BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara agraris yang perekonomiannya sangat bergantung pada sektor pertanian. Hal ini terlihat dari kontribusinya terhadap Produk Domestik Bruto (PDB) yang mencapai 12,53% pada tahun 2023. Salah satu subsektor dengan potensi besar adalah subsektor perkebunan, yang pada tahun 2023 memberikan kontribusi sebesar 3,88% terhadap total PDB dan 30,97% terhadap sektor pertanian, kehutanan, dan perikanan, menjadikannya yang terpenting dalam sektor tersebut (BPS, 2023).

Kelapa sawit sebagai salah satu komoditas utama dari subsektor perkebunan yang berperan penting dalam ekonomi Indonesia. Sejak tahun 2006, Indonesia telah menjadi produsen minyak sawit terbesar di dunia, dengan peran penting dalam memenuhi permintaan minyak nabati global (Kementan RI, 2024). Buah kelapa sawit merupakan bagian penting dari tanaman kelapa sawit yang akan diolah menjadi minyak setengah jadi yaitu *Crude Palm Oil* (CPO) dan minyak jadi (Palm Oil) (Siregar & Puspitasari, 2023). Berdasarkan data BPS 2022, hampir seluruh wilayah Indonesia dapat digunakan sebagai perkebunan kelapa sawit yang memproduksi CPO, namun saat ini hanya terkonsentrasi di beberapa pulau besar antara lain Sumatera, Kalimantan dan Sulawesi. Jumlah produksi *crude palm oil* perkebunan Indonesia meliputi produksi *crude palm oil* perkebunan besar negara, perkebunan besar swasta dan perkebunan rakyat (BPS, 2023).

Indonesia memiliki potensi besar dalam memasarkan CPO dan minyak inti sawit, baik di dalam negeri maupun di luar negeri. Minyak sawit dan inti sawit tersebut dapat diolah lebih lanjut menjadi minyak goreng dan mentega. Selain diolah menjadi beragam produk pangan, kelapa sawit juga sangat diperlukan sebagai bahan baku industri farmasi, sabun (stearin), kosmetik, baja bahkan juga untuk biodiesel serta ratusan produk turunan lainnya yang secara umum dikonsumsi oleh masyarakat dunia saat ini (Wahyuni dkk., 2021). Salah satu alteratif pengolahan produk turunan kelapa sawit yang sangat progresif adalah sebagai bahan baku sumber energi alternatif yang ramah lingkungan dan dapat diperbaharuiyaitu biodiesel. (Amalia dkk., 2023). Produksi CPO di Indonesia menunjukkan tren peningkatan meskipun kadang mengalami fluktuasi, dengan variasi penambahan dan penurunan setiap tahunnya. Fluktuasi ini dapat mempengaruhi perekonomian suatu wilayah karena ketidaksesuaian antara produksi dan permintaan. Hal ini menyulitkan perencanaan pemenuhan kebutuhan dan distribusi kelebihan produksi (Setiawan dkk., 2019).

Untuk mengatasi kondisi tersebut, diperlukan peramalan yang akurat mengenai produksi CPO di masa mendatang, sehingga upaya produksi dapat dimanfaatkan secara optimal. Berdasarkan hal tersebut, prediksi produksi CPO sangat diperlukan pemerintah untuk membuat perencanaan kebutuhan dan distribusi CPO pada suatu wilayah atau perusahaan di masa mendatang. salah satu teknik yang digunakan untuk meramalkan kejadian di masa depan adalah analisis deret waktu. Analisis deret waktu adalah bidang penting dalam peramalan, di mana pengamatan masa lalu dari variabel yang sama dikumpulkan dan dianalisis untuk mengembangkan model yang menggambarkan hubungan mendasar dengan mempertimbangkan waktu secara berurutan. Model ini kemudian digunakan untuk memproyeksi deret waktu ke masa depan (Lima dkk., 2019). Dalam memilih metode deret waktu penting untuk mempertimbangkan jenis pola data, baik pola horizontal, pola *trend*, pola siklis dan pola musiman (Yuri Ariyanto dkk., 2020).

Salah satu metode yang dapat digunakan dalam analisis deret waktu yang memiliki pola *level* adalah metode *Exponential Smoothing* dengan memiliki parameter pembobot untuk pemulusan data runtun waktu. Metode ini banyak digunakan dalam kegiatan peramalan karena kesederhanaannya, efisiensi perhitungan ramalan, kemudahan penyesuaian terhadap perubahan data, dan tingkat ketelitiannya yang signifikan (Al Ihsan dkk., 2020). Menurut Makridakis dkk. (1999), Holt dan Winters mengembangkan metode tersebut dengan menambahkan unsur *trend* dan musiman, sehingga metode ini mampu meramalkan data deret waktu dengan pola *level, trend* dan musiman. Metode ini dikenal sebagai *Holt-Winter's Exponential Smoothing*.

Penelitian yang dilakukan di Afrika Selatan oleh (Makatjane & Moroko, 2016) menggunakan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dan metode *Seasonal*-ARIMA untuk memprediksi penjualan mobil dengan data dari Januari 1994 hingga Desember 2013 dengan data yang menunjukkan pola *trend* dan musiman. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* menghasilkan prediksi yang lebih akurat dibandingkan dengan metode *Seasonal*-ARIMA. Penelitian lain oleh Ririd dkk. (2021) berfokus pada prediksi penjualan mobil di Indonesia menggunakan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*. Metode ini membutuhkan tiga parameter utama, yaitu α, β dan γ agar menghasilkan prediksi yang akurat. Namun penentuan parameter secara manual tidak efisien karena memerlukan banyak kombinasi parameter dengan rentang antara 0 hingga 1.

