

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Terdapat berbagai banyak permasalahan yang menerapkan teori matematika dalam menyelesaikan permasalahan tersebut. Tentunya dalam ekologi juga diterapkan teori matematika yang memperhitungkan interaksi antara spesies hewan. Tidak hanya itu, untuk mempelajari dinamika populasi suatu spesies juga menerapkan teori matematika. Model mangsa pemangsa merupakan salah satu analisis matematika yang digunakan pada ekologi maupun dinamika populasi yang meninjau pengaruh antara pemangsa dan mangsa. Model mangsa pemangsa yang paling umum digunakan adalah model Lotka-Volterra. Setelah Lotka dan Volterra menyampaikan hasil penelitian mereka, studi tentang mangsa pemangsa menjadi populer dan menjadi hal yang penting dalam bidang penelitian ilmu penerapan seperti ekologi dan dinamika populasi (Kumar & Kant, 2016).

Dalam model mangsa pemangsa Lotka-Volterra, dikatakan bahwa hubungan antara mangsa dan pemangsa saling terkait dimana jika populasi mangsa semakin meningkat maka populasi pemangsa juga akan meningkat atau diasumsikan bahwa populasi mangsa dan pemangsa bertumbuh secara eksponensial. Namun model ini memiliki kekurangan dimana pertumbuhan mangsa tidak memiliki batasan sehingga ditambahkan asumsi bahwa populasi mangsa memiliki batas pertumbuhan. Sehingga diasumsikan bahwa pertumbuhan mangsa meningkat secara logistik (Barryman, 1995).

Selain model ekologi, masalah epidemiologi merupakan salah satu topik hangat dalam pemodelan matematika. Pemodelan matematika dalam epidemiologi memberikan pemahaman tentang mekanisme mendasar yang mempengaruhi penyebaran penyakit. Dalam pemodelan matematika dari penularan penyakit, seperti di sebagian besar bidang pemodelan matematika lain, biasanya dilakukan modifikasi antara model-model sederhana, yang menghilangkan sebagian detail dan merancang untuk memodelkan perilaku kualitatif umum dan model kompleks, biasanya dirancang untuk situasi tertentu (Maisaroh dkk., 2020).

Terdapat banyak penelitian yang dilakukan terhadap bidang ekologi dan epidemiologi. Salah satunya adalah penyebaran penyakit melalui adanya interaksi antara spesies hewan melalui predasi. Hal ini dapat dipelajari dengan menggabungkan antara model mangsa pemangsa (Lotka-Volterra) dan model penyebaran penyakit (SIR dan SIS) (Domínguez-Alemán dkk., 2024). Beberapa peneliti telah mempelajari dan memaparkan modelnya diantaranya yaitu, Khan dkk. (2015), Khan dan Al-Kharousi (2018), Greenhalg dkk. (2020) dan Domínguez-Alemán dkk. (2024). Model pada jurnal menjelaskan bahwa penyebaran infeksi penyakit dari mangsa ke pemangsa terjadi melalui predasi sehingga mengakibatkan pemangsa mengalami kematian. Contoh kasus yang diberikan yaitu bagaimana jika burung pelikan memangsa ikan yang terinfeksi penyakit.

Penelitian ini akan mengembangkan model mangsa pemangsa dengan infeksi pada mangsa tetapi dengan mempertimbangkan bahwa pemangsa tidak langsung mengalami kematian akan tetapi pemangsa akan sakit terlebih dahulu dan menyebabkan penularan penyakit terhadap pemangsa yang lain (pemangsa sehat) hingga akhirnya mengalami kematian. Salah satu contoh kasusnya yaitu jika elang memangsa ayam yang sakit akibat terinfeksi penyakit flu burung. Elang akan membawa ayam ke sarangnya kemudian memangsa ayam yang sakit dan pada akhirnya elang juga sakit. Kemudian elang yang sakit menularkan penyakit ke elang yang lain dan mengakibatkan banyak kematian.

