ESTIMASI KOMPONEN VARIANSI PADA RANCANGAN FAKTORIAL MODEL CAMPURAN MENGGUNAKAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD

SKRIPSI

ANDI TENRI RISKI AMALIA

H 121 16 013

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

SEPTEMBER 2020

ESTIMASI KOMPONEN VARIANSI PADA RANCANGAN FAKTORIAL MODEL CAMPURAN MENGGUNAKAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar

ANDI TENRI RISKI AMALIA

H 121 16 013

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

SEPTEMBER 2020

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Estimasi Komponen Variansi Pada Rancangan Faktorial Model Campuran Mengunakan Metode Maksimum Likelihood

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 22 September 2020

Andi Tenri Riski Amalia
NIM H 121 16 013

ESTIMASI KOMPONEN VARIANSI PADA RANCANGAN FAKTORIAL MODEL CAMPURAN MENGGUNAKAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Drs. Raupong, M.Si.	**Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.**
NIP. 19621015 198801 1001	**NIP. 19731228 200003 1001**

Pada Tanggal: 22 September 2020

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Andi Tenri Riski Amalia

NIM : H12116013

Program Studi : STATISTIKA

Judul Skripsi : Estimasi Komponen Variansi pada Rancangan Faktorial Model Campuran Menggunakan Metode Maksimum Likelihood

Telah berhasil dipertahankan dihadapan dewan penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

			Tanda Tangan
1.	Ketua	: Drs. Raupong, M.Si	(……………….)
2.	Sekretaris	: Andi Kresna Jaya, S.Si, M.Si	(……………….)
3.	Anggota	: Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si, M.Si	(……………….)
4.	Anggota	: Siswanto, S.Si, M.Si	(……………….)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 22 September 2020

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Segala puji bagi Allah *Rabb* semesta alam, shalawat serta salam semoga selalu dilimpahkan kepada Nabi Muhammad saw dan kepada para keluarga serta sahabat beliau. Alhamdulillah wasy-syukurillah, berkat pertolongan Allah akhirnya skripsi dengan judul **"Estimasi Komponen Variansi pada Rancangan Faktorial Model Campuran Menggunakan Metode Maksimum Likelihood"** yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk meraih gelar sarjana pada Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin ini dapat dirampungkan. Penulis berharap skiripsi ini dapat memberikan tambahan pengetahuan baru bagi para pembelajar statistika.

Penulis menyadari bahwa penyelesaian tugas akhir ini tidak luput dari bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kedua orang tua penulis, Ayahanda **Andi Malla** dan Ibunda **Ratna Wati.** atas didikan dan curahan limpahan kasih sayang, doa dan nasehat yang selalu setia diberikan kepada penulis. Tak lupa juga kepada saudara saudari penulis, **Andi Mega Silvia, Andi Agung, Andi Tri Ayu Lestari, dan Andi Aulia** yang selalu menyemangati dan memberikan dukungan kepada penulis.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Ibu Prof. Dr. Dwia Aries Tina Palubuhu, MA,** selaku Rektor Universitas Hasanuddin berserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin,** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sanusi,** selaku Ketua Departemen Statistika, serta segenap dosen pengajar dan staf Departemen Statistika yang telah membekali ilmu dan kemudahan-kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama ...adi mahasiswa di Departemen Statistika.

...**ak Drs. Raupong, M.Si.** selaku dosen pembimbing utama dan **Bapak** ...**i Kresna Jaya, S.Si., M.Si.,** selaku dosen pembimbing pertama saya, ...akasih atas nasehat, dukungan, doa dan dengan setulus hati telah meluangkan waktunya ditengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk membimbing penulis menyelesaikan tugas akhir ini.

5. **Ibu Erna Tri Herdiani, S.Si, M.Si** dan **Bapak Siswanto, S.Si, M.Si** selaku tim penguji atas semua saran dan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada Penulis.
6. Sahabat *EAAAA,* **Evi, Ajri, Aulya, dan Azizah** yang senantiasa memberikan support dan semangat kepada penulis, yang mengajarkan banyak hal dan pelajaran hidup, serta selalu mengingatkan penulis kepada kebaikan dan *someone special* **Dirga Fadhani** yang selalu menghibur dan menyemangati penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
7. Sahabat terdekat penulis, **Cimma, Eja, Mila, Andis, Ririn, Wiya, Tari, Nidar, Shasa, Dilla, Inci,** dan **Imma** yang selalu membantu penulis dalam hal apapun, yang menemani dan memberikan support kepada penulis sehingga penulis bisa menyelesaikan tugas akhir ini.
8. Teman-teman seperjuangan "**A16ORITMA**" dan "**STATISKA 2016**" terkhusus **Fahmi, Dicky, Mamik, Risma, Zhaza, Widya, Rosdiana, Rusydah dan Jay** serta teman-teman yang tak sempat disebutkan namanya, terimakasih atas kebersamaan dan kebahagiannya.
9. Kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, semoga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis bernilai ibadah disisi **Allah SWT**.

Penulis menyadari bahwa mash banyak kekurangan dalam skripsi ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini bermanfaat untuk pembaca.

