PERAMALAN CURAH HUJAN KOTA MAKASSAR MENGGUNAKAN FUNGSI TRANSFER MULTI INPUT

SKRIPSI

EPLYSIUS FEBRIANO NDARUNG

H051191069

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2023

PERAMALAN CURAH HUJAN KOTA MAKASSAR MENGGUNAKAN FUNGSI TRANSFER MULTI INPUT

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

EPLYSIUS FEBRIANO NDARUNG

H051191069

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

DESEMBER 2023

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Peramalan Curah Hujan Kota Makassar Menggunakan Fungsi Transfer Multi Input

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 26 Oktober 2023

Eplysius Febriano Ndarung

NIM H051191069

PERAMALAN CURAH HUJAN KOTA MAKASSAR MENGGUNAKAN FUNGSI TRANSFER MULTI INPUT

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Dr. Georgina Maria Tinungki, M. Si.	**Dr. Nirwan, M. Si.**
NIP. 196209261987022001	**NIP. 196303061987021002**

Ketua Program Studi

Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.

NIP. 197708082005012002

Pada 26 Oktober 2023

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama	: Eplysius Febriano Ndarung
NIM	: H051191069
Program Studi	: Statistika
Judul Skripsi	: Peramalan Curah Hujan Kota Makassar Menggunakan Fungsi Transfer Multi Input

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M. Si. (.....)
2. Sekretaris : Dr. Nirwan, M. Si. (.....)
3. Anggota : Dra. Nasrah Sirajang, M. Si. (.....)
4. Anggota : Sitti Sahriman, S. Si., M. Si. (.....)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 26 Oktober 2023

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Kuasa atas segala berkat dan rahmat-Nya yang sungguh besar sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini yang berjudul "**Peramalan Curah Hujan Kota Makassar Menggunakan Fungsi Transfer Multi Input"** yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa dalam proses penyelesaian skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan dorongan berbagai pihak baik dalam bentuk moril maupun moril yang telah membantu penulis dalam segala keterbatasan dan kekurangan penulis. Maka dari pada itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang amat besar kepada kedua orang tua tercinta saya, **Gerardus Ndarung** dan **Ester Lis** yang telah memberikan cinta yang tak terukur, semangat, pengorbanan yang luar biasa, serta doa yang selalu menyertai penulis. Terima kasih juga bagi kedua adik tercinta saya **Turibia Gratiani Ndarung** dan **Turibius Gratiano Ndarung** yang selalu memberikan semangat bagi penulis untuk tidak menyerah dengan segala tantangan dari dalam maupun dari luar diri penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.

Penghargaan yang tulus serta ucapan terima kasih yang luar biasa juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin, S. Si, M. Si.**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.**,selaku Ketua Departemen Statistika.
4. **Ibu Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.** selaku Pembimbing Utama sekaligus Pembimbing Akademik penulis yang telah memberikan banyak dorongan, motivasi, serta masukan yang berguna bagi penulis selama proses pengerjaan skripsi hingga skripsi ini selesai.

5. **Bapak Dr. Nirwan, M.Si.**, selaku Pembimbing Pertama penulis yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya untuk senantiasa memberikan arahan pertanyaan kritis, dorongan semangat, dan motivasi kepada penulis dari awal hingga selesainya penulisan tugas akhir ini.
6. **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M. Si. Dan Ibu Sitti Sahriman, S. Si., M. Si.** selaku Tim Penguji yang telah meluangkan waktu dalam memberikan motivasi serta kritikan yang membangun kepada penulis dalam penyempurnaan tugas akhir ini.
7. Segenap Dosen Pengajar dan Staf yang telah memberikan ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menempuh pendidikan sarjana di Departemen Statistika.
8. Teman seperjuangan di **Statistika 2019**. Terima kasih atas ilmu, kebersamaan, suka dan duka dalam menjalani perkuliahan di Departemen Statistika. Terima kasih sudah menerima kehadiran penulis. Kalian hebat dan luar biasa.
9. **Keluarga Besar Himastat FMIPA Unhas**, terima kasih atas, pengalaman, dan telah menjadi tempat belajar bagi penulis dalam dinamika organisasi di dalam kampus.
10. **Keluarga besar KMK FMIPA Unhas,** terima kasih atas kesempatan dan lingkungan yang penulis dapatkan selama menjadi bagian penting baik sebagai anggota maupun sebagai pemimpin dalam organisasi ini.
11. **Keluarga Besar PKSE Unhas**, yang telah menjadi salah satu rumah yang membantu penulis dalam proses pengembangan diri yang luar biasa berarti bagi penulis, terutama memberikan kesempatan bagi penulis untuk menjadi bagian dari keluarga besar **Yayasan Karya Salemba Empat**.
12. **Huberta Faustina Bin Afang,** yang telah mejadi salah satu orang terdekat penulis yang mengetahui begitu banyak keluh kesah serta penyemangat penulis dalam segala macam situasi.
13. Teman-teman KKN penulis selama berada di Pulau Sarappo
14. Kedua sosok yang sudah penulis anggap sebagai saudara, Ferdiand Patulak dan Kevin Marinus Skliresy, yang telah menjadi teman setia penulis dari awal kuliah hingga selama-lamanya.

15. Kepada seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih setinggi-tingginya untuk segala dukungan, partisipasi, dan apresiasi yang diberikan kepada penulis.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini, maka dari pada itu penulis menyampaikan permohonan maaf serta mengharapkan banyak kritikan dan saran yang berguna bagi penulis. Akhir kata, penulis menyampaikan terima kasih dan semoga skripsi ini dapat berguna bagi banyak orang.

Makassar, 26 Oktober 2023

Eplysius Febriano Ndarung

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Eplysius Febriano Ndarung
NIM	: H051191069
Program Studi	: Statistika
Departemen	: Statistika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya	: Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-eksklusif** (***Non-exclusive Royalty- Free Right***) atas tugas akhir saya yang berjudul:

"Peramalan Curah Hujan Kota Makassar Menggunakan Fungsi Transfer Multi Input"

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar tanggal 26 Oktober 2023.

Yang menyatakan,

(Eplysius Febriano Ndarung)

ABSTRAK

Fungsi transfer multi input merupakan metode dalam analisis *time series* yang melibatkan banyak variabel dalam proses analisis untuk menghasilkan model *time series*. Model fungsi transfer multi input dikembangkan dari metode ARIMA yang menggambarkan hubungan antara sejumlah deret input (x_t) dan deret output (y_t). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh model fungsi transfer curah hujan dengan deret input suhu udara, kelembaban udara dan kecepatan angin serta mendapatkan hasil ramalan curah hujan. Data yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas dua bagian yaitu data deret output dan data deret input. Data curah hujan harian kota makassar dari tanggal 1 Januari 2022 sampai dengan tanggal 31 Januari 2023 sebagai deret output. Selanjutnya, data suhu udara harian, kelembaban udara harian dan kecepatan angin harian dari tanggal 1 Januari 2022 sampai dengan 31 Januari 2023 sebagai deret input. Model fungsi transfer multi input dibandingkan dengan model fungsi transfer *single* input untuk masing-masing deret input dengan melihat perbandingan nilai RMSE dan nilai korelasi. Diperoleh, model fungsi transfer multi input adalah model terbaik dalam meramalkan curah hujan kota Makassar dengan nilai RMSE terkecil yaitu 16.4902 dan nilai korelasi tertinggi yaitu 0.857.