1.2 Rumusan Masalah

Setelah memaparkan latar belakang sebelumnya, maka diperoleh permasalahan, yaitu:

1. Bagaimana model pemangsa-mangsa eko-epidemiologi dengan infeksi penyakit pada mangsa dan pemangsa?
2. Bagaimana kestabilan model pemangsa-mangsa eko-epidemiologi dengan infeksi penyakit pada mangsa dan pemangsa?
3. Bagaimana grafik dinamika populasi pada model pemangsa-mangsa eko-epidemiologi dengan infeksi penyakit mangsa dan pemangsa?
4. Bagaimana pengaruh parameter terhadap dinamika setiap populasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah sebelumnya, maka diperoleh tujuan penelitian, yaitu:

1. Membangun model pemangsa-mangsa eko-epidemiologi dengan infeksi penyakit pada mangsa dan pemangsa.
2. Menganalisis kestabilan model pemangsa-mangsa eko-epidemiologi dengan infeksi penyakit pada mangsa dan pemangsa.
3. Menganalisis grafik dinamika pada model pemangsa-mangsa eko-epidemiologi dengan infeksi penyakit mangsa dan pemangsa.
4. Menganalisis pengaruh beberapa parameter terhadap dinamika populasi.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian tugas akhir ini diharapkan dapat memberikan manfaat dalam mengembangkan model matematika di bidang ekologi terutama dengan memperkirakan adanya infeksi penyakit pada populasi hewan. Melalui model ini para pengelola sumber daya alam dan konservasi dapat memahami dan memperhatikan dinamika populasi dalam suatu ekosistem jika terdapat infeksi penyakit serta melakukan pencegahan jika penyebaran infeksi penyakit memberikan kemungkinan populasi mengalami kepunahan.

1.5 Batasan Penelitian

Terdapat beberapa batasan masalah dalam skripsi ini, yaitu:

1. Penelitian ini terbatas pada model matematika mangsa pemangsa dengan adanya infeksi penyakit, tanpa memperkirakan faktor-faktor eksternal lainnya seperti adanya kematian dari spesies lain atau perubahan lingkungan.
2. Penelitian ini hanya mengkaji tentang penyakit yang menular dari mangsa ke pemangsa akibat predasi dan jenis penyakit yang dipertimbangkan yaitu penyakit menular baik antara mangsa maupun pemangsa.
3. Model ini memiliki beberapa asumsi seperti laju penyebaran mangsa dan pemangsa berbeda.

1.6 Landasan Teori

Untuk mendukung penulisan tugas akhir ini, akan diuraikan beberapa teori yang menjadi landasan pengembangan model mangsa pemangsa eko-epidemiologi dengan infeksi penyakit pada mangsa dan pemangsa.

1.6.1 Model Mangsa Pemangsa

Terdapat banyak fenomena dunia yang sangat menarik untuk diteliti baik antara makhluk hidup maupun dengan fenomena alam. Terutama jika menyangkut interaksi antara dua spesies ataupun lebih. Interaksi antara pemangsa dan mangsa merupakan hal yang umum dalam bidang ekologi. Hal ini sangat penting bagi studi ekologi matematika. Model mangsa pemangsa pertama kali dikembangkan oleh Lotka dan Volterra. Awalnya model mangsa pemangsa sangat sederhana akan tetapi pada kenyataannya terdapat kesulitan dan tantangan (Roy & Roy, 2015). Dalam model Lotka-Volterra, populasi mangsa memiliki pertumbuhan yang tak terbatas sehingga ditambahkan istilah pertumbuhan logistik sehingga model menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= aN \left(1 - \frac{N}{K}\right) - bNP, \\ \frac{dP}{dt} &= bNP - dP,\end{aligned}\tag{1}$$

dimana N menyatakan populasi mangsa dan P menyatakan populasi pemangsa. Sedangkan untuk parameter a, K, b dan d berturut-turut menyatakan laju pertumbuhan populasi mangsa, *Carrying capacity*, tingkat interaksi pemangsa dalam memangsa mangsa, dan tingkat kematian pemangsa (Barryman, 1992).

