SKRIPSI

ANALISIS GETARAN BEBAS BALOK KANTILEVER MENGGUNAKAN MATERIAL ALUMINIUM 6061 BERBASIS *SOFTWARE* ABAQUS

Disusun dan diajukan oleh

ARIANTO

D021181008

PROGRAM STUDI SARJANA TEKNIK MESIN

FAKULTAS TEKNIK

UNIVERSITAS HASANUDDIN

GOWA

2023

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

ANALISIS GETARAN BEBAS BALOK KANTILEVER MENGGUNAKAN MATERIAL ALUMINIUM 6061 BERBASIS *SOFTWARE* ABAQUS

Disusun dan diajukan oleh

ARIANTO

D021181008

Telah dipertahankan di hadapan panitia ujian yang di bentuk dalam rangka penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin

Pada tanggal 14 November 2023

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui

Pembimbing Utama	Pembimbing II
Prof. Dr. Ir. Onny Sutresman, MT	**Fauzan, ST, MT., Ph.D**
NIP. 19520706 197812 1 001	**NIP 19770103 200801 1 009**

Ketua Program Studi

Prof. Dr. Eng.Jalaluddin, ST., MT.

NIP. 19720825 200003 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini;

Nama : Arianto
NIM : D021181008
Program Studi : Teknik Mesin
Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

{Analisis Getaran Bebas Balok Kantilever Menggunakan Material Alumninium 6061 Bebasis *Software* Abaqus}

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain dan bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

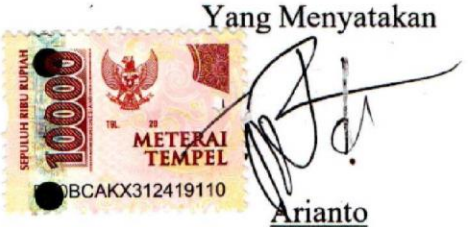
Semua informasi yang ditulis dalam skripsi yang berasal dari penulis lain telah diberi penghargaan, yakni dengan mengutip sumber dan tahun penerbitannya. Oleh karena itu semua tulisan dalam skripsi ini sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis. Apabila ada pihak manapun yang merasa ada kesamaan judul dan atau hasil temuan dalam skripsi ini, maka penulis siap untuk diklarifikasi dan mempertanggungjawabkan segala resiko.

Segala data dan informasi yang diperoleh selama proses pembuatan skripsi, yang akan dipublikasi oleh Penulis di masa depan harus mendapat persetujuan dari Dosen Pembimbing.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan isi skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Gowa, ... November 2023

Yang Menyatakan



Arianto

ABSTRAK

ARIANTO. *ANALISIS GETARAN BEBAS BALOK KANTILEVER MENGGUNAKAN MATERIAL ALUMINIUM 6061 BERBASIS SOFTWARE ABAQUS (Di bimbing oleh* Onny Sutresman dan Fauzan)

Pada penelitian ini akan menggunakan material aluminium yang menggunakan metode simulasi *software* Abaqus untuk mendapatkan frekuensi natural. pada peneltian bertujuan untuk menganalisis hubungan antara frekuensi alami dan mode getar menggunakan perangkat lunak Abaqus . Penelitian ini terdiri dari satu jenis tumpuan yaitu tumpuan kantilever dimana salah satu ujungnya di jepit dan yang lainnya bebas. Analisis mode getaran dilakukan pada 5 mode balok aluminium kantilever, balok yang digunakan adalah plat dengan material Aluminium seri 6061 dengan panjang 300 mm ,lebar 50 mm,dan tinggi masing masing model secara berurutan 6 mm,20 mm dan dan 30 mm dengan titik jepit pengujian berada pada ujung benda kerja. Pada ketebalan 6 mm frekuensi pribadinya hanya 13,472 Hz dan untuk ketebalan 20 mm frekuensi pribadinya 45,295, dan pada ketebalan 30 mm frekuensi pribadinya 67,550 Hz. Jadi Suatu struktur dapat mengalami getaran pada tingkat, parameter tertentu seperti sifat material, posisi tumpuan, dan sistem frekuensi menentukan karakteristik getarannya. Hasil menunjukkan bahwa setiap frekuensi alami (Fn) dan mode getaran mempunyai getaran dengan nilai yang berbeda. Disimpulkan bahwa semakin tebal spesimen semakin besar pula frekuensi pribadinya dan sebaliknya semakin tipis maka frekuensi pribadinya juga akan semakin kecil. Semakin besar kekakuan suatu spesimen maka semakin besar frekuensi pribadinya karena lebih mampu menahan getaran

Kata Kunci : Modus Getaran, Frekuensi, Perpindahan Getaran

ABSTRACT

ARIANTO. *FREE VIBRATION ANALYSIS OF CANTILEVER BEAM USING 6061 ALUMINUM MATERIAL BASED ON ABAQUS SOFTWARE (supervised by Onny Sutresman and Fauzan)*

This research will use aluminum material using the Abaqus software simulation method to obtain natural frequencies. The research aims to analyze the relationship between natural frequencies and vibration modes using Abaqus software. This research consists of one type of support, namely a cantilever support where one end is clamped and the other is free. Vibration mode analysis was carried out on 5 modes of aluminum cantilever beams, the beams used were 6061 series aluminum plates with a length of 300 mm, a width of 50 mm, and a height of each model respectively 6 mm, 20 mm and 30 mm with testing clamp points. is at the end of the workpiece. At a thickness of 6 mm the personal frequency is only 13.472 Hz and for a thickness of 20 mm the personal frequency is 45.295, and at a thickness of 30 mm the personal frequency is 67.550 Hz. So a structure can experience vibration at levels, certain parameters such as material properties, support positions, and frequency systems determine its vibration characteristics. The results show that each natural frequency (Fn) and vibration mode has vibrations with different values. It was concluded that the thicker the specimen, the greater the personal frequency and conversely, the thinner it is, the smaller the personal frequency. The greater the stiffness of a specimen, the greater its personal frequency because it is better able to withstand vibrations

Keywords: Vibration Mode, Frequency, Vibration Transfer

DAFTAR ISI

SAMPUL .....
LEMBAR PENGESAHAN.....**Error! Bookmark not defined.**
PERNYATAAN KEASLIAN.....**Error! Bookmark not defined.**
ABSTRAK..... iii
ABSTRACT.....iv
DAFTAR GAMBAR viii
DAFTAR TABEL.....x
DARFTAR SINGKATAN DAN SIMBOL.....xi
DAFTAR LAMPIRAN xii
KATA PENGANTAR xiii
BAB I.....1
PENDAHULUAN 1
1.1 LATAR BELAKANG.....1
1.2 RUMUSAN MASALAH 4
1.3 BATASAN MASALAH 4
1.4 TUJUAN PENELITIAN 4
1.5 MANFAAT PENELITIAN 4
BAB II 6
TINJAUAN PUSTAKA.....6
2.1 Pengertian Getaran 6
2.2 Klasifikasi Getaran.....7
2.2.1 Getaran bebas (*free vibration*) 7
2.2.2 Getaran Paksa.....10
2.3 Parameter Getaran.....10
2.3.1 Amplitudo 10
2.3.2 Periode 11
2.3.3 Frekuensi.....11
2.4 Sinyal Getaran.....11
2.4.1 Sinyal getaran domain waktu 12
2.4.2 Sinyal getaran domain frekuensi 12
2.5 Balok Kantilever 13
2.5.1 Teori Euler-Bernoulli 14
2.5.2 Teori Timoshenko 15
2.5.3 Metode solusi analitis.....16
2.5.4 Getaran tranversal dari sandwich beam 17

2.6 Sistem Balok Kontinu 18
2.7 Pengujian Tarik 22
2.7.1 Elastisitas 22
2.7.2 Tegangan 23
2.7.3 Regangan 24
2.7.4 Modulus Elastisitas 25
2.8 Modus Getaran 26
2.9 Aluminium 26
2.9.1 Bijih-bijih aluminium dapat digolongkan menjadi beberapa golongan, yaitu :27
2.9.2 Metode proses pemurnian Aluminium dapat diklasifikasikan menjadi 3 macam, yaitu : 27
2.9.3 Sifat – sifat Aluminium 28
2.9.4 Karakteristik aluminium 29
2.9.5 Aplikasi aluminium 30
2.10 Abaqus CAE 2021 31
2.11 Metode Elemen Hingga (MEH) 31
2.11.1 Definisi MEH 31
2.11.2 Persamaan Gerak Suatu Unsur 32
2.11.3 Penerapan MEH 35
BAB III 35
METODE PENELITIAN 35
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 35
3.2 Alat dan bahan 35
3.2.1 Alat 35
3.2.2 Bahan 36
3.3 Spesifikasi Material 37
3.4 Metode Penelitian 37
3.5 Pembuatan Model Spesimen 38
3.6 Jadwal Penelitian 47
3.7 Diagram Alir Penelitian 48
BAB IV 49
HASIL DAN PEMBAHASAN 49
4.1 Hasil uji tarik 49
4.2 Bentuk Balok Analisis Getaran 50
4.2.1 Analisis dimensi model 1 50
4.2.2 Analisis dimensi model 2 53
4.2.3 Analisis dimensi model 3 55

4.3 Perhitungan Kekakuan 57
4.4 Data Frekuensi pribadi secara teori 58
4.5 Grafik dan Pembahasan.....62
BAB V 67
KESIMPULAN DAN SARAN.....67
5.1 KESIMPULAN.....67
5.2 SARAN.....68
LAMPIRAN.....71

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Pengujian getaran pesawat ulang-alik *Enterprise*. (Courtesy of . 3
Gambar 2.2 Getaran bebas tanpa peredaman 8
Gambar 2.3 Getaran Tanpa Redaman Dengan Frekuensinya 8
Gambar 2. 4 Getaran bebas dengan peredaman 9
Gambar 2. 5 Getaran Akibat dan Gaya Yang Tidak Beraturan..... 9
Gambar 2.6 Sistem Getaran Sederhana (Thomson, 1986) 10
Gambar 2.7 sinyal getaran domain waktu 12
Gambar 2.8 Sinyal getaran domain Frekuensi 12
Gambar 2.9 Hubungan antara domain waktu dan frekuens 13
Gambar 2.10 Balok kantilever 14
Gambar 2.11 Balok Euler-Bernoulli dengan massa dan beban merata..... 15
Gambar 2.12 a) Deformasi badan balok bebas 15
Gambar 2. 13 Getaran tranversal dari sandwich beam 17
Gambar 2. 14 Model balok kontinu 19
Gambar 2. 15 Regangan membujur Sumber : Kane and Sternheim, 1976 24
Gambar 2. 16 Grafik tegangan terhadap reganganSumber : Kane and Sternheim, 1976 26
Gambar 2. 17 *Finite element modelling* 33
Gambar 2.18*(*a) Mesh Metode Perbedaan Hingga, (b) elemen segitiga, dan (c) elemen segiempat 36