Peramalan dengan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* sering kali mengalami kesalahan prediksi yang signifikan, dengan nilai perkiraan cenderung jauh lebih tinggi dari data aktual. Hal ini dapat terjadi karena kesalahan dalam memperoleh parameter optimal (Zahrunnisa dkk., 2021). Nilai optimal untuk parameter $\alpha, \beta,$ dan γ adalah nilai yang menghasilkan prediksi yang mendekati data aktual. Parameter yang optimal akan menghasilkan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) minimum, yang merupakan ukuran kesalahan peramalan terkecil. Meskipun nilai-nilai parameter ini dapat dicari melalui metode *trial and error*, pendekatan ini dapat menghasilkan MAPE yang tinggi dan memakan waktu yang lama. Salah satu alternatif untuk menentukan nilai parameter $\alpha, \beta,$ dan γ yang terbaik dan optimal adalah melalui optimasi menggunakan algoritma *non-linear* (Tajalli dkk., 2024).

Salah satu metode yang digunakan dalam penentuan parameter *smoothing* yang optimal yaitu menggunakan *Golden Section* namun metode ini hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan *non-linear programming* satu parameter sehingga dirancang modifikasi metode *Golden Section* yang dapat menyelesaikan permasalahan dengan banyak parameter. Metode ini dapat digunakan untuk optimasi maksimum maupun minimum dengan mengurangi area pencarian secara berulang hingga mencapai nilai optimal dari fungsi objektif. Proses iteratif ini mampu mengurangi jumlah percobaan yang diperlukan untuk mencapai solusi optimal dengan mengurangi langkah pencarian secara sistematis (Al Qarani dkk., 2018). Penelitian sebelumnya oleh (Hani'ah & Kurniawan, 2023), optimasi ini telah digunakan untuk peramalan penjualan mobil di Indonesia dan menghasilkan prediksi yang mendekati data aktual.

Selain optimasi modifikasi *Golden Section*, metode optimasi *Levenberg-Marquardt* juga merupakan metode optimasi yang mampu menyelesaiakan masalah optimasi fungsi *non-linear* secara numerik. Metode *Levenberg-Marquardt* menggabungkan dua pendekatan utama, yaitu *Gradient Descent* dan *Gauss-Newton.* Metode ini juga mampu menangani optimasi dengan lebih dari satu parameter. Pada metode ini, parameter optimal ditentukan dengan menyesuaikan parameter damping (λ). (Deswita dkk., 2020). Dengan mekanisme ini, *Levenberg-Marquardt* menjadi sangat stabil dalam menyelesaikan optimasi fungsi *non-linear.* Penelitian sebelumnya, optimasi ini telah digunakan pada data saham, jumlah wisatawan, hingga penjualan semen dengan metode peramalan yang digunakan adalah *Brown's Double Exponential Smoothing* (Sari dkk., 2024).

Penelitian ini menggunakan optimasi modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt*. Data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Indonesia mengenai produksi *crude palm oil* perkebunan Indonesia tahun 2011-2022 menunjukkan pola grafik dengan tren dan faktor musiman, sehingga metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dianggap tepat untuk digunakan dalam penelitian ini. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk mengankat judul tentang **"Optimasi Metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* Menggunakan Modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt* Pada Peramalan Produksi *Crude Palm Oil* Perkebunan Indonesia Tahun 2022"**. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat membantu pemerintah sebagai acuan dalam perhitungan peramalan produksi, khususnya dalam pengambilan kebijakan yang berhubungan terkait produksi *crude palm oil* periode ke depan.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam Tugas Akhir ini yang bertujuan untuk merinci dan membatasi cakupan serta lingkup topik penelitian agar lebih terfokus adalah:

1. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang didapatkan dari Badan Pusat Statistik yaitu data produksi *crude palm oil* perkebunan Indonesia pada periode Januari 2011 - Desember 2022.
2. Pendugaan parameter α, β, dan γ pada *Holt-Winter's Exponential Smoothing* menggunakan modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt* dengan nilai *threshold error* (ε) maksimal sebesar 10^{-4}

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan parameter metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* berdasarkan metode optimasi Modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt* pada peramalan data produksi *crude palm oil* perkebunan Indonesia.
2. Mendapatkan hasil peramalan produksi *crude palm oil* perkebunan Indonesia Tahun 2022 menggunakan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dengan optimasi Modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt* .

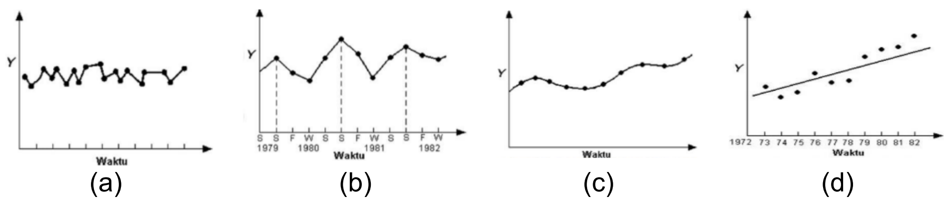
1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai rujukan dalam perhitungan peramalan suatu produksi terutama dalam pengambilan kebijakan yang berhubungan tentang produksi *crude palm oil*. Selain itu, penelitian ini dapat memberikan pemahaman konsep dan teknik dari wawasan baru bagi pembaca dalam mempelajari lebih lanjut tentang analisis data dan ilmu statistika dalam konteks nyata khususnya peramalan menggunakan *Holt-Winter's Exponential Smoothing* menggunakan optimasi Modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt.*

1.5 Landasan Teori

1.5.1 *Time Series*

Analisis *time series* adalah metode analisis statistik yang digunakan untuk memeriksa data yang diobservasi secara berurutan dalam interval waktu yang teratur. Tujuannya adalah untuk mengindentifikasi pola variasi dalam data yang kemudian digunakan membuat prediksi atau peramalan tentang nilai masa depan berdasarkan informasi historis (Hanke & Wichern, 2009). Analisis *time series* sering digunakan di berbagai bidang, seperti ekonomi, keuangan, meteorologi dan ilmu sosial, untuk membantu dalam pengambilan Keputusan dan perancanaan strategis. Pemilihan metode time series yang tepat didasarkan pada tipe pola data yang akan di prediksi. Secara umum pola data time series dibagi menjadi empat komponen seperti pada Gambar 1 yaitu:



Gambar 1. Jenis Pola Data *Time Series* (a) Pola Data Horizontal (b) Pola Data Musiman (c) Pola Data Siklis (d) Pola Data Tren

a. Pola data horizontal, pola data ini terjadi jika terdapat data yang berfluktuasi disekitar nilai rata-rata yang konstan. Deret tersebut stasioner terhadap nilai rata-ratanya sepeti pada gambar 1

b. Pola data musiman, pola data ini terjadi jika terdapat suatu deret data yang dipengaruhi oleh faktor musiman (misalnya kuartal tahun tertentu, bulanan, atau hari-hari pada minggu tertentu). Pola data musiman pada grafiknya menunjukkan puncak-puncak *(peaks)* dan lembah-lembah *(valleys)* yang berulang dalam interval yang konsisten.
c. Pola data siklis, pola data ini terjadi jika terdapat data yang dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis. Pergerakan polanya seperti gelombang yang lebih Panjang daripada satu tahun dan belum tentu berulang pada interval waktu sama
d. Pola data trend, Pola data ini terjadi jika terdapat kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data.

1.5.2 *Exponential Smoothing*

Peramalan *Exponential Smoothing* adalah salah satu metode dalam deret waktu yang menggunakan pembobotan eksponensial pada masa lalu. Metode ini terbagi menjadi tiga jenis yaitu *Single Exponential Smoothing* (SES) yang digunakan untuk data stasioner tanpa tren dan variasi musiman, hanya memerlukan satu parameter *smoothing* yaitu alpha (α), *Double Exponential Smoothing* yang digunakan untuk data dengan *trend* tetapi tanpa variasi musiman, memerlukan dua parameter *smoothing* yaitu alpha (α) dan beta (β), dan *Triple Exponential Smoothing* yang digunakan untuk data dengan tren dan variasi musiman dengan menggunakan tiga parameter *smoothing* yaitu alpha (α), beta (β), dan gamma (γ). Bentuk umum dari *Exponential Smoothing* adalah:

$$S_t = \alpha Z_t + (1-\alpha)S_{t-1} \tag{1}$$

Dengan,

S_t : Peramalan satu periode ke-t
α : Parameter smoothing dengan konstanta $0 \leq \alpha \leq 1$
S_{t-1} : Peramalan pada periode sebelumnya
Z_t : Data aktual pada periode ke-t

Pada tahun 1957, Robert Goodell Brown memperkenalkan Metode *Exponential Smoothing* yang dirancang untuk deret waktu tanpa tren dan musiman. Kemudian, pada tahun yang sama, Charles Holt mengajukan prosedur *Exponential Smoothing* yang dapat digunakan untuk data deret waktu dengan pola *trend*, yang dikenal sebagai metode *Double Exponential Smoothing* atau *Holt Exponential Smoothing*. Pada tahun 1965, Peter Winters mengembangkan metode ini lebih lanjut dengan menambahkan elemen musiman, sehingga menciptakan metode dengan tiga parameter. Metode ini dikenal sebagai *Holt-Winter's Exponential Smoothing* (Hyndman dkk., 2008).

1.5.3 Holt Winter's Exponential Smoothing

Metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* adalah salah satu varian dari *Exponential Smoothing*. Metode ini dikembangkan oleh Holt (1957) dan Winters (1960) yang memperluas metode *Holt* untuk memasukkan pola musiman dalam data. Metode ini memungkinkan pemodelan data dengan memperhitungkan faktor level, tren, dan musiman, yang semuanya diperbarui secara eksponensial. Dalam metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*, digunakan persamaan peramalan (F_t) dan tiga persamaan pemulusan yang meliputi *level* (S_t), *trend* (b_t), dan komponen musiman (I_t), dengan parameter pemulusan yang terdiri dari $\alpha, \beta,$ dan γ.

Terdapat dua jenis model *Holt-Winters* berdasarkan tipe musimannya, yaitu model multiplikatif dan aditif. Model multiplikatif diterapkan ketika plot data asli menunjukkan fluktuasi tren dan pola musiman yang berubah-ubah. Sebaliknya, model aditif digunakan ketika plot data asli menunjukkan tren dan pola musiman yang relatif stabil (Makridakis dkk., 1999).

Dalam menginisialisasi metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dibutuhkan nilai awal smoothing, smoothing faktor *trend* dan *smoothing* faktor musiman. Estimasi musim. Nilai awal konstanta *smoothing level* didapatkan dengan menggunakan nilai rata-rata musim pertama seperti Persamaan 2.

$$S_l = \frac{1}{l}(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_t) \tag{2}$$

Nilai inisialisasi faktor *trend* aditif ditunjukkan oleh Persamaan 3

$$b_l = \frac{1}{l}\left[\frac{Y_{l+1} - Y_1}{l} + \frac{Y_{l+2} - Y_2}{l} + \cdots + \frac{Y_{l+t} - Y_t}{l}\right] \tag{3}$$

Untuk inisialisasi faktor *trend* multipikatif menggunakan data lengkap selama dua musim (dua periode) ditunjukkan oleh Persamaan 4.

$$b_l = \frac{1}{l}\left[\frac{Y_{l+1} - Y_1}{Y_1} + \frac{Y_{l+2} - Y_2}{Y_2} + \cdots + \frac{Y_{l+t} - Y_t}{Y_s}\right] \tag{4}$$

Kemudian untuk didapatkan nilai inisialiasi indeks musiman dengan menggunakan rasio dari data tahun pertama dengan rata-rata data tahun kedua untuk model aditif seperti pada Persamaan 5.

$$I_1 = Y_1 - S_l,\ I_2 = Y_2 - S_l, \dots, I_t = Y_t - S_l \tag{5}$$

Untuk model multipikatif seperti Persamaan 6.

$$I_1 = \frac{Y_1}{S_l}, I_2 = \frac{Y_2}{S_l}, \dots, I_t = \frac{Y_t}{S_l} \tag{6}$$

