SKRIPSI

ESTIMASI FUNGSI INTENSITAS TERJADINYA GEMPA BUMI SEBAGAI BENTUK PROSES POISSON NONHOMOGEN

Disusun dan diajukan oleh

NUR FUADIL MAQNUN

H121 14 315

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

JULI 2021

ESTIMASI FUNGSI INTENSITAS TERJADINYA GEMPA BUMI SEBAGAI BENTUK PROSES POISSON NONHOMOGEN

S K R I P S I

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

NUR FUADIL MAQNUN

H12114315

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2021

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Nur Fuadil Maqnun
Nim	: H121 14 315
Program Studi	: Statistika
Jenjang	: S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul :

Estimasi Fungsi Intensitas Terjadinya Gempa Bumi

Sebagai Bentuk Proses Poisson Nonhomogen

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambil alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 21 Juli 2021

Yang Menyatakan

NUR FUADIL MAQNUN

NIM. H121 14 315

ESTIMASI FUNGSI INTENSITAS TERJADINYA GEMPA BUMI SEBAGAI BENTUK PROSES POISSON NONHOMOGEN

Disetujui oleh:

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Andi Kresna Jaya, S.Si.,M.Si	**Dr.Nurtiti Sunusi, S.Si.,M.Si**
NIP. 197312282000031001	**NIP. 197201171997032002**

Ketua Departemen,

Dr.Nurtiti Sunusi, S.Si.,M.Si
NIP. 197201171997032002

Pada Tanggal: 21 Juli 2021

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

ESTIMASI FUNGSI INTENSITAS TERJADINYA GEMPA BUMI SEBAGAI BENTUK PROSES POISSON NONHOMOGEN

Disusun dan diajukan oleh

NUR FUADIL MAQNUN

H121 14 315

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Program Sarjana Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
pada tanggal 21 Juli 2021
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Andi Kresna Jaya, S.Si.,M.Si	**Dr.Nurtiti Sunusi, S.Si.,M.Si**
NIP. 197312282000031001	**NIP. 197201171997032002**

Ketua Departemen,

Dr.Nurtiti Sunusi, S.Si.,M.Si
NIP. 197201171997032002

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, Segala puji dan syukur dipanjatkan hanya kepada Allah SWT atas segala rahmat dan kuasaNya, yang telah menyertai penulis selama proses penyelesaian skripsi dengan judul **"Estimasi Fungsi Intensitas Terjadinya Gempa Bumi Sebagai Bentuk Proses Poisson Nonhomogen"** sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar.

Selesainya skripsi ini juga tidak terlepas dari dukungan dan dorongan dari berbagai pihak yang telah tulus ikhlas memberikan sumbangan berupa pikiran, motivasi, dan nasihat. Untuk semua itu, dengan segala kerendahan hati pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan yang tak terhingga kepada Ayahanda, Ibunda tercinta **Abd.Wahab, S.Ag** dan **Widiya Nensyi R, S.Pd** atas doanya yang tak pernah putus, serta kasih sayang yang melimpah dalam mendidik dan membesarkan penulis dengan begitu banyak pengorbanan yang tak pernah ternilai harganya. Juga untuk adik penulis **Dhini Amalia W** , yang telah memberikan doa, semangat serta dukungannya kepada penulis yang begitu besar.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya juga penulis ucapkan kepada:

1. Ibu **Prof. Dr. Dwia Aries Tina Palubuhu, MA,** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. Bapak **Prof. Dr. Ir. Nasaruddin Salam, MT,** selaku Sekretaris Universitas Hasanuddin Sekaligus Om bagi penulis dan Ibu **Dra. Hj. Muliati Yonto** yang telah senantiasa mendidik penulis secara ikhlas dengan penuh kasih sayang serta membantu baik berupa materi, nasihat serta motivasi dan do'a yang tiada henti-hentinya .

3. Bapak **Dr. Eng. Amiruddin,** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
4. Bapak **Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si,** selaku sekretaris Departemen Statistika sekaligus dosen pembimbing utama atas nasehat, dukungan, doa dan dengan setulus hati telah meluangkan waktunya ditengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk membimbing penulis menyelesaikan tugas akhir ini. Sesungguhnya dari pembimbing, penulis tak hanya mendapati didikan tentang tugas akhir semata, namun lebih dari pada itu dari pembimbing penulis belajar banyak hal tentang profesionalitas seorang peneliti terlebih seorang statistikawan.
5. Ibu **Dr. Nurtiti Sunusi S.Si., M.Si,** selaku Ketua Departemen Statistika, juga sebagai pembimbing pertama penulis yang telah senantiasa membimbing penulis secara ikhlas dan membekali ilmu. Terimakasih atas segala masukan, bantuan, nasehat serta motivasi yang diberikan kepada penulis selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika.
6. Ibu **Anisa, S.Si., M.Si,** dan **Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si** selaku Tim Penguji. Terimakasih telah memberikan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
7. **Segenap Dosen** Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin yang telah memberikan banyak ilmu serta bantuan kepada penulis selama masa perkuliahan, serta seluruh **Staf Pegawai** Departemen Statistika yang telah membantu proses administrasi selama penulis menyelesaikan tugas akhir.

Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada orang-orang yang telah berperan besar serta istimewa kepada

1. Kakak **Dr. Wadzibah Nas, S.E., M.M,** selaku Kasubag Umum LPPM Universitas Hasanuddin sekaligus kakak sepupu yang selalu memotivasi memberi nasihat dan dukungan kepada penulis.
2. *Special* untuk keluarga GB 15 tercinta **Abbah Yonto**, **Kak Dian**, **Kak Ancu**, **Kak Aco**, Kakak **Dr. Ina** dan **Dr. Malik** dan juga adik-adik sepupuku **Ika,**

Ismi, Iyang dan keponakan **Chica, Nabil, Hafid, Kayla, Mirza** dan juga kepada **Om Nasrum, Om Taufik, Tante Ros, Tante Fitri,** dan **Tante Pate** serta seluruh keluarga besar penulis yang senantiasa memberikan *support* dan semangat kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

3. Sahabatku **Sutriani Mansyur S.H**, alias **Tejo** terima kasih selalu ada menemani dikala susah maupun senang.
4. *Partner* sekaligus teman segalanya **Amarullah Mustafa S.Tr.Pel**, yang selalu memotivasi dan mendukung penulis mengerjakan tulisan ini.
5. Teman seposko **KKN Unhas Gel.102 Kec. Sinjai Borong** terkhusus squad **Desa Bontokatute (Aca, Mifta, Awal, Eky, Guntur, Restu, Ana)** dan juga kepada **Pakde** dan **Bukde** Bontokatute terimakasih telah menjadi teman sekaligus keluarga selama sebulan lebih, semoga silaturahmi kita tetap terjalin.
6. **Keluarga Besar Statistika 2014**, terima kasih telah menjadi keluarga yang senantiasa menemani dalam seluruh kegiatan akademik maupun non-akademik.
7. Kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, semoga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis bernilai ibadah disisi **Allah SWT**.
8. *Last but not least, I wanna thank me, for believing in me, for doing all this hard work, for having no days off, for never quitting, for just being me at all times*.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam skripsi ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, harapan yang besar bahwa skripsi ini dapat bermanfaat dan memberikan kontribusi yang berarti, baik bagi penulis khususnya dan bagi pembaca umumnya.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 21 Juli 2021

Nur Fuadil Maqnun

ABSTRAK

Gempa bumi adalah suatu fenomena alam yang sifatnya acak karena kemunculannya tergantung pada waktu sehingga gempa bumi dipandang sebagai Proses Poisson Nonhomogen. Dalam Penelitian ini, proses Poisson Nonhomogen diterapkan untuk mengestimasi jumlah kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi, sedangkan regresi linier digunakan untuk menghubungkan variabel independen waktu (per hari) dan variabel dependen dari jumlah intensitas kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi . Gempa bumi yang terjadi di Pulau Sulawesi dari satu bulan ke bulan berikutnya tidak saling mempengaruhi dan jumlahnya tidak sama, dengan tidak memperhatikan penyebab geofisika gempa tersebut. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi dari Januari 2018 sampai Desember 2020 bersumber dari Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG) Wilayah IV Makassar. Dari hasil penelitian ini menunjukkan bahwa gempa bumi yang terjadi dari satu bulan ke bulan berikutnya tidak saling mempengaruhi selain itu nilai intensitas gempa bumi pada tiap selang (bulan) adalah tidak sama, sehingga didapatkan estimasi kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi pada minggu pertama di bulan Juli 2021 sekitar 1.161 kali gempa dengan standar deviasi sekitar 40 kali.

Kata kunci : Gempa Bumi, Proses Poisson Nonhomogen, Regresi Linier.

ABSTRACT

Earthquakes are a natural phenomenon that is random in nature because their appearance depends on time so that earthquakes are seen as a Nonhomogen Poisson Process. In this study, Poisson Nonhomogen process was applied to estimate the number of earthquake events on Sulawesi Island, while linear regression was used to connect time independent variables (per day) and dependent variables of the number of earthquake event intensity in Sulawesi Island. Earthquakes that occur on the island of Sulawesi from one month to the next do not affect each other and the number is not the same, regardless of the geophysical cause of the earthquake. The data used in this study is the earthquake event in Sulawesi Island from January 2018 to December 2020 sourced from the Bureau of Meteorology, Climatology and Geophysics (BMKG) Region IV Makassar. From the results of this study shows that earthquakes that occur from one month to the next do not affect each other other other than that the value of the intensity of earthquakes in each hose (month) is not the same, so that the estimated occurrence of earthquakes on the island of Sulawesi in the first week of July 2021 about 1,161 earthquakes with a standard deviation of about 40 times.