Gambar 3.1 Alat uji tarik..... 35
Gambar 3.2 Abaqus CAE..... 36
Gambar 3.3 Ukuran spesimen uji tarik..... 37
Gambar 3.4 Menu Pada Abaqus..... 38
Gambar 3.5 Tampilan opsi Create Part dan dimensiModel 39
Gambar 3.6 Gambar model *part* 40
Gambar 3.7 Tampilan *global seeds* pada Abaqus CAEKemudian *klik apply* . 41
Gambar 3. 8 *Element Type* 41
Gambar 3.9 *Properti* 42

Gambar 3.10 Tampilan panel *boundary condition* pada Abaqus CAE 43
Gambar 3. 11 Tampilan panel *boundary condition* 43
Gambar 3.12 Tampilan *create step* pada Abaqus CAE 44
Gambar 3.13 Tampilan *edit step* Abaqus CAE 45
Gambar 3.14 Tampilan panel job Abaqus CEA..... 45
Gambar 3.15 Tampilan panel job manager pada Abaqus CAE 46

Gambar 4. 1 Grafik tegangan regangan aluminium 6061 49
Gambar 4.2 Balok yang belum di uji getar 50
Gambar 4. 3 perbandingan Frekuensi pribadi secara analisis dengan teoritis getaran pada model 1 62
Gambar 4. 4 perbandingan Frekuensi pribadi secara analisis dengan teoritis getaran pada plat model 2 63
Gambar 4. 5 perbandingan Frekuensi pribadi secara analisis dengan teoritis getaran pada model 3 64
Gambar 4. 6 Pengaruh kekakuan terhadap frekuensi..... 65
Gambar 4.7 perbandingan Frekuensi Pribadi berdasarkan ketebalan spesimen 66

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 nilai dari α untuk persamaan 13 18
Tabel 2. 2 konstanta 21
Tabel 2. 3 Karakteristik aluminium 29
Tabel 3. 1 Dimensi spesimen uji tarik dalam mm 37
Tabel 4.1 Hasil uji tarik 49
Tabel 4. 2 Frekuensi natural dan mode getaran pada model 1 51
Tabel 4. 3 Frekuensi natural dan mode getaran pada plat model 2 53
Tabel 4. 4 Frekuensi natural dan mode getaran pada model 3 55
Tabel 4. 5. Data hasil perhitungan kekakuan 57
Tabel 4.6 Besaran nilai c pada modus getaran 59
Tabel 4. 7 perbandingan hasil analisis abaqus dengan teoritis pada model 1 .. 60
Tabel 4.8 perbandingan hasil analisis Abaqus dengan teoritis pada model 2 .. 60
Tabel 4.9 perbandingan hasil analisis Abaqus dengan teoritis pada model 3 .. 61

DARFTAR SINGKATAN DAN SIMBOL

Lambang/singkatan	**Arti dan keterangan**	**Satuan**
ρ	densitas material	kg/m^3
λ	nilai aigen	m
ω	frekuensi alami sudut	Hertz
E	modulus Young's	N/m^2
δ	persen eror	%
L	panjang penampang	m
I	momen inersia	$kg.m^2$
m	massa	kg
b	lebar penampang	m
h	tinggi penampang	m
f	frekuensi pribadi	Hertz
A	luas permukaan	$m2$
σ	tegangan tarik	$N/m2$, Pa
Δ*l*	perubahan panjang	m
L_0	Panjang mula mula	m
T	periode	Sekon
C	harga redaman yang dipasang	-
k	Konstanta kekakuan	-

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 spesimen pengujian dan dokumentasi penelitian **.....**71

KATA PENGANTAR

Alhamdudillah, Puji syukur kita panjatkan atas kehadirat Allah SWT atas berkat Rahmat dan Karunia-nya sehingga tugas akhir ini yang berjudul "**ANALISIS GETARAN BEBAS BALOK KANTILEVER DENGAN MATERIAL ALUMINIUM 6061 BERBASIS ABAQUS''** dapat terselesaikan dengan baik.

Penelitian ini merupakan salah satu syarat wajib yang harus ditempuh setiap mahasiswa Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin untuk Program S1 agar bisa mendapatkan gelar Sarjana Teknik (S1).

Penghargaan dan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada Ayahanda tercinta Baha dan Ibunda yang kusayangi Badaria yang telah mencurahkan segenap cinta dan kasih sayang serta perhatian moril maupun materil. Semoga Allah SWT selalu melimpahkan Rahmat, Kesehatan, Karunia dan keberkahan di dunia dan di akhirat atas budi baik yang telah diberikan kepada penulis.

Saya juga mengucapkan banyak terimakasih kepada Prof. Dr. Ir. Onny Sutresman, MT selaku pembimbing I dan bapak Fauzan, ST., MT., Ph.D. selaku pembimbing II yang telah banyak membimbing saya selama proses penelitian baik dalam pemikiran maupun dalam penulisan skripsi ini. Saya juga ingin mengucapka banyak terimakasih kepada:

1. Yth. Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc., selaku Rektor Universitas Hasanuddin.
2. Yth Bapak Dr. Eng. Ir. Muhammad Isran Ramli, S.T., M.T. Selaku Dekan Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin.
3. Yth. Bapak Dr. Eng. Jalaluddin, S.T., M.T., selaku Ketua Departemen Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin yang telah menyetujui dan menerima tugas akhir penulis.
4. Seluruh dosen Departemen Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan yang sudah dibagikan terhadap penulis. Ilmu dan pengetahuan yang membuat penulis

semakin mengerti fenomena-fenomena dalam bidang teknik terutama bidang teknik mesin.

5. Seluruh Staf Administrasi Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin.
6. Teman-teman Laboratiorium Getaran yang menemani selama masa pengambilan data dan penulisan tugas akhir.
7. Seluruh Anggota HMM FT-UH
8. Teman-teman seperjuangan Teknik Mesin angkatan 2018 (REACTOR) yang telah memberi bantuan dan semangat dalam menyelesaikan tugas akhir penulis.
9. Teman-teman Teknik 2018 yang telah memberi bantuan dan semangat dalam menyelesaikan tugas akhir penulis.
10. Serta semua pihak yang tidak dapat disebut satu per satu yang telah banyak membantu penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan dan jauh dari kata sempurna. Karena itu, penulis memohon saran dan kritik yang sifatnya membangun demi kesempurnaannya dan semoga bermanfaat bagi kita semua.

Gowa, 31 Oktober 2023

Arianto

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Modal analisys adalah metode umum yang digunakan untuk menyelidiki perilaku dinamis struktur mekanik di bawah eksitasi dinamika. Pengurangan kebisingan yang dipancarkan dari sistem ke lingkungan diaktifkan oleh analisis modal. Ini membantu mengetahui penyebab getaran yang menyebabkan kerusakan pada sistem dan digunakan untuk menguranginya. Singkatnya, seseorang dapat meningkatkan kinerja sistem dengan menggunakan metode analisis modal. Dua metode analisis modal yang dikenal adalah analisis modal numerik dan analisis modal eksperimental. Model matematis diturunkan dari data input pengukuran, yang ditangani oleh analisis modal eksperimental. (Ali DEMİRTAŞ,2017)

Getaran merupakan salah satu fenomena mekanika yang sangat penting dalam keberhasilan terciptanya suatu alat, terselesainya suatu sistem kerja mesin, dan keberhasilan dalam kontruksi pembangunan. Perkembangan sejarah getaran meliputi beberapa aspek yaitu hukum rekayasa dan hukum alam, kemudian diaplikasikan dalam kehidupan manusia setiap harinya. Getaran mekanis merupakan gerak osilasi dari sistem mekanik disekitar posisi atau titik seimbang. Sistem kerja mesin merupakan salah satu fenomena dari getaran. Pengujian getaran dilakukan untuk mengetahui karakteristik dinamik dari sebuah struktur atau benda. Karena getaran terjadi adanya gaya eksitasi. Pengujian getaran juga bisa digunakan untuk mengetahui kekuatan struktur saat dikenai getaran secara kontinyu. Getaran terjadi dengan sendirinya tanpa disadari karena kurangnya perhitungan yang tepat. Getaran yang muncul akan mengganggu kenyamanan, menimbulkan ketidak presisian atau menurunkan kualitas kerja mesin-mesin perkakas, dan getaran juga dapat merusak kontruksi mesin atau bangunan. (Akbarul M.T.S,2022)

Getaran atau perpindahan sebuah benda tergantung dari sifat elastisnya, frekuensi pribadi, kekakuan dan kondisi dukungan benda tersebut . Perbedaan sifat material dan kondisi sistem menyebabkan getaran yang terjadi pada sistem mempunyai pola perpindahan getaran yang berbeda. Pengetahuan tentang pola getaran tersebut akan bermanfat dalam menganalisis dan memantau kondisi getaran yang pada mesin maupun struktur rekayasa. Setiap material mempunyai nilai frekuensi pribadi. Frekuensi pribadi merupakan sifat material yang ditetukan oleh massa dan kekakuannya. Frekuensi pribadi menjadi penting untuk diketahui untuk menghindari mesin struktur rekayasa digetarkan pada frekuensi tersebut. Karena Jika frekuensi getaran sama dengan ferkeuesi naturalnya maka akan menimbulkan getaran yang cukup besar . Beberapa penelitian telah menganalisis karakteristik getaran struktur material untuk mengukur tingkat getarannya. Perbedaan pola getaran dari kondisi awalnya dapat menandakan adanya kelainan pada struktur tersebut. Perawatan berkala pada mekanisme dapat dilakukan dengan pengukuran tingkat getarannya sehingga tidak harus merusak komponen tersebut. Hal ini menunjukkan pengetahuan tentang karateristik atau pola getaran suatu bahan atau struktur menjadi bermanfaat. Getaran yang besar atau tidak normal pada alat transportasi atau struktur lain tentu akan menyebabkan kelelahan dan mempengaruhi batas waktu umur material dan juga menentukan tingkat kenyamanan penggunanya. Struktur kompleks dapat mempunyai derajat kebebasan yang banyak, untuk perhitungan cepat maka perhitungan getaran harus menggunakan analisa numerik atau metode elemen hingga. Pengunaan software dapat digunakan untuk melakukan perhitungan frekuensi pribadi dan modus getarnya . (Nanang Endriatno,2022)

Gambar 2. 1 Pengujian getaran pesawat ulang-alik *Enterprise*. (Courtesy of NASA.)

