

**PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER MODEL  
REGRESI DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL  
TERBOBOTI DAN METODE TRANSFORMASI BOX-COX  
PADA DATA YANG MENGANDUNG  
HETEROSKEDASTISITAS**

**SKRIPSI**



**RISMA**

**H121 16 505**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**AGUSTUS 2020**



**PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER MODEL  
REGRESI DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL  
TERBOBOTI DAN METODE TRANSFORMASI BOX-COX  
PADA DATA YANG MENGANDUNG  
HETEROSKEDASTISITAS**

**SKRIPSI**

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada  
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu  
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

**RISMA**

**H 121 16 505**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR  
AGUSTUS 2020**



Optimization Software:  
[www.balesio.com](http://www.balesio.com)

## LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh – sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

**PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER MODEL  
REGRESI DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL  
TERBOBOTI DAN METODE TRANSFORMASI BOX-COX  
PADA DATA YANG MENGANDUNG  
HETEROSKEDASTISITAS**

Adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 12 Agustus 2020



**PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER MODEL  
REGRESI DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL  
TERBOBOTI DAN METODE TRANSFORMASI BOX-COX  
PADA DATA YANG MENGANDUNG  
HETEROSKEDASTISITAS**

Disetujui oleh:



**Pembimbing Utama**

**Siti Sahrman, S.Si., M.Si.**  
NIP. 19881018 201504 2 002

**Pembimbing Pertama**



**Sri Astuti Thamrin, S.Si, M.Stat, Ph.D.**  
NIP. 19740713 199903 2001



Optimization Software:  
[www.balesio.com](http://www.balesio.com)

Pada Tanggal : 12 Agustus 2020

## HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Risma  
NIM : H 121 16 505  
Program Studi : Statistika  
Judul Skripsi : Perbandingan Estimasi Parameter Model Regresi Dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti dan Metode Transformasi Box-Cox Pada Data Yang Mengandung Heteroskedastisitas

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

### DEWAN PENGUJI

Tanda Tangan

1. Ketua : Sitti Sahriman, S.Si., M.Si. (.....)
2. Sekretaris : Sri Astuti Thamrin, S.Si, M.Stat, Ph.D. (.....)
3. Anggota : Andi Kresna Jaya, S.Si, M. Si. (.....)
4. Anggota : Anisa S.Si, M.Si. (.....)



Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 12 Agustus 2020



## KATA PENGANTAR

### **Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh**

Alhamdulillahirabbil'aalamiin, Puji syukur penulis haturkan kehadiran Allah SWT yang telah menganugerahkan rahmat serta inayah-Nya, yang karena-Nya, penulis diberikan kekuatan dan kesabaran sehingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir Skripsi yang berjudul "Perbandingan Estimasi Parameter Model Regresi Dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti dan Metode Transformasi Box-Cox Pada Data Yang Mengandung Heteroskedastisitas". Tak lupa pula, Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita Baginda Rasulullah Muhammad SAW, yang menjadi suri tauladan bagi seluruh umat manusia. Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memperoleh gelar sarjana Sains (S.Si) pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Izinkan penulis haturkan rasa terima kasih serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk orang tua penulis: **Abdul Rahman** dan **Sitti Nahliah** yang telah membesarkan saya, memberikan kasih sayang, doa serta mendukung segala keputusan saya juga untuk saudara penulis: **Rasmah** dan **Risla** yang senantiasa membantu dan memberikan masukan-masukan selama mengemban ilmu di Universitas Hasanuddin.

Tidak lupa penulis mengucapkan terimakasih kepada seluruh pihak yang senantiasa membantu baik berupa materi, tenaga dan dukungan moral selama proses penyelesaian tulisan ini. Penghargaan yang tulus penulis ucapkan kepada:

1. **Rektor Universitas Hasanuddin, Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Ketua Departemen Matematika, Ketua Departemen Statistika, Segenap Dosen Pengajar, dan Staf Departemen Statistika serta Staf Fakultas MIPA** yang telah membekali ilmu dan kemudahan-kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.

**Sitti Sahrman, S.Si., M.Si.** selaku pembimbing utama sekaligus rehat Akademik dan **ibu Sri Astuti Thamrin, S.Si, M.Stat, Ph.D** selaku pembimbing pertama yang telah sabar dan ikhlas meluangkan begitu banyak



waktu dan pemikirannya untuk membimbing dan memberikan masukan dalam penulisan skripsi ini.

3. **Bapak Andi Kresna Jaya, S.Si, M. Si** dan **Ibu Anisa S.Si, M.Si.** selaku tim penguji atas semua saran dan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada Penulis.

Penulis juga menerima begitu banyak bantuan dari orang-orang yang ikut andil dalam kehidupan penulis dengan kesempatan ini penulis ingin berterimah kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Sahabat terdekat penulis **Asti, Fahmi, Mamik, Nisa, Grace, Dwicahyo,** dan **Rizki** yang telah menerima kehadiran saya dengan tangan terbuka, yang mengajarkan saya baik mengenai pelajaran dan kehidupan, terimah kasih telah mewarnai hari-hari penulis.
2. Sahabat yang sudah penulis anggap sebagai saudara **Ariani Runitasari** yang telah senantiasa menemani penulis dari SMP hingga sekarang dan seterusnya.
3. Sahabat terbaik selama perkuliahan **Hajriah, Iis, Imma, Andis, Wilda, Ririn, Samsir, Alam, Affan, Inci, Nidar, Desa, Dera, Ayu** yang sudah sangat baik dan sabar menghadapi penulis selama perkuliahan.
4. Teman – teman seperjuangan “**STATISTIKA 2016**” khususnya **Andis** yang berperan besar membantu penulis jika terdapat kesulitan selama perkuliahan maupun penyusunan skripsi.
5. Teman-teman **KKN Tematik UNHAS Gel. 102** desa Borikamase terimah kasih untuk hiburan, dukungan, dan doanya.
6. Kepada idola saya **BTS** yang telah menginspirasi dan mengajarkan penulis untuk tidak pernah menyerah, memberikan motivasi hidup yang diselipkan dalam setiap lagunya. Saya tumbuh dengan menonton dan membaca pengalaman hidup mereka terimah kasih telah menjadi bagian dari momen terindah dalam hidup saya.



semua pihak yang telah berjasa dalam penulisan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu per satu. Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih banyak kekurangan baik dalam metode penulisan

maupun dalam pembahasan materi. Hal tersebut dikarenakan keterbatasan kemampuan penulis, dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf.

**Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh**

Makassar, 12 Agustus 2020

Penulis,



Risma

NIM. H 121 16 505



**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI  
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK**

---

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Risma  
NIM : H 121 16 505  
Program Studi : Statistika  
Departemen : Statistika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Jenis karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Prediktor Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

**“Perbandingan Estimasi Parameter Model Regresi Dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti dan Metode Transformasi Box-Cox Pada Data Yang Mengandung Heteroskedastisitas”**

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar Pada tanggal 12 Agustus 2020

Yang menyatakan,



## ABSTRAK

Metode kuadrat terkecil digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi. Metode ini memiliki beberapa asumsi yang perlu dipenuhi salah satunya yakni homoskedastisitas. Metode kuadrat terkecil menjadi tidak efisien saat terjadi heteroskedastisitas. Metode kuadrat terkecil terboboti dan metode transformasi Box-Cox digunakan untuk mengatasi masalah tersebut. Penelitian ini membandingkan hasil estimasi parameter model regresi menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti dan metode transformasi Box-Cox. Kedua metode tersebut diaplikasikan pada data banyaknya usaha/perusahaan, pendapatan, dan pengeluaran usaha mikro kecil menurut wilayah di Indonesia tahun 2016. Hasil dari penelitian ini menunjukkan metode kuadrat terkecil terboboti dengan tambahan variabel *dummy* pada tingkat penghasilan memberikan hasil estimasi yang lebih baik dalam mengatasi heteroskedastisitas daripada metode transformasi Box-Cox berdasarkan nilai RMSE (*root mean square error*) dan koefisien determinasi. Hal ini menunjukkan metode kuadrat terkecil terboboti berhasil mengatasi heteroskedastisitas serta memberikan model estimasi yang efisien pada data yang digunakan.

**Kata Kunci:** Heteroskedastisitas, kuadrat terkecil terboboti, model regresi, transformasi Box



## ABSTRAK

The least squares method is generally used to estimate the regression parameters. This method has several assumptions that need to be fulfilled, one of which is homoscedasticity. The least squares method becomes inefficient when homoscedasticity occurs. The weighted least squared method and the Box-Cox transformation method are used to overcome this problem. This study compares the estimation results from the regression model parameters using the weighted least squares method and the Box-Cox transformation method. Both methods are applied to data onto the many businesses/companies, income, and expenditure of micro small businesses by region in Indonesia in 2016. The results of this study indicate that the weighted least squares method of the addition of dummy variables on income levels to provide better estimation results of overcoming heteroscedasticity rather than the Box-Cox transformation method based on the RMSE (root mean square error ) value and the coefficient of determination. This shows that the weighted least squares method successfully overcomes heteroscedasticity and provides an efficient estimation model for the data used.

**Keywords:** Heteroscedasticity, weighted least squares, Box-Cox transformation, regression model



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL..... ii

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN..... **Error! Bookmark not defined.**

HALAMAN PENGESAHAN..... iv

KATA PENGANTAR .....v

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI ..... ix

ABSTRAK .....x

ABSTRAK ..... xi

DAFTAR ISI..... xii

DAFTAR TABEL..... xiv

DAFTAR GAMBAR .....xv

BAB I PENDAHULUAN .....1

    1.1. Latar Belakang..... 1

    1.2. Rumusan Masalah ..... 3

    1.3. Batasan Masalah..... 3

    1.4. Tujuan..... 3

    1.5. Manfaat..... 4

BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....5

    2.1. Regresi Linear ..... 5

    2.2. Estimasi Parameter Regresi Linear ..... 5

    2.3. Heteroskedastisitas ..... 6

    2.4. Pendeteksian Heteroskedastisitas ..... 8

    2.5. Metode Transformasi Box-Cox..... 8

    2.6. Metode Kuadrat Terkecil Terboboti..... 10

    2.7. Variabel *Dummy*..... 14

    2.8. Pemilihan Model Terbaik ..... 15

    2.9. Usaha Mikro Kecil ..... 15

BAB III METODE PENELITIAN.....17

    3.1. Data..... 17

    3.2. Variabel Penelitian ..... 17

    3.3. Metode Analisis Data ..... 17

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....19

    Deskripsi Data ..... 19

    Estimasi Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil ..... 19

    Variabel *Dummy*..... 22



4.4	Estimasi Parameter Transformasi Box-Cox .....	25
4.5	Estimasi Parameter Metode Kuadrat Terkecil Terboboti.....	30
4.6	Pemilihan Model Terbaik.....	34
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....		36
5.1.	Kesimpulan.....	36
5.2.	Saran.....	37
DAFTAR PUSTAKA .....		38
LAMPIRAN.....		40



DAFTAR TABEL

Table 1 Nilai  $\lambda$  dan model transformasinya ..... 8

Tabel 2 Variabel Penelitian.....17

Table 3 Estimasi Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil..... 20

Table 4. Hasil Uji Glejser Metode Kuadrat Terkecil ..... 21

Table 5. Hasil *Cluster* Awal..... 22

Table 6. Hasil *Cluster* Akhir ..... 23

Table 7. Hasil Perhitungan Lmaks ..... 27

Table 8. Estimasi Parameter Menggunakan Metode Transformasi Box-Cox dengan *Dummy*..... 28

Table 9. Hasil Uji Glejser Metode Transformasi Box-Cox ..... 29

Table 10. Estimasi Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (Pembobot  $\frac{1}{x_1}$ ) dengan *Dummy* ..... 30