***Keywords** : Earthquakes, Linear Regression, Nonhomogen Poisson Process,.*

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Gempa Bumi adalah guncangan di permukaan bumi disebabkan oleh pergerakan yang cepat pada lapisan batuan terluar bumi. Gempa bumi terjadi ketika energi yang tersimpan dalam bumi, biasanya dalam bentuk tegangan pada batuan, secara tiba-tiba terlepas. Energi ini dirambatkan ke permukaan bumi oleh gelombang gempa bumi. Atau dengan kata lain gempa bumi adalah gerakan tiba-tiba atau suatu rentetan gerakan tanah yang berasal dari suatu daerah terbatas dan menyebar dari titik tersebut ke segala arah (Sunarjo et al., 2012).

Menurut Teori *Elastic Rebound* yang dinyatakan oleh seismolog Amerika, Reid, (Bullen, 1965; Bolt 1985) menyatakan bahwa gempa bumi merupakan gejala alam yang disebabkan oleh pelepasan energi regangan elastis batuan, yang disebabkan adanya deformasi batuan yang terjadi pada lapisan lithosfer. Deformasi batuan terjadi akibat adanya tekanan (stress) dan regangan (strain) pada lapisan bumi. Tekanan atau regangan yang terus-menerus menyebabkan daya dukung pada batuan akan mencapai batas maksimum dan mulai terjadi pergeseran dan akhirnya terjadi patahan secara tiba-tiba.

Indonesia termasuk salah satu daerah yang rawan terhadap bencana gempa bumi, karena Indonesia didorong oleh dua lempeng tektonik Samudera yang sangat aktif yakni lempeng tektonik Samudera Hindia-Australia dari sebelah selatan dan lempeng tektonik Samudera Pasifik dari sebelah timur. Lempeng tektonik Samudera Hindia-Australia tersebut di atas bergerak mendorong Kepulauan Indonesia yang merupakan bagian dari lempeng tektonik benua Eropa-Asia dengan kecepatan rata-rata 7,5 mm/tahun, sedangkan lempeng tektonik Samudera Pasifik mendorong Kepulauan Indonesia ke arah barat dengan kecepatan rata-rata 10,5 mm/tahun (Abdillah, 2010)

Sejumlah peristiwa bencana gempa bumi dengan magnitudo besar telah terjadi beberapa tahun terakhir di sejumlah wilayah di Indonesia. Peristiwa gempa bumi tersebut antara lain di Pulau Sulawesi wilayah sekitar Sulawesi Tengah dan Sulawesi Barat. Gempa besar berkekuatan 7,4 SR yang segera disusul tsunami setinggi lima meter yang meluluhlantahkan kota Palu dan sekitarnya pada 28 September 2018 . Bahkan tercatat setelah guncangan gempa berkekuatan besar itu disusul guncangan lain yang berkekuatan 1,0 hingga 5,0 SR. Sebenarnya kejadian gempa bumi di Indonesia bukanlah kejadian yang langka, telah dicatat bahwa dalam 15 tahun terakhir ini telah banyak terjadi gempa bumi dengan kekuatan yang cukup besar yang mengguncang Indonesia, seperti di Aceh (2004, 2012), Nias. (2005), Pangandaran (2006), Bengkulu (2007), Mentawai (2016), Lombok (2018), lalu Palu dan Donggala (2018) (http:www.bmkg.go.id)

Proses Poisson merupakan proses hitung jumlah kejadian yang terjadi pada waktu tertentu, dengan parameter λ. Proses Poisson adalah suatu aktivitas khusus dari proses penghitungan dimana interval waktu antar kejadian tidak bergantung satu sama lain, memiliki peningkatan bebas (tidak perlu stasioner) dan semuanya terdistribusi secara eksponensial. Jika distribusi eksponensial memiliki nilai parameter yang sama maka disebut proses Poisson homogen. Namun, jika tidak memiliki parameter yang sama, maka ini disebut proses Poisson nonhomogen (Ira Sumiati, 2019).

Berikut ini adalah studi sebelumnya yang dilakukan dalam pengembangan dan perluasan teori proses Poisson. Rao (2015) memperkenalkan proses yang disebut proses Poisson fraksional terfilter dan mempelajari propertinya, sedangkan Kataria dan Vellaisamy (2017) memperoleh probabilitas untuk berbagai versi pecahan dari proses Poisson homogen klasik dengan menggunakan metode dekomposisi Adomian. Elizar (2016) menganalisis proses Regresi Poisson yang merupakan model stokastik dimana kumpulan bola acak ditumpuk di atas ruang metrik umum.Cholaquidis dkk. (2017) mengatasi masalah klasifikasi yang terarahkan dari proses Poisson dengan nilai-nilai dalam ruang metrik umum menggunakan aturan k- tetangga terdekat klasik dan aturan Bayes. Fu dan Feng (2018) menunjukkan bahwa autokovarian sampel dan autokorelasi dari kenaikan proses Poisson campuran yang konvergen ke nol hampir pasti karena ukuran sampel menuju tak terhingga sehingga autokovarian atau autokorelasi sampel tidak dapat digunakan dalam metode momen untuk memperkirakan parameter proses Poisson campuran.

