PEMODELAN REGRESI BINOMIAL NEGATIF BIVARIAT PADA DATA YANG MENGALAMI OVERDISPERSI

SKRIPSI

NURHIDAYA L.

H051181021

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

SEPTEMBER 2022

PEMODELAN REGRESI BINOMIAL NEGATIF BIVARIAT PADA DATA YANG MENGALAMI OVERDISPERSI

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

NURHIDAYA L.

H051181021

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

SEPTEMBER 2022

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Pemodelan Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Data yang Mengalami Overdispersi

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 9 September 2022

SEPULUH RIBU RUPIAH 10000 METERAI TEMPEL 6ACA7AKX060464630

Nurhidaya L.

NIM H051181021

PEMODELAN REGRESI BINOMIAL NEGATIF BIVARIAT PADA DATA YANG MENGALAMI OVERDISPERSI

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.	Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.
NIP. 19750429 200003 2 001	NIP. 19620926 198702 2 001

Ketua Program Studi

Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.

NIP. 19720117 199703 2 002

Pada 9 September 2022

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama	: Nurhidaya L.
NIM	: H051181021
Program Studi	: Statistika
Judul Skripsi	: Pemodelan Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Data yang Mengalami Overdispersi

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. (................................)
2. Sekretaris : Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si. (................................)
3. Anggota : Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si. (................................)
4. Anggota : Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si. (................................)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 9 September 2022

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji hanya milik Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya yang telah diberikan kepada penulis sampai saat ini. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa sallam*, kepada para keluarga, tabi'in, tabi'ut tabi'in, serta orang-orang sholeh yang haq hingga kadar Allah berlaku atas diri-diri mereka. *Alhamdulillaahirobbil'aalamiin*, berkat rahmat dan kemudahan yang diberikan oleh Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "***Pemodelan Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Data yang Mengalami Overdispersi***" sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis tidak akan sampai pada titik ini, jikalau tanpa dukungan dan bantuan dari pihak yang selalu ada, peduli dan menyayangi penulis. Oleh karena itu, penulis haturkan rasa terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk orang tua penulis, Ayahanda **Abd. Latif** dan Ibunda **Hasriati** yang telah memberikan dukungan penuh, pengorbanan, kesabaran hati, cinta dan kasih sayang, serta dengan ikhlas telah mengiringi setiap langkah penulis dengan doa dan restunya. Kakakku **M. Umar** dan **Fitriani L.,** adikku **Asraf Muhajir, Nurasyia L.,** dan **Mutfia L.,** terima kasih telah menjadi kakak dan adik yang sangat baik, selalu ada dan selalu memberikan dorongan dukungan baik batin dan juga raga untuk penulis serta untuk keluarga besarku, terima kasih atas doa dan dukungannya selama ini.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin berserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika, segenap Dosen Pengajar dan Staf yang telah membekali ilmu dan kemudahan

kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.

4. **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.,** selaku Pembimbing Utama dan **Ibu Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.,** selaku Pembimbing Pertama yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk senantiasa memberikan arahan, dorongan, dan motivasi kepada penulis mulai dari awal hingga selesainya penulisan tugas akhir ini.
5. **Bapak Andi Kresna Jaya S.Si., M.Si.** dan **Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.,** selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
6. **Ibu Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M. Si.,** selaku Penasehat Akademik penulis. Terima kasih atas segala bantuan, nasehat serta motivasi yang selalu diberikan kepada Penulis selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika.
7. **Misna Majid, Nurkhalisah, Elisyah Syamsir, Nur Afiah, Andi Maasita Amir, Adisya Inayah Muqita,** dan **Reski Amalia** selaku sahabat-sahabat penulis, terima kasih atas kebersamaan, bantuan, dukungan baik batin dan juga raga, dan motivasi yang tidak ada hentinya baik secara langsung maupun tidak langsung yang telah diberikan kepada penulis sejak Sekolah Menengah Atas dan bangku perkuliahan hingga saat ini.
8. **Musdalifah, Andi Sri Yulianti** dan **Sri Indriani Amil** selaku sahabat-sahabat penulis, terima kasih telah bersedia menjadi sahabat penulis sejak mahasiswa baru hingga saat ini. Terima kasih atas bantuan yang tak terhitung yang telah diberikan kepada penulis, terima kasih atas dukungan, motivasi, kebersamaan, dan suka dukanya.
9. **Nurul Rezki, Yustika, Hajratul Ashwad, Sonya, Nurul Ikhsani, Isra Rizka Utami, Riskayani, Andi Ummi Melin Aicha, Ainun, Siti Aisyah, Andi Annisa Miftahul Sakinah, dan teman-teman Statistika 2018** yang penulis tidak bisa sebutkan satu-persatu, terima kasih atas bantuan baik secara langs

langsung maupun tidak langsung kepada penulis, dukungan, dan motivasi yang telah diberikan.