1.6.2 Fungsi Respon Holling

Model mangsa pemangsa telah mengalami banyak perkembangan dengan mempertimbangkan beberapa asumsi yang mungkin terjadi seperti fungsi respon holling I, II dan III yang dikemukakan oleh Holling pada tahun 1950. Holling menyatakan bahwa jumlah populasi pemangsa bergantung dari jumlah mangsa yang dimangsa (Daud dkk., 2022).

Pada fungsi respon holling tipe I merupakan fungsi respon yang pertama dikemukakan dan juga paling sederhana. Diasumsikan bahwa fungsi respon holling tipe I tidak memperhatikan adanya waktu dalam memproses maupun mencari mangsa. Oleh sebab itu, tingkat konsumsi pemangsa akan berbentuk linear (Arsyad dkk., 2020). Model fungsi respon holling tipe I yaitu:

$$F(x) = ax, \quad (2)$$

dimana x menyatakan populasi dari pemangsa sedangkan a menyatakan rata rata pemangsaan pemangsa terhadap mangsa (Oaten & Murdoch, 1975).

Fungsi respon holling tipe II merupakan pengembangan dari fungsi respon holling tipe I dimana diasumsikan bahwa pemangsa memerlukan waktu untuk menangani dan mencari mangsa. Perilaku ini biasanya berlaku bagi pemangsa yang mencari atau memburu spesies mangsa (Murray dkk., 2013). Model fungsi respon holling II yaitu :

$$F(x) = \frac{ax}{1 + abx}. \quad (3)$$

dimana x merupakan populasi pemangsa sedangkan a dan b berturut-turut yaitu laju pemangsa dalam menemukan mangsa dan waktu penanganan mangsa (Jescheke dkk., 2002).

Fungsi respon holling tipe III hampir sama dengan fungsi respon holling tipe II. Perbedaan antara fungsi respon tersebut yaitu pada fungsi respon holling tipe III diasumsikan bahwa akan terjadi penurunan tingkat pemangsaan ketika populasi mangsa rendah dan akan naik kembali ketika populasi mangsa meningkat namun akan berhenti pada kondisi tertentu. Ketika kepadatan mangsa rendah maka pemangsa akan memilih untuk mencari populasi mangsa lainnya (Safitri dkk., 2024). Model fungsi respon holling tipe III umumnya memiliki bentuk sebagai berikut:

$$F(x) = \frac{ax^2}{1 + abx^2}, \quad (4)$$

dimana x merupakan populasi pemangsa sedangkan a dan b berturut-turut yaitu laju pemangsa dalam menemukan mangsa dan waktu penanganan mangsa ($b > 0$) (Denny M., 2014)

1.6.3 Model SIR

Model matematika pada bidang epidemi sangat penting bagi kehidupan di bumi dan model epidemi yang paling diminati dan paling sering dikembangkan adalah model *susceptible-infective-removed* (SIR). Pada model ini diasumsikan bahwa populasi terdiri dari tiga kelompok yaitu populasi sehat terhadap infeksi (S), populasi yang telah sakit sehingga mengakibatkan penularan penyakit (I) dan populasi yang telah pulih atau yang mengalami kematian (R) (Satsuma dkk., 2004). Bentuk umum model SIR yang paling sering digunakan dipaparkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma R, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma R.\end{aligned}\tag{5}$$

Untuk variable S , I , dan R merupakan populasi sehat, populasi sakit dan populasi pulih atau mati. Sedangkan untuk parameter β dan γ merupakan tingkat infeksi dan tingkat penyembuhan atau kematian (Schutz dkk., 2008).