Kata Kunci: Fungsi Transfer Multi Input, ARIMA, Curah Hujan.

ABSTRACT

The multi input transfer function is a method in time series analysis that involves many variables in the analysis process to produce a time series model. The multi input transfer function model was developed from the ARIMA method which describes the relationship between a number of input series (x_t) *and output series* (y_t)*. The aim of this research is to obtain a rainfall transfer function model with input series of air temperature, air humidity and wind speed and obtain rainfall forecast results. The data used in this research consists of two parts, namely output series data and input series data. Makassar city daily rainfall data from January 1 2022 to Januari 31 2023 as an output series. Next data on daily air temperature, daily air humidity and daily air speed from January 1 2022 to Januari 31 2023 as an output series. The multi input transfer function model is compared with the single input transfer function model for ach input series by looking at the comparison of RMSE values and correlation values. It was found that the multi-input transfer function model was the best model in predicting Makassar city rainfall with the smallest RMSE value, it is 16.4902 and the highest correlation value of the model is 0.857.*

Keywords: *Multi Input Transfer Function, ARIMA, Rainfall*

DAFTAR ISI

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN ..... **ii**
HALAMAN PENGESAHAN ..... **iv**
KATA PENGANTAR ..... **v**
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI ..... **viii**
ABSTRAK ..... **ix**
ABSTRACT ..... **x**
DAFTAR ISI ..... **xi**
DAFTAR GAMBAR ..... **xiii**
DAFTAR TABEL ..... **xiv**
DAFTAR LAMPIRAN ..... **xvi**
BAB I PENDAHULUAN **1**
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Batasan Masalah 3
1.4 Tujuan Penelitian 3
1.5 Manfaat Penelitian 4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA **5**
2.1 Model ARIMA 5
2.1.1 Identifikasi Model ARIMA 6
2.1.2 Penaksiran Parameter 7
2.1.3 Pemeriksaan Diagnosa 9
2.2Fungsi Transfer 10
2.2.1 Identifikasi Model Fungsi Transfer 11
2.2.2 Penaksiran Parameter Model Fungsi Transfer 13
2.2.3 Bobot Respon Impuls 14
2.2.4 Fungsi Transfer *Single* Input 16
2.2.5 Fungsi Transfer Multi Input 17
2.2.5 Uji Diagnosis Model Fungsi Transfer 18
2.3 Kriteria Pemilihan Model Terbaik 18
2.4 Curah Hujan dan Faktor yang Mempengaruhinya 20

2.4.1 Faktor- Faktor yang Mempengaruhi Curah Hujan 20
2.4.2 Kategori Curah Hujan 21
BAB III METODOLOGI PENELITIAN 22
3.1 Data 22
3.2 Metode Analisis 22
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....25
4.1 Karakteristik Deret Input dan Deret Output.....25
4.2 Identifikasi Model Fungsi Transfer Berdasarkan Deret Input 28
4.2.1 Identifikasi Model Fungsi Transfer dengan Deret Input Suhu Udara.29
4.2.2 Identifikasi Model Fungsi Transfer dengan Deret Input Kelembaban Udara 34
4.2.3 Identifikasi Model Fungsi Transfer dengan Deret Input Kecepatan Angin.....39
4.2.4 Penentuan *Cross Correlation Function* (CCF) Deret Input dan Deret Output setelah *Prewhitening* 43
4.2.5 Identifikasi Deret *Noise* dan Uji Diagnosis.....48
4.3 Peramalan dan Perbandingan Model Curah Hujan Menggunakan Model Fungsi Transfer Multi Input dan Model Fungsi Transfer *Single* Input 53
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 58
5.1 Kesimpulan 58
5.2 Saran 58
DAFTAR PUSTAKA.....59
LAMPIRAN.....62

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1. *Box-Plot* Suhu Udara 25
Gambar 4.2. *Box-Plot* Kelembaban Udara 26
Gambar 4.3. *Box-Plot* Kecepatan Angin 26
Gambar 4.4. *Box-Plot* Curah Hujan 27
Gambar 4.5. *Box-Cox* Suhu Udara 29
Gambar 4.6. *Box-Cox* Suhu Udara setelah Ditransformasikan 30
Gambar 4.7. Plot ACF Suhu Udara 30
Gambar 4.8. Plot PACF Suhu Udara 31
Gambar 4.9. *Box-Cox* Suhu Udara 35
Gambar 4.10. *Box-Cox* Kelembaban Udara 35
Gambar 4.11. Plot ACF Kelembaban Udara 36
Gambar 4.12. Plot PACF Kelembaban Udara 36
Gambar 4.13. *Box-Cox* Kecepatan Angin 39
Gambar 4.14. *Box-Cox* Kecepatan Angin 40
Gambar 4.15. Plot ACF Kecepatan Angin 40
Gambar 4.16. Plot PACF Kecepatan Angin 41
Gambar 4.17. Plot CCF Hasil *Prewhitening* Suhu Udara Harian dan 44
Gambar 4.18. Plot CCF Hasil *Prewhitening* Kelembaban Udara Harian dan Curah Hujan harian di Kota Makassar. 45
Gambar 4.19. Plot CCF Hasil *Prewhitening* Kecepatan Angin dan..... 46
Gambar 4.20. Plot ACF Deret *Noisent* 49
Gambar 4.21. Plot PACF Deret *Noisent* 49
Gambar 4.22. Plot Perbandingan Data Curah Hujan Aktual dan Curah Hujan Hasil Ramalan Menggunakan Model Akhir Fungsi Transfer Multi input..... 54
Gambar 4.23. Plot Perbandingan Curah Hujan Aktual dan Curah Hujan Hasil Ramalan Menggunakan Model Akhir FTMI dan Masing-Masing Model FTSI 55

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Karakteristik ACF dan PACF 7
Tabel 2.2. Fungsi Transfer untuk $r = 0$ 16
Tabel 2.3. Fungsi Transfer untuk $r = 1$ 16
Tabel 2.4. Fungsi Transfer untuk $r = 2$ 16
Tabel 2.5. Interpretasi Koefisien Korelasi..... 20
Tabel 3.1. Variabel output dan Variabel input 22
Tabel 4.1. Statistik Deskriptif Suhu Udara, Kelembaban Udara,..... 28
Tabel 4.2. Uji Signifikansi Parameter Model Suhu Udara Harian Kota Makassar31
Tabel 4.3. Uji Residual Model Suhu Udara Harian Kota Makassar 32
Tabel 4.4. Nilai AIC Model ARIMA Tentatif Deret Input 33
Tabel 4.5. Uji Signifikansi Parameter Model Kelembaban Udara Harian Kota Makassar 37
Tabel 4.6. Uji Residual Model Kelembaban Udara Harian Kota Makassar ... 37
Tabel 4.7. Nilai AIC Model ARIMA Tentatif Deret Input 38
Tabel 4.8. Uji Signifikansi Parameter Model Kecepatan Angin Harian..... 41
Tabel 4.9. Uji Residual Model Kecepatan Angin Harian Kota Makassar 42
Tabel 4.10. Nilai AIC Model ARIMA Tentatif 43
Tabel 4.11. Uji Signifikansi Model Awal Model Fungsi Transfer Suhu Udara 45
Tabel 4.12. Uji Signifikansi Model Awal Model Fungsi Transfer Kelembaban Udara dan Curah Hujan Kota Makassar 46
Tabel 4.13. Uji Signifikansi Model Awal Model Fungsi Transfer Kecepatan Angin dan Curah Hujan Kota Makassar 47
Tabel 4.14. Uji Signifikansi Parameter Awal Model Fungsi Transfer Multi Input Curah Hujan Kota Makassar..... 48
Tabel 4.15. Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter Model Akhir Fungsi Transfer Multi Input Curah Hujan Kota Makassar 52
Tabel 4.16. Hasil Pengujian *White Noise*Residual Model Akhir 53
Tabel 4. 17. Perbandingan nilai RMSE Model Fungsi Transfer Multi Input dan RMSE Model Fungsi Transfer *Single* Input Suhu Udara 56
Tabel 4.18. Perbandingan Nilai RMSE Model Fungsi Transfer Multi Input dan RMSE Model Fungsi Transfer *Single* Input Kelembaban Udara 56