10. Seluruh teman-teman **KKN Tematik Universitas Hasanuddin Gelombang 106 Wilayah Maros 2**.
11. Kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, semoga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis bernilai ibadah disisi Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala.*

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam skripsi ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini memberikan manfaat untuk pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 9 September 2022

Nurhidaya L.

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Nurhidaya L.
NIM	: H051181021
Program Studi	: Statistika
Departemen	: Statistika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya	: Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-ekslusif** (***Non-exclusive Royalty- Free Right***) atas tugas akhir saya yang berjudul:

"Pemodelan Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Data yang Mengalami Overdispersi"

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.
Dibuat di Makassar pada tanggal, 9 September 2022

Yang menyatakan

Nurhidaya. L

(Nurhidaya L.)

ABSTRAK

Analisis regresi linear umumnya digunakan untuk menganalisis variabel respon yang berupa data kontinu dan berdistribusi normal. Namun pada beberapa aplikasinya, variabel respon yang akan dianalisis dapat berupa data diskrit, metode yang digunakan adalah model regresi Poisson, asumsinya adalah rata-rata dan variansi variabel respon sama besar atau disebut equidispersi. Namun dalam beberapa aplikasinya sering terjadi overdispersi, sehingga digunakan regresi binomial negatif untuk memodelkan data diskrit. Pada kasus dengan dua variabel *count* (diskrit) yang berkorelasi dan memerlukan estimasi secara bersama, digunakan model regresi *count* bivariat, salah satunya adalah model regresi Poisson bivariat yang banyak digunakan untuk data bivariat berkorelasi, untuk kasus overdispersi digunakan model regresi binomial negatif bivariat. Distribusi binomial negatif bivariat diperoleh sebagai perkalian dari marginal distribusi binomial negatif dengan parameter faktor perkalian. Parameter model regresi binomial negatif bivariat diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan iterasi Newton Raphson. Penelitian ini diaplikasikan pada data jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020. Hasil yang diperoleh adalah jumlah puskesmas berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu dan persentase penanganan komplikasi kebidanan, persentase ibu hamil melaksanakan program K4, persentase persalinan di fasilitas layanan kesehatan, persentase ibu nifas melaksanakan program KF2 dan jumlah puskesmas berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi.

Kata Kunci: *distribusi binomial negatif bivariat, MLE, Newton Raphson, overdispersi, regresi binomial negatif bivariat*

ABSTRACT

Linear regression analysis is generally used to analyze the response variables in the form of continuous data and normally distributed. However, in some applications, the response variables to be analyzed are discrete data, the method used is the Poisson regression model, the assumption is that the mean and response variance variables are equal or called equidispersion. However, in some applications there is often overdispersion, so negative binomial regression is used to model discrete data. In cases where two (discrete) count variables are correlated and require joint estimation, a bivariate count regression model is used, one of which is the Bivariate Poisson regression model which is widely used for correlated bivariate data, for the case of overdispersion, a bivariate negative binomial regression model is used. The bivariate negative binomial distribution is obtained as the product of the marginal negative binomial distribution with the multiplication factor parameter. The parameters of the bivariate negative binomial regression model were estimated using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method with Newton Raphson iterations. This study was applied to data on the number of maternal and infant deaths in South Sulawesi Province in 2020. The results obtained were the number of puskesmas had a significant effect on the number of maternal deaths and the percentage of handling obstetric complications, the percentage of pregnant women carrying out the K4 program, the percentage of deliveries in health care facilities, the percentage postpartum mothers carry out the KF2 program and the number of puskesmas has a significant effect on the number of infant deaths.

Keywords: *bivariate negative binomial distribution, MLE, Newton Rapshon, overdispersion, bivariate negative binomial regression*

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi adalah salah satu metode statistika yang dapat menjelaskan hubungan sebab akibat antara satu variabel respon dengan satu atau lebih variabel prediktor. Sundari (2012) mengatakan bahwa analisis regresi linear umumnya digunakan untuk menganalisis variabel respon yang berupa data kontinu dan berdistribusi normal. Namun dalam beberapa aplikasinya, variabel respon yang akan dianalisis dapat berupa data diskrit atau disebut juga data cacahan (Sekarmini *et al*., 2013).