Dengan,

l : panjang musiman

t : indeks waktu

Y_t : data aktual pada waktu ke-t

Persamaan yang digunakan dalam implementasi *Holt-Winter's Exponential Smoothing* pada model aditif adalah sebagai berikut:

$$S_t = \alpha(Y_t - I_{t-l}) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \tag{7}$$

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \tag{8}$$

$$I_t = \gamma(Y_t - S_t) + (1 - \gamma)I_{t-l} \tag{9}$$

$$F_{t+m} = S_t + b_t m + I_{t-l+m} \tag{10}$$

Persamaan yang digunakan dalam implementasi *Holt-Winter's Exponential Smoothing* pada model multipikatif adalah sebagai berikut:

$$S_t \quad = \alpha\left(\frac{Y_t}{I_{t-l}}\right) + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \tag{11}$$

$$b_t \quad = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \tag{12}$$

$$I_t \quad = \gamma\left(\frac{Y_t}{S_t}\right) + (1-\gamma)I_{t-l} \tag{13}$$

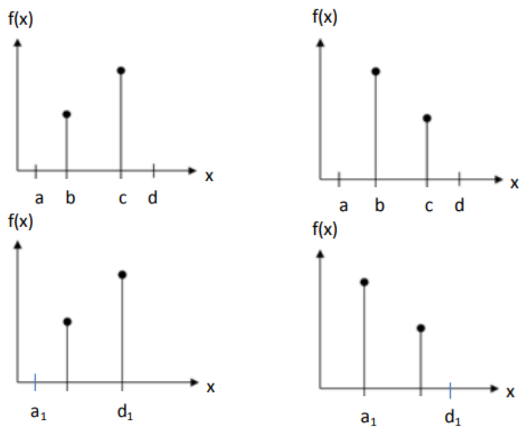
$$F_{t+m} \quad = (S_t + b_t m)I_{t-l+m} \tag{14}$$

Dengan,

Y_t : Nilai aktual pada akhir pada periode t
α : konstanta pemulusan untuk S_t
S_t : nilai pemulusan *level* pada periode t
β : konstanta pemulusan untuk b_t
b_t : nilai pemulusan tren pada periode t
l : Panjang musiman
I_{t-l} : nilai pemulusan musiman $t-l$ pada periode yang lalu
γ : konstanta pemulusan untuk I_t
I_t : nilai pemulusan musiman pada periode t
m : Panjang waktu peramalan
F_{t+m} : hasil peramalan pada periode $t+m$

1.5.4 *Golden Section*

Metode *Golden Section* secara umum digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman *non-linear* yang melibatkan satu variabel dalam proses maksimasi atau minimasi. Metode ini bekerja dengan prinsip mengurangi daerah yang mungkin terdapat fungsi yang optimal (maksimum atau minimum) secara iteratif (Saputra dkk., 2016) Proses pengurangan interval yang diilustrasikan oleh gambar (2) berikut (Al Qarani dkk., 2018). Dibutuhkan nilai r *(Golden Ratio)* untuk mendapatkan sebuah titik baru yang simetris dapat dilihat pada Persamaan (20).



(a) (b)

Gambar 2. Pengurangan Interval Pencarian x optimal (a) dari [a,d] menjadi [a,c] (b) dari [a,d] menjadi [b,d].

Tahapan selanjutnya adalah menentukan dua nilai x yang simetris dalam interval tersebut yaitu b dan c, dan interval kemungkinan fungsi nilai optimal dikurangi dari $[a, d]$ menjadi $[a, c]$ atau $[b, d]$ tergantung dari harga fungsi di $x = b$ dan di $x = c$ secara grafis ditunjukkan pada Gambar 2 (Yuwida dkk., 2012). Untuk mendapatkan interval b dan c simetris dalam interval $[a, d]$ digunakan nilai perbanding an r, sehingga:

$$\frac{c-a}{d-a} = \frac{d-b}{d-a} = \frac{b-a}{c-a} = \frac{d-c}{d-b} = r \tag{15}$$

Rumus perbandingan r pada Persamaan (15) dapat dituliskan:

$$b = d - r(d-a) = ra + (1-r)d \tag{16}$$

$$c = a + r(d-a) = (1-r)a + rd = a + d - b \tag{17}$$

Pada setiap langkah iterasi, ditentukan dua titik pada interval yang ada. Untuk menghemat langkah perhitungan, hanya satu titik baru yang ditentukan untuk setiap langkah iterasi. Titik berikutnya adalah titik yang ditentukan pada langkah sebelumnya. Misalnya, rentang $[a, d]$ dapat dikurangi menjadi $[a, c]$. Rentang $[a, c]$ adalah rentang baru, sehingga dapat ditulis sebagai $[a_1, d_1]$. Hanya satu titik baru yang didefinisikan, yaitu b_1, karena titik b digunakan sebagai titik c_1. Sehingga diperoleh hubungan:

$$b_1 = ra_1 + (1-r)d_1 \tag{18}$$

$$r = \frac{c_1 - a_1}{d_1 - a_1} = \frac{b-a}{c-a} \tag{19}$$

Untuk mendapatkan nilai r diperoleh dengan cara menyelesaikan persamaan diatas yaitu dengan mensubstitusikan persamaan 13 dan 14 ke persamaan 16.

$$r = \frac{b-a}{c-a}$$

$$r = \frac{d - r(d-a) - a}{a + r(d-a) - a}$$

$$r = \frac{d - a - r(d-a)}{r(d-a)}$$

$$r^2 = \frac{d-a}{d-a} - \frac{r(d-a)}{d-a}$$

$$r^2 = 1 - r$$

$$r^2 + r - 1 = 0$$

$$r_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$r_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0{,}618033989 \tag{20}$$

$$r_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} = -1{,}618033989 \tag{21}$$

Agar interval menjadi semakin kecil, diperlukan syarat $0 < r < 1$, sehingga nilai yang dipakai adalah r_1 yaitu $0{,}618033$ (Al Qarani dkk., 2018).