Tabel 4.19. Perbandingan Nilai RMSE Model Fungsi Transfer Multi Input dan RMSE Model Fungsi Transfer *Single* Input Kecepatan Angin 57

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Curah Hujan dan Data Deret Input Curah Hujan 63
Lampiran 2. Ramalan Curah Hujan (mm) Harian Kota Makassar Menggunakan Model Fungsi Multi Input dan Fungsi Transfer *Single* Input 64
Lampiran 3. *Output Software R* Uji Signifikansi dan Estimasi Parameter Model ARIMA Suhu Udara 65
Lampiran 4. *Output Software R* Perhitungan MSE model ARIMA Suhu Udara 67
Lampiran 5. *Output Software R* Uji Signifikansi dan Estimasi Parameter Model ARIMA Kelembaban Udara 68
Lampiran 6. *Output Software R* Perhitungan MSE model ARIMA Kelembaban Udara 69
Lampiran 7. *Output Software R* Uji Signifikansi dan Estimasi Parameter Model ARIMA Kecepatan Angin 70
Lampiran 8. *Output Software R* Perhitungan MSE model ARIMA Kecepatan Angin 71
Lampiran 9. *Output Software R* uji ADF untuk deret input suhu udara 72
Lampiran 10. *Output Software R* uji ADF untuk deret input Kelembaban udara 73
Lampiran 11. *Output Software R* uji ADF untuk deret input Kecepatan Angin 74
Lampiran 12. Deret Input dan Deret Output Setelah dilakukan Prewhitening 75
Lampiran 13. Nilai Covarian $\gamma\alpha\beta(k)$, CCF $\rho\alpha\beta(k)$, dan Respon Impuls vk Fungsi Transfer untuk Masing-Masing Deret Input 76
Lampiran 14. Uji Signifikansi Model Awal Model Fungsi Transfer Suhu Udara dan Curah Hujan Kota Makassar 77
Lampiran 15. Uji Signifikansi Model Awal Model Fungsi Transfer Kelembaban Udara dan Curah Hujan Kota Makassar 78
Lampiran 16. Uji Signifikansi Model Awal Model Fungsi Transfer Kecepatan Angin dan Curah Hujan Kota Makassar 79
Lampiran 17. Uji Signifikansi Model Awal Model Fungsi Transfer Multi Input80
Lampiran 18. Uji Signifikansi Model Akhir Fungsi Transfer Multi Input 81

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Curah hujan adalah jumlah air hujan yang turun ke permukaan bumi di atas permukaan tanah yang datar dan tidak mengalami peresapan maupun penguapan (Nababan dan Winarto, 2019). Data curah hujan merupakan komponen penting dalam peramalan cuaca. Variabilitas alamiah yang tinggi pada curah hujan menjadi salah satu alasan ramalan yang dihasilkan kurang akurat karena banyak dipengaruhi oleh faktor alam seperti iklim, topografi. Selain itu, model curah hujan yang berkembang masih memiliki keterbatasan untuk meramalkan cuaca ekstrem, seperti badai dan banjir. Dalam hal ini, diperlukan metode analisis *time series* multivariat yang mampu meramalkan curah hujan secara akurat dengan melibatkan variabel-variabel lain yang mempengaruhi.

Data curah hujan merupakan data *time series* karena dalam proses pengukurannya, curah hujan diukur dalam rentang waktu yang teratur sehingga memiliki ketergantungan terhadap waktu. Dalam metode peramalan *time series*, data yang digunakan dalam analisis harus dikumpul secara periodik berdasarkan urutan waktu untuk menentukan pola data historis (Bisgaard dan Kulahci, 2005). Menurut Aswi dan Sukarna (2006), peramalan adalah teknik yang digunakan untuk memperkirakan keadaan di waktu yang akan datang. Metode yang umum digunakan dalam analisis *time series* adalah ARIMA, yaitu analisis *time series* univariat. Dalam kaitannya dengan curah hujan, metode ARIMA tidak cukup untuk mendapatkan hasil ramalan yang akurat karena dalam tahapan analisis, metode ARIMA tidak mengikutsertakan deret *time series* lain yang berkaitan atau dengan kata lain hanya menggunakan data *time series* tunggal.

Berdasarkan banyaknya variabel yang diamati, model *time series* terdiri dari model univariat dan model multivariat. Model *time series* univariat terdiri dari satu variabel sedangkan model *time series* multivariat terdiri dari lebih dari satu variabel yang digunakan dalam analisis (Wei, 2006; Hardani dkk., 2016).Curah hujan dipengaruhi oleh faktor iklim seperti suhu, kelembaban dan kecepatan angin (Wilson, 1993). Dengan demikian, curah hujan dapat dianalisis menggunakan analisis *time series* multivariat. Hal ini dikarenakan data curah hujan dapat

dianalisis dengan memasukkan faktor-faktor yang mempengaruhi curah hujan sebagai variabel input sehingga dapat menggunakan model multivariat dalam proses analisis.

Fungsi transfer merupakan model *time series* multivariat yang menjelaskan karakteristik dinamis dari deret proses (Faricha dkk., 2022).Kelebihan dari fungsi transfer mampu menghasilkan model dengan peramalan yang lebih akurat. Hal ini dikarenakan model fungsi transfer adalah metode peramalan deret waktu yang menggunakan variabel input yang terdiri dari satu hingga banyak variabel sehingga lebih banyak informasi yang memadai dalam melakukan peramalan (Zhao dkk., 2020).Fungsi transfer multi input merupakan pengembangan dari metode ARIMA, di mana tahapan analisis ARIMA berperan penting dalam pembentukan model deret input dan deret *noise* (n_t)model fungsi transfer.

Beberapa penelitian sebelumnya yang menggunakan metode analisis fungsi transfer multi input antara lain, penelitian yang dilakukan oleh Alzahrani (2021) menggunakan fungsi transfer multi input yaitu peramalan curah hujan di Arab Saudi menggunakan fungsi transfer multi input, model fungsi transfer yang diperoleh sangatlah baik dalam meramalkan curah hujan di Arab Saudi. Kemudian, penelitian yang dilakukan oleh Nanlohy dkk (2019) dalam meramalkan curah hujan di Surabaya menggunakan fungsi transfer multi input diperoleh bahwa model fungsi transfer multi input lebih baik dalam melakukan peramalan dibandingkan metode lain yang sebelumnya digunakan dalam meramalkan curah hujan di Surabaya.