Data cacahan adalah data yang diperoleh dengan membilang, mencacah atau menghitung suatu objek. Data cacahan dapat dimodelkan dengan regresi Poisson, dengan asumsi yang harus dipenuhi adalah rata-rata dan variansinya sama besar atau disebut equidispersi (Adiatma *et al.,* 2021). Akan tetapi, dalam beberapa aplikasinya terkadang terjadi overdispersi yaitu kondisi dengan variansi variabel respon lebih besar daripada rata-ratanya. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memodelkan data cacahan dengan kondisi overdispersi adalah regresi binomial negatif.

Chou dan Steenhard (2011) mengatakan bahwa peristiwa *count* berpasangan yang menunjukkan korelasi harus diestimasi secara bersama, dan model regresi *count* bivariat dirancang untuk menangani kasus tersebut. Holgate (1964) mengatakan bahwa model regresi Poisson bivariat banyak digunakan untuk data bivariat berkorelasi. Cameron dan Johansson (1998) mengatakan bahwa sama seperti pada model Poisson univariat, pada model Poisson bivariat juga terjadi overdispersi. Saat terjadi overdispersi pada model Poisson bivariat digunakan model binomial negatif bivariat sebagai alternatif solusi (Fitriyanti dan Kurniawan, 2019). Data jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020 merupakan kasus bivariat yang saling berkorelasi, terjadi overdispersi, dan mengikuti distribusi bivariat Poisson. Metode yang dapat digunakan untuk kasus tersebut adalah regresi binomial negatif bivariat.

Penelitian yang telah dilakukan terkait dengan regresi binomial negatif bivariat adalah penelitian oleh Famoye (2010) berjudul "*On the Bivariate Negative Binomial Regression Model*". Pada penelitian tersebut distribusi binomial negatif bivariat didefinisikan sebagai perkalian dari marginal distribusi binomial negatif dengan parameter faktor perkalian. Adapun penaksiran parameter model regresi binomial negatif bivariat dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) melalui iterasi Newton Raphson.

Penelitian lainnya yaitu penelitian oleh Kurniawan (2015) dengan judul "Penaksiran dan Pengujian Hipotesis Parameter Model Regresi Binomial Negatif Bivariat" yang diaplikasikan pada data jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur tahun 2013 dengan asumsi datanya mengikuti distribusi Poisson. Penaksiran parameter dilakukan dengan metode (MLE) melalui iterasi Newton Raphson. Adapun hasil yang didapatkan adalah pada model regresi binomial negatif bivariat untuk kematian bayi terdapat tiga variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon yaitu ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, tenaga kesehatan, dan ibu hamil melaksanakan program K4. Pada model kematian ibu, variabel ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, tenaga kesehatan, dan rumah tangga dengan Perilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) memiliki pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon.

Penelitian lain yang telah dilakukan terkait dengan regresi binomial negatif bivariat adalah penelitian oleh Kurniawan (2019) dengan judul "Regresi Binomial Negatif Bivariat untuk Mengatasi Overdispersi Regresi Poisson Bivariat" yang diaplikasikan pada data kematian ibu dan bayi di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017. Penaksiran parameter dilakukan dengan metode MLE melalui iterasi Newton Raphson. Adapun hasil yang didapatkan, variabel yang signifikan pada model kematian bayi adalah persentase ibu hamil melaksanakan program K4, persentase bayi yang diberi Air Susu Ibu (ASI) eksklusif dan persentase rumah tangga dengan PHBS. Sedangkan pada model kematian ibu, variabel persentase ibu bersalin mendapat pelayanan kesehatan nifas dan persentase bayi yang diberi ASI eksklusif signifikan terhadap variabel respon.

Penelitian lainnya yaitu penelitian Amin Tohari, Nur Chamidah, dan Fatmawati (2019) dengan judul "*Modeling of HIV and AIDS in Indonesia Using Bivariate Negative Binomial Regression*". Dengan asumsi datanya mengikuti distribusi Poisson. Penaksiran parameter dilakukan dengan metode MLE melalui iterasi Newton Raphson. Peneliti lain yang juga membahas tentang regresi binomial negatif bivariat adalah Sulantari dan Wigid Hariadi (2019) dengan penelitiannya berjudul "Estimasi Model Regresi Binomial Negatif Bivariat (RBNB) pada Penderita Kusta di Jawa Timur". Penaksiran parameter dilakukan dengan metode MLE melalui iterasi Newton Raphson.