Table 11. Estimasi Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (Pembobot  $\frac{1}{x_2}$ ) dengan *Dummy*..... 31

Table 12. Uji Glejser Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (Pembobot  $\frac{1}{x_1}$ ) ..... 33

Table 13. Uji Glejser Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (Pembobot  $\frac{1}{x_2}$ ) ..... 33

Table 14. Nilai RMSE dan  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil Terboboti dengan dan Tanpa *Dummy*..... 34

Table 15. Perbandingan Nilai RMSE dan  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil Terboboti dan Transformasi Box-Cox ..... 35



**DAFTAR GAMBAR**

Gambar 1. Varians eror proporsional terhadap  $X_{ij}^2$  ..... 11

Gambar 2. Varians eror proporsional terhadap  $X_{ij}$  ..... 12

Gambar 3. Eror kuadrat proporsional terhadap  $\hat{Y}_i$  ..... 13

Gambar 4. Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Kuadrat Terkecil ..... 21

Gambar 5. Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Transformasi Box-Cox ..... 29

Gambar 6. Uji Asumsi Homoskedastisitas untuk Pembobot  $\frac{1}{x_1}$  ..... 32

Gambar 7. Uji Asumsi Homoskedastisitas untuk Pembobot  $\frac{1}{x_2}$  ..... 32



## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1. Latar Belakang

Usaha mikro kecil merupakan usaha produktif milik perorangan dan/atau badan usaha milik perorangan. Dunia usaha Indonesia saat ini didominasi oleh usaha mikro kecil dengan jumlah usaha mencapai lebih dari 26 juta usaha dan mampu menyerap tenaga kerja lebih dari 59 juta orang. Usaha mikro kecil banyak yang didirikan oleh individu atau rumah tangga miskin karena tidak mendapatkan kesempatan kerja yang lebih baik. Berdasarkan hal tersebut pengembangan usaha mikro kecil menjadi salah satu solusi terbaik untuk mengurangi pengangguran sekaligus mengurangi kemiskinan. Komponen dari usaha mikro kecil diantaranya adalah jumlah usaha mikro kecil, pendapatan dan pengeluaran dari setiap daerah di Indonesia. Dari komponen tersebut akan diuji hubungannya dengan menggunakan regresi linear.

Regresi merupakan teknik statistik untuk menentukan hubungan linear antara dua atau lebih variabel. Dalam regresi dikenal model regresi linear yang digunakan untuk mempelajari hubungan antara dua variabel dan model regresi linear berganda untuk mempelajari hubungan antara lebih dari dua variabel. Dalam model regresi tersebut dibutuhkan suatu metode untuk menduga parameter agar memenuhi sifat BLUE (*best linear unbiased estimator*). Umumnya untuk menaksir parameter digunakan metode kuadrat terkecil. Prinsipnya yakni meminimumkan jumlah kuadrat error (*sum of square error*). Terdapat beberapa asumsi yang perlu dipenuhi dalam metode kuadrat terkecil diantaranya yakni berdistribusi normal, homoskedastisitas, tidak ada autokorelasi, dan tidak ada multikolinieritas. Jika terdapat asumsi yang dilanggar maka sifat BLUE (*best linear unbiased estimator*) tidak terpenuhi sehingga model yang diperoleh menjadi tidak efisien dan tidak dapat dipercaya. Suatu model dikatakan efisien bila nilai variansinya rendah. Dalam tulisan ini akan berfokus pada pelanggaran homoskedastisitas yakni heteroskedastisitas (Gujarati,2004).

homoskedastisitas berarti bahwa varian dari error bersifat konstan . Asumsi dikatakan variabel respon memiliki varian yang sama sepanjang nilai prediktor. Jika terjadi heteroskedastisitas pada model regresi maka



estimator yang diperoleh menjadi tidak efisien dikarenakan variansi tidak konstan dan cenderung membesar mengakibatkan uji hipotesis menjadi tidak valid, sehingga jika tetap digunakan pada model regresi dapat mengakibatkan penaksir terlalu besar atau terlalu rendah. Jika dalam menaksir parameter dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dan terjadi pelanggaran asumsi homokedastisitas yang berarti sifat BLUE (*best linear unbiased estimator*) tidak terpenuhi, maka diperlukan suatu metode alternatif untuk mengatasi adanya heteroskedastisitas.

Metode kuadrat terkecil terboboti merupakan salah satu metode yang dapat digunakan dalam mengatasi heteroskedastisitas. Pembentukan metode estimasi kuadrat terkecil terboboti diawali dengan melakukan transformasi data yakni membagi persamaan regresi dengan pembobot yang didapatkan dan menerapkan metode kuadrat terkecil terhadap data yang telah di transformasikan. Selain itu, metode lain yang dapat digunakan adalah metode transformasi Box-Cox. Metode ini merupakan transformasi pangkat pada variabel respon yang hanya dapat dilakukan pada variabel respons yang bernilai positif (Cahyani, 2015).

Variabel respon pada dasarnya tidak hanya dapat dipengaruhi oleh variabel prediktor kuantitatif, tetapi juga dapat dipengaruhi oleh variabel kualitatif. Mengingat regresi hanya dapat digunakan pada variabel kuantitatif maka variabel kualitatif tersebut perlu untuk dikuantitatifkan. Untuk mengkuantitatifkan atribut variabel tersebut dibentuklah variabel *dummy* dengan nilai 1 dan 0. Berdasarkan hal tersebut variabel *dummy* akan ditambahkan kedalam model regresi pada penelitian ini.