1.5.5 Modifikasi *Golden Section*

Algoritma *Golden Section* hanya dapat menyelesaikan *non-linear programming* dengan satu variabel (x) maka dirancang sebuah metode yang dapat menyelesaikan permasalahan dengan banyak variabel. Bentuk umum *non linear programming* yang dimaksud adalah:

Maksimasi atau minimasi : $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$

Dengan kendala :
$$\begin{aligned} a_1 &\le x_1 \le d_1 \\ a_2 &\le x_2 \le d_2 \\ &\vdots \\ a_n &\le x_n \le d_n \end{aligned}$$

Nilai optimal parameter dihasilkan melalui optimasi modifikasi metode *Golden Section* dilakukan dengan menentukan $f(x_i)$ minimum diantara semua kombinasi x_i (Harahap & Drnius, 2022).

Kombinasi x_i untuk 2 parameter:

$$x_{1,1} = (\alpha_1, \gamma_1)$$
$$x_{1,2} = (\alpha_1, \gamma_2)$$
$$x_{2,1} = (\alpha_2, \gamma_1)$$
$$x_{2,2} = (\alpha_2, \gamma_2)$$

Berdasarkan harga $f(x_i)$ minimum, pembaruan interval 2 parameter dilakukan dengan syarat berikut

Tabel 1. Syarat pembaruan interval untuk 2 parameter

$f(x_i)$	Syarat
$f(\alpha_1, \gamma_1)$	a_1 baru, nilainya tetap
	a_2 baru, nilainya tetap
	d_1 baru = α_2
	d_2 baru = γ_2
$f(\alpha_1, \gamma_2)$	a_1 baru nilainya tetap
	a_2 baru = γ_1
	d_1 baru = α_2
	d_2 baru nilainya tetap
$f(\alpha_2, \gamma_1)$	a_1 baru = α_1
	a_2 baru = γ_1
	d_1 baru nilainya tetap
	d_2 baru nilainya tetap
$f(\alpha_2, \gamma_2)$	a_1 baru = α_1
	a_2 baru = γ_1
	d_1 baru nilainya tetap
	d_2 baru nilainya tetap

Tabel 1 menunjukkan syarat pembaruan interval untuk 2 parameter dalam metode modifikasi *Golden Section.*

Selain kombinasi x_i untuk 2 parameter, berikut adalah kombinasi x_i untuk 3 parameter:

$$x_{1,1,1} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) \qquad x_{2,2,1} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_1)$$
$$x_{1,2,1} = (\alpha_1, \beta_2, \gamma_1) \qquad x_{2,1,2} = (\alpha_2, \beta_1, \gamma_2)$$
$$x_{1,1,2} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_2) \qquad x_{1,2,2} = (\alpha_1, \beta_2, \gamma_2)$$
$$x_{2,1,1} = (\alpha_2, \beta_1, \gamma_1) \qquad x_{2,2,2} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$$

Berdasarkan harga $f(x_i)$ minimum, pembaruan interval 3 variabel dilakukan dengan syarat berikut

Tabel 2. Syarat pembaruan interval untuk 3 parameter

$f(x_i)$	Syarat
$f(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$	a_1 baru, nilainya tetap
	a_2 baru, nilainya tetap
	a_3 baru, nilainya tetap
	d_1 baru $= \alpha_2$
	d_2 baru $= \beta_2$
	d_3 baru $= \gamma_2$
$f(\alpha_1, \beta_2, \gamma_1)$	a_1 baru, nilainya tetap
	a_2 baru $= \beta_1$
	a_3 baru, nilainya tetap
	d_1 baru $= \alpha_2$
	d_2 baru, nilainya tetap
	d_3 baru $= \gamma_2$
$f(\alpha_1, \beta_1, \gamma_2)$	a_1 baru, nilainya tetap
	a_2 baru, nilainya tetap
	a_3 baru $= \gamma_1$
	d_1 baru $= \alpha_2$
	d_2 baru $= \beta_2$
	d_3 baru, nilainya tetap
$f(\alpha_1, \beta_2, \gamma_2)$	a_1 baru, nilainya tetap
	a_2 baru $= \beta_1$
	a_3 baru $= \gamma_1$
	d_1 baru $= \alpha_2$
	d_2 baru, nilainya tetap
	d_3 baru, nilainya tetap
$f(\alpha_2, \beta_1, \gamma_1)$	a_1 baru $= \alpha_1$
	a_2 baru, nilainya tetap
	a_3 baru, nilainya tetap
	d_1 baru, nilanya tetap
	d_2 baru $= \beta_2$
	d_3 baru $= \gamma_2$
$f(\alpha_2, \beta_2, \gamma_1)$	a_1 baru $= \alpha_1$
	a_2 baru $= \beta_1$
	a_3 baru, nilainya tetap
	d_1 baru, nilainya tetap

	d_2 baru, nilainya tetap
	d_3 baru = γ_2
$f(\alpha_2, \beta_1, \gamma_2)$	a_1 baru = α_1
	a_2 baru, nilainya tetap
	a_3 baru = γ_1
	d_1 baru, nilainya tetap
	d_2 baru = β_2
	d_3 baru, nilainya tetap
$f(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$	a_1 baru = α_1
	a_2 baru = β_1
	a_3 baru = γ_1
	d_1 baru, nilainya tetap
	d_2 baru, nilainya tetap
	d_3 baru, nialinya tetap

Tabel 2 menunjukkan syarat pembaruan interval untuk 3 parameter dalam metode modifikasi *Golden Section.*

1.5.5 Levenberg-Marquardt

Optimasi parameter pemulusan α, β dan γ dengan algoritma *Levenberg-Marquardt* (LM) dapat dilakukan dengan bantuan package yang tersedia pada software R, Dimana package dalam R yang digunakan untuk optimasi adalah library (minpack.lm). pada library (minpack.lm) terdapat beberapa function untuk melakukan optimasi, salah satu function yang ada adalah “nls,lm” dengan function ini melakukan optimasi menggunakan metode *Levenberg-Marquardt* (LM) (Elzhov dkk., 2023).