Proses Poisson nonhomogen merupakan proses Poisson dengan parameter yang bergantung pada waktu. Ini berarti bahwa peluang tidak ada kejadian pada keadaan awal adalah satu dan peluang dari *n* kejadian pada keadaan awal adalah nol. Proses Poisson nonhomogen dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya pengukuran gas ozon harian, model paparan kebisingan, pendekatan baru untuk meningkatkan model keandalan perangkat lunak, dan deskripsi berbagai jenis jumlah kecelakaan. Fathi-Vajargah dan Khoskar-Foshtomi (2014) mempelajari proses umum titik Poisson nonhomogen berdasarkan fungsi intensitas dan algoritma untuk memproduksinya. Asfaw dan Lindqvist (2015) mempelajari kemungkinan konsekuensi heterogenitas dalam intensitas kegagalan sistem repairable dimana model dasar yang digunakan adalah proses Poisson nonhomogeneous dengan fungsi intensitas power-law. Cifuentes-Amado dan Cepeda-Cuervo (2016) menunjukkan bagaimana modifikasi diterapkan pada fungsi intensitas proses nonhomogen Poisson secara khusus meningkatkan analisis dan kesesuaian masuk rumah sakit setiap hari karena demam berdarah di Ribeirao Petro, Brazil. Slimacek dan Lindqvist (2016) mengembangkan metode untuk estimasi parameter proses Poisson nonhomogen dengan heterogenitas teramati yang tidak memerlukan asumsi parametrik tentang heterogenitas. Leonenko dkk. (2017) memperkenalkan proses pecahan Poisson nonhomogen dengan mengganti variabel waktu pada proses pecahan Poisson untuk mendapatkan distribusi waktu kedatangan.

Secara umum, karakteristik peristiwa banyaknya gempa bumi dalam periode tertentu didekati oleh distribusi poisson, dengan sifat khas yang dimiliki yaitu rata-rata dan variansinya memiliki nilai yang sama. Gempa bumi yang terjadi dari satu bulan ke bulan berikutnya tidak saling mempengaruhi dan jumlahnya tidak sama, sehingga dapat diasumsikan sebagai proses poisson nonhomogen (Rosyid Suryandaru,2015)

Berdasarkan latar belakang masalah yang diuraikan, penelitian ini menerapkan proses Poisson nonhomogen untuk menghitung jumlah gempa yang terjadi di Pulau Sulawesi dan memprediksi kemungkinannya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, maka permasalahan yang akan menjadi obyek penelitian ini yaitu :

Bagaimana mengestimasi fungsi intensitas terjadinya gempa bumi sebagai bentuk Proses Poisson Nonhomogen di Pulau Sulawesi periode 2018 s/d 2020.

1.2 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini hanya dibatasi mengestimasi fungsi intensitas terjadinya gempa bumi di wilayah Pulau Sulawesi

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian berdasarkan perumusan masalah yang ada di atas adalah Mengestimasi fungsi intensitas terjadinya gempa bumi di Pulau Sulawesi periode 2018 s/d 2020.

1.4 Manfaat Penelitian

a. Memberikan sumbangan ilmu pengetahuan mengenai penaksiran fungsi intensitas terjadinya gempa bumi di pulau Sulawesi.
b. Memberi informasi bagi pihak-pihak terkait mengenai penaksiran fungsi intensitas terjadinya gempa bumi sebagai bentuk proses poisson nonhomogen.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Linier Berganda

Regresi linier sederhana adalah suatu metode statistika untuk menguji hubungan antarvariabel, dimana variabel Y sebagai variabel respon (Variabel tak bebas) dan variable X sebagai prediktor (Variabel bebas), jika variabel prediktor berjumlah lebih dari satu sehingga digunakan analisis regresi linier berganda (Walpole & Myers, 1995)

Dalam penelitian ini, regresi linier digunakan untuk menghubungkan variabel independen waktu (per hari) dan variabel dependen dari fungsi intensitas kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi.

Penyelesaian subyek permasalahan dalam regresi berganda dapat ditangani dengan sistematis melalui proses penyelesaian dengan aturan matriks. Analisis regresi berganda lebih dari dua variabel bebas X lebih mudah diselesaikan dengan metode matriks. Kasus permasalahan dalam regresi berganda yang lebih dari dua variabel dapat berupa beberapa variabel yang bersifat independen yaitu bebas sesamanya atau juga dalam bentuk polinomial dari satu variabel independen X sebagai contoh seperti berikut :

$$\hat{\mathrm{Y}} = \mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1\mathrm{X}_1 + \mathrm{b}_2\mathrm{X}_2 + \cdots + \mathrm{b}_\mathrm{p}\mathrm{X}_\mathrm{p}$$

Dalam persamaan dengan model regresi berganda di atas, di mana $X_1, X_2 \dots dan\ X_p$ merupakan variabel yang dianggap berbeda atau independen.