Makassar, 22 September 2020

Andi Tenri Riski Amalia

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Andi Tenri Riski Amalia
NIM	: H 121 16 013
Program Studi	: Statistika
Departemen	: Statistika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis karya	: Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada universitas Hasanuddin **Hak Prediktor Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusiive Royalty- Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

“Estimasi Komponen Variansi pada Rancangan Faktorial Model Campuran Mengnakan Metode Maksimum Likelihood”

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar Pada tanggal 22 September 2020

Yang menyatakan,

ri Riski Amalia

ABSTRAK

Variansi merupakan besaran statistika yang menunjukkan seberapa jauh persebaran nilai observasi terhadap nilai rata-ratanya. Dalam rancangan percobaan, untuk mengetahui variansi dari pengaruh perlakuan, pengaruh kelompok, dan pengaruh galat percobaan dapat diestimasi dari variansi galat, disebut sebagai komponen variansi. Pada penelitian ini, digunakan metode maksimum likelihood dengan modifikasi Hartley Rou yang dilanjutkan dengan metode Newton Raphson yang diterapkan pada data rancangan acak faktorial kelompok lengkap model campuran dengan faktor A bersifat tetap dan faktor B bersifat acak. Hasil penelitian pada data hasil produksi padi menunjukkan terdapat pengaruh nyata interaksi genotipe dan lokasi teradap hasil produksi padi. Nilai estimasi komponen variansi yang diperoleh menunjukkan terdapat adanya keragaman pengaruh faktor lokasi dan faktor interaksi genotipe dan lokasi terhadap hasil produksi padi.

Kata Kunci: Komponen Variansi, RAK Faktorial, Model Campuran, Metode Maksimum Likelihood

ABSTRACT

Variance is the amount of statistics which measures how far a set of numbers in observation are spread out from its mean. In experimental design, variance are caused by the effect of treatment, block and error of experimental can be estimated by variability of error that commonly referred to variance component. In this study, the maximum likelihood method with Hartley Rou modification was used followed by the Newton Raphson method which was applied to a complete randomized block factorial design mixed model with factor A being fixed and factor B being random. The results of this study for rice production data showed that there is a significant effect on the interaction of genotype and location on rice production. The estimated value of the variance component obtained indicates that there are variations in the influence of location factors, and genotype and location interaction factors on rice production.

Keywords: Variance Component, Factorial RAKL, Mixed Model, Maximum Likelihood Method, Hartley-Rou

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL ii
HALAMAN PERNYATAAN KEOTENTIKAN iii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING iv
HALAMAN PENGESAHAN v
KATA PENGANTAR vi
PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH viii
ABSTRAK x
DAFTAR ISI xii
DAFTAR TABEL xiv
DAFTAR GAMBAR xv
DAFTAR LAMPIRAN xvi
1. PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 2
1.3 Batasan Masalah 3
1.4 Tujuan Penelitian 3
1.5 Manfaat Penelitian 3
2. TINJAUAN PUSTAKA 4
2.1 Percobaan Faktorial dengan Rancangan Acak Kelompok Lengkap 4
2.2 Uji Asumsi Rancangan 5
2.3 Persamaan Regresi Model Rancangan Faktorial Acak Kelompok Lengkap 11
2.4 Prosedur Estimasi Hartley-Rou 14
2.5 Metode Maksimum Likelihood 15
2.6 Metode Newton Raphson 16
3. METODE PENELITIAN 17
3.1 Sumber Data 17
3.2 Identifikasi Variabel 17
Metode Analisis 18
L DAN PEMBAHASAN 19
Model Rancangan Percobaan Faktorial dengan Rancangan Acak pok Lengkap dalam Persamaan Regeresi 19

4.2 Estimasi Komponen Varian dengan Metode Maksimum Likelihood 20
4.3 Penerapan pada Data 24
4.3.1 Pengujian Asumsi Rancangan 24
4.3.2 Hipotesis 25
4.3.3 Perhitungan ANAVA 26
4.3.4 Estimasi Komponen Varian pada Rancangan Faktorial Acak Kelompok 31
5. KESIMPULAN 33
5.1 Kesimpulan 33
5.2 Saran 33
DAFTAR PUSTAKA 34

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Struktur data rancangan faktorial 2 faktor dengan rancangan dasar Rancangan Acak Kelompok (RAK) 8

Tabel 2.2 Struktur table ANAVA rancangan faktorial acak kelompok 11

Tabel 4.1 Data total faktor genotipe dan lokasi pada data hasil produksi padi .. 28

Tabel 4.2 Hasil perhitungan analisis variansi pada data hasil produksi padi 29

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1. Plot antara nilai sisaan dan nilai dugaan 25

Gambar 4.2. Plot interaksi faktor A dan faktor B 31

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Pengamatan Hasil Produksi Padi 35

Lampiran 2 Kontruksi Matriks y.. 36

Lampiran 3 Kontruksi Matriks Z_1 38

Lampiran 4 Kontruksi Matriks Z_2 46

Lampiran 5 Perhitungan Uji Liliefors 48

Lampiran 6 Tabel Bantu Hasil Uji Liliefors 49

Lampiran 7 Nilai Kritis Untuk Uji Liliefors 52

Lampiran 8 Perhitungan Uji Homogen 53

Lampiran 9 Tabel Nilai Kritis Sebaran χ^2 54

Lampiran 10 Nilai Sisaan dan Nilai Dugaan Pengamatan 55

Lampiran 11 *Syntax* Program Matlab untuk Estimasi Komponen Variansi untuk sigma eror dan sigma beta... 57

Lampiran 12 *Syntax* Program Matlab untuk Estimasi Komponen Variansi untuk sigma eror dan sigma alpabeta 59

Lampiran 13 *Output* Program Matlab untuk Estimasi Komponen Variansi untuk sigma eror dan sigma beta... 61

Lampiran 14 *Output* Program Matlab untuk Estimasi Komponen Variansi untuk sigma eror dan sigma alpabeta 62

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika merupakan salah satu cabang matematika yang membahas tentang cara mengumpulkan data, mengolah data, menganalisis data, menyajikan data, hingga pengambilan keputusan. Sebelum adanya pengambilan keputusan, perlu dilakukan pengumpulan data. Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk mengumpulkan data adalah dengan melakukan percobaan. Tujuan dilakukannya suatu percobaan adalah untuk memperoleh keterangan tentang bagaimana perlakuan yang akan diberikan oleh suatu objek pada berbagai keadaan tertentu yang ingin diperhatikan (Gasperz, 1991).