Pada penelitian ini akan dilakukan pemodelan regresi binomial negatif bivariat dengan metode MLE melalui iterasi Newton Raphson pada data jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020. Perbedaan antara penelitian ini dengan penelitian oleh Kurniawan (2015), Kurniawan (2019), Amin Tohari, Nur Chamidah, dan Fatmawati (2019), dan penelitian oleh Sulantari dan Wigid Hariadi (2019) terletak pada data dan distribusi binomial negatif bivariat yang digunakan. Pada penelitian oleh Kurniawan (2015), Kurniawan (2019), Amin Tohari, Nur Chamidah, dan Fatmawati (2019), dan penelitian oleh Sulantari dan Wigid Hariadi (2019) menggunakan distribusi binomial negatif bivariat sebagai campuran distribusi Poisson gamma (Cheon *et al.*, 2009) sedangkan pada penelitian ini digunakan distribusi binomial negatif bivariat sebagai perkalian dari marginal distribusi binomial negatif dengan parameter faktor perkalian (Famoye, 2010). Sehingga melalui model regresi binomial negatif bivariat yang didapatkan akan diketahui faktor-faktor apa saja yang berpengaruh signifikan mempengaruhi jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020.

1.2 Rumusan Masalah

a. Bagaimana membuktikan fungsi peluang distribusi binomial negatif bivariat?
b. Bagaimana mengestimasi parameter model regresi binomial negatif bivariat menggunakan metode MLE melalui iterasi Newton Raphson?

c. Bagaimana pemodelan regresi binomial negatif bivariat pada data jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020?

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini hanya membahas tentang pemodelan dengan menggunakan regresi binomial negatif bivariat dengan menggunakan fungsi peluang distribusi binomial negatif bivariat sebagai perkalian dari marginal distribusi binomial negatif dengan parameter faktor perkalian, menggunakan metode MLE melalui iterasi Newton Raphson dan menggunakan data jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020.

1.4 Tujuan

a. Membuktikan fungsi peluang distribusi binomial negatif bivariat.
b. Memperoleh estimasi parameter model regresi binomial negatif bivariat menggunakan metode MLE melalui iterasi Newton Raphson.
c. Membuat pemodelan regresi binomial negatif bivariat pada data jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020.

1.5 Manfaat

a. Penulis dapat mengembangkan pengetahuan dalam bidang regresi binomial negatif bivariat.
b. Memberikan informasi tentang cara-cara yang dapat dilakukan untuk mendapatkan model regresi binomial negatif bivariat.
c. Bagi pembaca dapat menambah wawasan, informasi dan sebagai bahan referensi bagi yang membutuhkan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Poisson

Kurniawati pada tahun 2014 mengatakan bahwa distribusi untuk peristiwa yang probabilitas kejadiannya sangat kecil dan bergantung pada interval waktu tertentu dengan hasil pengamatan berupa variabel diskrit merupakan pengertian distribusi Poisson (Rahmadeni dan Jannah, 2019).

Fungsi peluang dari distribusi Poisson dituliskan pada Persamaan (2.1) sebagai berikut (Hogg dan Craig, 2005):

$$P(Y = y) = \frac{e^{-\mu}\mu^{y}}{y!}; y = 0,1,2,\ldots; \mu > 0 \qquad (2.1)$$

dengan:

μ : rata-rata jumlah kejadian yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu

y : jumlah kejadian

2.2 Regresi Poisson

Model yang dapat digunakan untuk *count* data (diskrit) adalah model regresi Poisson. Asumsi variabel Y dalam regresi Poisson adalah jumlah kejadian mengikuti distribusi Poisson. Jika diberikan variabel prediktor sebanyak k yaitu $X_1, X_2, \ldots, X_k$, maka:

$$P(Y = y \mid x_1, x_2, \ldots, x_k) = \frac{e^{-\mu}\mu^{y}}{y!}, y = 0, 1, 2, \ldots$$

dengan:

μ : rata-rata jumlah kejadian yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu

y : jumlah kejadian

Menentukan pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor adalah salah satu tujuan dari analisis regresi. Karena nilai $\mu_i > 0$, maka digunakan fungsi *link* $g(\mu_i) = \ln(\mu_i) = \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}$ yang menghubungkan $E(Y_i|X_i)$ dengan fungsi linier

$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}$. Dengan demikian model regresi Poisson dapat ditulis dalam bentuk Persamaan (2.2) berikut:

$$\mu_i = exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta})\ , i\ =\ 1,2, \dots\ , n \qquad (2.2)$$

dengan:

$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}$: vektor berukuran $(k+1) \times\ 1$ dari variabel prediktor

$\boldsymbol{\beta}$: vektor berukuran $(k+1) \times\ 1$ dari parameter regresi yang tidak diketahui

(Rahayu, 2020).