Dalam model persamaan regresi dengan **p** buah variabel prediktor X yang independen dan satu variabel dependen Y, maka model persamaan statistiknya dapat ditulis dengan :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i \qquad i = 1,2, \dots, n$$

Apabila terdapat sejumlah n pengamatan dan **p** variabel bebas **X** maka untuk setiap observasi atau responden mempunyai persamaan sebagai berikut :

$$\begin{array}{ccccccc} Y_1 = & \beta_0 + & \beta_1 X_{11} + & \beta_2 X_{21} + & \cdots & \beta_p X_{p1} + & \varepsilon_1 \\ Y_2 = & \beta_0 + & \beta_1 X_{12} + & \beta_2 X_{22} + & \cdots & \beta_p X_{p2} + & \varepsilon_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_n = & \beta_0 & \beta_1 X_{1n} & \beta_2 X_{2n} + & \cdots & \beta_p X_{pn} + & \varepsilon_n \end{array}$$

Dalam persamaan regresi terdapat nilai-nilai dengan pernyataan matriks seperti :

1) $\sum Y^2$ dalam notasi matriks menjadi $Y'Y$ = sebuah skalar
2) $\sum X^2$ dalam notasi matriks menjadi $X'X$ = sebuah matriks
3) $\sum XY$ dalam notasi matriks menjadi $X'Y$ = sebuah vektor
4) $\sum e^2$ dalam notasi matriks menjadi e'e = sebuah vektor

Apabila persamaan regresi untuk semua responden dinyatakan dengan notasi matriks akan menjadi :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Pada persamaan regresi untuk sampel ditulis dengan persamaan $Y = \beta X + e$ dan persamaan regresi penduganya dapat ditulis dengan notasi matriks seperti:

$$\hat{Y} = \beta X$$

sehingga di dapatkan persamaan kesalahan pengamatan (distribance error) yang ditulis dengan :

$$e_i = Y_i - \hat{Y}$$

atau

$$e = Y - \beta X$$

Persamaan regresi penduga pada persamaan $\hat{Y} = \beta X$ dalam pernyataan matriks dapat digambarkan dengan :

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \ \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix}$$

Persamaan kesalahan pengganggu pada persamaan $e = Y - \beta\ X$ dalam pernyataan matriks digambarkan dengan :

$$E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 - \hat{\mathrm{Y}} \\ Y_2 - \hat{\mathrm{Y}} \\ \vdots \\ Y_n - \hat{\mathrm{Y}} \end{bmatrix} \text{ sehingga :}$$

Dari persamaan $e = Y - \beta\ X$, maka jumlah kuadrat kesalahan pengganggu menjadi :

$$\sum e^2 = e'e$$

Persamaan di atas ini sebagai jumlah kuadrat kesalahan pengganggu $\sum e^2$ dengan notasi matriks sebagai berikut :

$$e'e = ((Y_1 - \hat{\mathrm{Y}})(\ Y_2 - \hat{\mathrm{Y}}) \ldots (Y_n - \hat{\mathrm{Y}})) \begin{bmatrix} Y_1 - \hat{\mathrm{Y}} \\ Y_2 - \hat{\mathrm{Y}} \\ \vdots \\ Y_n - \hat{\mathrm{Y}} \end{bmatrix}$$

Dari persamaan $e = Y - \beta\ X$ dan jumlah kuadrat kesalahan pengganggu $\sum e^2$ dapat di selesaikan persamaan matriksnya menjadi :

$$\begin{aligned} \sum e^2 &= e'e \\ &= (Y - \beta X)'(Y - \beta X) \\ &= (YY - Y'\beta X - \beta' X' Y + \beta' X' X \beta). \end{aligned}$$

Karena $Y'\beta X = (Y'X\beta)' = \beta X'Y$ merupakan bilangan riil skalar, maka

$$e'e = Y'Y - 2\beta X'Y + \beta X'X\beta$$

dari persamaan di atas terdapat suatu nilai $Y'Y = \sum Y^2$ yang dalam pernyataan matriks dapat di gambarkan dengan :

$$YY = (Y_1\ Y_2 \ .\ .\ .Y_n) \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