Kapanpun frekuensi alami getaran suatu mesin atau struktur bertepatan denganfrekuensi eksitasi eksternal, terjadilah fenomena yang disebut resonansi,yang menyebabkan defleksi dan kegagalan yang berlebihan. Literatur penuh dengan laporan kegagalan sistem yang disebabkan oleh resonansi dan getaran berlebihan pada komponen dan sistem (lihat Gambar 2.1). Karena dampak buruk getaran terhadap mesin dan struktur, pengujian getaran telah menjadi prosedur standar dalam desain danpengembangan sebagian besar sistem rekayasa.Dalam banyak sistem rekayasa, manusia bertindak sebagai bagian integral dari sistem.Transmisi getaran ke manusia mengakibatkan ketidaknyamanan dan hilangnya efisiensi.Getaran dan kebisingan yang dihasilkan oleh mesin menyebabkan gangguan pada manusia dan, terkadang,kerusakan properti. Getaran pada panel instrumen dapat menyebabkan kegagalan fungsi atau kesulitan dalam membaca meteran .Demikianlah salah satu tujuan penting dari studi getaran adalah mengurangi getaran melalui desain mesin yang tepat dan pemasangannya. Dalam hubungan ini, insinyur mesin berusaha merancang mesin atau mesin sedemikian rupa sehingga meminimalkan ketidakseimbangan, sedangkan insinyur struktur mencoba merancang

struktur pendukungnya sedemikian rupa.untuk memastikan bahwa dampak ketidak seimbangan tersebut tidak merugikan .

Pada penelitian ini akan menggunakan material aluminium . Tujuan penelitian ini untuk mengetahui seberapa besar aluminium mengasilkan frekuensi pribadi pada setiap mode getaran menggunakan modal analisis berbasis Abaqus jika variasi ketebalan berbeda-beda. Oleh karena itu, penelitian ini berjudul "Analisa Getaran Bebas Balok Kantilever Dengan Material Aluminium 6061 berbasis Abaqus".

1.2 RUMUSAN MASALAH

Berdasarkan latar belakang di atas, maka masalah yang akan diangkat pada penelititan ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana karakteristik getaran pada balok kantilever dengan mengunakan material ringan aluminium 6061 ?
2. Bagaimana besar modus getaran yang dihasilkan material ringan aluminium 6061?

1.3 BATASAN MASALAH

Adapun batasan dari penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Memperoleh data analisa getaran berbasis *software* Abaqus
2. Menggunakan material aluminium sebagai material penelitian
3. Menganalisa perbedaan karakteristik getaran dengan material ringan aluminium

1.4 TUJUAN PENELITIAN

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Mengetahui karakteristik getaran pada balok kantilever dengan mengunakan material aluminium dengan variasi ketebalan
2. Mengetahui pengaruh ketebalan terhadap frekuensi dan modous getaran yang dihasilkan material aluminium

1.5 MANFAAT PENELITIAN

Manfaat penulisan laporan tugas akhir ini adalah :

1. Dapat mengetahui karakteristik getaran pada balok kantilever dengan mengunakan material aluminium
2. Dapat mengetahui besar frekuensi pribadi,dan modus getaran sehingga dapat memprediksi seberapa besar getaran pada suatu konstruksi berbahan aluminium

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pengertian Getaran

Getaran adalah gerakan berisolasi dari sistem mekanis serta kondisi-kondisi dinamisnya. Gerakan dapat berupa benturan yang berulang secara kontinyu atau dengan kata lain dapat juga berupa gerakan tidak beraturan atau acak. Getaran sebagai fenomena alam merupakan kecenderungan respons alam atau respons yang terjadi, baik langsung maupun tidak langsung, akibat terjadinya peristiwa alam. Peritiwa alam ini menampakkan sesuatu yang dapat kita pelajari rentetannya. Penampakan ini dapat merupakan sesuatu yang dirasakan maupun yang tidak dirasakan oleh panca indera. Ranah pengetahuan tertarik terhadap lingkup fenomena yang tidak dapat dirasakan panca indera, seperti panas dan getaran. Getaran merupakan salah satu fenomena alam, itu berarti kita busa kelompokan kejadian dan respons penampakan dalam domain yang kita sebut getaran. Gempa merupakan anggota kelumpok getaran dan gerakan pegas daun sebagai penghubung roda dengan sasis mobil merupakakan getaran. (Tungga B.K,2010)

Contoh penjelasan Watts untuk fenomena getaran mesin terhadap fondasi adalah scbagai berikut: Getaran mesin disebabkan oleh adanya variasi oleh sistem penggerak menjadi gaya yang memiliki resultan tidak sama dengan nol atau resultan gaya dengan harga berubah-ubah. Kalau semua gaya tersebut mempunyai harga dan arah yang dapat dihitung secara cepat dan akurat maka keseimbangan mesin tersebut akan tajadi sehingga mesin tidak menimbulkan getaran. Kenyataannya, gaya di dalam sebuah mesin selalu berubah, baik harga maupun arahnya, belum lagi ditambah gaya luar sebagai gangguan misalnya dari efek inersia. Keseimbangan tidak mungkin dicapai meskipun sudah dilakukan perhitungan mendetail. Masalah penyeimbang gaya yang berubah-ubah ini, ditambah gerakan bolak-balik dari elemen-elemen mesin pada bagian tertentu, menyebabkan

setiap gerakan mesin selalu menimbulkan getaran. Rekayasa getaran sebagai jawaban atas permasalahan sampai saat ini, bertujuan untuk meminimasi efek kerusakan akibat adanya getaran tersebut. Getaran mesin juga dapat terjadi antara lain oleh gaya putar atau torsi yang tidak seimbang, dalam artian gaya tersebut tidak mempunyai harga tetap: perubahan tekanan gas dalam torak. dan perubahan gaya kelembaman atau momen lentur dalam setiap gerakan benda. Kalau gaya yang boubah-ubah dalam meesin ini terjadi pada kecepatan yang sama dengan getaran frekuensi pribadi dari struktur atau konsruksi keseluruhan mesin maka resonansi akan terjadi. Resonansi akan menyebabkan amplitudo getaran menjadi naik secara teoritis dengan ideal frekuensi hingga mencapai tak berhingga. Secara riil. apabila mesin tidak didukung sistem peredaman yang cukup maka struktur pendukung mesin yang bergetar tersebut akan rusak. (Tungga B.K,2010)

2.2 **Klasifikasi Getaran**

Berdasarkan gangguan yang berkerja getaran dapat dibagi menjadi 2 yaitu:

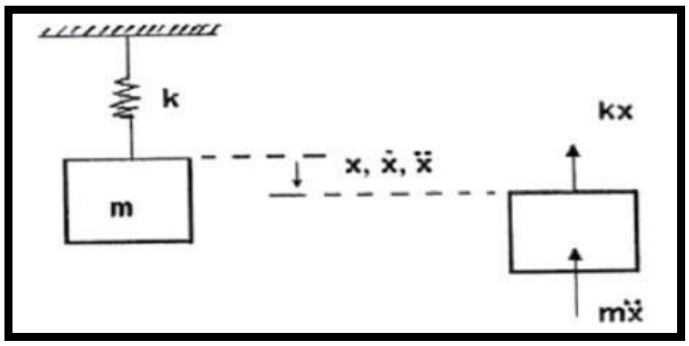
2.2.1 Getaran bebas (*free vibration*)

Getaran bebas adalah gerak sistem getaran tanpa adanya gangguan dari luar. Getaran ini terjadi karena kondisi awal saja. Bila sistem tidak memiliki rendaman ,maka getaran akan terjadi dan akan berlangsung terus menerus tiada hentinya. Namun kondisi tidak pernah dijumpai dalam peraktek, karena sistem getaran selalu memiliki redaman. Adanya redaman akan menyebabkan amplitudo getaran semakin lama semakin kecil sehingga akhirnya berhenti. Contohnya saat memukul gelas. (Haryo, 2018

2.2.1.1 Getaran Bebas Tanpa Redaman

Setiap benda yang mempunyai massa dan kekakuan akan mampu bergetar. Getaran bebas tanpa redaman adalah getaran dimana pengaruh dari gaya gesekan diabaikan. Bila benda tersebut bergetar bebas, maka getaran akan terjadi pada frekuensi pribadinya. Contoh paling sederhana dari getaran bebas tak

teredam adalah getaran sistem massa pegas seperti yang diperlihatkan pada gambar 2.1

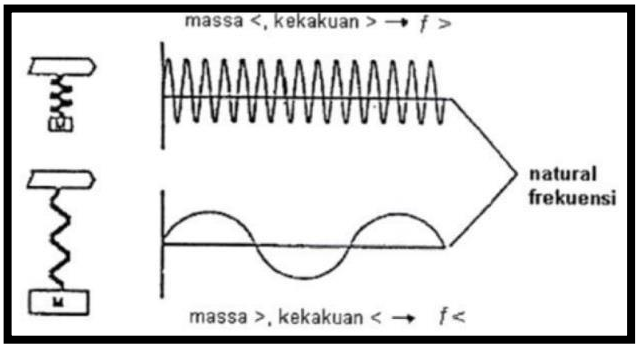


Gambar 2.2 Getaran bebas tanpa peredaman

Dari gambar diatas, maka persamaan gerak benda dapat diturunkan sebagai berikut:

$$m\ddot{X} + kX = 0$$

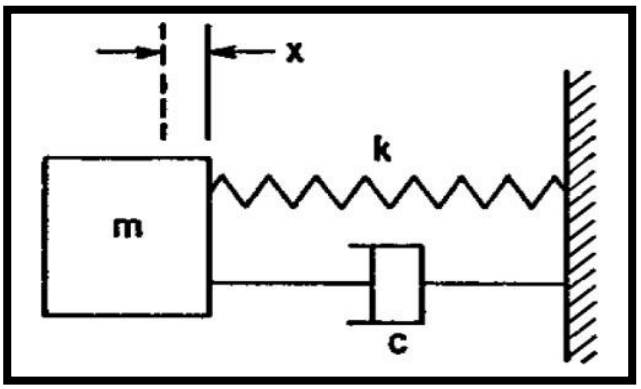
Bila benda diberi gaya kemudian dilepas, maka benda tersebut akan bergetar pada frekuensi pribadinya,seperti gambar 2.2 dibawah ini:



Gambar 2.3 Getaran Tanpa Redaman Dengan Frekuensinya

2.2.1.2 Getaran Bebas Dengan Peredaman

Bila suatu sistem yang memiliki redaman diberi gaya kemudian dilepas seperti gambar 2.3,sistem tersebut akan bergetar pada frekuensi pribadi sister teredam (ω_d). (haryo 2018)



Gambar 2. 4 Getaran bebas dengan peredaman

Dimana $\omega_{d,}$ frekuensi pribadi sistem teredam dapat dihitung dengan persamaan

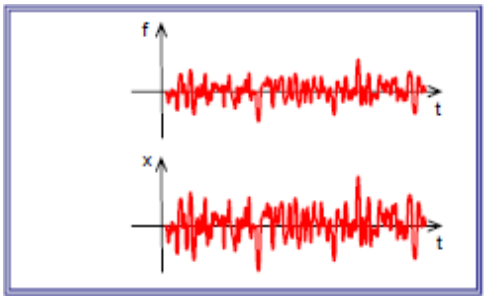
$$\omega_d = \omega_n - \sqrt{1 - c}$$

dimana ω_d = frekuensi pribadi

C = harga redaman yang dipasang

2.2.1.3 Getaran Akibat Gaya Tidak Beraturan

Getaran yang terjadi akibat dari gaya yang tidak beraturan,getaran ini biasanya selalu muncul,kebanyakan hanya suara.(Bilosova & Bilos, 2012).