1.6.4 Model Mangsa Pemangsa dengan Infeksi Penyakit pada Spesies Mangsa

Dalam suatu populasi terdapat banyak permasalahan diantaranya mengenai epidemi. Epidemi merupakan suatu kejadian dimana adanya penyakit atau wabah dalam suatu populasi (Amalia dkk., 2018). Hal itu juga mempengaruhi rantai makanan dalam suatu ekosistem. Banyak peneliti yang tertarik untuk mempelajarinya karena studi penyakit pada spesies mangsa pemangsa sangat penting karena jika tidak diperhatikan akan mengakibatkan kepunahan baik pada mangsa maupun pada pemangsa (Bhattacharjee dkk., 2021).

Salah satu contoh kasus terjadi pada laut salton dimana pada saat musim panas, air akan menguap dengan sangat cepat sehingga mengakibatkan kadar garam meningkat dan kadar oksigen menurun. Karena kejadian ini, jaringan ikan mengalami infeksi karena kekurangan oksigen dan menyebabkan wabah botulisme yang menular dari satu ikan ke ikan yang lain. Kemudian ikan yang sakit akan naik ke permukaan untuk mencari oksigen. Burung pelikan kemudian akan memangsa dan memakan ikan tersebut sehingga mengakibatkan kematian pada burung pelikan (Greenhalgh dkk., 2020).

Domínguez-Alemán dkk. (2024) memaparkan model eko-epidemiologis yang kemudian akan menjadi model dasar untuk pengembangan model dalam skripsi ini yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dT} &= r_1 S \left(1 - \frac{S+I}{k_1}\right) - \lambda SI - \frac{p_1 S^2 Y}{1+S+al}, \\
\frac{dI}{dT} &= \lambda SI - \frac{p_2 I^2 Y}{1+S+al} - \gamma I, \\
\frac{dY}{dT} &= r_2 Y \left(1 - \frac{Y}{k_2+S+ml}\right) + \delta_1 \left(\frac{p_1 S^2 Y}{1+S+al}\right) - \delta_2 \left(\frac{p_2 I^2 Y}{1+S+al}\right),
\end{aligned} \tag{6}$$

dimana $S(t)$, $I(t)$ dan $Y(t)$ berturut-turut merupakan populasi mangsa sehat, populasi mangsa sakit dan pemangsa. Sedangkan untuk parameter akan didefinisikan dalam Tabel 1.

Tabel 1 Deskripsi Parameter Model (1.6)

Parameter	Deskripsi
r_1, r_2	Rata-rata Laju pertumbuhan alami mangsa dan pemangsa
k_1, k_2	Carrying capacity dari mangsa dan pemangsa
λ	Rata-rata Laju perpindahan penyakit
p_1	Rata-rata laju predasi pemangsa sehat pada mangsa sehat
p_2	Rata-rata laju predasi pemangsa sehat pada mangsa sakit
a	Preferensi pemangsa dalam memangsa mangsa sakit
m	Preferensi penurunan carry capacity pemangsa karena memangsa mangsa sakit
δ_1	Preferensi kebermanfaatan pemangsa dalam memangsa mangsa sehat
δ_2	Preferensi kerugian pemangsa dalam memangsa mangsa sakit
γ	Laju kematian akibat sakit penyakit

1.6.5 Titik Keseimbangan

Titik kesetimbangan menunjukkan kondisi ketika solusi dari persamaan differensial tidak mengalami perubahan dalam waktu tertentu. Titik kesetimbangan ini biasanya di definisikan dalam bentuk $f(\tilde{x}) = 0$. Diketahui sistem persamaan diferensial dinyatakan sebagai berikut:

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n. \tag{7}$$

Titik $\tilde{x} \in R^n$ merupakan titik kesetimbangan jika memiliki solusi $f(\tilde{x}) = 0$ dan berlaku syarat sebagai berikut (Wiggins S., 2003):

1. $\tilde{x}(t)$ akan stabil jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga, untuk semua solusi dari $y(t)$ dari persamaan (1.7) memenuhi $\|\tilde{x}(t_0) - y(t_0)\| < \varepsilon$ berlaku $\|\tilde{x}(t) - y(t)\| < \delta$ dengan $t \geq t_0$ dan $t_0 \in R$.
2. $\tilde{x}(t)$ akan stabil secara asimtotik jika $\tilde{x}(t)$ memenuhi syarat 1 dan untuk setiap Solusi lain $y(t)$ dari persamaan (1.7) terdapat $b > 0$ sedemikian sehingga jika $\|\tilde{x}(t_0) - y(t_0)\| < b$ maka $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{x}(t) - y(t)\| = 0$.