Suatu percobaan, biasanya digunakan untuk meneliti pengaruh perlakuan terhadap suatu percobaan. Namun, kerap kali hasil percobaan itu sebenarnya dipengaruhi oleh beberapa faktor. Dalam hal ini, percobaan yang digunakan adalah percobaan faktorial. Percobaan faktorial dicirikan dengan perlakuan yang merupakan kombinasi dari taraf-taraf faktor yang dicobakan (Mattjik, 2000). Salah satu model dalam rancangan percobaan adalah Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL). Rancangan faktorial dengan RAKL merupakan percobaan faktorial dengan rancangan dasar RAKL, faktor yang digunakan terdiri dari dua faktor yaitu faktor A dengan a taraf, faktor B dengan b taraf, serta kedua faktor yang saling berinteraksi.

Pada umumnya, dalam suatu penelitian menggunakan analisis variansi yang merupakan proses aritmatika untuk membagi jumlah kuadrat total menjadi komponen-komponennya yang berhubungan dengan sumber keragaman yang diketahui. Variansi atau keragaman merupakan ukuran seberapa tersebarnya data. Semakin besar nilai variansi, maka semakin menyebar suatu data, begitupun sebaliknya. Dalam rancangan percobaan, untuk mengetahui variansi dari pengaruh perlakuan, pengaruh kelompok dan pengaruh galat percobaan dapat diestimasi ansi galat yang biasa disebut sebagai komponen variansi (Wahyuni, Ietode yang dapat digunakan dalam mengestimasi komponen variansi tode maksimum likelihood. Metode maksimum likelihood yaitu mencari nilai parameter yang memberi kemungkinan paling besar untuk mendapatkan data yang terobservasi sebagai penduga. Kegunaan dari metode ini adalah untuk menentukan parameter dengan memaksimumkan fungsi likelihood dari data sampelnya.

Beberapa peneliti sebelumnya telah mengkaji tentang metode estimasi komponen variansi menggunakan metode maksimum likelihood. Wahyuni (2015) mengkaji tentang estimasi komponen variansi dengan metode maksimum likelihood pada rancangan petak berbagi dalam rancangan acak lengkap, namun hanya menerapkan pada model tetap saja, sedangkan Lismayani (2016) dalam penelitiannya mengkaji estimasi komponen variansi menggunakan metode maksimum likelihood pada rancangan acak kelompok lengkap Lismayani (2016) menggunakan metode maksimum likelihood dengan modifikasi Hartley-Rou karena menerapkannya pada RAK model campuran dimana kelompok bersifat acak dan pelakuan bersifat tetap. Namun, Lismayani (2016) hanya menerapkannya pada rancangan dengan satu faktor saja, sementara dalam penelitian sering ditemui percobaan yang dipengaruhi oleh beberapa faktor, sehingga dalam kajian ini, penulis akan menggunakan metode maksimum likelihood dengan modifikasi Hatley-Rou dalam mengestimasi komponen variansi pada rancangan faktorial acak kelompok lengkap dengan model campuran, dimana faktor A tetap dan faktor B acak.

Penerapan metode untuk mengestimasi komponen variansi pada model campuran, telah dikaji oleh Hartley dan Rou (1967). Meskipun metode Hartley dan Rou masih memerlukan usaha komputasi numerik, namun hasil estimasi komponen variansi yang diperoleh selalu nonnegatif. Berdasarkan uraian di atas, maka penulis menyusunnya dalam sebuah penelitian dengan judul **"Estimasi Komponen Variansi pada Rancangan Faktorial Model Campuran Menggunakan Metode Masimum Likelihood"**

1.2 Rumusan Masalah

umusan masalah yang akan dikaji oleh penulis sesuai dengan latar yang telah diuraikan yaitu

1. Bagaimana mengestimasi komponen-komponen variansi pada rancangan faktorial model campuran menggunakan metode maksimum likelihood?
2. Bagaimana penerapannya pada data pengaruh lokasi dan genotip terhadap hasil produksi padi?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini, permasalahan dibatasi pada:

1. Rancangan dasar yang digunakan yaitu rancangan faktorial 2^2 dengan RAKL
2. Model rancangan yang digunakan yaitu model campuran dengan faktor A bersifat tetap dan faktor B bersifat acak.
3. Taraf untuk faktor A adalah 7, faktor B adalah 4, dan kelompok adalah 3.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah ditentukan, maka dapat dikemukakan tujuan penulisan adalah

1. Mengestimasi komponen variansi rancangan faktorial acak kelompok lengkap yaitu ${\hat{\sigma}^2}_{\beta}, {\hat{\sigma}^2}_{\alpha\beta}$, dan ${\hat{\sigma}^2}_{\varepsilon}$ dengan metode maksimum likelihood.
2. Memberikan kesimpulan mengenai pengaruh interaksi lokasi dan genotip terhadap hasil produksi padi.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan bermanfaat untuk berbagai pihak baik peneliti, mahasiswa, dan instansi. Manfaat yang diharapkan yaitu:

1. Menambah wawasan dan pengetahuan mengenai estimasi komponen variansi pada rancangan faktorial model campuran menggunakan metode maksimum likelihood.
2. Sebagai bahan rujukan dan pengembangan pembelajaran statistika tentang estimasi komponen variansi pada rancangan faktorial model campuran.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Percobaan Faktorial dengan Rancangan Acak Kelompok Lengkap

Percobaan faktorial adalah percobaan yang semua perlakuan suatu faktor tertentu dikombinasikan atau disilangkan dengan semua perlakuan tiap faktor lainnya yang ada pada percobaan itu (Sudjana, 2002). Percobaan faktorial dapat juga diaplikasikan terhadap seluruh unit-unit percobaan secara berkelompok. Hal ini dilakukan jika unit percobaan yang digunakan tidak homogen. Percobaan ini sering disebut percobaan dua faktor dalam RAKL. Pengelompokan dalam suatu RAKL dilakukan dengan maksud untuk memperkecil suatu galat percobaan, hal ini sering disebut dengan pengendalian galat. Pengacakan pada percobaan ini dilakukan secara lengkap per kelompok artinya hasil pengacakan untuk menempatkan perlakuan dalam suatu kelompok tidak boleh digunakan lagi untuk kelompok lainnya.