Kota Makassar merupakan salah satu wilayah di Indonesia yang tidak lepas dari intensitas curah hujan yang tinggi dan hampir setiap tahun dilanda banjir. Curah hujan di kota Makassar memiliki kategorinya sendiri yaitu wilayah dengan curah hujan yang lebat di awal dan akhir tahun, kategori curah hujan tersebut adalah kategori monsual (Pabalik dkk, 2015; Mattalunru dkk., 2022). Selain itu, kota Makassar merupakan wilayah pemukiman padat penduduk, sehingga berpotensi untuk terjadinya banjir saat curah hujan yang tinggi terutama di awal dan akhir tahun. Dengan demikian, perlu adanya upaya untuk mengantisipasi bakal terjadinya banjir dengan melakukan peramalan terhadap curah hujan di masa yang akan datang. Penelitian ini menggunakan fungsi transfer multi input.

Model yang didapatkan digunakan untuk memperoleh ramalan curah hujan Kota Makassar.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dibahas pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model fungsi transfer multi input untuk data curah hujan harian di kota Makassar berdasarkan input suhu, kelembaban udara dan kecepatan angin?
2. Bagaimana hasil peramalan curah hujan harian di kota Makassar pada bulan Januari 2023 menggunakan fungsi transfer multi input?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan adalah data curah hujan harian Kota Makassar dari tanggal 1 Januari 2022 sampai dengan tanggal 31 bulan Januari 2023.
2. Metode estimasi yang digunakan untuk estimasi parameter model ARIMA deret input adalah *Maximum Likelihood*.
3. Metode estimasi yang digunakan untuk estimasi parameter model fungsi transfer multi input curah hujan kota Makassar adalah metode CLS (*Conditional Least Square*).
4. Penentuan model terbaik menggunakan *Root Mean Square Error* (RMSE) dan koefisien korelasi.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model fungsi transfer multi input untuk data curah hujan harian di kota Makassar dengan deret input suhu, kelembaban udara dan kecepatan angin.
2. Memperoleh hasil ramalan curah hujan harian kota Makassar bulan Januari 2023 menggunakan model fungsi transfer multi input.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Hasil penelitian ini dapat menjadi informasi tambahan bagi pemerintah Kota Makassar dalam mengantisipasi banjir akibat kondisi curah hujan yang tinggi di waktu yang akan datang di kota Makassar.
2. Hasil penelitian ini dapat menjadi pembanding dalam hal peramalan curah hujan dengan peramalan yang dilakukan oleh BMKG.
3. Pembaca dapat memperoleh wawasan tambahan mengenai penerapan metode fungsi transfer dalam menganalisis permasalahan iklim.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model ARIMA

Model ARIMA (*Autoregressive Intregated Moving Average*) adalah metode yang dikembangkan oleh Georege Box dan Gwilym Jenkins pada tahun 1970. Langkah-langkah yang dilakukan dalam metode ini antara lain identifikasi model, penaksiran parameter, pemeriksaan asumsi dan peramalan. Metode ARIMA terdiri dari dua model yaitu model *Autoregresif* (AR) berordo p dan model *Moving Average* (MA) berordo q. Selain ordo p dan q pada model ARIMA juga terdapat pembeda berordo d yang dilakukan melalui proses *differencing* jika data tidak stasioner dalam rata-rata. Model umum AR dengan order p ditunjukkan oleh persamaan (2.1)

$$\dot{X} = \phi_1 \dot{X}_{t-1} + \phi_2 \dot{X}_t - 2 + \cdots + \phi_p \dot{X}_{t-p} + a_t$$

atau

$$\phi_p(B)\dot{X} = a_t \tag{2.1}$$

dengan $\phi_p(B) = \left(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p\right), \dot{X}_t = X_t - \mu$ dan a_t adalah proses yang *white noise*. Sedangkan model MA dengan order q ditunjukkan oleh persamaan (2.2)

$$\dot{X}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q}$$

atau

$$\dot{X}_t = \theta_q(B) a_t \tag{2.2}$$

di mana $\theta_q(B) = \left(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q\right)$

Selanjutnya model ARIMA adalah model ARMA yang mengalami proses *differencing* dengan orde d yang dilakukan terhadap data X_t yang tidak stasioner terhadap rata-rata hingga mencapai kondisi stasioner. Modelumum ARIMA (p, d, q) adalah sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\dot{W}_t = \phi_1 \dot{W}_{t-1} + \phi_2 \dot{W}_{t-2} + \cdots + \phi_p \dot{W}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots \theta_q a_{t-q}$$

atau

$$\phi_p(B)(1 - B)^d \dot{X}_t = \theta_q(B) a_t \tag{2.3}$$

dengan,

$\dot{W} = (1 - B)^d \dot{Y}_t$

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$

2.1.1 Identifikasi Model ARIMA

Tahap identifikasi model ARIMA dilakukan untuk mendapatkan model ARIMA (p, d, q) yang sesuai. Agar proses identifikasi model dapat dilakukan dengan benar, data yang dianalisis harus memenuhi sifat stasioner dalam varians dan rata-rata.

Untuk mengatasi ketidakstasioneran data dalam varian, maka dilakukan transformasi Box-Cox. Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut:

$$T(X_t) = \begin{cases} \dfrac{(X_t^{\lambda} - 1)}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \log(X_t), & \lambda = 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

dengan λ sebagai parameter transformasi Box-Cox (Box & Cox, 1964). Persamaan tersebut hanya dapat digunakan pada kasus data yang bernilai positif saja. Transformasi Box-Cox bertujuan untuk meminimumkan standar deviasi pada data. Standar deviasi dalam hal ini diwakili dengan selisih antar data (*moving average*).

$$MR_t = \max[T(X_h), \dots, T(X_{h-r+1})] - \min[T(X_h), \dots, T(X_{h-r+1})] \tag{2.5}$$

dengan $h = r, r+1, \dots, n$ dan nilai r yang sering digunakan adalah 2.

Setelah didapatkan data telah stasioner terhadap varian, maka selanjutnya memeriksa kestasioneran data dalam *mean.* Uji statistik yang digunakan adalah *Augmented Dicky Fuller* (ADF). Uji ADF digunakan untuk memeriksa kestasioneran dalam *mean* serta memastikan bahwa apakah proses *differencing* perlu dilakukan atau tidak. Berikut adalah persamaan uji ADF (Enders, 2015):

$$\Delta X_t = \beta_1 + \beta_2 + \delta X_{t-1} + \phi_i \sum_{i=1}^{k} \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.6}$$

di mana,

ΔX_t :*first different* dari X_t

β_1 : nilai konstan

β_2 : koefisien nilai *trend*

δ : koefisien lag X_t

ϕ : koefisien *difference* lag X_t

ε :*nilai error*

k :lag

t : waktu

Hipotesis uji ADF:

$H_0: \delta = 0$ (terdapat unit *root*, tidak stasioner)

$H_1: \delta \neq 0$ (tidak terdapat unit *root*, stasioner)

Statistik uji:

$$T_{hitung} = \frac{\hat{\delta}}{sd(\hat{\delta})}$$

H_0 ditolak jika nilai $|T_{hitung}| > |T_{\alpha,n-1}|$ dengan ($\alpha = 0.05$)