Gambar 2. 5 Getaran Akibat dan Gaya Yang Tidak Beraturan

2.2.1.4 Self-Excited

Self-excited vibration terjadi karena getaran tereksitasi padasalah satu frekuensi pribadi benda/kontruksi. Getaran pada jenis ini sangat dihindari untuk terjadi karena akan menyebabkan osilasi

dan berpotensi akan merusak kontruksi. (Bilosova & Bilos,2012).

$$\omega_n = \frac{\sqrt{k}}{m}$$

Dimana ω_n = frekuensi pribadi

K = Kontanta Kekakuan

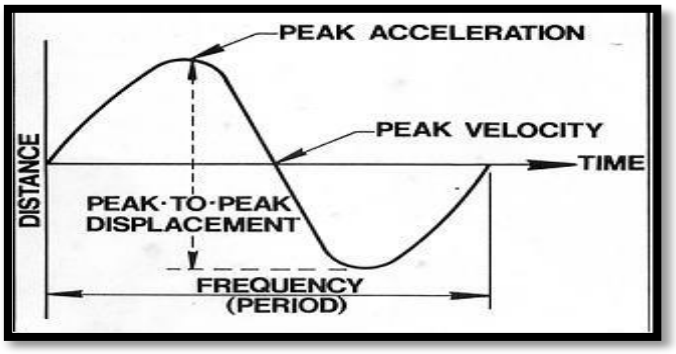
m = Massa

2.2.2 Getaran Paksa

Getaran paksa adalah getaran yang disebabkan oleh gangguan dari luar. Jika rangsangan tersebut berisolasi maka system akan berpengaruh oleh frekuensi rangsangan sama dengan frekuensi nturl sistem, maka akan terjadi resonansi dan akan mengakibatkan osilasi yang besar dan berbahaya.

2.3 Parameter Getaran

Ada beberapa parameter pada Gambar 2.2 yang merupakan sistem getaran secara sederhana, berikut beberapa parameter dari getaran yang menjadi tolak ukur :



Gambar 2.6 Sistem Getaran Sederhana (Thomson, 1986)

2.3.1 Amplitudo

Amplitudo adalah pengukuran skalar (nilai) yang non negatif dari besar osilasi (variasi periodik terhadap waktu dari suatu hasil pengukuran) suatu gelombang. Amplitudo juga dapat didefinisikan sebagai jarak terjauh

dari garis kesetimbangan dalam gelombang sinusoidal (panjang gelombang dalam pengujian).

2.3.2 Periode

Periode getaran adalah waktu yang digunakan dalam satu getaran dan diberi simbol T. Frekuensi dihitung dengan rumus. (Thomson, 1986)

$T=\frac{1}{f} <=> f = \frac{1}{T}$

Keterangan:

f = Frekuensi (Hertz)

T = Periode (Sekon)

2.3.3 Frekuensi

Frekuensi getaran adalah jumlah getaran yang dilakukan oleh sistem dalam satu detik atau banyaknya periode getaran dalam satu waktu. Seperti terlihat pada Gambar 2.5. (Thomson, 1986)

2.4 **Sinyal Getaran**

Sinyal yang diperoleh melalui transduser pada pengukuran suatu getaran mesin adalah suatu gabungan berbagai respons atau tanggapan bangunan mesin terhadap bermacam-macam gaya eksitasi dari dalam mesin maupun dari luar mesin. Sehingga kunci analisis yang efektif adalahpenguraian sinyal kompleks ini terhadap frekuensi komponen- komponennya. (Haryo, 2018)

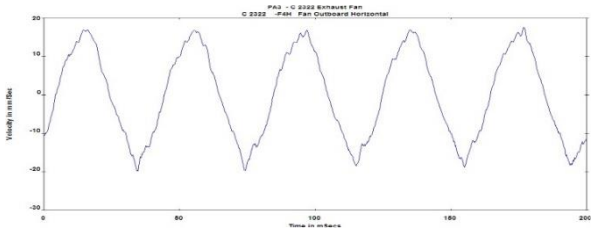
Sinyal getaran yang memiliki informasi perilaku dinamik sering dipakai untuk mendeteksi kerusakan komponen mesin. Sinyal ini biasanya tercampur dengan sinyal getaran akibat komponen-komponen lain sehingga diperlukan metode yang tepat untuk memisahkan sinyal komponen yang diamati dengan sinyal yang lain, yang selanjutnya sinyal ini diolah untuk memperoleh informasi keadaan mesin atau peralatan yang dipantau (Didik Djoko Susilo, 2009).

Sinyal getaran yang termasuk sebagai sinyal dinamik merupakan fenomena fisik yang berubah-ubah dengan cepat. Sinyal ini biasanya diubah dalam bentuk

sinyal listrik, yang selanjutnya didigitasi menggunakan sebuah *analog digital converter* (ADC) untuk diolah lebih lanjut. Karakteristik sinyal getaran yang penting untuk pemantauan kondisi mesin adalah: frekuensi,amplitudo, dan sudut fase (Didik D. S, 2009).

2.4.1 **Sinyal getaran domain waktu**

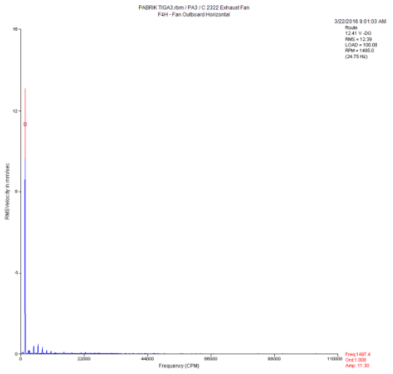
Dengan domain waktu analisis dapat mengamati perubahan simpangan suatu getaran terhadap waktu secara terinci. **Gambar 2.9** merupakan gambar sinyal getaran dalam domain waktu. Domain waktu memberikan gambaran yang alamiah dari fenomena getaran, maka analisis dalam domain waktu menjadi lebih sulit.



Gambar 2.7 sinyal getaran domain waktu

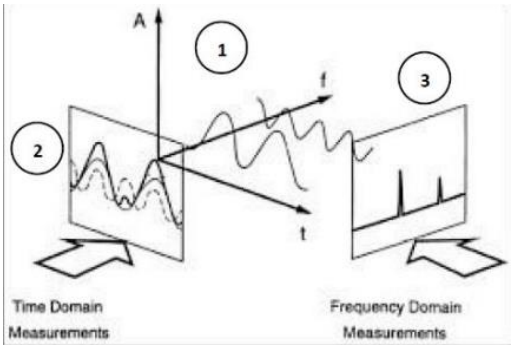
2.4.2 **Sinyal getaran domain frekuensi**

Sumbu vertikal pada diagram domain frekuensi menyatakan amplitudo dari variabel respon, sedangkan sumbu horizontal menyatakan frekuensi (Hz, RPM). Gambar 2.8 merupakan gambar sinyal getaran dalam domain frekuensi.



Gambar 2.8 Sinyal getaran domain Frekuensi

Dengan adanya sinyal getaran dalam domain frekuensi, analisis kegagalan dapat dilakukakan dengan melihat amplitudo tinggi berdasarkan frekuensinya. Ilustrasi tentang konsep data dalam domain waktu dan dalam domain frekuensi diperlihatkan dalam gambar 2.10.



Gambar 2.9 Hubungan antara domain waktu dan frekuens

Gambar (1) memperlihatkan data dalam sistem koordinat 3 dimensi yang terdiri atas sumbu waktu, sumbu frekuensi dan amplitudo. Hubungan antara amplitudo dengan frekuensi ditunjukkan dalam Gambar (3), sedangkan hubungan antara amplitudo dan waktu ditunjukkan dalam Gambar (2). Data dalam domain waktu ternyata tersusun atas dua sinyal sinus yang frekuensinya berbeda seperti yang diperlihatkan oleh data dalam domain frekuensi. Dalam domain waktu masing-masing komponen sinyal tidak teramati langsung sedangkan domain frekuensi baik amplitudonya maupun frekuensi dapat diketahui secara langsung. Pernyataan sinyal dalam domain frekuensi disebut spektrum sinyal. (Haryo, 2018)Analisa vibrasi

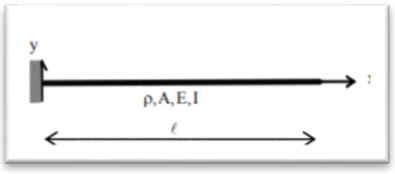
2.5 **Balok Kantilever**

Balok Kantilever merupakan sebuah balok yang salah satu ujungnya disangga atau dijepit sedangkan ujung lainnya menggantung (bebas). Kontruksi balok Kantilever berfungsi untuk meminimalisir penggunaan bahan-bahan untuk membentuk suatu bangunan. Bangunan yang menggunakan desain balok Kantilever antara lain balkon, jembatan, rumah, sayap pesawat, dan tangga.(karina wahyu dkk, 2015)

Balok sebagai bahan konstruksi telah banyak digunakan sebagai bahan

penopang struktur seperti lantai dan dinding, jembatan, bangunan, instrumen, komponen mesin atau struktur lainnya. Dari penggunaannya, balok tersebut dapat mengalami pembebanan statis maupun dinamis yang dapat menyebabkan perubahan bentuk atau deformasi yang mempengaruhi kestabilan dan kekakuan bahan dari balok tersebut.

Pembebanan dinamis atau harmonik dapat menimbulkan efek getaran pada pelat. Efek getaran akan menghasilkan atau disertai oleh situasi yang tidak diinginkan seperti pada tegangan dalam pada besaran tertentu biasa terjadi dan merusak sistem secara keseluruhan. Namun getaran juga dapat dimanfaatkan untuk tujuan tertentu yang menghasilkan suatu amplitudo yang cukup untuk menentukan suatu fungsi dan sistem mekanis.



