_t$$

Dimana:

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$$

Moving Average (MA)

Moving Average yaitu metode yang cara kerjanya dengan merata-ratakan data aktual dari periode sebelumnya dan memperkirakan sesuatu pada periode yang akan datang.

Pada model *moving average* yang merupakan variabel independennya itu nilai residual pada periode sebelumnya. Model *Moving Average* dilambangkan dengan ordo q atau ARIMA (0,0, q). Berikut bentuk umum model:

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Keterangan:

Y_t : variabel dependen pada waktu t

$a_{t-1}, \dots, a_{t-q}$: variabel lag

θ_q : koefisien atau parameter dari *moving Average*

a_t : sisaan pada waktu ke- t

Atau bisa ditulis dengan persamaan berikut:

$$Y_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t$$

Apabila $B a_t = a_{t-1}$, sehingga dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$Y_t = \theta_q(B) a_t$$

Keterangan :

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$$

Autoregressive Moving Average (ARMA)

Model *Autoregressive Moving Average* merupakan gabungan dari model *Autoregressive* (AR) dan model *Moving Average* (MA). Asumsi pada

model ini bahwa data pada periode sekarang dipengaruhi oleh data periode sebelumnya dan nilai sisaan dari periode sebelumnya (Salwa, 2018). Dari penggabungan dua model ini digunakan untuk menghitung data aktual pada periode sebelumnya sehingga dapat menghasilkan peramalan. Model *Autoregressive Moving Average* dilambangkan dengan ordo p dan q atau ARMA (p,0,q). Berikut persamaan umum model ARMA :

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \dots - \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Atau

$$(1 - \theta_q B - \dots - \theta_q B^q) Y_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t$$

$$\theta_q(B) Y_t = \theta_q(B) a_t$$

Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Model ARIMA merupakan model gabungan dari model *Autoregressive* (p), *Integrated (differencing)* dan *Moving Average* (q). Maka bentuk umum dari model ARIMA (p,d,q) yaitu sebagai berikut (Aritonang, 2009):

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \theta_q a_{t-q} + a_t$$

Atau

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Y_t = \theta_q(B) a_t$$

Keterangan :

$$AR(p) = \phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$$

$$MA(q) = \theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$$

$$Differencing(d) = (1 - B)^d Y_t$$

B = backshift operator

a_t = sisaan pada waktu ke- t

Identifikasi Model

Apabila data yang sudah stasioner terhadap *mean* dan varian kemudiandibuat dalam bentuk grafik ACF dan PACF. Grafik tersebut digunakan dalam menentukan model yang akan dilakukan uji untuk menentukan model terbaik. Berikut tabel identifikasi grafik ACF dan PACF :

Tabel 1. Identifikasi Grafik ACF dan PACF

Model	ACF	PACF
AR (p)	<i>Dies down</i> (Turun cepat secara eksponensial)	<i>Cuts off after lag p</i> (terputus setelah lag ke-p)
MA (q)	<i>Cuts off after lag q</i> (terputus setelah lag ke-q)	<i>Dies down</i> (Turun cepat secara eksponensial)
ARMA (p,q)	<i>Dies down after lag (q-p)</i> (turun cepat setelah lag (q-p))	<i>Dies down after lag (p-q)</i> (turun cepat setelah lag (p-q))

1.5.6 Peramalan (*Forecasting*)

Peramalan adalah suatu teknik analisa perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan data atau informasi di masa lalu untuk menentukan kejadian pada masa depan. Berikut adalah pendapat-pendapat beberapa ahli mengenai peramalan:

- a. Menurut Makridakis, Wheelwright dan McGee (1999), Peramalan

terjadi karena adanya senjang waktu (*Time lag*) antara kesadaran akan peristiwa atau kebutuhan mendatang dengan peristiwa itu sendiri. Adanya waktu tenggang (*lead time*) yang panjang menjadi alasan utama diperlukan suatu perencanaan dan peramalan. Oleh sebab itu peramalan diperlukan untuk menetapkan suatu peristiwa yang akan terjadi sehingga tindakan yang tepat dapat dilakukan.

- b. Menurut Prasetya dan Lukiastuti (2009), Peramalan merupakan suatu usaha untuk meramalkan keadaan dimasa yang akan datang melalui pengujian keadaan dimasa lalu.
- c. Menurut Fahmi, Sudarno dan Wilandari (2013), Peramalan merupakan perkiraan mengenai sesuatu yang belum terjadi. Peramalan dilakukan berdasarkan data yang terdapat selama masa lampau yang dianalisis dengan menggunakan cara-cara tertentu. Baik tidaknya hasil suatu penelitian ditentukan oleh ketepatan ramalan yang dibuat.

1.5.7 Kriteria Nilai MAPE

Nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) dihitung dengan menggunakan kesalahan absolut pada tiap periode dibagi dengan nilai observasi yang nyata untuk periode itu.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Y(t) - \hat{Y}(t)|}{Y(t)} \times 100\%$$

Keterangan:

$Y(t)$ = Data Aktual

$\hat{Y}(t)$ = Data Peramalan

Menurut Lewis (1982) kriteria keakuratan metode perhitungan error MAPE tersebut dapat dibagi menjadi 4 kategori peramalan yaitu: Jika nilai

MAPE < 10% (Sangat Akurat), MAPE 10%-20% (Baik Untuk Peramalan), 20%-50% (Cukup) dan nilai MAPE > 50% (Tidak Akurat)

1.6 Kerangka Konsep

Adapaun kerangka konsep yang digunakan dalam penelitian ini dapat digambarkan dalam diagram dibawah ini



Gambar 9 Kerangka Konsep

Pada gambar 1 diatas menunjukkan data time series di analisis dengan menggunakan metode time series ARIMA dan Metode Fuzzy Time Series, yang selanjutn dibandingkan akurasi dengan melihat nilai MAPE