1.6.6 Linearisasi

Linearisasi merupakan proses yang dilakukan untuk mengubah persamaan differensial yang berbentuk nonlinier menjadi bentuk linear atau biasanya dalam bentuk matriks Jacobi. Jika terdapat fungsi $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ pada sistem persamaan differensial $\dot{x} = f(x)$ dengan $f_i \in C(E)$, dan $i = 1, 2, \dots, n$. Diperoleh matriks Jacobi berikut:

$$J(f(\tilde{x})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\tilde{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\tilde{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\tilde{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\tilde{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\tilde{x}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\tilde{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\tilde{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\tilde{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\tilde{x}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Persamaan (8) merupakan matriks Jacobi dari fungsi f pada titik $\tilde{x}$. Jika $\tilde{x}$ merupakan titik kesetimbangan dari $\dot{x} = f(x)$ dan $f(\tilde{x}) \neq 0$ maka titik kesetimbangan $\tilde{x}$ akan stabil secara asimtotik jika $f(\tilde{x}) < 0$ dan tidak stabil jika $f(\tilde{x}) > 0$ (Hale & Kocak, 1991).

1.6.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Jika terdapat suatu matriks A dengan orde $n \times n$ maka vektor $x \in R^n$ yang tidak bernilai nol dikatakan vektor eigen dari matriks A jika vektor x merupakan kelipatan skalar Ax sehingga:

$$Ax = \lambda x, \quad (9)$$

untuk beberapa nilai skalar λ . Skalar λ disebut nilai eigen dari matriks A dan x disebut vektor eigen yang berkorespondensi dengan skalar λ . Persamaan (9) dapat diuraikan dalam bentuk berikut:

$$(A - \lambda I)x = 0, \quad (10)$$

dengan I merupakan matriks identitas. Persamaan (10) merupakan solusi nontrivial jika

$$\det(A - \lambda I) = 0, \quad (11)$$

dengan $\det(A) \neq 0$. Persamaan (11) biasa disebut sebagai persamaan karakteristik dari matriks A (Anton & Rorres, 2005).

1.6.8 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Kestabilan dari titik kesetimbangan dapat diketahui dengan meninjau nilai eigen yang dihasilkan melalui penyelesaian matriks tak nol atau disebut juga dengan solusi persamaan karakteristik seperti pada persamaan (11). Titik kesetimbangan mempunyai sifat sifat sebagai berikut (Boyce & DiPrima, 2008):

- 1) Titik kesetimbangan akan stabil asimtotik jika setiap nilai eigen bernilai real ($\lambda_i < 0, \lambda_i \in R$) dan negatif atau bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai negatif ($Re(\lambda_i) < 0$).
- 2) Titik kesetimbangan stabil (tidak asimtotik) jika nilai eigen merupakan bilangan imajiner murni.
- 3) Titik kesetimbangan tidak stabil jika terdapat nilai eigen bernilai real dan positif ($\lambda_i > 0, \lambda_i \in R$) atau bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai positif ($Re(\lambda_i) > 0$).

1.6.9 Syarat Kestabilan Routh-Hurwitz

Kestabilan linear dari suatu persamaan differensial biasa yang biasanya berada pada model interaksi antara populasi dan sistem kinetika reaksi ditentukan oleh akar-akar dari suatu polinomial yang berbentuk vektor sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \quad (12)$$

dengan A merupakan matriks yang dihasilkan dari proses linearisasi dari interaksi nonlinear. Matriks ini biasanya disebut dengan matriks Jacobi dalam titik kesetimbangan atau matriks komunitas dalam ekologi. Solusi dapat diperoleh dengan menggunakan:

$$x = x_0 e^{\lambda t}, \quad (13)$$

dengan x_0 merupakan vektor konstan dan λ merupakan nilai eigen yang diperoleh dari persamaan karakteristik sebagai berikut

$$|A - \lambda I| = 0, \quad (14)$$

Dengan I merupakan matriks identitas. Solusi dari nilai $x = 0$ akan stabil jika setiap nilai eigen dari polinomial karakteristik yang terletak disebelah kiri bilangan kompleks atau bagian real dari bilangan kompleks lebih kecil dari 0 ($Re \lambda < 0$) untuk semua nilai λ . Jika hal ini terpenuhi, maka nilai x akan konvergen ke titik 0 ketika nilai t menuju tak hingga. Dengan demikian, nilai $x = 0$ akan stabil terhadap gangguan kecil (linear). Jika sistem tersebut memiliki solusi persamaan karakteristik yang berbentuk polinomial dengan orde n , maka bentuk umum karakteristik polinomial ditunjukkan sebagai berikut:

$$P(\lambda) = \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (15)$$

dengan koefisien a_i merupakan bilangan riil untuk setiap $i = 0, 1, \dots, n$. Jika diasumsikan bahwa $a_n \neq 0$ karena mengakibatkan solusi $\lambda = 0$ sehingga untuk polinomial order $n - 1$ akan ekuivalen dengan $a_n \neq 0$. Oleh karena itu, dibutuhkan kondisi terhadap $a_i = 0, 1, \dots, n$ yang membuat akar-akar dari $P(\lambda)$ menghasilkan nilai $Re \lambda < 0$. Syarat yang bisa digunakan untuk kondisi ini yaitu syarat Routh-Hurwitz. Terdapat berbagai cara yang menyatakan hal yang sama dengan syarat ini, diantaranya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} D_1 &= a_1 > 0, \\ D_2 &= \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ 1 & a_2 \end{bmatrix} > 0, \\ D_3 &= \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ 1 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{bmatrix} > 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$D_k = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & a_2 & a_4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & a_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_k \end{bmatrix} > 0,$$

dengan syarat $a_n > 0$ (Murray dkk., 2002).

BAB II METODOLOGI PENELITIAN

Pada Bagian ini akan dijelaskan prosedur lengkap yang dilakukan dalam penelitian ini yang disajikan dalam bentuk diagram alir untuk memberikan gambaran singkat tentang alur penelitian ini.