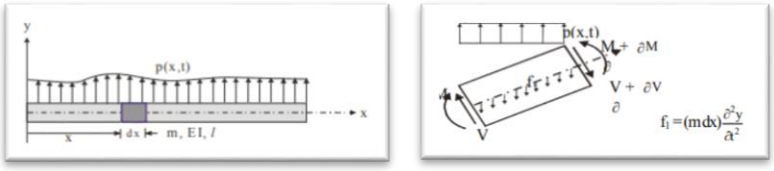
Gambar 2.10 Balok kantilever

Analisis dinamik struktur balok menjadi kompleks, bila diperhitungkan pengaruh gaya inersia yang dihasilkan akibat adanya perpindahan struktur yang dipengaruhi besaran massa. Analisis yang paling sesuai dan mendekati kondisi sesungguhnya pada kasus ini, karena massa balok terdistribusi sepanjang bentang, perpindahan dan percepatan yang harus terdefinisi untuk setiap titik sepanjang bentang, adalah persamaan differensial. (Paz, 1990)

2.5.1 **Teori Euler-Bernoulli**

Teori Euler-Bernoulli mengasumsikan bahwa bidang penampang yang tegak lurus sumbu balok akan tetap tegak setelah terjadi deformasi pada balok (**Gambar 2.16**). Berdasarkan keseimbangan gaya dan momen pada freebody **Gambar 2.16 (b),** serta memperhatikan hubungan gaya geser dengan momen dan hubungan momen kelengkungan, diperoleh persamaan gerak balok Euler Bernoulli sebagai berikut. (Clough and Penzien, 1975)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\,\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x}\right) + m\,\frac{\partial^2 y}{\partial^2 t} = p(x,t) \qquad 2.1$$



a) Balok dengan beban merata b) Badan bebas setelah deformasi

Gambar 2.11 Balok Euler-Bernoulli dengan massa dan beban merata

2.5.2 **Teori Timoshenko**

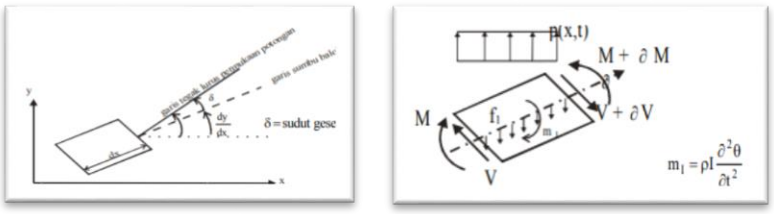
Teori Timoshenko merupakan pengembangan dari teori Euller-Bernoulli. Penampang yang tegak lurus terhadap sumbu balok / struktur sebelum berdeformasi, tidak tegak lurus lagi terhadap sumbu terhadap sumbu balok setelah terjadi deformasi (**Gambar 2.17**).

Ada dua faktor tambahan yang ikut diperhitungkan pada teori Timoshenko ini, yaitu deformasi sudut akibat gaya geser dan inersia rotasi akibat percepatan perputaran sudut.

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I\left(\frac{E}{kG}+1\right)\frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{kG}\frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = p\frac{EI}{kGA}\left(\frac{\rho}{E}\frac{\partial^4 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^4 p}{\partial x^2}\right)$$

2.2

Dengan memperhatikan keseimbangan gaya vertikal & momen, hubungan gaya geser dengan momen dan hubungan momen dengan kelengkungan, serta hubungan gaya geser V dengan sudut geser δ (V = k A G δ (Clough and Penzien, 1975)) pada badan bebas **Gambar 2.17 (b)**, diperoleh persamaan getar balok Timoshenko. (Clough and Penzien, 1975)



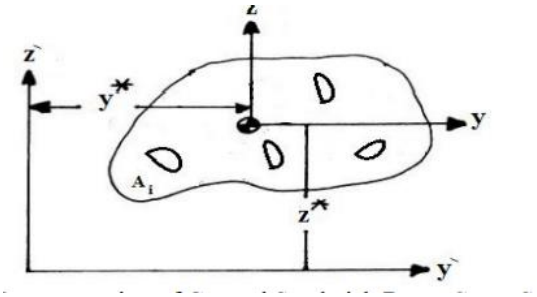
(a) (b)

Gambar 2.12 a) Deformasi badan balok bebas

b) gaya-gaya yang bekerja pada badan bebas

balo

2.5.3 **Metode solusi analitis**



Luas daerah elastis (A^*) dari penampang yang diberikan:

$$A^* = \sum_{i=1}^{n} E_i A_i$$

(1)

Modulus weighted centeroid ditentukan:

$$Y^* = \frac{1}{A^*} \sum E_i A_i Y_i$$

(2)

$$Z^* = \frac{1}{A^*} \sum E_i A_i Z_i$$

(3)

Kekakuan lentur dengan Modulus weight centeroid di tentukan dengan 2 langkah yaitu:

Pada kekakuan lentur ($EI_{y\backslash}$) dan ($EI_{z\backslash}$) terhadap $y^{\backslash}$-$z^{\backslash}$ koordinat:

$$E_{y\backslash} = \sum E_i \left(I_{y0} + {Z_i}^{\backslash 2} \; A_i\right) = I_{y\backslash}$$

(4)

$$E_{y\backslash} = \sum E_i \left(I_{z0} + {Y_i}^{\backslash 2} \; A_i\right) = I_{z\backslash}$$

(5)

Pada Langkah ke2 kekakuan lentur (EI_y) dan (EI_z) dengan koordinat y dan z (Modulus weighted centeroid)

$$EI_y = I_{y\backslash} - (Z^*)^2 A^*$$

(6)

$$EI_z = I_{z\backslash} - (Y^*)^2 A^*$$

(7)

Dimana,

A^* = kekakuan aksial penampang

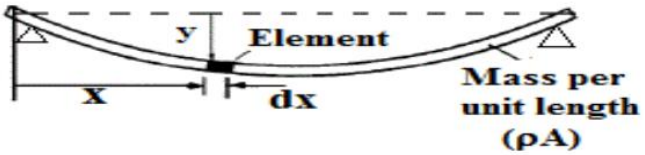
$Z_i^{\backslash 2}$ dan $Y_i^{\backslash 2}$ = titik koordinat Elemen sehubungan dengan (y\)& (z\) koordinat

E_i = konstanta elastisitas membran

I_{y0} dan I_{z0} = momen inersia kedua luas unsur (A_i)

EI_y dan EI_z = kekakuan lentur masing-masing di sekitar koordinat (y) dan (z)

2.5.4 **Getaran tranversal dari sandwich beam**



Gambar 2. 13 Getaran tranversal dari sandwich beam

Persamaan gerak balok yang bergetar dalam arah melintang

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \left(\frac{\rho A}{EI}\right)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

(8)

Solusi untuk persamaan (8):

$$y = X(B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t)$$

(9)

Dimana, X adalah fungsi dari (x) yang mendefinisikan bentuk balok dari mode getaran normal. Karenanya;

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \left(\frac{\rho A}{EI}\right)\omega^2 t = \lambda^4 x$$

(10)

Diamana

$\lambda = \rho A\omega^2 / EI$

(11)

keterangan

ρ : densitas material

λ :nilai aigen

ω : frekuensi alami sudut

E: modulus Young's

Solusi umum untuk persamaan balok

$$X = C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x + C_3 \cosh \lambda x + C_2 \sinh \lambda x \quad (12)$$

Dimana

$C_{1,2,3,4}$ adalah konstan yang ditentukan dari kondisi batas.

Persamaan frekuensi untuk kondisi akhir yang berbeda diberikan di bawah ini. Frekuensi alami untuk berkas isotropik diberikan oleh;

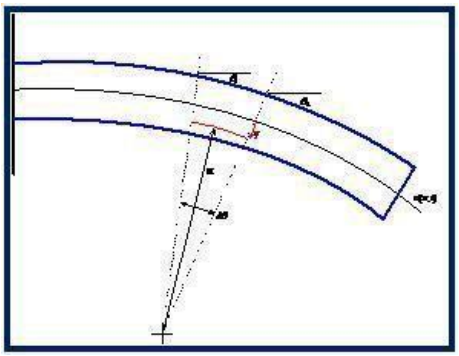
$$\omega = \frac{\alpha}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad Herzt \quad (13)$$

Tabel 2. 1 nilai dari α untuk persamaan 13

End Condition	Frequency Equation
Hinged-Hinged	$\sin \lambda L = 0$
Clamped-Free	$\cos \lambda L \cosh \lambda L = -1$
Fixed-Hinged	$\tan \lambda L = \tanh \lambda L$
Fixed-Fixed or Free-Free	$\cos \lambda L \cosh \lambda L = 1$

2.6 Sistem Balok Kontinu

Dalam semua sistem massa terkonsentrasi pada satu titik. Pendekatan ini berlaku untuk semua system, terutama pada frekuensi rendah, tetapi tidak semua model sistem memberikan informasi nyata secara akurat. Salah satu contoh penting dari sebuah sistem kontinyu adalah getaran transversal balok. Contohnya, garpu tala, lonceng, bar gambang dan sejenisnya. Model getaran balok juga penting dalam



Gambar 2. 14 Model balok kontinu

simulasi struktur teknik gempa bumi dan pemodelan rangka mobil.

Model dari sebuah balok yang akan diteliti diperlihat seperti gambar di atas. Perpindahan dari tengah balok diberikan oleh *w*(*x*,*t*). Perhatikan bahwa *w* adalah fungsi ruang (jarak, *x*, sepanjang balok) serta waktu.

Dengan menggantikan ekspresi untuk gaya geser yang telah ditemukan sebelumnya, persamaan geraknya menjadi :

$$\rho A\, dx.\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -EI\frac{\partial^4 w}{\partial t^2}\, dx$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -\frac{\rho A}{EI}.\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

Ini merupakan persamaan gerak untuk balok akibat beban lentur. Hal ini mirip dengan persamaan gelombang, yang digunakan untuk model suara di udara, serta dalam mekanika kuantum. Persamaan ini adalah order - keempat, persamaan diferensial parsial, dan dapat disederhanakan dengan menggunakan teknik pemisahan variabel.