Cara kerja optimasi LM dalam R adalah dengan memasukkan nilai parameter α, β dan γ awal sembarang yang akan dioptimasi, diikuti dengan fungsi objektif yang telah dihitung sebelumnya dalam function masing-masing metode peramalan yang telah dibuat secara manual. Metode ini memiliki langkah-langkah yang bertujuan supaya nilai fungsi objektif yang akan diminimumkan mengalami penurunan pada iterasi selanjutnya. Fungsi objektif sendiri merupakan fungsi yang berisi perhitungan nilai error untuk masing-masing metode peramalan seperti *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Hasil dari nilai parameter alpha yang dioptimasi ini akan mendapatkan hasil peramalan optimal dengan nilai MAPE yang lebih kecil. Pada dasarnya setiap iterasi terdiri dari tahap menentukan arah turun (*descent direction*) dan panjang langkah yang akan meberikan penurunan yang baik terhadap nilai fungsi objektif.

Metode LM merupakan salah satu metode optimasi untuk menyelesaikan masalah kuadrat terkecil yang didasarkan pada metode *Gauss-Newton*. Pada metode LM, arah turun ditentukan dengan mempertimbangkan parameter damping yang akan mempengaruhi arah dan juga besar langkah. Algoritma ini menggabungkan metode *Gradient Descent* dan *Gauss-Newton*, bertindak seperti *Gradient Descent* ketika parameter jauh dari nilai optimal, dan seperti *Gauss Newton* ketika dekat dengan nilai optimalnya (Gavin, 2024). *Gradient Descent* dikenal sebagai algoritma optimisasi orde pertama yang memanfaatkan gradien atau turunan pertama suatu fungsi untuk mencapai nilai minimum atau titik terendah dari fungsi tersebut. Dalam konteks ini, "*gradient*" mengacu pada turunan pertama atau kemiringan suatu kurva, sementara "*descent*" mengacu pada pergerakan menuju titik yang lebih rendah (Sari dkk., 2024). *Gauss Newton* adalah metode untuk meminimalkan fungsi tujuan yang merupakan jumlah kuadrat. Metode ini mengasumsikan bahwa fungsi tujuan secara aproksimatif berbentuk kuadrat di sekitar solusi optimal. Dalam masalah berukuran sedang, *Gauss Newton* cenderung konvergen jauh lebih cepat daripada metode *Gradient Descent* (Sitompul, 2018).

Secara umum, algoritma *Levenberg-Marquardt* meminimalkan residual kuadrat terboboti. Dimana nilai residual tersebut disebut dengan kriteria galat *chi-square* atau dalam artian yang sederhana dengan memperkecil fungsi *chi-square*, yaitu (Gavin, 2024).

$$\chi^2(\boldsymbol{p}) = \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{x(i) - \hat{f}(i;\boldsymbol{p})}{\sigma_{x_i}}\right]^2$$

$$\chi^2(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{x^T W x} - 2\boldsymbol{x^T W \hat{f}} + \boldsymbol{\hat{f}^T W \hat{f}} \tag{22}$$

σ_{x_i} adalah ukuran bobot setiap galat dari $x(i)$. Sementara W adalah matriks diagonal dengan $W_{ii} = 1/\sigma_{x_i}^2$. Matriks W memiliki ukuran $n \times n$ dengan n merupakan jumlah observasi. $x(i)$ adalah nilai observasi pada indeks ke-i, dan p adalah vector parameter maka bobotnya senilai $W_{ii} = 1/\left(\sqrt{n}\right)^2$. Jika fungsi $\hat{f}(i;p)$ *non-linear*, maka meminimalkan nilai χ^2 dilakukan secara iteratif. Pada metode *Gradient Descent*, nilai gradient dari fungsi objektif *chi-square* didefinisikan sebagai berikut.

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{p}}\chi^2 = -2\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\hat{f}}(\boldsymbol{p})\right)^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{W} \left[\frac{\partial \boldsymbol{\hat{f}}(\boldsymbol{p})}{\partial \boldsymbol{p}}\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{p}}\chi^2 = -2\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\hat{f}}\right)^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{WJ} \tag{23}$$

Dengan matriks Jacobian (J) yaitu $\left[\frac{\partial \hat{f}}{\partial p}\right]$ mewakili sensitivitas lokal dari fungsi $\hat{f}(i;p)$ terhadap p parameter. Matriks J memiliki ukuran $n \times m$ dengan n merupakan jumlah observasi dan m merupakan jumlah parameter dalam vektor parameter p. Pembaharuan h yang mewakili mengecilkan nilai χ^2 adalah

$$\boldsymbol{h}_{gd} = \beta \boldsymbol{J^T W}\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\hat{f}}\right) \tag{24}$$

Dengan nilai skalar positif (β) menunjukkan besaran langkah pada metode *Gradient Descent.* Sementara itu, nilai pembaharuan parameter (h) pada metode *Gauss-Newton* adalah sebagai berikut.

$$[\boldsymbol{J^T W J}]\boldsymbol{h}_{gn} = \boldsymbol{J^T W}\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\hat{f}}\right) \tag{25}$$

Algoritma *Levenberg-Marquardt* secara adaptif mengubah pembaruan parameter antara pembaruan *Gradient Descent* dan pembaruan *Gauss-Newton*. Adapun h pada LM adalah sebagai berikut.

$$[\boldsymbol{J^T W J} + \lambda \boldsymbol{I}]\boldsymbol{h}_{lm} = \boldsymbol{J^T W}\left(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{f}}\right) \tag{26}$$