Turunan pertama dari persamaan $e'e = Y'Y - 2\beta X'Y + \beta X'X\beta$ menjadi :

$$\frac{\partial e'e}{\partial \beta} = -2X'Y + 2[X'X]\beta$$

Agar supaya nilai $e'e = Y'Y - 2\beta X'Y + \beta X'X\beta$ minimum maka turunan pertama dari persamaan $\frac{\partial(e'e)}{\partial\beta} = -2X'Y + 2\,X'X\,\beta$ terhadapa β yaitu sebesar $-2XY + 2[X'X]\beta$ haruslah sama dengan nol sehingga menjadi :

$$\boldsymbol{-2X'Y + 2[X'X]\beta = 0} \text{ atau}$$

$$X'Y - X'X\,\beta = 0$$

$$X'Y = X'X\,\beta$$

Sehingga persamaan operasi matriksnya menjadi sebagai berikut :

$$X'Y = X'X\,\beta$$

Persamaan $X'Y = X'X\,\beta$ dalam pernyataan matriks dapat digambarkan dengan:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

Persamaan operasi matriks diatas maka menggunakan 2 variabel bebas X yang dapat disatukan dalam bentuk $\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$ dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh tiga persamaan sebagai berikut :

$$\sum Y = n\beta_0 + \beta_1 \sum X_1 + \beta_2 \sum X_2$$

$$\sum X_1 Y = \beta_0 \sum X_1 + \beta_1 \sum X_1^2 + \beta_2 \sum X_1 X_2$$

$$\sum X_2 Y = \beta_0 \sum X_2 + \beta_1 \sum X_1 X_2 + \beta_2 \sum X_2^2$$

Pemecahan sistem persamaan linier $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ dapat dicari menggunakan sebuah metode yaitu aturan Cramer. Metode ini menggunakan determinan untuk mencari solusi $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$.

Sistem persamaan linier tersebut dapat di tulis dalam bentuk matriks.

$$\text{Y} = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1 Y \\ \sum X_2 Y \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1 X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_1 X_2 & \sum X_2^2 \end{bmatrix} \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

Jika YX = B adalah sistem persamaan linier yang terdiri dari n buah persamaan dengan n variabel, sehingga det(X) $\neq 0$, maka sistem persamaan linier tersebut mempunyai pemecahan (solusi) :

$$\beta_0 = \frac{\det(X_0)}{\det(X)}$$

$$\beta_1 = \frac{\det(X_1)}{\det(X)}$$

$$\beta_2 = \frac{\det(X_2)}{(X)}$$

$X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_n$ adalah matriks yang di dapatkan dengan cara mengganti kolom ke-j dari matriks X dengan elemen-elemen dalam matriks B.

$$X = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_1X_2 & \sum X_2^2 \end{bmatrix}$$

$$X_0 = \begin{bmatrix} \sum Y & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1Y & \sum X_1^2 & \sum X_1X_2 \\ \sum X_2Y & \sum X_1X_2 & \sum X_2^2 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} n & \sum Y & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1Y & \sum X_1X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_2Y & \sum X_2^2 \end{bmatrix}$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum Y \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1Y \\ \sum X_2 & \sum X_1X_2 & \sum X_2Y \end{bmatrix}$$

Selanjutnya dapat diperoleh nilai $\beta_0, \beta_1, dan\ \beta_2$ sebagai berikut :

$$\beta_0 = \frac{\det(X_0)}{\det(X)}$$

$$\beta_1 = \frac{\det(X_1)}{\det(X)}$$

$$\beta_2 = \frac{\det(X_2)}{(X)}$$

β_0 , $\beta_1\, dan\, \beta_2$ merupakan parameter estimasi yang digunakan dalam persamaan untuk memprediksi Y dari $X_1\ dan\ X_2$.

- β_0 : suatu titik perpotongan antara suatu garis dan sumbu Y pada sumbu kartesius saat nilai X=0 (intercept)
- β_1 : kemiringan dari garis regresi yang menjelaskan kenaikan atau penurunan Y untuk setiap perubahan satu satuan X_1 (slope)
- β_2 : kemiringan dari garis regresi yang menjelaskan kenaikan atau penurunan Y untuk setiap perubahan satu satuan X_2 (slope)

2.2 Proses Poisson Nonhomogen

Proses poisson merupakan proses stokastik sederhana dan dapat digunakan untuk menganalisis kedatangan atau kejadian suatu peristiwa. Proses Poisson dapat juga dikatakan sebagai suatu proses hitung (counting proses) dimana selang-selang waktu antar kenaikan nilai saling bebas dan semuanya berdistribusi eksponensial. Proses poisson ini terbagi dalam dua tipe yaitu proses poisson homogen dan proses poisson nonhomogen. Jika distribusi-distribusi eksponensial itu mempunyai nilai parameter yang sama maka dinamakan proses poisson homogen, jika tidak maka dinamakan proses poisson nonhomogen (Hardianti, 2006).

Proses poisson nonhomogen merupakan proses poisson dengan rate yang tergantung pada waktu.Secara spesifik dapat didefinisikan bahwa peluang tidak ada kejadian atau peristiwa pada kondisi awal adalah 1 dan peluang *n* kejadian atau peristiwa pada kondisi awal adalah 0. Proses ini mempunyai independent increment atau waktu antar kejadian saling bebas. Definisi proses poisson nonhomogen ini identik dengan proses poisson homogen, kecuali di sini adalah fungsi dari waktu (Haryono, 1995).