Adapun model linear aditif rancangan acak kelompok lengkap dua faktor adalah

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk} \qquad (2.1)$$

dengan:

$$i = 1,2,\dots,a; j = 1,2,\dots,b\ ; k = 1,2,\dots,r$$

y_{ijk} merupakan nilai pengamatan (respon) dari kelompok ke-k yang memperoleh perlakuan taraf ke-i faktor A dan taraf ke-j faktor B, μ adalah rata-rata umum, α_i adalah pengaruh perlakuan taraf ke-i faktor A, β_j adalah pengaruh perlakuan taraf ke-j faktor B, $(\alpha\beta)_{ij}$ adalah pengaruh interaksi taraf ke-i faktor A dan taraf ke-j faktor B, a adalah banyaknya taraf faktor A, b adalah banyaknya taraf faktor B, r adalah banyaknya kelompok, ρ_k adalah pengaruh kelompok ke-k (diasumsikan tidak berinteraksi dengan perlakuan), dan ε_{ijk} adalah galat percobaan taraf ke-i faktor A dan taraf ke-j faktor B pada data kelompok ke-k ($\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$)

eberapa model pada rancangan faktorial diantaranya adalah model tetap, ak, dan model campuran. Jika faktor A dengan a taraf dan faktor B taraf tetap, maka disebut model tetap. Jika faktor A dengan a taraf dan faktor B dengan b taraf acak, maka disebut model acak. Sedangkan jika faktor A dengan a taraf tetap dan faktor B dengan b taraf acak atau sebaliknya disebut dengan model campuran.

i) Asumsi apabila faktor A dengan a taraf dan faktor B dengan b taraf tetap adalah

$$\sum_i \alpha_i = \sum_j \beta_j = \sum_i \gamma_{ij} = \sum_j \gamma_{ij} = 0$$

ii) Asumsi jika faktor A dengan a taraf acak dan faktor B dengan b taraf acak adalah

$$\alpha_i \sim N(0, {\sigma_\alpha}^2)\ ,\ \ \beta_j \sim N\left(0, {\sigma_\beta}^2\right), \qquad (\gamma)_{ij} \sim N\left(0, {\sigma_{\alpha\beta}}^2\right)$$

iii) Asumsi jika faktor A dengan a taraf tetap dan faktor B dengan b taraf acak adalah

$$\sum_i \alpha_i = 0\ ,\ \ \beta_j \sim N\left(0, {\sigma_\beta}^2\right), \qquad (\gamma)_{ij} \sim N\left(0, {\sigma_{\alpha\beta}}^2\right)$$

2.2 Uji Asumsi Rancangan

Menurut Gasperz (1991) beberapa asumsi yang harus dipenuhi dalam rancangan percobaan adalah sebagai berikut:

1. Galat Berdistribusi Normal

Asumsi kenormalan sangat erat hubungannya dengan pengujian hipotesis. Asumsi ini cukup penting secara teoritis, namun dalam praktik, pengaruhnya tidak terlalu kritis terhadap keabsahan hasil uji hipotesis sepanjang penyimpangannya tidak tajam. Uji normalitas ini bertujuan untuk mengetahui apakah data berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak.

Kenormalan galat dapat dilihat secara visual melalui plot peluang normal, yaitu melihat plot galat data dengan skor normal baku. Apabila galat menyebar normal maka plot akan membentuk garis yang cenderung lurus. Uji yang dapat digunakan adalah uji Liliefors. Prosedur pengujiannya adalah:

a. Hipotesis :

H_0 : data berdistribusi normal

H_1 : data tidak berdistribusi normal

b. Taraf signifikansi : α

c. Statistik Uji :

$$L_0 = \text{ selisih terbesar dari } |F(z_i) - S(z_i)| \tag{2.2}$$

dengan

$$z_i = \frac{y_i - \bar{y}.}{SD}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y}.)^2}{N-1}}$$

$$F(z_i) = P[Z \leq z_i]$$

$$S(z_i) = \frac{banyaknya\ z_1, z_2, \ldots, z_N \leq z_i}{N}$$

z_i merupakan transformasi dari angka ke notasi pada distribusi normal, $F(z_i)$ adalah peluang komulatif normal, $S(z_i)$ peluang komulatif empiris, dan N adalah banyaknya pengamatan

d. Kriteria Keputusan :

H_0 ditolak jika $L_0 > L_{\alpha(N)}$ dengan $L_{\alpha(N)}$ merupakan nilai kritis uji Liliefors.