Dengan nilai parameter λ yang menentukan pergerakan dari pembaharuan parameter, yaitu nilai kecil dari parameter damping λ menghasilkan pembaruan *Gauss-Newton* dan nilai besar dari λ menghasilkan pembaruan *Gradient Descent*. Jika ada iterasi yang menghasilkan aproksimasi lebih buruk $(X^2(p + h_{lm}) > X^2(p))$, maka λ akan ditingkatkan. Sebaliknya, seiring dengan membaiknya solusi, λ akan dikurangi, kemudian metode *Levenberg-Marquardt* mendekati metode *Gauss-Newton*, dan solusi biasanya akan mempercepat menuju minimum lokal. Dalam iterasi ke-i, langkah h dievaluasi dengan membandingkan $\chi^2(p)$ dengan $\chi^2(p + h)$. Langkah tersebut akan diterima jika metrik ρ_i lebih besar daripada ambang yang telah ditentukan sebelumnya $\varepsilon > 0$. Metrik ini mengukur aktual dari χ^2 sebagai pembanding kenaikan dari pembaharuan LM (Primandari, 2016).

$$\rho_i(\boldsymbol{h}_{lm}) = \frac{X^2(\boldsymbol{p}) - X^2(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{h_{lm}})}{\left|\left(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{f}}\right)^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{W}\left(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{f}}\right) - \left(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{f}} - \boldsymbol{J}\boldsymbol{h_{lm}}\right)^{\boldsymbol{T}} W\left(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{f}} - \boldsymbol{J}\boldsymbol{h_{lm}}\right)\right|}$$

$$\rho_i(\boldsymbol{h}_{lm}) = \frac{X^2(p) - X^2(p + h_{lm})}{\left|\boldsymbol{h}_{lm}^{\boldsymbol{T}}\left(\lambda_i \boldsymbol{h}_{lm} + \boldsymbol{J^T W}\left(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{p})\right)\right)\right|} \tag{27}$$

Jika dalam suatu iterasi $\rho_i(h)$ melebihi ambang, maka $p + h$ dianggap cukup lebih baik dari ρ, dan p digantikan oleh $p + h$, serta λ dikurangi dengan faktor. Sebaliknya, jika λ meningkatkan oleh suatu faktor, maka algoritma akan melanjutkan ke iterasi berikutnya (Primandari, 2016).

1.6 *Mean Absolute Percentage Error*

Mean Absolute Percentage Error atau MAPE, menjadi salah satu metrik yang sangat popular dalam mengevaluasi akurasi peramalan. Metrik ini direkomendasikan dalam banyak buku teks dan menjadi ukuran utama dalam *M-competition*, MAPE mencerminkan rata-rata kesalahan persentase *absolute* (APE) (Sungil & Heeyoung, 2016). Penggunaan MAPE menjadi penting dalam konteks keuangan, contohnya karena seringkali keuntungan dan kerugian diukur dalam nilai relatif. Dalam aplikasi kehidupan nyata, MAPE sering diterapkan ketika jumlah yang akan diprediksi diketahui akan tetap tinggi di atas nol. Secara umum, telah diusulkan bahwa MAPE sangat sesuai untuk aplikasi peramalan, terutama dalam situasi di mana data yang memadai tersedia. Misalkan X_t dan F_t mewakili nilai aktual dan nilai ramalan pada titik dan data t masing-masing. Maka, MAPE didefinisikan sebagai (Sungil & Heeyoung, 2016).

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Y_t - F_t}{Y_t}\right| \times 100\% \quad (29)$$

Dengan n adalah jumlah titik data. MAPE bersifat skala independent dan mudah diinterpretasikan, sehingga membuatnya populer di kalangan praktisi industry. nilai MAPE diklasifikasikan sesuai dengan kriteria yang disusun oleh Lewis (1982) dengan berisi nilai MAPE yang biasa digunakan untuk data bisnis dan industri beserta interpreasinya dalam empat kriteria kemampuan prediksi (Vivas dkk., 2020).

Tabel 3. Kriteria kualitatif MAPE

MAPE	Kemampuan Prediksi
$< 10\%$	Kemampuan peramalan sangat baik
$10\% - 20\%$	Kemampuan peramalan baik
$20\% - 50\%$	Kemampuan peramalan cukup
$> 50\%$	Kemampuan peramalan buruk

1.6.7 *Crude Palm Oil*

Kelapa sawit adalah salah satu komoditas utama di subsektor perkebunan yang memiliki peran strategis dalam perekonomian Indonesia. Sejak tahun 2006, Indonesia telah menjadi produsen minyak sawit terbesar di dunia, yang secara signifikan memenuhi kebutuhan minyak nabati global (Kementan RI, 2024). Kelapa sawit juga menjadi sumber devisa negara yang penting, dengan produk utamanya berupa minyak sawit mentah (CPO) dan minyak inti sawit. Komoditas ini memiliki pasar yang luas, baik di dalam negeri maupun luar negeri, mencakup industri makanan, kosmetik, oleokimia, hingga bahan bakar nabati (Wahyuni dkk., 2021).

Sektor perkebunan kelapa sawit menyumbang 3,88% terhadap Produk Domestik Bruto (PDB) pada tahun 2023 dan menjadi bagian terbesar dari sektor pertanian, kehutanan, dan perikanan dengan kontribusi mencapai 30,97% (BPS, 2023). Perkebunan kelapa sawit juga berperan penting dalam menciptakan lapangan kerja bagi jutaan petani serta menjadi pendorong utama pertumbuhan ekonomi daerah di Indonesia. Sebagai salah satu komoditas strategis, kelapa sawit terus berkembang seiring dengan tingginya permintaan produk turunannya, seperti minyak goreng, margarin, dan sabun. Dari sisi pelestarian lingkungan hidup, tanaman kelapa sawit ini dapat berperan dalam penyerapan gas rumah kaca (CO_2) dan mampu menghasilkan O_2 atau jasa lingkungan lainnya (Siregar & Puspitasari, 2023).

BAB II
METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu jumlah produksi *crude palm oil* (Ton) perkebunanan Indonesia dari Januari 2011 sampai dengan desember 2022 yaitu sebanyak 144 observasi yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Indonesia. Rincian data yang digunakan ditunjukkan pada Tabel 2, dengan informasi lebih lengkap dapat ditemukan pada Lampiran 1. Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan bantuan *software R* dan *Microsoft Excel*.