Pada penerapannya, proses poisson nonhomogen digunakan untuk menyelesaikan suatu persoalan yang sering terjadi dikehidupan sehari-hari diantaranya adalah kedatangan nasabah pada suatu bank, terjadinya gempa, dan pada kedatangan bus di terminal (Haryono, 1995). Pada tugas akhir ini akan diterapkan proses poisson nonhomogen pada kejadian gempa bumi di pulau Sulawesi.

Definisi 1. Rumus distribusi poisson

Suatu variabel random X dikatakan mempunyai distibusi poisson dengan parameter λ , jika X mempunyai fungsi probabilitas P(x) sebagai berikut (S. Ross, 2007) :

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0,1,2,3 \ldots,$$

dimana jumlah rata-rata hasil percobaan yang terjadi selama interval waktu atau area tertentu dan $e = 2.71828$ ...

Definisi 2. Proses Menghitung

Proses stokastik $\{N(t); t \geq 0\}$ dikatakan sebagai proses menghitung jika $N(t)$ atau N_t menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi selama waktu t. Proses menghitung $\{N(t); t \geq 0\}$ memenuhi sifat (S. Ross, 2007):

i. $N(t) \geq 0$,
ii. $N(t)$ adalah bilangan bulat,
iii. Jika $s < t, N(s) - N(t)$ menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu (s,t].

Proses menghitung disebut proses dengan kenaikan bebas (*independen increments*) jika banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu terpisah saling bebas. Proses menghitung disebut proses dengan kenaikan stasioner (s*tationary increments*) jika distribusi dari banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu tertentu hanya tergantung pada panjang interval (S. Ross, 2007).

Definisi 3. Proses poisson

Proses poisson adalah proses stokastik sederhana dan banyak digunakan untuk pemodelan waktu dimana kejadian memasuki sebuah sistem. Suatu proses menghitung $\{N(t); t \geq 0\}$ dikatakan sebagai proses Poisson dengan laju (parameter) λ jika (S. Ross, 2007)

i. $N(0) = 0$

ii. Proses mempunyai kenaikan bebas (*independent increments*),

iii. Peluang mempunyai *k* kejadian dalam interval waktu *t*.

a. $P_k(t) = P\{N\ (t+s) - N(s) = k\} = e^{-\lambda t}\ \frac{(\lambda t)^k}{k!}\ ; k = 0,1,2,3, \ldots$

$\forall s, t \geq 0$

Definisi 4. Proses Poisson Nonhomogen

Proses hitung $\{N(t), t \geq 0\}$ disebut Proses Poisson Nonhomogen dengan fungsi intensitas $\lambda(t), t \geq 0$, jika :

i. $P\ (N\ (0)\ =\ 0\ =\ 1$

ii. Proses perhitungan $\{N\ (t);\ t\ \geq\ 0\}$ adalah proses stokastik dengan kenaikan independen.

iii. $P\{N(t+s) - N(t) = k\} = \frac{\left(\int_t^{t+s} \lambda(x)dx\right)^k}{k!} \mathrm{e}^{-\int_t^{t+s} \lambda(x)dx}$

Berdasarkan definisi di atas, maka peluang tidak adanya kejadian pada keadaan awal adalah satu dan banyaknya kejadian yang terjadi pada selang waktu dengan selang waktu berikutnya saling independen (S. Ross, 2007).

Seharusnya jumlah kejadian dalam selang waktu t dinyatakan dengan :

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(x)dx$$

Peluang jumlah kejadian dalam selang waktu t adalah :

$$P\{N(t+s) - N(t) = k\} = \frac{e^{-(\Lambda(t+s)-\Lambda(t))}\left(\Lambda(t+s) - \Lambda(t)\right)^k}{k!}$$

dengan n ≥ 0. Jadi N (t+s) – N(t) berdistribusi poisson dengan nilai rata-rata Λ(t + s) - Λ(t). Oleh karena itu untuk n=0, lalu di peroleh $P_0(s) = e^{-(\Lambda(t+s)-\Lambda(t))}$.

Selain itu, distribusi proses Poisson nonhomogen adalah sebagai berikut (Ira Sumiati, 2019):

Harapan :

$$P\{N(t) = k\} = \frac{\left(\int_0^t \lambda(x)dx\right)}{k!} e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} \quad (1)$$

$$\Lambda(t) = E\,[N(t)] = \int_0^t \lambda(x)dx, \quad t \geq 0 \quad (2)$$

Variansi :

$$V(t) = E\,[N(t)] = \int_0^t \lambda(x)dx, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

Derivasi Standar :

$$D(t) = \sqrt{V\,[N\,(t)]} = \sqrt{\int_0^t \lambda(x)dx, \quad t \geq 0} \quad (4)$$

Nilai yang diharapkan dari peningkatan interval, $N\,(t+s) - N(t)$:

$$\Delta(t,s) = E\,(N(t+s) - N(t)) = \int_t^{t+s} \lambda(x)dx, \quad (5)$$

Derivasi Standar :

$$\sigma(t,s) = \sigma(N(t+s) - N(t)) = \sqrt{\Delta(t,s)} = \sqrt{\int_t^{t+s} \lambda(x)dx.} \quad (6)$$

Teorema 5.