2. Variansi Galat Homogen

Asumsi homogenitas mensyaratkan bahwa distribusi galat untuk masing-masing kelompok harus memiliki variansi yang homogen. Pengujian kehomogenan variansi galat dapat dilakukan dengan menggunakan uji Barlett. Prosedur pengujiannya adalah (Nuryadi, Astuti, Utami, & Budiantara, 2017):

a. Hipotesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$ (Ada variansi k populasi homogen)

H_1: Terdapat $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, i \neq j, i, j = 1,2,..,k$ (Ada variansi k populasi yang tidak homogen)

b. Taraf signifikansi : α

c. Statistik Uji

$$\chi^2{}_{hitung} = (\ln 10)[B - (\sum dk(\log s_k{}^2)] \tag{2.3}$$

dengan:

$$\mathrm{B} = \sum dk\,(\log s^2)$$

$$s^2 = \frac{(\sum dk . s_k{}^2)}{\sum dk}$$

$$s_k{}^2 = \frac{1}{n_k - 1}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk} - \bar{y}_k)^2$$

B merupakan nilai barlett, s^2 adalah variansi gabungan, s_k^2 adalah variansi kelompok ke-k, n_k adalah banyaknya amatan kelompok ke-k, dan dk adalah derajat kebebasan

d. Kriteria Keputusan

Jika $\chi^2{}_{hitung} > \chi^2{}_{(a-1);\alpha}$ maka H_0 ditolak (signifikan) yang berarti ada perbedaan variansi perlakuan

3. Galat Percobaan Saling Bebas

Galat-galat dari salah satu pengamatan yang mempunyai nilai-nilai tertentu harus tidak boleh bergantung dari nilai-nilai galat pengamatan yang lain. Pengujian terhadap asumsi kebebasan galat percobaan dilakukan dengan cara membuat plot antara nilai galat dengan nilai dugaan pengamatan. Apabila grafik yang terbentuk berfluktasi secara acak disekitar nol maka dapat dikatakan bahwa suku-suku galat percobaan saling bebas.

2.3 Struktur Data Pengamatan dan Struktur Analisis Variansi

Tabulasi data pengamatan pada rancangan faktorial acak kelompok lengkap disajikan pada tabel (2.1) sebagai berikut:

Tabel 2.1 Struktur Data Rancangan Faktorial 2 Faktor dengan Rancangan Dasar RAK

Faktor B	Kelompok	Faktor A					Total Kelompok	Total Faktor B	
		1	2	3	…	a			
1	1	y_{111}	y_{211}	y_{311}		y_{a11}	$y_{\cdot 11}$		
	2	y_{112}	y_{212}	y_{312}		y_{a12}	$y_{\cdot 12}$		
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮		
	r	y_{11r}	y_{21r}	y_{31r}		y_{a1r}	$y_{\cdot 1r}$		
	$y_{i1\cdot}$	$y_{11\cdot}$	$y_{21\cdot}$	$y_{31\cdot}$		$y_{a1\cdot}$		$y_{\cdot 1\cdot}$	
2	1	y_{121}	y_{221}	y_{331}		y_{a21}	$y_{\cdot 21}$		
	2	y_{122}	y_{222}	y_{322}		y_{a22}	$y_{\cdot 22}$		
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮		
	r	y_{12r}	y_{22r}	y_{32r}		y_{a2r}	$y_{\cdot 2r}$		
	$y_{i2\cdot}$	$y_{12\cdot}$	$y_{22\cdot}$	$y_{32\cdot}$		$y_{a2\cdot}$		$y_{\cdot 2\cdot}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	
b	1	y_{1b1}	y_{2b1}	y_{3b1}		y_{ab1}	$y_{\cdot b1}$		
	2	y_{1b2}	y_{2b2}	y_{3b2}		y_{ab2}	$y_{\cdot b2}$		
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮		
	r	y_{1br}	y_{2br}	y_{3br}		y_{abr}	$y_{\cdot br}$		
	$y_{ib\cdot}$	$y_{1b\cdot}$	$y_{2b\cdot}$	$y_{3b\cdot}$		$y_{ab\cdot}$		$y_{\cdot b\cdot}$	
Total Faktor A		$y_{1\cdot\cdot}$	$y_{2\cdot\cdot}$	$y_{3\cdot\cdot}$		$y_{a\cdot\cdot}$			$y_{\cdot\cdot\cdot}$

Sumber: Gasperz, 1991

Adapun langkah-langkah perhitungan pada ANAVA yaitu

1) Menghitung nilai faktor korelasi (FK) dan jumlah kuadrat total (JKT)

   a. Faktor Korelasi (FK)

$$FK = \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{abr}$$

   b. Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - FK$$

c. Jumlah Kuadrat Kelompok (JKK)

$$JKK = \frac{\sum_{k=1}^{r} y_{..k}^{2}}{ab} - FK$$

d. Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^{2}}{r} - FK$$

e. Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = JKT - JKP - JKK$$

2) Menentukan derajat bebas untuk setiap variansi

a. db perlakuan $= ab - 1$

b. db kelompok $= (r - 1)$

c. db galat $= ab(r - 1)$

d. db total $= rab - 1$

e. db faktor A $= a - 1$

f. db faktor B $= b - 1$

g. db interaksi AB $= (a - 1)(b - 1)$

3) Menentukan jumlah kuadrat (JK) dari pengaruh utama dan interaksi

a. Jumlah Kuadrat Faktor A (JKA)

$$JKA = \frac{\sum_{i=1}^{a} {y_{i..}}^{2}}{br} - FK$$

b. Jumlah Kuadrat Faktor B (JKB)

$$JKB = \frac{\sum_{j=1}^{b} {y_{.j.}}^{2}}{ar} - FK$$

c. Jumlah Kuadrat AB (JKAB)

$$JKAB = JKP - JKA - JKB$$

4) Menentukan kuadrat tengah (KT)

a. Kuadrat Tengah Faktor A (KTA)

$$KTA = \frac{JKA}{(a - 1)}$$

uadrat Tengah Faktor B (KTB)

$$KTB = \frac{JKB}{(b - 1)}$$

c. Kuadrat Tengah AB (KTAB)

$$KTAB = \frac{JKAB}{(a-1)(b-1)}$$

d. Kuadrat Tengah Galat (KTG)