Solusi Dengan Pemisahan Variabel

Jika diasumsikan bahwa solusi persamaannya adalah terdiri dari dua fungsi,yaitu ruang dan waktu, atau dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$w(x,\ t)\ =\ W(x)e^{j\omega nt}$$

Kemudian juga diperoleh,

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{\partial^4 w}{\partial t^4}\, e^{j\omega nt}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\,\omega_n^2 W\ e^{j\omega nt}$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -\frac{\rho A}{EI} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

$$\frac{d^4 w}{dx^4}\mathrm{ej\omega nt} = \frac{\rho A \omega_n^2}{EI}\ W\mathrm{ej\omega nt}$$

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{\rho A \omega_n^2}{EI}\ W$$

Bila eksponensial kompleksnya dikeluarkan, maka diperoleh konstanta tunggalyang dinyatakan sebagai berikut :

$$\beta^4 = \frac{\rho A \omega_n^2}{EI}$$

Konstanta β disubtitusikan ke sebelumnya, maka memberikan :

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \beta^4\, W$$

Persamaan ini adalah fungsi dari x saja, dan tidak memiliki komponen waktu. Dengan menerapkan kondisi batas dari balok, yang akan memberikan nilai dari β. Setelah mengetahui nilai-nilai β, maka dapat ditentukan frekuensi pribadi dari balok.

$$\omega_n = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}}$$

Jika dinyatakan dalam siklus per detik

$$f_n = \frac{\beta^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho}}$$

Untuk balok dimana ujung yang satu tetap/dijepit sedangkan ujung yang lain bebas(balok kantilever) dapat digunakan persamaan

$$f_n = \frac{k_n}{2\pi} \sqrt{\frac{EI\ g}{wl^4}}$$

Dikarenakan balok yang diuji mempunyai sisi berbentuk persegi panjang makadigunakan momen inersia persegi panjang sehingga didapatkan persamaan :

$$f_n = \frac{k_n}{2\pi} \sqrt{\frac{E\ h^2}{12\ \rho\ l^4}}$$

Dimana;

Kn adalah konstan di mana n mengacu pada mode getaran

Tabel 2. 2 konstanta

Mode	K_n	Nodal position/l				
1	3.52	0.0				
2	22.0	0.0	0.783			
3	61.7	0.0	0.504	0.868		
4	121	0.0	0.358	0.644	0.905	
5	200	0.0	0.279	0.500	0.723	0.926

2.7 Pengujian Tarik

Pengujian tarik biasanya dilakukan untuk melengkapi informasi rancangan dasar suatu bahan dari data pendukung bagi spesifikasi beban. Pada uji tarik, keduaujung benda kerja dijepit dengan kuat dan salah satu ujungnya ditaarik dengan beban sebesar P

Regangan benda uji terlihat pada pergerakan relatifnya. Tegangan yang diperlukan untuk menghasilkan suatu regangan diukur dengan menggunakan meteddo hidraulik, elektro mekanik, dll. Kekuatan tarik dapat diartikan sebagai ketahanan suatu beban terhadap pengaruh beban yang memutuskan hubungannya.

Kekuatan tarik juga dapat diartikan sebagai kekuatan tertinggi material dalam menahan pembebanan yang diberikan sampai material tersebut putus. Pengujian tarik adalah suatu pengukuran terhadap bahan untuk mengetahui kekuatan suatu bahan terhadap regangan tertentu serta ertambahan panjang yang dialami oleh beban tersebut.

2.7.1 Elastisitas

Menurut Soedojo (2004:33) yang menyatakan bahwa bahan elastis adalah bahan yang mudah diregangkan serta cenderung pulih ke keadaan semula, dengan mengenakan gaya reaksi elastisitas atas gaya tegangan yang meregangkan-nya. Pada hakekatnya semua bahan memiliki sifat elastik meskipun boleh jadi amat sukar diregangkan. Sedangkan menurut Sarojo (2002:318), sifat elastik adalah kemampuan benda untuk kembali ke bentuk awalnya segera setelah gaya luar yangdiberikan pada benda dihilangkan, elastisitas adalah sifat benda berdeformasi untuksementara, tanpa perubahan yang permanen, yaitu sifat untuk melawan deformasi yang terjadi. Sebuah benda dikatakan elastik sempurna jika setelah gaya penyebab perubahan bentuk dihilangkan benda akan elastis ke bentuk

semula. Sekalipun tidakterdapat benda yang hampir elastik sempurna, tetapi banyak benda hamper elastik sempurna, yaitu sampai deformasi yang terbatas disebut limit elastik. Jika benda

berdeformasi diatas limit elastiknya, dan apabila gaya-gaya dihilangkan, maka benda tersebut tidak lagi kembali ke bentuk semula.

Sebenarnya perbedaan antara sifat elastik dan plastik, hanyalah terletak padatingkatan dalam besar atau kecilnya deformasi yang terjadi. Blatt (1986:179) menyatakan bahwa suatu deformasi dikatakan elastik jika:

1. Deformasi merupakan proporsional gaya penyebabnya

2. Bekerjanya gaya, maka deformasi diabaikan.

2.7.2 Tegangan

Semua bahan berubah bentuk karena pengaruh gaya. Ada yang kembali ke bentuk aslinya bila gaya dihilangkan, ada pula yang tetap berubah bentuk sedikit atau banyak, (Sears, 1994). Jadi deformasi bahan ditentukan oleh gaya persatuan luas dan bukan oleh gaya total (Kane and Sternheim, 1976). Jika sebuah batang tegar yang dipengaruhi gaya tarik *F* ke luas penampang *A* dinamakan tegangan tarik. Karena perpotongan dapat dilakukan disembarang titik sepanjang batang maka diseluruh batang dalam keadaan mengalami tegangan (*stress*) ditulis berikut:

$$\text{Tegangan } (\sigma) = F/A$$

dimana, σ = tegangan tarik (N/m^2, Pa),

F = Gaya (N),

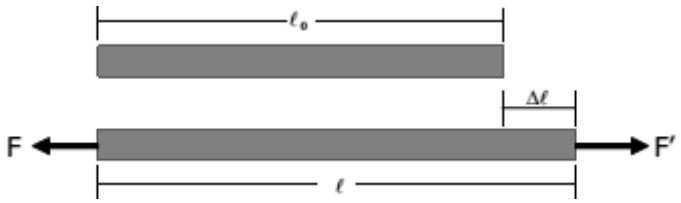
A = luas permukaan (m^2)

2.7.3 Regangan

Perubahan pada ukuran sebuah benda karena gaya-gaya atau kopel dalam kesetimbangan dibandingkan dengan ukuran semula disebut regangan. Regangan juga disebut derajat deformasi (Sarojo, 2002). Kata regangan berhubungan dengan perubahan relatif dalam dimensi atau bentuk suatu benda yang mendapat tekanan. Gambar 2, melukiskan suatu batang yang panjang normalnya l0 dan memanjang menjadi l=l0+Δl bila pada kedua ujungnya ditarik oleh gaya *F*. Pertambahan panjang Δl, tentu tidak hanya pada ujung-ujung saja, setiap elemen-elemen batabgtertarik pada proporsi yang sama seperti batang seluruhnya.

Ada tiga macam regangan (Kane and Sternheim, 1976) yakni:

3. Regangan Tarik
4. Regangan Kompresi
5. Regangan Geser



Gambar 2. 15 Regangan membujur Sumber : Kane and Sternheim, 1976

Regangan tarik pada batang didefinisikan sebagai perbandingan antarapertambahan panjang dengan panjang semula, yang harganya lebih besar dari 0. Regangan tekan suatu batang yang ditekan didefinisikan dengan cara yang sama

sebagai pembanding antara berkurangnya panjang batang dengan panjang semula, yang harganya lebih kecil dari 0. Jadi pembanding pada panjang batang dinamakan regangan (Blatt, 1986) atau disebut regangan longitudinal (Fraunfelder and Huber,1996) seperti ditulis berikut:

$$\text{Regangan } (\varepsilon) = \frac{\Delta l}{l_o}$$

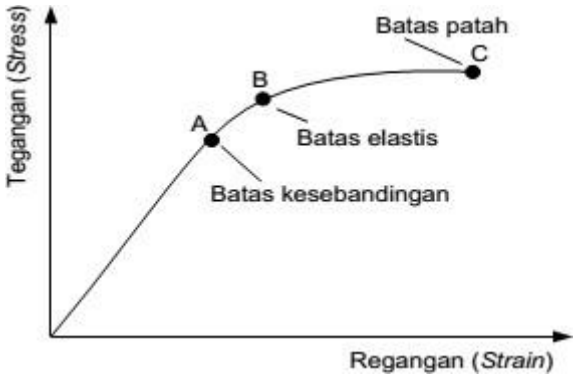
dimana: ε = regangan bilangan murni

l_0 = panjang semula (m)

Δl = perubahan panjang (m)

2.7.4 Modulus Elastisitas

Gambar 2.15 menunjukkan grafik tegangan dan regangan unutk batang padt biasa. Grafik linear sampai titik A. Hasil bahwa regangan berubah secara linier dengan tegangan dikenal sebagai hukum Hooke. Titik B adalah batas elastik. Jika batang ditarik melampaui titik ini batang tidak akan kembali ke panjang semula, tetaapi berubah bentuk secara tetap. Jika tegangan yang bahkan lebih besar diberikan, bahan akhirnya patah. Seperti ditunjukka oleh titik



Gambar 2. 16 Grafik tegangan terhadap reganganSumber : Kane and Sternheim, 1976

Di dalam daerah linier dari grafik tegangan-regangan untuk tarikan atau tekana (kompresi), kemiringan menyamai nilai banding teganga terhadap regangan yangdinamakan modulus Young (Y) dari bahan tersebut (Kane and Sternheim 1976). Perbandingan tegangan terhada regangan dalam daerah linear grafik ini disebut juga konstanta karakteristik atau modulus Young suatu bahan, ditulis sebagai:

$$Y = \frac{tegangan}{regangan} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_o}}$$

2.8 Modus Getaran

Modus getaran menggambarkan pola perubahan bentuk getaran yang merupakan sifat dinamis dari sistem. Modus getaran dianalisis biasanya ditentukan oleh tiga mode pertama. Modus getaran dari program diperoleh dari perhitungan vektor eigen dari masalah eigen persamaan gerak dari Sistem

Persamaan modus getaran

$$y = \{(\sin(\beta_i L) - \sinh(\beta_i L))\}(\sin(\beta_i x) - \sinh(\beta_i x)) + \{(\cos(\beta_i l) + \cosh(\beta_i l))\}(\cos(\beta_i x) - (\cos(\beta_i x))$$

2.9 Aluminium

Aluminium adalah jenis material ringan yang paling banyak digukan selain anti karat material ini juga mudah didapatkan .Sifat aluminium yang

menonjol adalah berat jenisnya yang rendah dan daya hantar listrik/panas yang cukup baik. Logam aluminium mempunyai struktur kristal FCC. Logam ini tahan terhadap korosi pada media yang berubah-ubah dan juga mempunyai duktilitas yang tinggi.(Suarsana,2017)