Permasalahan mengenai heteroskedastisitas telah dibahas oleh beberapa peneliti. Cahyani dkk (2015) yang membahas cara mengatasi heteroskedastisitas dengan menggunakan metode transformasi Box-Cox dan regresi kuantil median pada data lama pasien bertahan hidup setelah melakukan operasi liver. Selain itu, Hanifah dkk (2015) menerapkan metode kuadrat terkecil terboboti untuk mengatasi heteroskedastisitas pada data hubungan yang bekerja dan tidak/belum

atau anak terlantar di kabupaten di pulau Jawa tahun 2011.

penelitian ini membandingkan metode kuadrat terkecil terboboti dengan transformasi Box-Cox untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas. Data



yang penulis gunakan adalah data banyaknya usaha/perusahaan, pendapatan, dan pengeluaran usaha mikro kecil menurut wilayah di Indonesia tahun 2016. Berdasarkan data tersebut peneliti ingin mengatasi masalah heteroskedastisitas yang terjadi untuk mendapatkan model estimasi parameter model regresi yang lebih efisien dengan membandingkan metode kuadrat terkecil terboboti dan transformasi Box-Cox, sehingga didapatkan metode dengan hasil estimasi parameter model regresi yang terbaik digunakan.

### 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas dapat dituliskan rumusan masalah sebagai berikut;

1. Bagaimana estimasi parameter dengan metode kuadrat terkecil terboboti dan transformasi Box-Cox untuk data banyaknya usaha/perusahaan, pendapatan, dan pengeluaran usaha mikro kecil menurut wilayah di Indonesia tahun 2016?
2. Bagaimana hasil estimasi parameter model regresi dengan metode kuadrat terkecil terboboti dan transformasi Box-Cox pada data banyaknya usaha/perusahaan, pendapatan, dan pengeluaran usaha mikro kecil menurut wilayah di Indonesia tahun 2016?

### 1.3. Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan maka perlu diadakan pembatasan masalah. Hal ini bertujuan untuk memperjelas permasalahan yang ingin diteliti. Penelitian ini difokuskan untuk mengatasi heteroskedastisitas dan mengestimasi parameter model regresi dengan metode kuadrat tekecil terboboti menggunakan pembobot  $\frac{1}{X_{ij}}$  dan metode transformasi Box-Cox pada lamda kisaran (-2,2).

### 1.4. Tujuan

Adapun tujuan dibuatnya penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memperoleh hasil estimasi parameter dengan metode kuadrat terkecil terboboti dan metode transformasi Box-Cox untuk data banyaknya usaha/perusahaan, pendapatan, dan pengeluaran usaha mikro kecil menurut wilayah di Indonesia tahun 2016.



2. Memperoleh metode yang menghasilkan estimasi parameter model regresi terbaik menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti dan transformasi Box-Cox pada data banyaknya usaha/perusahaan, pendapatan, dan pengeluaran usaha mikro kecil menurut wilayah di Indonesia tahun 2016.

### 1.5. Manfaat

Manfaat dari penulisan tugas akhir ini adalah mengatasi heteroskedastitas yang terjadi pada data banyaknya usaha/perusahaan, pendapatan, dan pengeluaran usaha mikro kecil menurut wilayah di Indonesia tahun 2016 selain itu didapatkan estimasi parameter model regresi terbaik dengan menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti dan metode transformasi Box-Cox.



**BAB II**  
**TINJAUAN PUSTAKA**

**2.1. Regresi Linear**

Analisis Regresi Linear Berganda digunakan untuk mengukur pengaruh antara lebih dari satu variabel prediktor terhadap variabel respon. Bentuk umum model regresi linier berganda dengan  $k$  variabel prediktor adalah seperti pada Persamaan (2.1) (Youlanda, 2015).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dengan:

- $Y_i$  : Variabel respon untuk pengamatan ke- $i$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$
- $x_{ij}$  : Variabel prediktor ke- $j$  pada pengamatan ke- $i$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$
- $\beta_j$  : Parameter regresi dari variabel prediktor ke- $j$ , untuk  $j = 1, 2, \dots, k$
- $\varepsilon_i$  : Error pengamatan ke- $i$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

Dengan notasi matriks Persamaan (2.1) dapat ditulis menjadi Persamaan (2.2).

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.2)$$

dengan:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

- $\mathbf{Y}$  : Vektor variabel respon berukuran  $n \times 1$
- $\mathbf{X}$  : Matriks variabel prediktor berukuran  $n \times p$  dengan  $p = k + 1$
- $\boldsymbol{\beta}$  : Vektor kolom parameter regresi  $\beta$  berukuran  $k \times 1$
- $\boldsymbol{\varepsilon}$  : Vektor kolom *residual*  $\varepsilon_i$  berukuran  $n \times 1$

**2.2. Estimasi Parameter Regresi Linear**

Estimasi parameter bertujuan untuk mendapatkan model regresi linear yang akan digunakan dalam analisis regresi linear. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linier adalah metode kuadrat terkecil. Metode ini bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat error.

2013).



Berdasarkan dari Persamaan (2.2) dapat dituliskan persamaan residual:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (2.3)$$

Dari Persamaan (2.3) jumlah kuadrat eror dapat dilihat pada Persamaan (2.4):

$$\sum \varepsilon_i^2 = \sum (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \dots - \beta_k x_{ik})^2. \quad (2.4)$$

Dengan  $\sum \varepsilon_i^2$  dalam notasi matriks sama dengan  $\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$  karena:

$$\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \dots \quad \varepsilon_n] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2 = \sum \varepsilon_i^2 \quad (2.5)$$

Oleh karena itu Persamaan (2.3) dapat dituliskan;

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= (\mathbf{Y}' - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}')(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - (\mathbf{Y}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Untuk meminimum jumlah kuadrat eror dapat diperoleh dengan menurunkan  $\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$  terhadap  $\boldsymbol{\beta}$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\boldsymbol{\beta}} \Big|_{\boldsymbol{\beta}=\hat{\boldsymbol{\beta}}} &= 0 - 2\mathbf{X}'\mathbf{Y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= -2\mathbf{X}'\mathbf{Y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Persamaan (2.7) disamakan dengan nol, didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

dan didapatkan estimasi parameter untuk  $\boldsymbol{\beta}$  berikut ini:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (2.8)$$

### 2.3. Heteroskedastisitas

Salah satu asumsi penting dalam membuat model Regresi berganda adalah  $var(\varepsilon_i)$  harus sama dengan  $\sigma^2$  (konstan). Dengan kata lain, semua eror mempunyai varian yang sama. Kondisi ini disebut dengan homoskedastisitas.