2.3 Overdispersi

Kesamaan nilai *mean* dan variansi variabel respon atau equidispersi adalah asumsi yang harus dipenuhi dalam regresi Poisson (Rahayu, 2020). Namun, seringkali terjadi pelanggaran asumsi equidispersi pada regresi Poisson yaitu terjadinya overdispersi. Overdispersi terjadi jika nilai variansi variabel respon lebih besar dari nilai *mean*-nya. Overdispersi bertentangan dengan equidispersi sebagai asumsi regresi Poisson (Mardalena *et al*., 2021). Overdispersi dapat dideteksi dengan melakukan uji d*eviance*. Hipotesis yang digunakan dalam uji *deviance* adalah sebagai berikut:

H_0 : $\Phi = 1$ (variabel respon mengalami equidispersi)

H_1 : $\Phi > 1$ (variabel respon mengalami overdispersi)

Statistik uji yang digunakan dinyatakan dalam Persamaan (2.3) berikut:

$$\Phi = \frac{D^2}{db}; D^2 = 2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i \ln\left(\frac{y_i}{\hat{\mu}_i}\right)\right) \qquad (2.3)$$

dengan:

$db\ =\ n - p$

$p = k + 1$

$i = 1, 2, \dots, n$

$\hat{\mu}_i$: penduga bagi respon rata-rata ke-i

n : banyak pengamatan

Jika nilai $\Phi > 1$, maka tolak H_0 artinya terjadi overdispersi pada data (Kusuma *et al.*, 2013).

2.4 Fungsi Gamma dan Distribusi Gamma

Fungsi gamma dari α dinyatakan dalam Persamaan (2.4) berikut:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1}e^{-y}dy \tag{2.4}$$

Jika $\alpha = 1$, maka:

$$\Gamma(1) = \int_0^\infty e^{-y}dy = 1$$

Jika $\alpha > 1$,

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\int_0^\infty y^{\alpha-2}e^{-y}dy = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$$

Dengan demikian, jika α adalah bilangan bulat positif yang lebih besar dari 1, maka

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)(\alpha - 2) \dots (3)(2)(1) = (\alpha - 1)!$$

Variabel acak kontinu X berdistribusi gamma dengan parameter $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$ mempunyai fungsi peluang yang dinyatakan dalam Persamaan (2.5) berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}}, & 0 < x < \infty \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases} \tag{2.5}$$

(Hogg dan Craig, 2005).

2.5 Distribusi Binomial Negatif

Walpole dan Myers mengatakan bahwa suatu percobaan bebas bernoulli yang terdiri dari n usaha berulang akan menghasilkan dua kemungkinan yaitu sukses dengan peluang p dan gagal dengan peluang $q = 1 - p$, dengan x dinyatakan sebagai banyaknya percobaan yang diperlukan untuk memperoleh r sukses dalam n usaha bebas. Distribusi peluang variabel acak X tersebut merupakan distribusi binomial negatif. Distribusi peluangnya dinyatakan dalam persamaan berikut (Sauddin *et al.*, 2020):

$$f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}, x = r, r+1, r+2, \dots$$

dengan:

x : banyaknya percobaan yang diperlukan untuk memperoleh k sukses

r : jumlah sukses

p : peluang

Misalkan terdapat sejumlah y kegagalan sebelum sukses ke-r, maka x merupakan jumlah dari y kegagalan dengan r buah sukses atau $x = y + r$. Jadi, akan dibentuk sebuah variabel acak baru yaitu Y yang menyatakan jumlah kegagalan sebelum terjadi r buah sukses (Kurniawan, 2015). Variabel acak Y memiliki fungsi peluang yang dinyatakan dalam Persamaan (2.6) sebagai berikut (Hogg dan Craig, 2005):

$$f(y) = \begin{cases} \binom{y+r-1}{r-1} p^r (1-p)^y, & y = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{untuk y yang lain} \end{cases} \tag{2.6}$$

Distribusi binomial negatif sebagai distribusi campuran Poisson-gamma memiliki fungsi peluang dinyatakan dalam Persamaan (2.7) sebagai berikut:

$$P(Y) = \frac{\Gamma(y_i + m^{-1})}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma(m^{-1})} \left(1 - \frac{1}{1 + m\mu_i}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{1 + m\mu_i}\right)^{m^{-1}} \tag{2.7}$$

dengan:

y : jumlah total kegagalan sebelum sukses ke-r.

m : parameter dispersi

μ : rata-rata

(Hilbe, 2011).

Persamaan (2.7) memiliki bentuk yang similar dengan bentuk fungsi peluang dari distribusi binomial negatif pada Persamaan (2.6) dengan $r = m^{-1}$ dan $p = \frac{1}{(1+m\mu)}$.