2.9.1 Bijih-bijih aluminium dapat digolongkan menjadi beberapa golongan, yaitu :

1. Bauksit, bijih bauksit ini didapat dalam bentuk batu-batuan yang berwarna merah atau coklat. Bauksit setelah dipisahkan dari kotoran-kotoran pengantar didapat kaolin ($Al_2\ O_3\ 2Si_2O\ H_2O$), *Bochmite/diaspora ($Al_2\ O_3\ H_2O$), Gibbsite ($Al_2O_3\ 3H_2O$)*

2. *Nepheline* (Na K)2O $Al_2\ O_3\ SiO_2$)

3. *Alunite ($K_2\ SO_4$* $Al_2\ (So_4)_3\ Al(OH)_3$)

4. *Cyanite ($Al_2\ O_3\ SiO_2$) :* bjih ini tidak dapat diproduksi untuk aluminium,tetapi diproduksi untuk peleburan langsung paduan aluminiun – silicon.(Suarsana,2017)

2.9.2 Metode proses pemurnian Aluminium dapat diklasifikasikan menjadi 3 macam, yaitu :

1) Proses Elektrothermis

Pada proses ini bijih – bijih dicairkan / direduksi dalam dapur listrik sehingga diperoleh cairan aluminium. Proses ini jarang digunakan karena diperlukan energi listrik yang sangat besar

2) Proses Asam

Pada proses ini bijih – bijih aluminium dilarutkan dengan larutan asam (H2SO4, HCl dsb). Dari reaksi ini didapat garam Al2 (SO4)3, AlCl3, dsb, sehingga unsur – unsur pengantar dapat dipisahkan. Setelah garam terpisah dari pengantarnya baru kemudian dipisahkan logam dari garam tersebut. Proses ini dalam industri digunakan dalam batas – batas tertentu, karena dibutuhkan

peralatan – peralatan tahan asam yang sangat mahal.

3) Proses Alkaline

Proses ini adalah efek dari reaksi bauksit dengan NaOH atau Na2CO3 dengan bahan tambahan kapur / batu kapur. Dari hasil ini akan didapatkan Sodium Aluminate. Pada proses ini unsur – unsur oksida, besi, titanium, dan kalsium dapat dipisahkan, dan silisium yang ada dalam bijih – bjih akan bereaksi dengan alkali yang mengakibatkan sebagian dari alkalis dan aluminium yang bereaksi akan mengotori aluminium yang akan dihasilkan. Oleh karenanya jika metode alkalin sering digunakan pada bijih – bijh dengan kandungan silica rendah .(Suarsana,2017)

2.9.3 Sifat – sifat Aluminium

Rapat massa relative	: 2,7 gr / cm3
Titik lebur	: 660 0C
Kekuatan Tarik	:-Dituang : 90 – 120 N/mm2
	-Di annealing : 70 N/mm2
	-Di roll : 130 – 200 N/mm2
Sifat – sifat	:- Paling ringan diantara logam
	-logam yang sering digunakan.
	- Penghantar panas dan listrik yang tingi.
	- Lunak, ulet, dan kekuatan tariknya rendah.
	- tahan terhadap korosi.
Penggunaan	:-Karena sifatnya yang ringan, maka banyak digunakan dalam pembuatan kapal terbang,rangka khusus untuk kapal laut modern kendaraan-kendaraan dan bangunan-bangunganindustri.
	-Karena ringan dan penghantar panas yang baik, banyak dipakai untuk keperluan alat-alat masak.

-Banyak dipakai untuk kabel-kabel listrik karena konduktivitas Listriknya tinggi dan relative lebih murah dibandingkan dengan tembaga.

-Aluminium tuang dibuat jika dikehendaki kontruksi yang ringan dengan kekuatan yang tidak terlalu besar .(Suarsana,2017)

Tabel 2. 3 Karakteristik aluminium

Sifat-sifat	Aluminium Murni tinggi
Struktur Kristal	FCC
Densitas pada 20 ^{o}C (sat. 103kg/m3)	2.698
Titik Cair ^{o}C	660.1
Koefisien mulur panas kawat 20^{o} – 100^{o} C (10-6/K)	23.9
Konduktifitas panas 20^{o} – 400 ^{o}C (W/(m K)	238
Tahanan listrik 20 ^{o}C (10 $^{-8}$ KΩ m)	2.69
Modulus elastisitas (GPa)	70.5
Modulus kekakuan (GPa)	26.0
Poissons Ratio	0.3

2.9.4 Karakteristik aluminium

Pada umumnya material komposit terbuat dari pengecoran bahan dasar, sebagai unsur dengan persentase fraksi berat paling tinggi dibandingkan dengan komponen lain dan unsur serta senyawa lain guna memperkuat bahan dasar guna memperbaiki sifat-sifatnya. Dibandingkan dengan komposit logam lainnya, aluminium dan paduannya tersebar luas. Aluminium dan paduannya memungkinkan penggunaan berbagai bahan penguat dan perbaikan. Keunggulan utama material komposit dengan bahan dasar aluminium dibandingkan material tanpa tulangan adalah

a) kekuatan yang lebih besar,
b) kekakuan yang lebih besar,
c) kepadatan berkurang (berat),
d) meningkatkan sifat pada suhu tinggi,
e) koefisien muai panas terkendali,
f) pemanasan bahan yang terkendali,
g) konduktivitas listrik yang lebih baik dan dapat disesuaikan,
h) meningkatkan ketahanan terhadap abrasi dan keausan,
i) berat terkontrol (terutama untuk gerakan seperti piston ICE),
j) kemampuan penyusutan yang lebih baik.

Tetapi paduan aluminium memiliki kelemahan tertentu seperti koefisien ekspansi termal yang tinggi dan karakteristik tribologis yang tidak memadai.

Kekakuan dan ketangguhan yang lebih tinggi, ketahanan lelah, serta peningkatan karakteristik tribologis, diperoleh dengan menambahkan bahan untuk penguatan dan peningkatan dan dengan demikian memodelkan komposit aluminium tertentu. Sebagai bahan untuk perbaikan dibedakan SiC, Al2O3 dan grafit

2.9.5 Aplikasi aluminium

Paduan aluminium untuk produksi, khususnya bodywork kendaraan bermotor, baru digunakan akhir-akhir ini Namun, dalam waktu yang sangat singkat, bahan jenis ini telah mendapatkan popularitas dan kehadiran yang sangat tinggi di sejumlah besar pabrikan kendaraan bermotor, terutama karena massanya yang rendah dan karena praktis tidak menunjukkan kecenderungan korosi. Selain badan kendaraan itu sendiri, bagian tertentu dari ICE, serta unit daya lainnya (motor listrik, dll.) Terbuat dari paduan ini, serta rakitan individu dan bagian dari sistem lain pada kendaraan. Salah satu kelemahan utama dalam penerapan aluminium dan paduannya adalah proses pengelasan elemen tertentu yang sulit dan menuntut, tetapi juga kecenderungannya untuk menghasilkan getaran dan kebisingan yang meningkat

Keuntungan utama paduan aluminium dibandingkan dengan bahan baja

konvensional untuk produksi suku cadang dan rakitan kendaraan adalah sebagai berikut: tenaga kendaraan yang lebih tinggi diperoleh dengan massa kendaraan yang lebih rendah, kekakuan yang lebih baik, kepadatan (berat) yang berkurang, sifat yang lebih baik pada suhu tinggi, koefisien ekspansi termal terkontrol, rakitan individu, kinerja listrik yang ditingkatkan dan disesuaikan, ketahanan aus yang lebih baik dan redaman kebisingan yang lebih baik

2.10 Abaqus CAE 2021

Abaqus merupakan salah satu software yang digunakan untuk Computer Aided Engineering (CAE). Saat ini abaqus sering disebut Abaqus FEA karena abaqus merupakan software yang digunakan untuk menganalisis suatu desain dengan menggunakan metode Finite Element Analysis. ‘

Abaqus CAE 2021 merupakan salah satu software yang digunakan untuk melakukan Analisis Metode Elemen Hingga atau Finite Element Method (CEA). Perangkat lunak ini dapat melakukan simulasi linear mulai dari analisis yang paling sederhana hingga analisis non-linear yang memiliki kondisi kontak yang kompleks dan rumit. Dalam software ini kita dapat mengatur segala kondisi yang dimiliki oleh material maupun indenter sehingga nantinya reaksi yang dihasilkan dari pemodelan yang telah dibuat dapat menghasilkan reaksi yang benar – benar sesuai dengan keadaan aslinya.

Software ini memiliki beberapa fasilitas salah satu fasilitas yang dapat memfungsikan software ini menjadi program analisis elastis dan plastis. Kemampuan analisa multiphysics yang dimiliki Abaqus dapat digunakan dalam berbagai bidang sesuai dengan kebutuhan penelitian. Selain itu kita dapat melakukan tes dengan memasukkan data secara manual dalam input file. Pengembangan bahasa program dalam Abaqus memungkinkan para desainer lebih mudah dalam memilih metode yang digunakan dalam melakukan proses simulasi dan analisis (Abaqus CAE User Manual, 2003)

2.11 Metode Elemen Hingga (MEH)

2.11.1 Definisi MEH

Metode elemen hingga merupakan salah satu metode numerik yang dapat digunakan untuk penyelesaian yang akurat masalah getaran mekanis

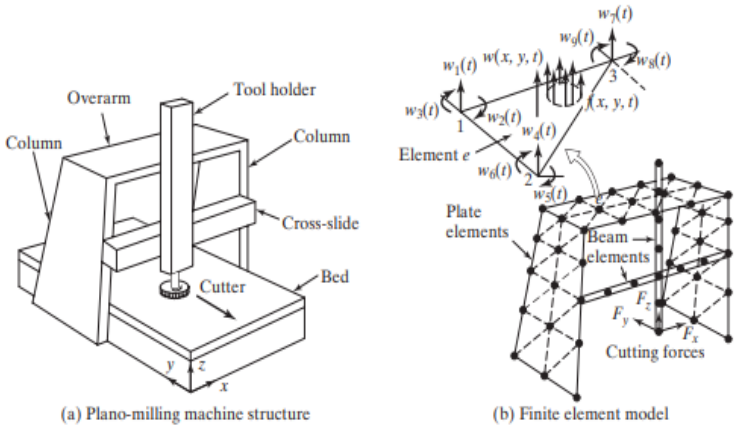
dan struktural yang kompleks. Dalam metode ini, struktur sebenarnya digantikan oleh beberapa bagian atau elemen, yang masing-masing diasumsikan demikian berperilaku sebagai anggota struktural kontinu yang disebut elemen hingga. Unsur-unsurnya adalah diasumsikan saling berhubungan pada titik-titik tertentu yang disebut *joint atau node*. Karena itu sangat sulit untuk menemukan solusi yang tepat (seperti perpindahan) dari struktur aslinya di bawah beban tertentu, solusi perkiraan yang mudah diasumsikan di setiap elemen hingga. Idenya adalah jika solusi dari berbagai elemen dipilih dengan benar, maka solusi tersebut akan berhasil dapat dibuat konvergen ke solusi eksak dari struktur total sesuai dengan ukuran elemennya berkurang. Selama proses penyelesaian, keseimbangan gaya pada sambungan dan kesesuaian perpindahan antar elemen terpenuhi sehingga keseluruhan struktur (kumpulan elemen) dibuat untuk berperilaku sebagai satu kesatuan.