Differencing dilakukan untuk data yang tidak stasioner dalam mean, persamaannya adalah sebagai berikut:

$$W_t = X_t - X_{t-1} \tag{2.7}$$

Identifikasi model ARIMA ditentukan dengan melihat pola ACF (*Autocorrelation Function*) dan pola PCF (*Partial Autocorrelation Function*). Karakteristik pada ACF dan PCF dapat dilihat pada Tabel 2.1 berikut:

Tabel 2.1. Karakteristik ACF dan PACF

	AR(p)	**MA(q)**	**ARMA (p, q)**
ACF	Turun cepat secara eksponensial	*Cut off* setelah lag$-q$	Turun cepat setelah lag (q, p)
PCF	*Cut off* setelah lag ke$-p$	Turun cepat secara eksponensial	Turun cepat setelah lag (p, q)

2.1.2 Penaksiran Parameter

Penaksiran atau estimasi parameter dilakukan untuk memperoleh nilai parameter yang terdapat dalam model ARIMA. Metode estimasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Beberapa kelebihan dari metode MLE yaitu metode MLE menggunakan semua informasi yang terdapat dalam dan tidak terbatas hanya pada momen pertama atau momen kedua. Metode MLE menggunakan fungsi kepadatan peluang gabungan dari proses

$$P(a|\phi,\mu,\theta,\sigma_a^2) = (2\pi\sigma_a^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_a^2}\sum_{t=1}^{n} a_t^2\right] \tag{2.8}$$

Fungsi log-likelihood adalah sebagai berikut

$$\ln L_*(\phi,\mu,\theta,\sigma_a^2) = -\frac{n}{2} ln 2\pi\sigma_a^2 - \frac{S_*(\phi,\mu,\theta)}{2\sigma_a^2} \tag{2.9}$$

$$S_*(\phi,\mu,\theta) = \sum_{t=1}^{n} a_t^2\,(\phi,\mu,\theta|\boldsymbol{X}_*.\mathbf{a},\mathbf{X}) \tag{2.10}$$

dengan, $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)'$dengan kondisi awal untuk $\mathbf{X}_* = \left(X_{1-p}, \dots, X_{-1}, X_0\right)'$dan $\boldsymbol{a}_* = \left(a_{1-p}, \dots, a_{1-q}, a_0\right)'$. Sedangkan nilai σ_a^2 dapat diestimasi dengan menggunakan persamaan berikut

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{S_*\left(\hat{\phi},\hat{\mu},\hat{\theta}\right)}{(n-p)-(p+q+1)} \tag{2.11}$$

Jika diasumsikan bahwa $\{X_t\}$ memiliki sifat stasioner dan $\{a_t\}$ merupakan *white noise*, maka nilai X_t dapat disubstitusikan dengan nilai rata-rata X dan nilai a_t dapat dianggap sebagai nilai ekspektasi 0. Dengan demikian persamaan (2.2) dapat diubah menjadi bentuk yang lebih sederhana.

$$S_*(\phi,\mu,\theta) = \sum_{t=p+1}^{n} a_t^2(\phi,\mu,\theta|\mathbf{X}) \tag{2.12}$$

Conditional sum square pada persamaan (2.12) mirip dengan *least square*, sehingga parameter dapat dicari dengan meminimalkan persamaan tersebut. Setelah mendapatkan nilai estimasi parameter didapatkan, maka perlu dilakukan pengujian untuk mengetahui signifikansinya. Untuk model AR, pengujian signifikansi parameter (Wei, 2006):

$H_0: \phi_p = 0$ (Parameter AR tidak signifikan)

$H_0: \phi_p \neq 0$ (Parameter AR signifikan)

Statistik uji: $t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$

Sedangkan uji signifikansi terhadap model MA adalah sebagai berikut:

$H_0: \phi_q = 0$ (Parameter MA tidak signifikan)

$H_0: \phi_q \neq 0$ (Parameter MA signifikan)

Statistik uji: $t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$

Keputusan tolak H_0dilakukan dengan melihat apabila $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2},(n-n_p)S}$ atau nilai $p < \alpha$.

2.1.3 Pemeriksaan Diagnosa

Pemeriksaan diagnosa terhadap model ARIMA dilakukan sebelum peramalan dilakukan. Pemeriksaan diagnosa dilakukan untuk mengetahui kesesuaian model. Untuk memenuhi persyaratan yang sesuai, model harus memenuhi dua aspek, yaitu proses *white noise* dan distribusi normal. Asumsi *white noise* terdiri dari asumsi identik dan independen. Uji yang dapat digunakan untuk mengevaluasi apakah suatu proses termasuk independen adalah uji Ljung-Box, yang menguji hipotesis sebagai berikut (Wei, 2006).

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_K = 0$ (Model telah independen)

H_1: minimal ada 1 $\rho_j \neq 0$ di mana $i = 1,2, \dots, k$ (model tidak independen)

Persamaan statistik uji Q_1 sebagai berikut

$$Q_1 = n(n+2)\sum_{j=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_j^2}{n-j} \tag{2.13}$$

Distribusi *Chi-square* ditentukan oleh nilai Q_1 dengan derajat bebas $k - p - q$. Nilai p adalah order untuk model AR dan q adalah order model M. Kriteria pengambilan keputusan dilakukan dengan menolak hipotesis nol jika nilai Q_1 lebih besar daripada nilai *Chi-square* tabel atau nilai *p-value* lebih kecil dari taraf signifikansi.

Kemudian dilanjutkan dengan pengujian distribusi normal pada residual. Metode yang sering digunakan adalah *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesis dari pengujian ini adalah sebagai berikut:

$H_0: F_n(a_t) = F_0(a_t)$ (Data terdistribusi normal)

$H_1: F_n(a_t) \neq F_0(a_t)$ (Data tidak terdistribusi normal)

Statistik uji:

$$D = Sup|F_n(a_t) - F_0(a_t)| \tag{2.14}$$

Kriteria pengambilan keputusan dari pengujian ini adalah H_0 ditolak jika nilai D lebih besar dari d_n di mana d_n merupakan nilai dari tabel *Kolmogorov-Smirnov.*

2.2 Fungsi Transfer

Fungsi transfer merupakan sebuah teknik analisis *time series multivariat* yaitu metode campuran antara pendekatan *time series* dan pendekatan kausal (Rusyana dkk., 2019). Metode fungsi transfer dikembangkan dari metode *Box-Jenkins* dan terdiri dari deret input (x_t) dan deret output (y_t). Kedua deret tersebut masing - masing memiliki model ARIMA tertentu. (Nanlohy dkk., 2020).

Model fungsi transfer yang dibentuk didasarkan pada *autocorrelation function* (ACF) dan *cross correlation function* (CCF). Bentuk umum model fungsi transfer untuk input tunggal, x_t dan output tunggal y_t adalah (Hillmer and Wei, 1991):

$$y_t = v_0 + v_1 x_{t-1} + v_2 x_{t-2} + \cdots + n_t \tag{2.15}$$

$$y_t = v(B)x_t + n_t \tag{2.16}$$

dengan:

y_t: deret output yang stasioner

x_t: deret input yang stasioner

n_t: variabel *error* (deret *noise*) yang mengikuti suatu model ARMA tertentu. $v(B) = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \cdots$ merupakan koefisien model fungsi transfer atau bobot respon impuls. Bobot respon impuls dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$v(B) = \frac{\omega_s(B)B^b}{\delta_r(B)}$$

sehingga

$$y_t = \frac{w_s(B)B^b}{\delta_r(B)} x_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \tag{2.17}$$

dengan:

b: banyaknya periode sebelum deret input mulai berpengaruh terhadap deret output.