Tabel 4. Data produksi kelapa sawit Indonesia

Bulan	Tahun				
	2011	2012	2013	···	2022
Januari	2.221.346	2.599.685	2.678.256		2.907.785
Februari	1.888.948	2.322.493	2.400.105		2.803.456
Maret	2.153.751	2.380.679	2.456.967		3.154.425
April	1.940.738	2.105.836	2.167.081		3.667.093
Mei	1.976.543	2.344.907	2.422.896		3.521.748
Juni	2.089.879	2.226.412	2.304.538	···	3.822.070
Juli	1.993.221	1.935.949	1.998.365		3.941.987
Agustus	1.888.701	1.676.090	1.732.072		4.316.766
September	1.591.840	1.547.720	1.603.996		4.326.076
Oktober	1.807.144	2.392.410	2.476.106		4.855.506
November	1.719.169	2.335.051	2.421.158		4.809.945
Desember	1.627.829	2.148.287	2.233.910		4.692.816

Sumber: Badan Pusat Statistik, 2023

2.2 Metode Analisis

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah *Holt-Winters Exponential Smoothing* dengan optimasi Modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt* untuk mengetahui permodelan forecasting dari produksi kelapa sawit . Analisis data dilakukan dengan bantuan *software Rstudio* dan *Microsoft Excel*. Langkah analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini antara lain:

1. Mengumpulkan data produksi *crude palm oil* perkebunan Indonesia dari Badan Pusat Statistik Indonesia dengan periode Januari 2011-Desember 2022.
2. Menghitung statistika deskriptif berupa grafik plot dari pergerakan produksi *crude palm oil* dan memeriksa keberadaan seasonal.
3. Membagi data produksi *crude palm oil* menjadi 3 bagian yaitu untuk penentuan nilai awal *smoothing* digunakan 12 data (Januari 2011-Desember 2011), untuk penentuan parameter optimal digunakan 120 data *training* (Januari 2012-Desember 2021) dan 12 data *testing* (Januari 2022-Desember 2022).

4. Mengidentifikasi jenis pola musiman (aditif/multipikatif) pada plot *time series* data produksi karet kelapa sawit Indonesia.
5. Melakukan peramalan produksi *crude palm oil* dari data *training* menggunakan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*:
    a. Menginisiasi nilai awal *smoothing level* (Persamaan 2), faktor *trend* (Persamaan 3) dan (Persamaan 4) dan faktor musiman (Persamaan 5) atau (Persamaan 6).
    b. Menentukan parameter awal $(\alpha), (\beta)$, dan (γ) yang akan digunakan pada *Holt-Winter's Exponential Smoothing*. Syarat dari parameter ini adalah $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$, dan $0 < \gamma < 1$ yang digunakan adalah α sebesar $0{,}5$; β sebesar $0{,}5$; dan γ sebesar $0{,}5$.
    c. Membuat fungsi peramalan menggunakan *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dan melakukan peramalan menggunakan *Holt-Winter's Exponential Smoothing* pada masing-masing α, β dan γ.
6. Menghitung nilai MAPE berdasarkan hasil peramalan dan data *testing* dari metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* pada setiap α, β dan γ
7. Melakukan optimasi parameter menggunakan metode modifikasi *Golden Section*:
    a. Menentukan selang ketidakpastian pertama $[a_1, d_1] = [0{,}1]$ yang merupakan kendala dari optimasi yakni batas nilai α yaitu $0 < \alpha < 1$, $[a_2, d_2] = [0{,}1]$ yang merupakan kendala dari optimasi yakni batas nilai β yaitu $0 < \beta < 1$, dan $[a_3, d_3] = [0{,}1]$ yang merupakan kendala dari optimasi yakni batas nilai γ yaitu $0 < \gamma < 1$. Serta menentukan nilai toleransi yaitu $\varepsilon = 10^{-4}$.
    b. Menetapkan nilai $(r) = 0{,}618033989$ (Persamaan 20)
    c. Menentukan nilai awal $b(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ dan $c(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ sehingga:

$$\alpha_1 = ra_1 + (1-r)d_1 \tag{30}$$

$$\alpha_2 = ra_1 + (1-r)d_1 \tag{31}$$

$$\beta_1 = ra_2 + (1-r)d_2 \tag{32}$$

$$\beta_2 = a_2 + d_2 - \beta_1 \tag{33}$$

$$\gamma_1 = ra_3 + (1-r)d_3 \tag{34}$$

$$\gamma_2 = a_3 + d_3 - \gamma_1 \tag{35}$$

    d. Mencari $f(x_i)$ minimum diantara semua kombinasi x_i.

e. Mengurangi batas interval pencarian dengan menentukan nilai a dan d yang baru pada iterasi selanjutnya berdasarkan $f(x_i)$.
f. Mengulangi langkah (c), (d), dan (e) sampai syarat $d_1 - a_1 \leq \varepsilon, d_2 - a_2 \leq \varepsilon$, dan $d_3 - a_3 \leq \varepsilon$ terpenuhi.
g. Memilih kombinasi parameter *smoothing* yang optimal berdasarkan nilai MAPE yang terkecil.

8. Melakukan optimasi parameter menggunakan algoritma *Levenberg-Marquardt*:
   a. Parameter awal yang ditentukan pada langkah 6 digunakan ke dalam algoritma *Levenberg-Marquardt* untuk memperoleh parameter optimal.
   b. Melakukan peramalan *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dari data *training* menggunakan $\alpha, \beta,$ dan γ hasil optimasi pada (Persamaan 26).
   c. Menghitung nilai MAPE berdasarkan hasil peramalan dan data *testing* dari metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dengan menggunakan optimasi parameter *Levenberq-Marquardt*.
9. Melakukan perbandingan hasil optimasi modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt* berdasarkan nilai MAPE pada langkah 7g dan 8c
10. Menghitung peramalan produksi kelapa sawit Indonesia untuk 12 bulan ke depan yaitu pada tahun 2022 menggunakan *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dengan optimasi modifikasi *Golden Section* dan *Levenberg-Marquardt*.