Prosedur dasar metode elemen hingga, dengan penerapan pada masalah getaran sederhana. Kekakuan elemen dan matriks massa serta gaya vektor diturunkan untuk elemen batang, elemen puntir, dan elemen balok. Transformasi matriks elemen dan vektor dari sistem koordinat lokal ke global adalah disajikan. Persamaan gerak sistem lengkap elemen hingga dan penggabungan kondisi batas dibahas. Konsep konsisten dan matriks massa yang disatukan disajikan bersama dengan contoh numerik. Terakhir, komputer program untuk analisis nilai eigen balok bertingkat disajikan. Meskipun teknik yang disajikan dalam bab ini dapat diterapkan pada masalah yang lebih kompleks elemen hingga dua dan tiga dimensi, hanya penggunaan elemen satu dimensi saja dipertimbangkan dalam perlakuan numerik.

2.11.2 Persamaan Gerak Suatu Unsur

Sebagai ilustrasi, model elemen hingga dari struktur mesin penggilingan plano (Gambar 2.17(a)) ditunjukkan pada Gambar 2.17(b). Dalam model ini, kolom dan bagian atasnya adalah diwakili oleh elemen pelat segitiga dan slide silang serta dudukan pahat diwakili oleh elemen

balok. Elemen-elemen tersebut diasumsikan terhubung satu sama lain lainnya hanya pada persendian. Perpindahan dalam suatu elemen dinyatakan dalam bentuk perpindahan pada sudut atau sambungan elemen. Pada Gambar 12.17(b), garis melintang perpindahan dalam elemen tipikal e diasumsikan w(x, y, t). Nilai w,



Gambar 2. 17 *Finite element modelling*

Perpindahan w(x,y,t)dapat dinyatakan dalam bentuk perpindahan sendi yang tidak diketahui dengan(t),dalam bentuk

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{n} N_i(x, y) w_i(t) \quad \text{.....(1)}$$

Diman $N_i(x, y)$ f adalah fungsi bentuk yang sesuai dengan perpindahan sendi wi(t) dan n adalah jumlah perpindahan sendi yang tidak diketahui. Jika beban terdistribusi (x,y) bekerja pada elemen, maka beban tersebut dapat diubah menjadi gaya gabung ekuivalen ft) (i = 1, 2, …….,9). Jika gaya terpusat bekerja pada sambungan, maka gaya tersebut juga dapat ditambahkan ke gaya sambungan yang sesuai $f_i(t)$. Sekarang kita akan menurunkan persamaan gerak. untuk menentukan perpindahan sambungan w_i (t) berdasarkan gaya gabungan yang ditentukan $f_i(t)$. Dengan menggunakan Persamaan, energi kinetik T dan energi regangan V unsur dapat

dinyatakan sebagai

$$T = \frac{1}{2}\overrightarrow{W^T}[\mathrm{m}]\,\overrightarrow{W} \quad \text{.....(2)}$$

$$T = \frac{1}{2}\overrightarrow{W^T}[\mathrm{k}]\,\overrightarrow{W} \quad \text{.....(3)}$$

Dimana

$$\overrightarrow{W}=\begin{Bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ \cdots\cdots \\ w_n(t) \end{Bmatrix}, \quad \overrightarrow{W}=\begin{Bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ \cdots\cdots \\ w_n(t) \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} dw_1/dt \\ dw_2/dt \\ \cdots\cdots \\ dw_n/dt \end{Bmatrix} \quad \text{.....(4)}$$

Dan [m] dan [k] adalah matriks massa dan kekakuan elemen.Dengan mensubstitusi Persamaan. (12.2) dan (12.3) ke dalam persamaan Lagranges, Persamaan. (6.44), persamaan gerak elemen hingga dapat diperoleh sebagai

$$[m]\overrightarrow{W} + [k]\overrightarrow{W} = \vec{f} \quad \text{.....(5)}$$

dimana vektor gaya gabungan adalah vektor percepatan gabungan yang diberikan oleh

$$\overrightarrow{W} = \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \\ \cdot \\ \vdots \\ \ddot{w}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d^2w_1/dt^2 \\ d^2w_2/dt^2 \\ \cdot \\ \vdots \\ d^2w_n dt^2 \end{Bmatrix} \quad \text{.....(6)}$$

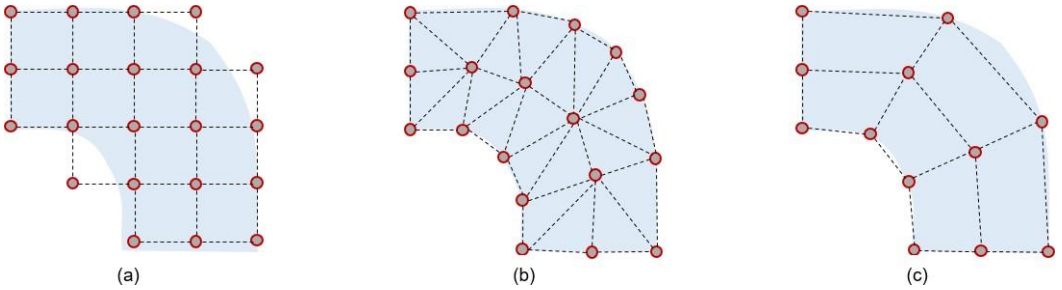
Perhatikan bahwa bentuk elemen hingga dan jumlah perpindahan sendi tidak diketahui mungkin berbeda untuk aplikasi yang berbeda. Meskipun persamaan gerak suatu unsur, Persamaan. (12.4), tidak berguna secara langsung (karena perhatian kita terletak pada respon dinamis dari kumpulan elemen), matriks massa [m], matriks kekakuan [k], dan vektor gaya gabungan $\ddot{f}$ elemen individual diperlukan untuk solusi akhir. Kita akan menurunkan matriks massa dan kekakuan elemen serta vektor gaya

gabungan untuk beberapa elemen satu dimensi sederhana di bagian selanjutnya.

2.11.3 Penerapan MEH

Prinsip MEH adalah membagi domain permasalahan, baik itu domain ruang(*spatial domain*) atau domain waktu (*time domain*), menjadi sub-domain atau elemen yang lebih kecil. Dengan menghitung solusi pada elemen-elemen dan selanjutnya menggabungkan keseluruhan solusi elemental, solusi total dari permasalahan dapat diperoleh. Dalam menghitung solusi per lemen, solusi elemen tersebut harus memenuhi beberapa ketentuan, seperti kontinuitas pada titik-titik persambungan (*node*) dan antarmuka (*interface*) elemen.

Di samping MEH, metode numerik lain yang umum digunakan adalah Metode Perbedaan Hingga (MPH). Perbedaan utama dari kedua metode ini terletakpada solusi yang diperoleh dan juga bentuk (geometri) dari domain. MPH menghasilkan solusi aproksimasi pada titik-titik nodal (*pointwise solution*). Guna memperoleh solusi yang lebih akurat, jumlah titik nodal diperbanyak. MPH sulit digunakan pada domain dengan bentuk geometri yang kompleks. Hal ini dapat dipahami dari Gambar 2.10 yang berupa sebuah seperempat profil annulus. Mesh MPH digambarkan pada Gambar 2.10a dan mesh MEH pada Gambar 2.10b dan 2.10c terlihat bahwa dengan menggunakan MPH, titik-titik mesh (*nodes*) tidak berada pada batas annulus dengan tepat. Hal ini akan mengurangi akurasi hasil dari MPH. Secara teori MPH dapat digunakan pada problem dengan domain yang kompleks dengan syarat bahwa mesh berukuran kecil sehingga batas domain dapatdiikuti oleh titik mesh secara lebih akurat. Hal tersebut tidak menjadi masalah untukMEH karena titik-titik mesh MEH dapat diletakkan pada batas domain (Gambar 2.10b dan 2.10c). Gambar 2.10 menampilkan dua jenis elemen MEH, yaitu segitiga(*triangular element*) dan segiempat (*quadrilateral element*).



Gambar 2.18*(*a) Mesh Metode Perbedaan Hingga, (b) elemen segitiga, dan (c) elemen segiempat

Solusi yang diperoleh dengan menggunakan MEH adalah fungsi interpolasipada setiap elemen. Setelah fungsi interpolasi elemen dihitung, solusi keseluruhandapat diperoleh. Fungsi-fungsi interpolasi setiap elemen ditentukan oleh nilai padatitik mesh. Pada persamaan (7) dan (8) notasi matrik gaya dinyatakan dalam $\{F\}$ dan matriks perpindahan dalam $\{u\}$

Solusi yang diperoleh dengan menggunakan MEH adalah fungsi interpolasipada setiap elemen. Setelah fungsi interpolasi elemen dihitung, solusi keseluruhandapat diperoleh. Fungsi-fungsi interpolasi setiap elemen ditentukan oleh nilai padatitik mesh. Pada persamaan (7) dan (8) notasi matrik gaya dinyatakan dalam $\{F\}$ dan matriks perpindahan dalam $\{u\}$.

$$\{F\} = \{F_{1x}\ F_{1y}\ F_{1z}\ F_{2x}\ F_{2y}\ \cdots\ F_{nx}\ F_{ny}\ F_{nz}\}^{T} \quad \ldots. \quad (7)$$

$$\{u\} = \{u_{1x}\ u_{1y}\ u_{1z}\ u_{2x}\ u_{2y}\ \cdots\ u_{nx}\ u_{ny}\ u_{nz}\}^{T} \quad \ldots. \quad (8)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & \cdots & k_{n1} \\ k_{12} & k_{22} & \cdots & k_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{1n} & k_{2n} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad \ldots. \quad (9)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} & \cdots & K_{n1} \\ K_{12} & K_{22} & \cdots & K_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{1n} & K_{2n} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \quad \ldots. \quad (10)$$

Sedangkan pada persamaan (9) dan (10), matriks kekakuan elemen dinyatakan dalam $[k]$ dan matrik kekakuan global komponen dinyatakan dalam $[K]$.