$\omega_s(B) = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \cdots - \omega_s B^s)$ merupakan operator dengan orde s, yang merepresentasikan jumlah pengamatan masa lalu x_t yang berpengaruh terhadap y_t.

$\delta_r(B) = (1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \cdots - \delta_r B^r)$ merupakan operator orde r yang merepresentasikan jumlah pengamatan masa lalu dari deret output itu sendiri yang berpengaruh terhadap y_t.

.

2.2.1 Identifikasi Model Fungsi Transfer

Fungsi transfer $v(B)$ terdiri dari beberapa langkah sederhana:

1. *Pre-whitening* deret input

$$\phi_p(B)x_t = \theta_q(B)\alpha_t$$

atau

$$\alpha_t = \frac{\phi_x(B)x_t}{\theta_x(B)} \tag{2.18}$$

dengan

α_t: sebuah proses *white noise* dengan rata-rata nol dan varians konstan σ_α^2

2. Menghitung deret output terfilter

Perhitungan deret output terfilter dilakukan dengan mentransformasikan deret output $y_t$menggunakan model *prewhitening* yang diterapkan pada deret input. Dalam hal ini, *pre-whitening* juga dilakukan terhadap y_t agar fungsi transfer dapat memetakan x_t ke dalam y_t. *Pre-whitening* terhadap y_t adalah sebagai berikut:

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} y_t = \beta_t \tag{2.19}$$

3. Menghitung sampel *cross correlation function* (CCF)

Tahap penghitungan sampel CCF dilakukan setelah deret input dan output hasil *pre-whitening* diperoleh, yaitu dengan menentukan korelasi silang antara deret input hasil *pre-whitening* (α_t)dengan deret output hasil *pre-whitening* (β_t). Berikut bentuk penduga v_k untuk menghitung CCF, $\hat{\rho}_{\alpha\beta}(k)$ antara α_t dan β_t:

$$\hat{v}_k = \frac{\hat{\sigma}_\beta}{\hat{\sigma}_\alpha} \hat{\rho}_{\alpha\beta}(k) \tag{2.20}$$

dengan,

$$\hat{\rho}_{(\alpha\beta)} = \frac{\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(k)}{\hat{\sigma}_\alpha \hat{\sigma}_\beta}$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\alpha_t - \bar{\alpha})^2}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\beta_t - \bar{\beta}\right)^2}$$

4. Menetapkan orde (b, r, s) untuk model fungsi transfer yang menghubungkan deret input dan deret output (Makridakis dkk, 1999).
   a. Nilai b menunjukkan bahwa y_t mulai dipengaruhi oleh x_t pada periode $t + b$.
   b. Nilai s menyatakan seberapa lama deret y_t terus dipengaruhi oleh nilai-nilai baru dari deret input $x_t$atau y_t dipengaruhi oleh $x_{t-b-1}, x_{t-b-2}, \dots, x_{t-b-s}$.
   c. Nilai r menunjukkan bahwa y_t dipengaruhi oleh nilai masa lalunya $y_{t-1}, \dots y_{t-r}$. Dalam praktiknya nilai r jarang melebihi 2. Nilai $r = 0$ jika fungsi transfer hanya berisi bobot respon impuls dalam jumlah terbatas yang dimulai dengan $v_b = \omega_0$ dan berakhir pada $v_{b+s} = -\omega_s$. Nilai $r = 1$ jika respons impuls menunjukkan pola eksponensial menurun dimulai dari v_b jika s=0, dari v_{b+1} jika s=1, dan dari v_{b+2} jika s=2. Selanjutnya, nilai orde $r = 2$ jika pola bobot respon impuls menunjukkan pola eksponensial menurun atau gelombang sinus (Wei, 2006).

   Setelah menetapkan (b, r, s), kemudian dilakukan penaksir parameter fungsi transfer sementara.

$$\hat{v}(B) = \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}\,(B)} \tag{2.21}$$

5. Penaksir awal deret *noise* (n_t)

   Bobot respon impuls diukur secara langsung dan ini memungkinkan dilakukannya perhitungan nilai taksiran dari deret *noise* $n_t$dengan

$$\hat{n}_t = y_t - \hat{y}_t$$

$$\hat{n}_t = y_t - \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}\,(B)} x_t \tag{2.22}$$

$$\hat{n}_t = y_t - \hat{v}(B) x_t$$

$$\hat{n}_t = y_t - v_0 x_t - v_1 x_{t-1} - v_2 x_{t-2} - \cdots - v_g x_{t-g} \tag{2.23}$$

6. Penetapan (p_n, q_n) untuk model ARIMA $(p_n, 0, q_n)$ dari deret *noise* (n_t)

   Setelah didapat persamaan (2.3) maka nilai-nilai n_t dimodelkan dengan pendekatan ARIMA sehingga diperoleh orde p_n dan q_n. Model deret *noise* $n_t$dapat dinyatakan dengan:

$$\phi_n(B)\hat{n}_t = \theta_n(B) a_t$$

   di mana:

   $\phi(B)$: polinomial *autoregressive* orde ke-p dari n_t

   $\theta(B)$: polinomial *moving average* orde ke-q dari n_t

   a_t : residual dari deret n_t

   Setelah deret n_t diperoleh dari prosedur di atas, langkah selanjutnya adalah memperoleh nilai dari deret a_t dengan menggunakan persamaan (2.18) sehingga diperoleh nilai deret a_t sebagai berikut:

$$y_t = v(B) x_{t-b} + n_t$$

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \tag{2.24}$$

2.2.2 Penaksiran Parameter Model Fungsi Transfer

Penaksiran parameter model fungsi transfer dilakukan dengan menggunakan metode CLS (*Conditional Least Square*), dengan melibatkan parameter $\omega, \delta, \phi,$ dan θ. Metode CLS merupakan suatu metode yang dilakukan untuk mencari nilai parameter dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error*. Setelah mendapatkan model fungsi transfer pada persamaan (2.21), tahap selanjutnya adalah melakukan estimasi terhadap parameter $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_r)'$, $\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_s)'$, $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)$ dan σ_α^2. Dengan demikian, persamaan (2.24) dapat ditulis dalam bentuk persamaan (2.25) dan (2.26).