Equation (2.9) menunjukkan kondisi homoskedastisitas.

$$Var(\varepsilon_i) = \sigma^2 \quad (2.9)$$



Apabila varians tidak konstan atau berubah-ubah disebut heteroskedastisitas. Persamaan (2.10) menunjukkan kondisi heteroskedastisitas.

$$Var(\varepsilon_i) = \sigma_i^2 \quad (2.10)$$

Perbedaan dari kedua persamaan tersebut terletak pada indeks  $i$  yang terdapat pada  $\sigma_i^2$ , yang menyatakan bahwa nilai residual yang bersifat heteroskedastisitas berubah seiring pengamatan ke- $i$  (Farida, 2010). Heteroskedastisitas dapat terjadi disebabkan karena adanya outlier. Outlier adalah observasi yang nilainya relatif sangat jauh berbeda (lebih tinggi atau rendah) di banding observasi lainnya. Ketika ukuran sampel sangat kecil, peluang munculnya masalah heteroskedastisitas akibat kehadiran outlier menjadi semakin besar. Heteroskedastisitas cenderung lebih sering terjadi pada data *cross-section* yakni data individual atau data mikro yang diamati pada satu titik waktu. Masalah heteroskedastisitas juga bisa muncul ketika variabel yang relevan dalam model regresi tidak dimasukkan ke dalam spesifikasi model (*omitted*). Dengan kata lain, spesifikasi model yang digunakan kurang tepat. Selain itu variabel yang memiliki distribusi tidak simetris juga dapat menjadi sebab munculnya heteroskedastisitas.

Heteroskedastisitas jika tetap melakukan penaksiran dengan metode kuadrat terkecil walaupun hasilnya konsisten (nilai estimator mendekati nilai parameter sebenarnya) dan tak bias ( $E(\beta) = \hat{\beta}$ ) namun penaksir tersebut tidak lagi efisien baik dalam sampel kecil maupun sampel besar dan Jika tetap menggunakan penaksir metode kuadrat terkecil pada kondisi heteroskedastis, maka varian penaksir parameter koefisien regresi akan *underestimate* (menaksir terlalu rendah) atau *overestimate* (menaksir terlalu tinggi). Heteroskedastisitas memiliki varian yang tidak konstan sehingga varian cenderung membesar yang akan berpengaruh pada uji hipotesis yang dilakukan (uji t dan F) karena kedua uji tersebut menggunakan besarnya varian taksiran. Akibatnya kedua hipotesis uji tersebut akan menjadi kurang akurat sehingga tidak efisien lagi untuk digunakan (Syukriah, 2011).



**2.4. Pendeteksian Heteroskedastisitas**

Pendeteksian heteroskedastisitas dalam model regresi dapat digunakan uji Glejser dengan prinsip kerja meregresikan variabel prediktor terhadap nilai absolut residual  $|\epsilon|$ .

Dengan Hipotesis:

$$H_0 : \text{Tidak terdapat heteroskedastisitas}$$

$$H_1 : \text{Terdapat heteroskedastisitas}$$

kriteria pengujian uji glejser adalah jika nilai  $p\text{-value} > \alpha$  maka  $H_0$  diterima artinya tidak terdapat heteroskedastisitas. Jika nilai  $p\text{-value} < \alpha$  maka  $H_0$  ditolak artinya terdapat heteroskedastisitas.

**2.5. Metode Transformasi Box-Cox**

Transformasi Box Cox adalah transformasi pangkat pada respon. Box-Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu  $\lambda$  yang dipangkatkan pada variabel respon  $Y$  sehingga transformasinya menjadi  $Y^\lambda$ .  $\lambda$  adalah parameter yang perlu diduga (Fransiska, 2012). Pada Tabel 1.1 ditunjukkan beberapa nilai  $\lambda$  dengan model transformasinya.

**Table 1** Nilai  $\lambda$  dan model transformasinya

$\lambda$	Transformasi
2	$Y^2 = Y^2$
1	$Y^1 = Y$
0.5	$Y^{0.5} = \sqrt{Y}$
0	$Y^0 = \ln Y$
-0.5	$Y^{-0.5} = \frac{1}{\sqrt{Y}}$
-1	$Y^{-1} = \frac{1}{Y}$
-2	$Y^{-2} = \frac{1}{Y^2}$

Sumber : Kutner, 2005

Transformasi Box-Cox bertujuan untuk menormalkan data, melinearkan regresi, dan menghomogenkan varians. Dalam menduga parameter  $\lambda$  dilakukan dengan menghitung nilai  $V_i$  terlebih dahulu. Menurut Box dan (4) transformasi Box Cox untuk respon  $Y$  yang bertanda positif ( $Y > 0$ ), n pada Persamaan (2.12).



$$V_i = \begin{cases} \left(\frac{Y_i^\lambda - 1}{\lambda}\right), \lambda \neq 0 \\ \log(Y_i), \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Jika Y negatif ( $Y < 0$ ), maka transformasi dinyatakan sebagai berikut;

$$V_i = \begin{cases} \left(\frac{(Y_i + c)^\lambda - \lambda}{\lambda}\right), \lambda \neq 0 \\ \log(Y_i + c), \lambda = 0 \end{cases}$$

Dengan c adalah nilai sembarang sedemikian sehingga  $Y \geq 0$ . Persamaan linearnya ditunjukkan pada Persamaan (2.13).

$$V_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad (2.13)$$

Bentuk notasi matriksnya dituliskan pada Persamaan (2.14).

$$V = X\beta + \varepsilon \quad (2.14)$$

Selanjutnya menduga parameter  $\lambda$  pada persamaan (2.13) dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum dengan asumsi  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  untuk pilihan  $\lambda$  yang sesuai.