Banyaknya *n* kejadian bebas dari proses Poisson nonhomogen, dimana penambahan variabel acak adalah distribusi poisson, yaitu $N_1(t), N_2(t), \dots, N_n(t)$ dengan setiap parameter $\lambda_1\,(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t)$ adalah proses poisson nonhomogen dengan parameter $\lambda(t) = \lambda_1 + \lambda_2(t) + \cdots + \lambda_n(t), t \geq 0$ (S. Ross, 2007)

Dengan kata lain, proses perhitungan $\{N(t); t \geq 0\}, N(t) = N_1(t) + N_2(t) + \cdots + N_n(t)$ adalah proses poisson yang tidak homogen. Proses ini memiliki distribusi probabilitas sebagai berikut (S.Ross, 2007) :

$$P\{N(t) = k\} = \frac{(\int_0^t \lambda(x)dx)}{k!} = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}, \qquad k=1,2,3 \ldots$$

Dimana $\lambda(x) = \lambda_1(x) + \lambda_2(x) + \cdots + \lambda_n(n), x \geq 0.$

2.3 Magnitudo

Magnitudo adalah ukuran untuk menyatakan kekuatan gempa bumi berdasarkan energi yang dipancarkan pada saat terjadinya gempa bumi dan dinyatakan dalam Skala Richter. Magnitudo pertama kali di hitung oleh Richter pada tahun 1935 untuk gempa lokal di California dengan alat Standart Wood Anderson yang memperhitungkan nilai pergerakan tanah yang terletak pada jarak tertentu pada pusat gempa (Edwisa 2008:75)

2.4 Intensitas

Tingkat kerusakan akibat gempa bumi dapat diukur berdasarkan intensitasnya. Intensitas gempa bumi adalah derajat kerusakan akibat gempa bumi pada suatu daerah dan dilihat dari efek akibat getaran gempa. Besarnya intensitas sangat tergantung dari besarnya magnitudo, jarak dari sumber gempa, kondisi geologi, dan struktur bangunannya. Intensitas tinggi biasanya terjadi pada daerah yang dekat sumber gempa dibandingkan tempat yang jauh dari sumber gempa (Fauzi, 2010).

Sistem yang digunakan untuk melukiskan intensitas gempa bumi adalah skala Intensitas Gempa Bumi Mercalli, yang di kembangkan pada tahun 1902 oleh seorang ahli gempa bumi berkebangsaan Italia, Giuseppe Mercalli. Sistem ini mengelompokkan tingkat kekuatan gempa bumi (*magnitodo*) dengan efek yang dirasakan oleh penduduk pada suatu wilayah tempat terjadinya bencana gempa bumi. Gambaran akan efek gempa bumi dikelompokkan dalam dua belas (XII) tingkat pada wilayah berpenduduk yang disusun oleh Mercalli yang dinamakan dengan skala *Intensitas Modified Mercalli* (MMI). Tingkat skala intensitas ini mampu melukiskan kerusakan yang terjadi pada berbagai tingkat intensitas gempa secara akurat (Calvi & Pinho, 2006). Tingkat intensitas gempa bumi dapat di lihat pada table 2.1 berikut ini.

Tabel 2. 1 Magnitudo, Efek Karakteristik, Frekuensi dan Skala MMI Gempa Bumi (Calvi & Pinho,2006:104)

Magnitudo (SR)	Efek karakteristik goncangan skala pada daerah penduduk	Jumlah Pertahun	Skala MMI
< 3,4	Hanya terekam oleh seismograf	800.000	I
3,5 – 4,2	Dirasakan oleh beberapa orang	30.000	II dan III
4,3 – 4,8	Dirasakan oleh banyak orang	4.800	IV
4,9 – 5,4	Dirasakan oleh setiap orang	1.400	V
5,5 – 6,1	Kerusakan bangunan kecil	500	VI dan VII
6,2 – 6,9	Kerusakan banyak bangunan	100	VIII dan IX
7,0 – 7,3	Kerusakan serius, jembatan-jembatan terpuntir tembok-tembok retak	15	X
7,4 – 7,9	Kerusakan besar bangunan-bangunan ambruk	4	XI
>8,0	Kerusakan total, gelombang-gelombang terasa dipermukaan tanah, benda-benda terlempar	satu kali dalam 5-10 tahun	XII