$$KTG = \frac{JKG}{(ab)(r-1)}$$

5) Menghitung F_{hitung}

a. F_{hit} untuk pengaruh kelompok

$$F_{hit}(K) = \frac{KTK}{KTG}$$

b. F_{hit} untuk pengaruh faktor A

$$F_{hit}(A) = \frac{KTA}{KTAB}$$

c. F_{hit} untuk pengaruh faktor B

$$F_{hit}(B) = \frac{KTB}{KTG}$$

d. F_{hit} untuk pengaruh faktor interaksi AB

$$F_{hit}(AB) = \frac{KTAB}{KTG}$$

6) Hipotesis yang akan diuji sebagai berikut:

a. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_a = 0$

$H_1 : Ada\ \alpha_i \neq 0\ untuk\ i = 1,2,\ldots,a$

b. $H_0 : \sigma_\beta^2 = 0$

$H_1 : \sigma_\beta^2 > 0$

c. $H_0 : \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0$

$H_1 : \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0$

Pengujian Hipotesis

a. Jika nilai $F_{hit}(A) > F_{\alpha(v_1,v_2)}$ dengan $v_1 = (a-1)$ dan $v_2 = (a-1)(b-1)$ maka tolak H_0

b. Jika nilai $F_{hit}(B) > F_{\alpha(v_1,v_2)}$ dengan $v_1 = (b-1)$ dan $v_2 = ab(r-1)$ aka tolak H_0

ka nilai $F_{hit}(AB) > F_{\alpha(v_1,v_2)}$ dengan $v_1 = (a-1)(b-1)$ dan $v_2 =$ $b(r-1)$ maka tolak H_0

Berikut adalah struktur tabel anava untuk rancangan acak faktorial kelompok lengkap dua faktor

Table 2.2 Struktur Tabel ANAVA rancangan faktorial acak kelompok lengkap

Sumber Variansi	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}
Model campuran (faktor A tetap dan faktor B acak)				
Faktor A	$a-1$	JKA	KTA	KTA/KTAB
Faktor B	$b-1$	JKB	KTB	KTB/KTG
AB	$(a-1)(b-1)$	JKAB	KTAB	KTAB/KTG
Kelompok	$r-1$	JKK	KTK	KTK/KTG
Galat	$(ab-1)(r-1)$	JKG	KTG	
Total	$abr-1$	JKT		

Sumber: Gasperz, 1991

Nilai taksiran untuk komponen varians pada rancangan faktorial RAK model campuran dengan faktor A bersifat tetap, faktor B bersifat acak dan kelompok bersifat tetap, yaitu sebagai berikut (Searle, 2006):

$$\sigma_\varepsilon^2 = KTG \quad (2.4)$$

$$\sigma_\beta^2 = \frac{1}{ar}[KTB - \sigma_\varepsilon^2] \quad (2.5)$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^2 = \frac{1}{r}[KTAB - \sigma_\varepsilon^2] \quad (2.6)$$

2.3 Persamaan Regresi Model Rancangan Faktorial Acak Kelompok Lengkap

Bentuk matriks persamaan (2.1) dapat ditulis:

$$y = \mathbf{1}\mu + \boldsymbol{Z}_1\alpha + \boldsymbol{Z}_2\beta + \boldsymbol{Z}_3\alpha\beta + \boldsymbol{Z}_4\rho + \boldsymbol{Z}_0\varepsilon \quad (2.7)$$

μ adalah rataan umum yaitu rataan untuk keseluruhan data pengamatan. $\boldsymbol{Z}_0$ adalah matriks identitas yang berukuran $abr \times abr$, $\boldsymbol{Z}_i$ $(i = 1,2,3\ dan\ 4)$ adalah matriks yang berhubungan dengan kompenen variansi ke-i, $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor galat ukuran $(abr \times 1)$, sedangkan $\boldsymbol{\alpha}$ adalah vektor efek tetap, $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor efek acak yang terkait dengan komponen variansi ke-i. Matriks varian-kovarian dari pengamatan dilambangkan **V**, dapat ditulis sebagai berikut:

$$Var(\boldsymbol{y}) = V = \sum_{i=0}^{4} {\sigma_i}^2 \boldsymbol{Z}_i {\boldsymbol{Z}_i}^t$$

${\sigma_i}^2$ adalah komponen variansi acak ke-i, **Z** adalah matriks insiden yaitu matriks yang elemennya terdiri dari 0 dan 1. **Z** didefinisikan sebagai hasil kronecker.

Persamaan (2.7) dapat ditulis dalam bentuk perkalian kronecker. Perkalian kronecker dua matriks **A** dan **B** dapat dituliskan sebagai $\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B}$. Jika **A** matriks ukuran $m \times n$ dan **B** matriks ukuran $p \times q$ maka $\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B}$ adalah matriks ukuran $mp \times nq$ digambarkan sebagai matriks partisi.

$$\boldsymbol{A}_{m\times n} \otimes \boldsymbol{B}_{p\times q} = \begin{bmatrix} a_{11}\boldsymbol{B} & a_{12}\boldsymbol{B} & \cdots & a_{1n}\boldsymbol{B} \\ a_{21}\boldsymbol{B} & a_{22}\boldsymbol{B} & \dots & a_{2n}\boldsymbol{B} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1}\boldsymbol{B} & a_{m2}\boldsymbol{B} & \cdots & a_{mn}\boldsymbol{B} \end{bmatrix}$$

Beberapa sifat perkalian kronecker (Wahyuni, 2015):