Fungsi kepadatan peluang normal sebagai berikut:

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\varepsilon_i^2)}$$

Berdasarkan dari Persamaan (2.13) didapatkan  $\varepsilon_i = V_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \dots - \beta_k x_{ik}$ , dengan fungsi kemungkinan maksimumnya ditunjukkan pada Persamaan (2.15).

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n f(\varepsilon_i) = \frac{n}{2\pi^2 \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (V_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} - \dots - \beta_k x_{ik})^2} \quad (2.15)$$

Kemudian transformasi jacobian dari variabel  $Y_i$  dikalikan dengan Persamaan (2.15) didapatkan Persamaan (2.16).

$$L(\lambda) = \frac{1}{2\pi^2 \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (V_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \dots - \beta_k x_{ik})^2} \cdot J(\lambda, Y) \quad (2.16)$$

dengan:  $J(\lambda, Y) = \prod_1^n \frac{dV}{dY} = \prod_1^n Y_i^{\lambda-1}$

Penduga parameter untuk transformasi Box Cox didapatkan dengan

mumkan persamaan logaritma natural dari fungsi kemungkinan  
mnya, sehingga berdasarkan Persamaan (2.16) didapatkan Persamaan



$$\ln(L(\lambda)) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (V_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \dots - \beta_k x_{ik})^2 + \ln \prod_{i=1}^n Y_i^{\lambda-1} \quad (2.17)$$

untuk  $\sigma^2$  diduga dengan  $\hat{\sigma}^2$  sehingga diperoleh persamaan untuk nilai  $\lambda$  yang telah ditetapkan ditunjukkan di Persamaan (2.18).

$$L_{max}(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln Y_i \quad (2.18)$$

dengan:

$n$  = Banyak amatan

$$\hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V - \hat{V})^2$$

Setelah  $L_{max}$  untuk masing-masing  $\lambda$  didapatkan, pilih nilai  $L_{max}$  terbesar yang kemudian  $\lambda$  dari  $L_{max}$  tersebut akan ditransformasikan menjadi  $Y^\lambda$ . Memaksimalkan nilai  $\lambda$  yang ditetapkan adalah sama dengan meminimalkan  $\hat{\sigma}^2$  dan meminimalkan Jumlah kuadrat error (Ispriyanti, 2004).

## 2.6. Metode Kuadrat Terkecil Terboboti

Menurut Montogometry untuk mengatasi model regresi dengan varian error tidak konstan dapat dilakukan dengan metode kuadrat terkecil terboboti. Metode ini memiliki kemampuan untuk mempertahankan sifat efisiensi estimatornya tanpa harus kehilangan sifat tak bias dan konsistensinya. Pada metode ini digunakan "weight". Dengan bentuk persamaan jumlah kuadrat error yang telah diboboti pada Persamaan (2.20) (Setyaningsih, 2017).

$$\sum W_i \varepsilon_i^2 = \sum W_i (Y_i - +\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik})^2 \quad (2.19)$$

Persamaan (2.19) dapat dituliskan sebagai berikut;

$$\begin{aligned} W(\varepsilon' \varepsilon) &= W [(Y - X \beta)' (Y - X \beta)] \\ &= W [(Y' - \beta' X') (Y - X \beta)] \\ &= W Y' Y - W Y' X \beta - W \beta' X' Y + W \beta' X' X \beta \\ &= W Y' Y - W (Y' X \beta)' - W \beta' X' Y + W \beta' X' X \beta \\ &= W Y' Y - W \beta' X' Y - W \beta' X' Y + W \beta' X' X \beta \\ &= W Y' Y - 2W \beta' X' Y + W \beta' X' X \beta \end{aligned}$$

menurunkan  $W(\varepsilon' \varepsilon)$  terhadap  $\beta$  didapatkan Persamaan (2.20).

$$\frac{\partial (W(\varepsilon' \varepsilon))}{\partial \beta} \Big|_{\beta = \hat{\beta}} = 0 - 2W X' Y + 2W X' X \hat{\beta}$$



$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= -2 \mathbf{WX}' \mathbf{Y} + 2 \mathbf{WX}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} \\ 2 \mathbf{WX}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} &= 2 \mathbf{WX}' \mathbf{Y} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{WX}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{WX}' \mathbf{Y} \end{aligned} \tag{2.20}$$

dimana matriks  $\mathbf{W}$  merupakan matriks diagonal yang berisi pembobot  $W_n$ .

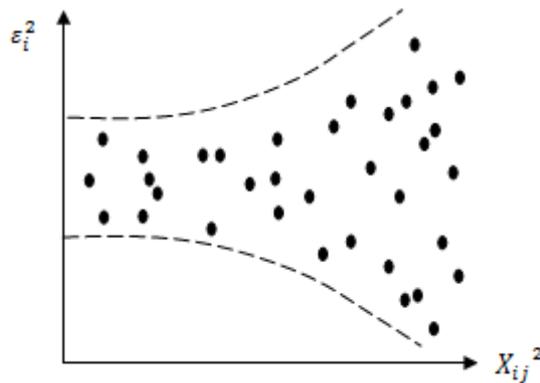
$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W_n \end{bmatrix}$$

Mentransformasikan  $Var(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$  menjadi suatu model dengan residual yang homoskedastisitas dapat dilakukan dengan membagi variabel respon dan variabel prediktor dengan pembobot yang ditentukan. Penentuan pembobot dilakukan dengan melihat pola yang ditunjukkan sisaan (residual) terhadap variabel prediktor, pola tersebut antara lain;

1. Varians error proporsional terhadap  $X_{ij}^2$ .

$$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 X_{ij}^2 \tag{2.21}$$

Jika dalam pendeteksian heteroskedastisitas menggunakan metode grafik diyakini bahwa varians eror proporsional terhadap nilai kuadrat dari variabel  $X_{ij}$  seperti pada Gambar 1 berikut:



**Gambar 1.** Varians eror proporsional terhadap  $X_{ij}^2$

Jika pola menunjukkan hubungan kuadrat seperti pada Gambar 1 maka dapat diasumsikan variansi eror proporsional terhadap  $X_{ij}^2$ , sehingga pembobot yang

akan dalam metode kuadrat terkecil terboboti adalah  $\frac{1}{X_{ij}}$  sehingga maan regresinya menjadi Persamaan (2.22).



$$\frac{Y_i}{X_{ij}} = \frac{(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i)}{X_{ij}} \quad (2.22)$$

$$\frac{Y_i}{X_{ij}} = \frac{\beta_0}{X_{ij}} + \beta_1 \frac{X_{i1}}{X_{ij}} + \beta_2 \frac{X_{i2}}{X_{ij}} + \dots + \beta_k \frac{X_{ik}}{X_{ij}} + u_i$$

Dengan  $\frac{\varepsilon_i}{X_{ij}} = u_i$  merupakan faktor eror yang telah ditransformasikan.

Kemudian dapat diturunkan sebagai berikut;

$$E(u_i^2) = E\left(\frac{\varepsilon_i}{X_{ij}}\right)^2$$

$$E(u_i^2) = \frac{1}{X_{ij}^2} E(\varepsilon_i^2)$$

$$E(u_i^2) = \frac{1}{X_{ij}^2} \sigma^2 X_{ij}^2$$

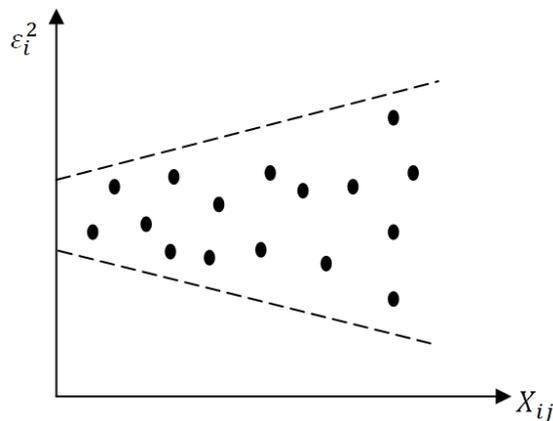
$$E(u_i^2) = \sigma^2$$

Dengan demikian, varians  $u_i$  menjadi homoskedastisitas sehingga penggunaan metode kuadrat terkecil pada Persamaan (2.22) dapat digunakan untuk estimasi parameter regresi.

2. Varians error proporsional terhadap  $X_{ij}$

$$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 X_{ij} \quad (2.23)$$

Jika dalam pendeteksian menggunakan metode grafik diyakini bahwa varians eror proporsional terhadap  $X_{ij}$ , seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Varians eror proporsional terhadap  $X_{ij}$



Jika pola menunjukkan hubungan linier seperti Gambar 2, maka dapat diasumsikan varians error proporsional terhadap  $X_{ij}$  sehingga pembobot yang digunakan adalah  $\frac{1}{\sqrt{X_{ij}}}$ , persamaan regresinya menjadi Persamaan (2.24).

$$\frac{Y_i}{\sqrt{X_{ij}}} = \frac{(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i)}{\sqrt{X_{ij}}} \quad (2.24)$$

$$\frac{Y_i}{\sqrt{X_{ij}}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{X_{ij}}} + \beta_1 \frac{X_{i1}}{\sqrt{X_{ij}}} + \beta_2 \frac{X_{i2}}{\sqrt{X_{ij}}} + \dots + \beta_k \frac{X_{ik}}{\sqrt{X_{ij}}} + u_i$$

Dengan  $\frac{\varepsilon_i}{\sqrt{X_{ij}}} = u_i$ , merupakan faktor error yang telah ditransformasikan.

Selanjutnya dapat diturunkan sebagai berikut:

$$E(u_i^2) = E\left(\frac{\varepsilon_i}{\sqrt{X_{ij}}}\right)^2$$

$$E(u_i^2) = \frac{1}{X_{ij}} E(\varepsilon_i^2)$$

$$E(u_i^2) = \frac{1}{X_{ij}} \sigma^2 X_{ij}$$

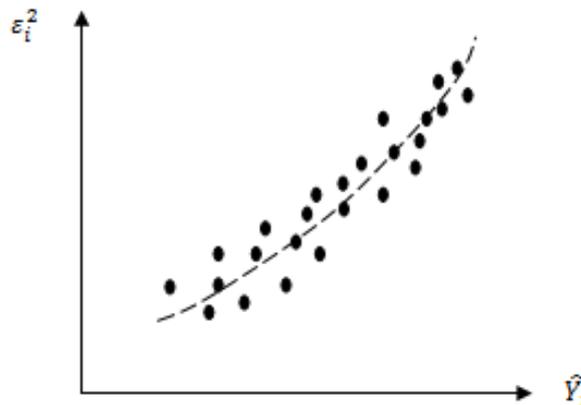
$$E(u_i^2) = \sigma^2$$

Dengan demikian, varians  $u_i$  menjadi homoskedastik sehingga penggunaan metode kuadrat terkecil pada Persamaan (2.24) dapat digunakan untuk estimasi parameter regresi.