2.6 Regresi Binomial Negatif

Regresi binomial negatif digunakan untuk memodelkan data dengan variabel respon berupa data *count*. Regresi binomial negatif digunakan sebagai alternatif dari model regresi Poisson yang mengalami overdispersi (Sauddin et al., 2020). Menentukan pola hubungan antara variabel respon dengan variabel penjelas adalah salah satu tujuan dari analisis regresi. Regresi binomial negatif menggunakan fungsi *link* $g(\mu_i) = \ln(\mu_i) = \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}$ untuk menghubungkan $E(Y_i|X_i)$ dengan fungsi linier $\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}$. Dengan demikian model regresi binomial negatif dapat ditulis seperti dalam bentuk Persamaan (2.2) (Sauddin *et al.*, 2020).

2.7 Distribusi Binomial Negatif Bivariat

Misalkan Y_{i1} dan Y_{i2} adalah variabel acak yang berdistribusi binomial negatif dan saling dependen dengan mean μ_{i1} dan μ_{i2}, dan parameter dispersi m_1 dan m_2 maka fungsi peluang distribusi binomial negatif bivariat dinyatakan dalam Persamaan (2.8) berikut:

$$P(y_{i1}, y_{i2}) = \prod_{t=1}^{2} \binom{m_t^{-1} + y_{it} - 1}{y_{it}} \left(\frac{\mu_{it}}{m_t^{-1} + \mu_{it}}\right)^{y_{it}} \left(\frac{m_t^{-1}}{m_t^{-1} + \mu_{it}}\right)^{m_t^{-1}}$$

$$[1 + \lambda(e^{-y_{i1}} - c_1)(e^{-y_{i2}} - c_2)] \tag{2.8}$$

dengan:

$i = 1, 2, \ldots, n$

$t = 1,2$

$y_{it} = 0, 1, 2, \ldots$

$c_t = E(e^{-Y_{it}}) = \left[\frac{1 - \theta_t}{1 - \theta_t e^{-1}}\right]^{m_t^{-1}}$

$\theta_t = \frac{\mu_{it}}{m_t^{-1} + \mu_{it}}$

λ : parameter faktor perkalian

n: banyak pengamatan

(Famoye, 2010).

2.8 Metode *Maximum Likelihood*

Metode *maximum likelihood* adalah salah satu prosedur dalam mengestimasi titik. Misalkan X adalah variabel acak mempunyai fungsi peluang $f(x;\theta)$ dengan parameter θ yang tidak diketahui. Misalkan $X_1, X_2..., X_n$ adalah sampel acak pada variabel acak X dengan fungsi peluang $f(x;\theta)$, maka fungsi *likelihood* diberikan dalam Persamaan (2.9) berikut:

$$L(\theta;\boldsymbol{x}) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) \tag{2.9}$$

dengan $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2..., x_n)'$. $L(\theta)$ disebut fungsi *likelihood*, fungsi log dari $L(\theta)$ dinyatakan dalam Persamaan (2.10) berikut.

$$l(\theta) = \log L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \log f(x_i;\theta) \tag{2.10}$$

Penduga titik untuk θ adalah $\hat{\theta} = \hat{\theta}\ (X_1, ..., X_n)$, dengan $\hat{\theta}$ memaksimumkan fungsi $L(\theta)$. $\hat{\theta}$ merupakan penduga *maximum likelihood* dari θ.

Untuk menentukan penduga *maximum likelihood*, digunakan Persamaan (2.11) sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta} = 0 \tag{2.11}$$

(Hogg dan Craig, 2005).

2.9 Regresi Binomial Negatif Bivariat

Famoye (2010) mengatakan bahwa Persamaan (2.12) berikut merupakan model regresi binomial negatif bivarat.

$$\mu_{it} = \exp\left(\boldsymbol{x}_i^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{\beta}_t\right) \ ; t = 1{,}2 \tag{2.12}$$

dengan:

$\boldsymbol{x}_i = [1 \quad x_{i1} \quad x_{i2} \quad ... \quad x_{ik}]^T$: vektor variabel prediktor berukuran $(k+1)x1$

$\boldsymbol{\beta}_t = [\beta_{t0} \quad \beta_{t1} \quad \beta_{t2} \quad ... \quad \beta_{tk}]^T$: vektor parameter berukuran $(k+1)x1$

$i = 1, 2, .., n$ adalah observasi

(Hariadi dan Sulantari , 2019).

Estimasi parameter model regresi binomial negatif bivariat dengan metode MLE akan disajikan dalam Bab IV di tugas akhir ini.