$$\delta_r(B)\phi(B) y_t = \phi(B)\omega_s(B) x_{t-b} + \delta_r(B)\theta(B) a_t \tag{2.25}$$

atau

$$c(B)y_t = d(B)x_{t-b} + e(B)a_t \tag{2.26}$$

dengan

$$c(B) = \delta(B)\phi(B) = (1 - \delta_1 B - \cdots - \delta_r B^r)\left(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^P\right)$$
$$= \left(1 - c_1 B - c_2 B - \cdots - c_{p+r} B^{p+r}\right)$$
$$d(B) = \phi(B)\omega(B) = \left(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p\right)(\omega_0 - \omega_1 B - \cdots \omega_s B^s)$$
$$= \left(d_0 - d_1 B - d_2 B^2 - \cdots - d_{p+s} B^{p+s}\right),$$

dan

$$e(B) = \delta(B)\theta(B) = (1 - \delta_1 B - \cdots - \delta_r B^r)\left(1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_Q B^q\right)$$
$$= \left(1 - e_1 B - e_2 B^2 - \cdots - c_{r+q} B^{r+q}\right)$$

maka,

$$a_t = y_t - c_1 y_{t-1} - \cdots - c_{p+r} y_{t-p-r} - d_0 x_{t-b} + d_1 c_{t-b-1} + \cdots \tag{2.27}$$
$$+ d_{p+s} x_{t-b-p-s} + e_{r+q} a_{t-r-q}$$

dengan c_j, d_j dan e_k adalah fungsi dari $\delta_i, \omega_j, \phi_k$ dan θ_l. Dengan asumsi bahwa a_t adalah *white noise* $N(0, \sigma_\alpha^2)$, sehingga fungsi *conditional likelihood*:

$$L(\delta, \omega, \phi, \theta, \sigma_\alpha^2 | b, x, y, x_0, y_0, a_0) = (2\pi\sigma_\alpha^2)^{\frac{n}{2}} exp\left[-\frac{1}{2\sigma_\alpha^2}\sum_{t=1}^{1} a_t^2\right] \tag{2.28}$$

dengan x_0, y_0, a_0 adalah beberapa nilai awal yang sesuai untuk menghitung a_t dari persamaan(2.23) sama dengan nilai awal yang diperlukan dalam pendugaan model ARIMA univariat.

2.2.3 Bobot Respon Impuls

Bobot respon impuls adalah representasi nilai korelasi silang. Bobot respon impuls digunakan untuk mengidentifikasi order fungsi transfer (b, s, r). Persamaan yang digunakan untuk menentukan bobot respon impuls adalah sebagai berikut:

$$v_k = \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha}\rho_{\alpha\beta}(k) \tag{2.29}$$

Kemudian persamaan untuk menentukan nilai korelasi silang adalah sebagai berikut:

$$\hat{\rho}_{\alpha\beta} = \frac{\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(k)}{\hat{\sigma}_{\alpha}\hat{\sigma}_{\beta}} \tag{2.30}$$

dengan

$$\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(k) = \begin{cases} \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-k}(\alpha_t - \bar{\alpha})\left(\beta_{t+k} - \bar{\beta}\right), k \geq 0 \\ \frac{1}{n}\sum_{t=1-k}^{n}(\alpha_t - \bar{\alpha})\left(\beta_{t+k} - \bar{\beta}\right), k < 0 \end{cases}$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\alpha_t - \bar{\alpha})^2}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\beta_t - \bar{\beta}\right)^2}$$

Dalam bentuk yang diperluas, persamaan (2.29) memiliki persamaan spesifik sebagai berikut (Makridakis, 1999):

$v_0 = 0$ (1)

$v_1 = 0$ (2)

$v_2 = \delta_1 v_1 + \delta_2 v_0 + \omega_0$ (3)

$v_3 = \delta_1 v_2 + \delta_2 v_1 - \omega_1$ (4)

$v_4 = \delta_1 v_3 + \delta_2 v_2 - \omega_2$ (5)

$v_5 = \delta_1 v_4 + \delta_2 v_3$ (6)

$v_6 = \delta_1 v_5 + \delta_2 v_4$ (7)

$v_7 = \delta_1 v_6 + \delta_2 v_5$ (8)

Orde b adalah parameter waktu tunda pengaruh deret input terhadap deret output yang ditentukan oleh nilai $v_k = 0$ dengan $k < b$ hingga $v_b \neq 0$. Selanjutnya orde r ditentukan berdasarkan pola bobot respon impuls dengan proses penentuan yang sama dengan penentuan order p pada model ARIMA. Umumnya besar nilai order r tidak melebihi 2. Sedangkan order s merupakan parameter lama waktu pengaruh input terhadap output. Jika order $r = 0$, maka

order s dengan mudah ditentukan berdasarkan nilai $v_k = 0$ dengan $k > b + s$. Jika order $r \neq 0$, maka order s ditentukan berdasarkan pola bobot respon impuls yang turun (Hillmer and Wei, 1991).

Tabel 2.2. Fungsi Transfer untuk $r = 0$

(b, r, s)	Fungsi Transfer
(2,0,0)	$v(\beta)x_t = \omega_0 x_{t-2}$
(2,0,1)	$v(\beta)x_t = (\omega_0 - \omega_1)x_{t-2}$
(2,0,2)	$v(\beta)x_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)x_{t-2}$

Tabel 2.3. Fungsi Transfer untuk $r = 1$

(b, r, s)	Fungsi Transfer
(2,1,0)	$v(\beta)x_t = \frac{\omega_0}{1 - \delta_1 B} x_{t-2}$
(2,1,1)	$v(\beta)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1)}{1 - \delta_1 B} x_{t-2}$
(2,1,2)	$v(\beta)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)}{1 - \delta_1 B} x_{t-2}$

Tabel 2.4. Fungsi Transfer untuk $r = 2$

(b, r, s)	Fungsi Transfer
(2,2,0)	$v(\beta)x_t = \frac{\omega_0}{1 - \delta_1 B - B^2} x_{t-2}$
(2,2,1)	$v(\beta)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1)}{1 - \delta_1 B - B^2} x_{t-2}$
(2,2,2)	$v(\beta)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)}{1 - \delta_1 B - B^2} x_{t-2}$

2.2.4 Fungsi Transfer *Single* Input

Bentuk umum fungsi transfer *single* input didefinisikan pada persamaan berikut (Hillmer and Wei, 1991):

$$y_t = v(B)x_t + n_t \tag{2.31}$$

di mana,

y_t = variabel y pada waktu ke$-t$

x_t = variabel x pada waktu ke$-t$

$$v(B) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} B^j = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \cdots + v_j B^j$$

n_t = deret *noise*

2.2.5 Fungsi Transfer Multi Input

Fungsi transfer multi input adalah model yang secara umum menggambarkan deret output yang dipengaruhi oleh beberapa deret input, yaitu terdapat beberapa variabel input yang dimasukan dalam model. Bentuk umum persamaan model fungsi transfer multi input didefinisikan sebagai berikut (Wei, 1990):

$$y_t = \sum_{j=1}^{k} v_j(B) x_{jt} + a_t \tag{2.32}$$

dengan

$v_j(B) = \frac{w_j(B)B^{bj}}{\delta_j(B)}$ sebagai fungsi transfer untuk deret input x_{jt}ke$-j$dan a_t diasumsikan saling bebas dengan deret input $x_{jt}, j = 1,2, \dots, k$.