3. Varians error proporsional terhadap  $[E(Y_i)]^2$

$$E(\varepsilon^2_i) = \sigma^2 [E(Y_i)]^2 \quad (2.25)$$

Varians error proporsional terhadap  $[E(Y_i)]^2$ , seperti diilustrasikan pada Gambar 3 berikut:



Gambar 3. Error kuadrat proporsional terhadap  $\hat{Y}_i$



Jika varians error proporsional terhadap  $[E(Y_i)]^2$ , maka metode kuadrat terkecil terboboti dilakukan dengan meregresikan metode kuadrat terkecil dengan mengabaikan heteroskedastisitas untuk mendapatkan nilai  $\hat{Y}_i$  yang akan digunakan sebagai pembobot sehingga persamaan regresinya menjadi Persamaan (2.26).

$$\frac{Y_i}{E(Y_i)} = \frac{(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i)}{E(Y_i)} \quad (2.26)$$

$$\frac{Y_i}{E(Y_i)} = \frac{\beta_0}{E(Y_i)} + \beta_1 \frac{X_{i1}}{E(Y_i)} + \beta_2 \frac{X_{i2}}{E(Y_i)} + \dots + \beta_k \frac{X_{ik}}{E(Y_i)} + u_i$$

Dengan  $\frac{\varepsilon_i}{E(Y_i)} = u_i$ , merupakan faktor error yang telah ditransformasikan dan dapat diturunkan sebagai berikut:

$$E(u_i^2) = E\left(\frac{\varepsilon_i}{E(Y_i)}\right)^2$$

$$E(u_i^2) = \frac{1}{[E(Y_i)]^2} E(\varepsilon^2)$$

$$E(u_i^2) = \frac{1}{[E(Y_i)]^2} \sigma^2 [E(Y_i)]^2$$

$$E(u_i^2) = \sigma^2$$

Dengan demikian, persamaan (2.26) merupakan model regresi yang memenuhi asumsi homoskedastisitas. Nilai  $E(Y_i)$  bergantung pada besarnya  $\beta_0$  dan  $\beta_1$ , sehingga transformasi persamaan (2.26) tidak dapat dioperasikan. Oleh karena itu digunakan estimator dari  $Y_i$  yakni  $\hat{Y}_i$ , sehingga perlu dilakukan regresi dengan metode kuadrat terkecil terlebih dahulu dengan mengabaikan heteroskedastisitasnya untuk mendapatkan nilai  $\hat{Y}_i$ . Kemudian dari  $\hat{Y}_i$  yang telah didapatkan digunakan untuk mentransformasi Persamaan (2.26) menjadi Persamaan (2.27) (Setyaningsih, 2017).

$$\frac{Y_i}{\hat{Y}_i} = \frac{(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i)}{\hat{Y}_i} \quad (2.27)$$

$$\frac{Y_i}{\hat{Y}_i} = \frac{\beta_0}{\hat{Y}_i} + \beta_1 \frac{X_{i1}}{\hat{Y}_i} + \beta_2 \frac{X_{i2}}{\hat{Y}_i} + \dots + \beta_k \frac{X_{ik}}{\hat{Y}_i} + u_i$$

## 2.7. Variabel Dummy

Variabel *dummy* disebut juga peubah kategorik, kualitatif, boneka atau dikotomi. Variabel dependent pada dasarnya tidak hanya dapat diukur oleh variabel independent kuantitatif, tetapi juga dimungkinkan oleh



variabel kualitatif. Variabel kualitatif tersebut harus dikuantitatifkan atributnya (cirinya). Untuk mengkuantitatifkan atribut variabel kualitatif, dibentuk variabel *dummy* dengan nilai 1 dan 0. Nilai 1 menunjukkan adanya ciri kualitas sedangkan nilai 0 menunjukkan tidak adanya ciri kualitas tersebut. Jika peubah kualitatif tersebut lebih dari dua kategori, jumlah peubah *dummy* yang dibentuk harus sebanyak  $n - 1$ , dimana  $n$  adalah banyaknya kategori variabel tersebut. Model regresinya ditunjukkan pada Persamaan (2.29).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 D_i + \varepsilon_i \quad , i = 1, 2, \dots, n \quad (2.28)$$

Variabel D merupakan variabel intersep sehingga persamaan regresi yang terbentuk ada dua yakni Persamaan (2.29) dan Persamaan (2.30) (Aeni, 2017). Variabel intersep ini merupakan hasil estimasi yang membedakan level respon antar kategori variabel *dummy*. (Drapper dan Smith, 1998)

Untuk D bernilai 1

$$Y_i = (\beta_0 + \beta_3) + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i \quad (2.29)$$

Untuk D bernilai 0

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i1} + \varepsilon_i \quad (2.30)$$

## 2.8. Pemilihan Model Terbaik

*Root Mean Square Error* (RMSE) adalah suatu indikator yang dapat digunakan untuk mengukur tingkat akurasi pendugaan suatu model . RMSE merupakan nilai rata-rata dari jumlah kuadrat eror, juga dapat menyatakan ukuran besarnya kesalahan yang dihasilkan oleh suatu model prakiraan. Persamaan untuk RMSE ditunjukkan pada Persamaan (2.31).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}} \quad (2.31)$$

Semakin kecil nilai RMSE berarti eror semakin kecil sehingga model yang diperoleh semakin baik. (Cahyani, 2015)

## 2.9. Usaha Mikro Kecil

Usaha mikro dalam Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2008 tentang Pasal 1 angka 1 yang dimaksud dengan Usaha Mikro adalah usaha milik orang atau perseorangan dan/atau badan usaha perseorangan yang mempunyai kriteria sebagai berikut: memiliki kekayaan paling banyak



Rp.50.000.000,00 (lima puluh juta rupiah) tidak termasuk tanah dan bangunan tempat usaha, atau memiliki hasil penjualan tahunan paling banyak Rp.300.000.000,00 (tiga ratus juta rupiah).

Usaha mikro kecil merupakan usaha produktif milik perorangan dan/atau badan usaha milik perorangan. Usaha mikro kecil mempunyai peran yang sangat penting dalam menggerakkan roda perekonomian Indonesia. Pengelolaan usaha ini dilakukan secara sederhana sehingga lebih banyak menjadi pilihan karena memerlukan modal yang relatif kecil. Oleh sebab itu aktivitas Usaha mikro kecil merupakan kegiatan ekonomi yang tidak dapat dipisahkan dari kehidupan masyarakat dalam mencukupi kebutuhan hidup dan memiliki fleksibilitas yang tinggi dalam aktivitasnya (Badan Pusat Statistik, 2019).