Hasil persamaan turunan fungsi *ln likelihood* terhadap masing-masing parameter tidak memberikan suatu persamaan yang eksplisit sehingga digunakan metode Newton Raphson untuk menaksir parameter. Adapun algoritmanya sebagai berikut:

1. Langkah pertama adalah menentukan nilai taksiran awal parameter-parameter yang akan ditaksir.

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)} = \left[\hat{\beta}_{10(0)}\ \hat{\beta}_{12(0)} \dots\ \hat{\beta}_{1k(0)}\ \widehat{m}_{1(0)}\ \hat{\beta}_{20(0)}\ \hat{\beta}_{21(0)} \dots\ \hat{\beta}_{2k(0)}\ \widehat{m}_{2(0)}\ \hat{\lambda}_{0}\right]$$

2. Membentuk vektor gradien.

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}^{\boldsymbol{T}}}\ \ \frac{\partial \ln L}{\partial m_1}\ \ \frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}}}\ \ \frac{\partial \ln L}{\partial m_2}\ \ \frac{\partial \ln L}{\partial \lambda}\right]^T$$

3. Membentuk matriks Hessian

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}^{\boldsymbol{T}} \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_1 \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}} \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_2 \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_1 \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_1 \partial m_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}} \partial m_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}} \partial m_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial m_1} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}} \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}} \partial m_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}} \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_2 \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_2 \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}} \partial m_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_2 \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial m_2 \partial m_2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial m_2} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial m_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial m_2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \lambda} \end{bmatrix}$$

4. Memasukkan nilai $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(\mathbf{0})}$ ke dalam elemen-elemen vektor $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\theta})$ dan matriks $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta})$, sehingga diperoleh vektor $\boldsymbol{g}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(\mathbf{0})})$ dan matriks $\boldsymbol{H}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(\mathbf{0})})$.
5. Mulai dari $a = 0$ dilakukan iterasi dari persamaan berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(a+1)} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(a)} - \boldsymbol{H}^{-\mathbf{1}}\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(a)}\right)\boldsymbol{g}\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(a)}\right)$$

6. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\left\|\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(a+1)} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(a)}\right\| \leq \varepsilon$ dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil (Fitriyanti dan Kurniawan, 2019). Munir (2008) menyatakan bahwa ε adalah toleransi galat yang diinginkan (Amalia, 2020).

2.10 Pengujian Parameter Regresi Binomial Negatif Bivariat

2.10.1 Pengujian Parameter Secara Serentak

Park dan Lord (2008) mengatakan bahwa menentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh adalah langkah awal dalam menentukan nilai statistik uji. Dua fungsi *likelihood* yang dimaksud adalah $L(\hat{\Omega})$ dan $L(\hat{\omega})$. $L(\hat{\Omega})$ merupakan nilai *maximum likelihood* dengan melibatkan variabel prediktor dan fungsi $L(\hat{\omega})$ merupakan nilai *maximum likelihood* tanpa melibatkan variabel prediktor. Metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan nilai statistik uji dalam pengujian parameter secara serentak.

Hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi parameter secara serentak adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_{t1} = \beta_{t2} = \cdots = \beta_{tj} = 0\, ;\, t = 1,2\, ;\, j = 1,2,3, \dots, k$ (variabel prediktor secara bersama-sama tidak berpengaruh terhadap variabel respon)

H_1: paling sedikit ada satu $\beta_{tj} \neq 0\, ;\, t = 1,2\, ;\, j = 1,2,3, \dots, k$ (paling sedikit ada satu variabel prediktor berpengaruh terhadap variabel respon)

Statistik uji dalam pengujian parameter secara serentak yang dinyatakan dalam Persamaan (2.13) berikut:

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right)$$

$$= 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \tag{2.13}$$

dengan:

$D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$: *deviance* model regresi binomial negatif bivariat

$L(\hat{\Omega})$: nilai *maximum likelihood* dengan melibatkan variabel prediktor

$L(\hat{\omega})$: nilai *maximum likelihood* tanpa melibatkan variabel prediktor

Jika $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{(\alpha;v)}$ untuk v merupakan derajat bebas yang merupakan banyaknya parameter model di bawah H_1 dikurangi banyaknya parameter di bawah H_0 maka tolak H_0 artinya variabel prediktor secara bersama-sama berpengaruh terhadap variabel respon (Hariadi dan Sulantari, 2019).