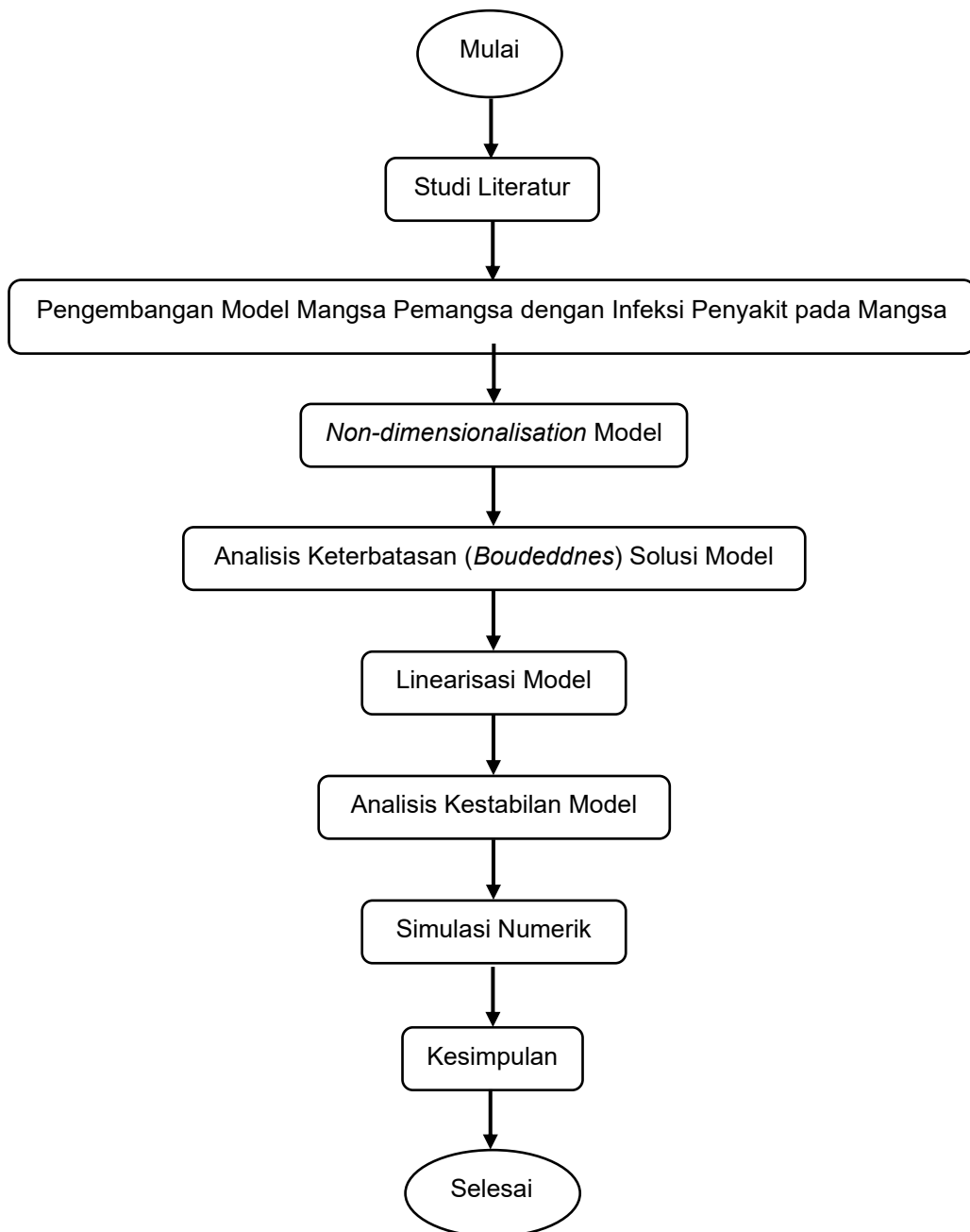
2.1 Prodedur Penelitian

Prosedur lengkap dari penelitian ini akan dijelaskan sebagai berikut:

1. Melakukan studi literatur dengan mencari jurnal model matematika mengenai mangsa pemangsa.
2. Mengkontruksi model mangsa pemangsa dengan penyakit pada spesies mangsa dengan mempertimbangkan bahwa setelah pemangsa memangsa spesies mangsa yang sakit mengakibatkan pemangsa sakit terlebih dahulu dan menularkan ke pemangsa lain sehingga mengakibatkan kematian.
3. Melakukan *non-dimensionalisation* pada model dengan tujuan mempermudah dalam melakukan analisis ataupun perbandingan antara variable dan parameter. Model ini kemudian akan dilakukan analisis kestabilannya.
4. Menentukan keterbatasan solusi model dengan menggunakan teori ketidaksetaraan persamaan differensial.
5. Mencari titik kesetimbangan dari model untuk mencari apakah terdapat kondisi dimana populasi mangsa dan populasi pemangsa akan stabil.
6. Melakukan linearisasi dengan mengubah model dari bentuk persamaan diferensial menjadi bentuk matriks jacobí.
7. Melakukan analisis kestabilan dengan meninjau nilai eigen pada setiap titik kesetimbangan yang diperoleh sebelumnya.
8. Melakukan simulasi numerik untuk meninjau dinamika setiap populasi serta pengaruh perubahan beberapa nilai parameter terhadap populasi.
9. Membuat kesimpulan dari hasil penelitian ini.

2.2 Diagram Alir

Alur dari penelitian ini akan disajikan dalam diagram berikut:



Gambar 1 Diagram Alir.