Persamaan (2.29) dapat juga ditulis seperti persamaan (2.30) berikut:

$$y_t = \sum_{j=1}^{k} \frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} B^{bj} x_{jt} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \tag{2.33}$$

di mana,

y_t = variabel dependen

x_{jt} = variabel independen ke$-j$

$\omega_j(B)$ = operator *moving average* order s_j untuk variabel ke$-j$

$\delta_j(B)$ = operator *autoregresi* order r_j untuk variabel ke$-j$

$\theta(B)$ = operator *moving average* order q

$\phi(B)$ = operator *autoregresi* order p

a_t = nilai gangguan acak

2.2.5 Uji Diagnosis Model Fungsi Transfer

Pengecekan kelayakan model dilakukan sebelum model fungsi transfer digunakan untuk menentukan nilai ramalan di periode yang akan datang. Asumsi yang harus dipenuhi oleh model fungsi transfer yang telah melalui tahapan estimasi parameter adalah residual a_t*white noise* dan independen pada deret input $x_t$juga independen pada terhadap deret input yang telah melalui proses *prewhitening* α_t. Dalam pemeriksaan diagnosa model fungsi transfer, residual $\hat{a}_t$ diuji melalui:

1. *Cross Correlation*

Cross correlation digunakan untuk memeriksa apakah deret *noise* $a_t$dan deret input x_t *telah* independen. Untuk model yang baik, sampel CCF, $\hat{\rho}_{\alpha\hat{a}}(k)$ antara α dan $\hat{a}$ harus menunjukan tidak ada pola. Pendeteksiannya dilakukan dengan menggunakan statistik *portmanteau test*, yaitu:

$$Q_0 = m(m+2)\sum_{j=0}^{k}(m-j)\hat{\rho}_{\alpha\hat{a}}(j) \tag{2.34}$$

$Q_0 \sim \chi^2$ dengan derajat bebas $(K+1)-M$, di mana $m = n - t_0 + 1$ dan M adalah jumlah parameter δ_i dan ω_j yang diestimasi dalam fungsi transfer $v(B) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)}$. Jumlah derajat bebas untuk Q_0 independe pada jumlah parameter yang diestimasi dalam model *noise.*

2. Cek *autocorrelation*

Untuk model yang baik, sampel ACF dan PACF $\hat{a}_t$ harus menunjukan tidak ada pola, statistik uji untuk *autocorrelation* adalah:

$$Q_1 = m(m+2)\sum_{j=1}^{k}(m-j)\hat{\rho}^2_{\alpha a}(j) \tag{2.35}$$

2.3 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Penentuan model terbaik dilakukan menggunakan sejumlah kriteria yaitu nilai residual dan kesalahan peramalan (Wei, 2006). Penentuan model terbaik berdasarkan kesalahan peramalan dilakukan jika model yang diperoleh digunakan untuk melakukan peramalan. Dalam hal ini, selain menggunakan nilai residual kriteria pemilihan model juga dapat dilakukan menggunakan alternatif lain yaitu

berdasarkan kesalahan peramalan e_l, di aman e_l didefinisikan sebagai beirkut:

$$e_l = Y_{n+l} - \hat{Y}_n(l)$$

Selain itu, penentuan model terbaik juga menggunakan nilai korelasi *Pearson product moment* (r), yaitu ukuran nilai yang digunakan untuk menentukan tingkat korelasi antara data aktual dan data ramalan. Dengan demikian, nilai statistik yang digunakan untuk menentukan kebaikan model dalam penelitian ini adalah:

1) AIC (*Akaike's Information Criterion*)

   Model terbaik jika memiliki nilai AIC terkecil. Selanjutnya, AIC didefinisikan sebagai berikut:

$$AIC = n\ln(\hat{\sigma}_t^2) + 2k \tag{2.36}$$

   dengan:

   n = banyaknya residual

   $\hat{\sigma}_t^2$ = penduga dari σ_t^2

   k = jumlah parameter dalam model

2) RMSE (*Root Mean Square Error*)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} e_l^2} \tag{2.37}$$

3) MSE (*Mean Square Error*)

$$MSE = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} e_l^2 \tag{2.38}$$

4) MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*)

$$MAPE = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\left|\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t}\right| \times 100 \tag{2.39}$$

5) Korelasi *Pearson Product Moment* (r)

   Nilai korelasi berada di antara -1 dan +1, dengan tanda negatif menunjukkan antara kedua variable terjadi korelasi tidak langsung atau korelasi negatif. Sedangkan, nilai korelasi yang bertanda positif menandakan antara kedua variable terjadi korelasi langsung atau korelasi positif. Untuk korelasi yang bernilai 0, maka nilai tersebut dapat diartikan bahwa antara kedua variable tidak terjadi hubungan linier (Sudjana, 2005). Untuk

interpretasi nilai r selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 2.5.

$$r = \frac{n\sum y_t\hat{y}_t - (\sum y_t)(\sum \hat{y}_t)}{\sqrt{[n\sum y_t^2 - (\sum y_t)^2][n\sum \hat{y}_t^2 - (\sum \hat{y}_t)^2]}} \quad (2.40)$$

dengan:

y_t = data aktual

$\hat{y}_t$ = data ramalan

Tabel 2.5. Interpretasi Koefisien Korelasi

Interval Koefisien	Tingkat Hubungan
0.00-0.19	Sangat Rendah
0.20-0.39	Rendah
0.40-0.59	Sedang
0.60-0.79	Kuat
0.80-1.00	Sangat Kuat

Sumber: Sugyono, 2007

2.4 Curah Hujan dan Faktor yang Mempengaruhinya

Curah hujan merupakan sejumlah air yang turun ke permukaan tanah yang datar dalam jangka waktu tertentu, dihitung dalam satuan ketinggian (mm) dari permukaan horizontal, apabila tidak terjadi penguapan, aliran permukaan dan infiltrasi (Nababan dan Winarto, 2019). Pengukuran curah hujan dilakukan pada titik tertentu, dan disebut sebagai tinggi curah hujan titik atau hujan lokal (Suwignyo, 2021).

2.4.1 Faktor- Faktor yang Mempengaruhi Curah Hujan

Wilson (1993) menyebutkan bahwa kelembaban udara, suhu, dan kecepatan angin adalah beberapa faktor yang mempengaruhi jumlah hujan yang turun.

1. Kelembaban udara

Kelembaban udara merujuk pada kandungan uap air dalam udara. Uap air dalam udara hanya merupakan sebagian kecil dari atmosfer, yang berkisar antara 0% hingga 5% dari total massa udara (Arpan dkk., 2004).

2. Suhu

Suhu digunakan untuk menggambarkan apakah suatu kondisi terasa dingin,

panas, atau hangat. Di sisi lain, panas mengacu pada proses transfer energi antara benda yang dapat terjadi melalui radiasi, konduksi, atau konveksi. Suhu adalah ukuran intensitas panas yang dirasakan (Arpan dkk., 2004).

3. Kecepatan angin

Pergerakan udara secara horizontal disebut sebagai angin. Perbedaan tekanan antar dua tempat dapat menyebabkan terjadinya angin. Faktor yang menentukan karakteristik angin antara lain adalah arah dan kecepatan angin. Arah dan kecepatan angin berperan penting dalam menentukan jumlah hujan yang turun di suatu daerah (Simbolon dkk., 2022). Kecepatan angin merupakan kecepatan udara yang bergerak secara horizontal dan dipengaruhi oleh ketinggian, kondisi geografis, topografi dan geometri daerah (Murniati dan Sudarti, 2021).

2.4.2 Kategori Curah Hujan

Berikut kategori curah hujan menurut BMKG (Azka dkk., 2019):

a. Kategori hujan ringan dengan intensitas curah hujan $5 - 20$ mm/hari
b. Kategori hujan sedang dengan intensitas curah hujan $20 - 50$ mm/hari
c. Kategori hujan lebat dengan intensitas curah hujan $50 - 100$ mm/hari
d. Kategori hujan sangat lebat dengan intensitas curah hujan > 100 mm/hari