1. $\boldsymbol{A} \otimes (\boldsymbol{B} \otimes \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B}) \otimes \boldsymbol{C}$
2. $tr(\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B}) = tr(\boldsymbol{A}) tr(\boldsymbol{B})$
3. $\boldsymbol{A} \otimes (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B}) + (\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{C})$
4. $(\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B})(\boldsymbol{C} \otimes \boldsymbol{D}) = \boldsymbol{AC} \otimes \boldsymbol{BD}$
5. Untuk a skalar, $a \otimes \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A} \otimes a = a\boldsymbol{A}$
6. Jika **A** dan **B** matriks persegi maka $(\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B})^{-1} = \boldsymbol{A}^{-1} \otimes \boldsymbol{B}^{-1}$
7. $(\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B})^t = \boldsymbol{A}^t \otimes \boldsymbol{B}^t$

Misalkan $a = 2,\ b = 3$ dan $r = 2$. Model regresi dari persamaan (2.7) adalah

$$y=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{bmatrix}\mu+\begin{bmatrix}1&0\\1&0\\1&0\\1&0\\1&0\\1&0\\0&1\\0&1\\0&1\\0&1\\0&1\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_1\\\beta_2\\\beta_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(\alpha\beta)_{11}\\(\alpha\beta)_{12}\\(\alpha\beta)_{13}\\(\alpha\beta)_{21}\\(\alpha\beta)_{22}\\(\alpha\beta)_{23}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\rho_{11}\\\rho_{12}\\\rho_{13}\\\rho_{14}\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{111}\\\varepsilon_{112}\\\varepsilon_{121}\\\varepsilon_{122}\\\varepsilon_{131}\\\varepsilon_{132}\\\varepsilon_{211}\\\varepsilon_{212}\\\varepsilon_{221}\\\varepsilon_{222}\\\varepsilon_{231}\\\varepsilon_{232}\end{bmatrix}$$

atau dalam bentuk perkalian kronecker dapat ditulis:

$$\boldsymbol{y}=\mathbf{1}_{12}\mu+(\boldsymbol{I}_2\otimes\mathbf{1}_6)\boldsymbol{\alpha}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_3\otimes\mathbf{1}_2\\\boldsymbol{I}_3\otimes\mathbf{1}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{\beta}+(\boldsymbol{I}_6\otimes\mathbf{1}_2)(\boldsymbol{\alpha\beta})+\boldsymbol{I}_{12}\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{y}=(\mathbf{1}_2\otimes\mathbf{1}_3\otimes\mathbf{1}_2)\mu+(\boldsymbol{I}_2\otimes\mathbf{1}_3\otimes\mathbf{1}_2)\boldsymbol{\alpha}+(\mathbf{1}_2\otimes\boldsymbol{I}_3\otimes\mathbf{1}_2)\boldsymbol{\beta}$$
$$+(\boldsymbol{I}_2\otimes\boldsymbol{I}_3\otimes\mathbf{1}_2)\boldsymbol{\alpha\beta}+(\mathbf{1}_2\otimes\mathbf{1}_3\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{\rho}+(\boldsymbol{I}_2\otimes\boldsymbol{I}_3\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{\varepsilon}$$

Sehingga persamaan dapat ditulis:

$$y=(\mathbf{1}_a\otimes\mathbf{1}_b\otimes\mathbf{1}_r)\mu+(\boldsymbol{I}_a\otimes\mathbf{1}_b\otimes\mathbf{1}_r)\boldsymbol{\alpha}+(\mathbf{1}_a\otimes\boldsymbol{I}_b\otimes\mathbf{1}_r)\boldsymbol{\beta}+$$
$$(\boldsymbol{I}_a\otimes\boldsymbol{I}_b\otimes\mathbf{1}_r)\boldsymbol{\alpha\beta}+(\mathbf{1}_a\otimes\mathbf{1}_b\otimes\boldsymbol{I}_r)\boldsymbol{\rho}+(\boldsymbol{I}_a\otimes\boldsymbol{I}_b\otimes\boldsymbol{I}_r)\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.8}$$

keterangan:

$\mathbf{1}_a$: matriks kolom yang berukuran $a\times 1$

$\boldsymbol{I}_a$: matriks identitas berukuran $a\times a$

$\mathbf{1}=\mathbf{1}_a\otimes\mathbf{1}_b\otimes\mathbf{1}_r$: matriks dengan ukuran $abr\times 1$

$Z_0=\boldsymbol{I}_a\otimes\boldsymbol{I}_b\otimes\boldsymbol{I}_r$: matriks dengan ukuran $abr\times$ abr

$Z_1=\boldsymbol{I}_a\otimes\mathbf{1}_b\otimes\mathbf{1}_r$: matriks dengan ukuran $abr\times a$

$\otimes\boldsymbol{I}_b\otimes\mathbf{1}_r$: matriks dengan ukuran $abr\times b$

$\otimes\boldsymbol{I}_b\otimes\mathbf{1}_r$: matriks dengan ukuran $abr\times ab$

$\otimes\mathbf{1}_b\otimes\boldsymbol{I}_r$: matriks dengan ukuran $abr\times r$

Persamaan (2.8) dapat disederhanakan menjadi:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\delta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.9}$$

keterangan:

$\boldsymbol{y}$	:	vektor respon perlakuan berukuran $abr \times 1$
$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{1} \vdots \boldsymbol{Z_1} \vdots \boldsymbol{Z_2} \vdots \boldsymbol{Z_3} \vdots \boldsymbol{Z_4}]$	:	matriks berukuran $abr \times (1 + a + b + ab + ar)$
$\boldsymbol{\delta} = [\boldsymbol{\mu} \vdots \boldsymbol{\alpha^t} \vdots \boldsymbol{\beta^t} \vdots \boldsymbol{\theta^t} \vdots \boldsymbol{\rho^t}]^{\boldsymbol{t}}$	:	vektor dari parameter-parameter efek acak berukuran $(1 + a + b + ab + ar) \times 1$
$\boldsymbol{\alpha^t} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_a]$	:	vektor pengaruh utama faktor A berukuran $a \times 1$
$\boldsymbol{\beta^t} = [\beta_1, \beta_2, \dots \beta_b]$	:	vektor pengaruh utama faktor A berukuran $b \times 1$
$\boldsymbol{\theta^t} = [(\alpha\beta)_{11}, (\alpha\beta)_{12}, \dots (\alpha\beta)_{ab}]$	:	vektor pengaruh interaksi faktor A dan faktor B berukuran $ab \times 1$
$\boldsymbol{\rho^t} = [\rho_1, \rho_2, \dots \rho_a]$	:	vektor pengaruh kelompok berukuran $ar \times 1$
$\boldsymbol{\varepsilon}$	:	vektor galat pengamatan berukuran $abr \times 1$
a, b, r	:	banyaknya taraf faktor A, taraf faktor B, dan kelompok

2.4 Prosedur Estimasi Hartley-Rou

Menurut (Ojeda & Sahai, 2005), model linear dari model campuran dirumuskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{Z_1 u_1} + \boldsymbol{Z_2 u_2} + \cdots + \boldsymbol{Z_c u_c} + \boldsymbol{e} \tag{2.10}$$

keterangan:

$\boldsymbol{y}$: vektor respon perlakuan berukuran $N \times 1$,

$\boldsymbol{X}$: matriks berukuran $N \times q$,

$\boldsymbol{\delta}$: vektor dari parameter efek tetap berukuran $q \times 1$,

$\boldsymbol{Z_i}$: matriks berukuran $N \times m_i$,

ktor dari parameter efek acak berukuran $m_i \times 1$,

ktor galat pengamatan berukuran $N \times 1$,

mlah taraf faktor tetap,

m_i : jumlah taraf faktor acak,

N : banyaknya pengamatan.

Sebagai konsekuensi dari persamaan (2.10) maka:

$$y \sim N(\mu, V)$$

dimana

$$\mu = E(\boldsymbol{y}) = X\boldsymbol{\delta}$$

dan

$$V = Var(y) = {\sigma_i}^2 \boldsymbol{Z}_i {\boldsymbol{Z}_i}^t + {\sigma_e}^2 I = {\sigma_e}^2 \boldsymbol{H} \qquad (2.11)$$

dengan

$$\boldsymbol{H} = \gamma_i \boldsymbol{Z}_i {\boldsymbol{Z}_i}^t + I_{\boldsymbol{n}} \qquad (2.12)$$

$$\gamma_i = \frac{{\sigma_i}^2}{{\sigma_e}^2} \qquad (2.13)$$

$\boldsymbol{H}$ merupakan matriks ukuran $N \times N$, γ_i adalah parameter khusus yang akan dipakai dalam mengkonstruksi komponen varian pada metode maksimum likelihood, ${\sigma_i}^2$adalah komponen varian acak yang diperoleh dengan metode ANAVA, dan ${\sigma_e}^2$adalah komponen varian galat yang diperoleh dengan metode ANAVA

2.5 Metode Maksimum Likelihood

Maksimum likelihood adalah teknik yang sangat luas dipakai dalam penaksiran suatu parameter distribusi data dan tetap dominan dipakai dalam pengembangan uji-uji yang baru. Misalkan $L(\theta)$ adalah fungsi likelihood (fungsi dari parameter θ yang memaksimumkan fungsi likelihood.

Misalkan $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ adalah peubah acak yang saling bebas dari populasi dengan fungsi kepadatan peluangnya dinyatakan oleh $f(y;\theta)$ dengan θ adalah ...r yang tidak diketahui yang merupakan parameter-parameter yang akan ...aka fungsi likelihoodnya adalah:

$$L(\theta) = L(\theta; y_1, y_2, \ldots, y_n) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i, \theta) \qquad (2.14)$$

Fungsi log-likelihood dapat ditulis dalam bentuk:

$$I = \ln L(\theta) \tag{2.15}$$

Untuk memaksimumkan fungsi log-likelihood, diperoleh dengan cara menurunkan fungsi log-likelihood terhadap θ lalu disamakan dengan nol (Montgomery, 2001).

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln[L(\theta)] = 0 \tag{2.16}$$

2.6 Metode Newton Raphson

Metode Newton Raphson merupakan salah satu metode untuk menghampiri penyelesaian persamaan $f(x) = 0$ secara iteratif (Sahid, 2002). Menurut (Rou, 1967), apabila langkah mengestimasi parameter menggunakan metode maksimum likelihood menghasilkan persamaan yang tidak eksplisit, maka untuk memperoleh nilai estimasi parameternya dapat digunakan metode Newton Raphson. Persamaan likelihood dengan parameter θ dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus estimasi untuk parameter $\hat{\theta}$ pada iterasi ke - $(t+1)$ dalam proses iterasi yang dituliskan sebagai berikut :

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{f(\theta_t)}{f'(\theta_t)}, \qquad f'(\theta_t) \neq 0 \tag{2.17}$$

Dengan θ_{t+1} adalah akar persamaan dari $f(\theta_t)$ iterasi ke-$(t+1)$; θ_t adalah akar persamaan dari $f(\theta_t)$ iterasi ke t dan $f'(\theta_t)$ adalah turunan dari $f(\theta_t)$.

Proses iterasi dengan menggunakan metode Newton Raphson sehingga didapatkan nilai $\hat{\theta}$ yang konvergen yaitu sampai nilai $\left|\frac{\hat{\theta}_{t+1} - \hat{\theta}_t}{\hat{\theta}_{t+1}}\right| < \varepsilon$, dengan ε adalah toleransi galat yang diinginkan (Munir, 2008).