2.10.2 Pengujian Parameter Secara Parsial

Pengujian parameter secara parsial digunakan untuk mengetahui variabel-variabel prediktor apa saja yang berpengaruh terhadap variabel respon. Myers dkk (2010) mengatakan bahwa pengujian parameter secara parsial dilakukan dengan menggunakan uji *Wald.* Hipotesis yang digunakan dalam uji *Wald* adalah sebagai berikut:

$H_o: \beta_{tj} = 0; t = 1,2; j = 1,2, \dots, k$ (variabel prediktor tidak berpengaruh terhadap variabel respon)

$H_1: \beta_{tj} \neq 0; t = 1,2; j = 1,2, \dots, k$ (variabel prediktor berpengaruh terhadap variabel respon)

Statistik uji yang digunakan dinyatakan dalam Persamaan (2.14) berikut:

$$W = \left[\frac{\hat{\beta}_{tk}}{se(\hat{\beta}_{tk})}\right]^2 \quad (2.14)$$

dengan:

$\hat{\beta}_{tk}$: estimasi parameter β_{tk}
$se(\hat{\beta}_{tk})$: standar *error* $\hat{\beta}_{tk}$

Jika hitung $W > \chi^2_{(\alpha,1)}$ maka tolak H_0 artinya variabel prediktor berpengaruh terhadap variabel respon (Keswari *et al*., 2014).

2.11 Pengujian Distribusi Poisson Bivariat

Best (1999) mengatakan bahwa untuk mengetahui apakah variabel respon Y_1 dan Y_2 mengikuti distribusi bivariat Poisson, dilakukan pengujian distribusi bivariat Poisson. Pengujian distribusi bivariat Poisson dilakukan dengan pendekatan *Index of Dispersion Test* (I_B), pengujian yang dilakukan oleh Loukas dan Kemp's (1986) dalam Best (1999). Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

H_0 : $F(y_1, y_2) = F_0(y_1, y_2)$ (Variabel respon Y_1 dan Y_2 mengikuti distribusi bivariat Poisson)

H_1 : $F(y_1, y_2) \neq F_0(y_1, y_2)$ (Variabel respon Y_1 dan Y_2 tidak mengikuti distribusi bivariat Poisson)

Statistik uji yang digunakan disajikan dalam Persamaan (2.15) sebagai berikut:

$$I_B = \frac{n\left(\bar{Y}_2 S_{Y_1}^2 - 2m_{11}^2 + \bar{Y}_1 S_{Y_2}^2\right)}{(\bar{Y}_1 \bar{Y}_2 - m_{11}^2)} \tag{2.15}$$

dengan:

$$S_{Y_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_{i1} - \bar{Y}_1)^2}{n}$$

$$S_{Y_2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_{i2} - \bar{Y}_2)^2}{n}$$

$$m_{11} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_{i1} - \bar{Y}_1)(Y_{i2} - \bar{Y}_2)}{n}$$

Jika $I_B > \chi^2_{(\alpha;2n-3)}$ dengan n adalah banyaknya pengamatan maka tolak H_0 artinya variabel respon Y_1 dan Y_2 tidak mengikuti distribusi bivariat Poisson (Oktarin, 2018).

2.12 Uji Korelasi

Draper dan Smith (1992) menyatakan bahwa koefisien korelasi merupakan salah satu indikator dalam hubungan linier antara dua variabel. Nilai koefisien korelasi Pearson berkisar antara -1 hingga 1. Ketika koefisien korelasi Pearson mendekati 1 dengan tanda positif ataupun negatif, artinya kedua variabel tersebut memiliki korelasi yang kuat. Hipotesis yang digunakan dalam uji korelasi adalah sebagai berikut:

H_0 : $\rho_{y_1 y_2} = 0$ (tidak ada korelasi antara Y_1 dan Y_2)

H_1 : $\rho_{y_1 y_2} \neq 0$ (terdapat korelasi antara Y_1 dan Y_2)

Statistik uji yang digunakan dinyatakan dalam Persamaan (2.16) berikut:

$$T = \frac{r_{y_1,y_2}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{y_1,y_2}^2}} \tag{2.16}$$

dengan:

r_{y_1,y_2} : koefisien korelasi Pearson antara Y_1 dan Y_2
n : jumlah pengamatan

Jika $T > \left|t_{\frac{\alpha}{2},v}\right|$ dengan $v = n - 2$ adalah derajat bebas dan α adalah tingkat signifikansi maka tolak H_0 artinya terdapat korelasi antar kedua variabel (Mardalena *et al*., 2021).

Adapun koefisien korelasi Pearson antara kedua variabel dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.17) berikut:

$$r_{y_1,y_2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} Y_{i1}Y_{i2} - \sum_{i=1}^{n} Y_{i1}\sum_{i=1}^{n} Y_{i2}}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} {Y_{i1}}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Y_{i1}\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} {Y_{i2}}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Y_{i2}\right)^2}} \tag{2.17}$$

dengan:

n: jumlah pengamatan

(Permatasari, 2018).

2.13 Uji Multikolinieritas

Dalam pemodelan regresi, korelasi antar variabel prediktor disebut multikolinearitas. Multikolinearitas menyebabkan pengaruh masing-masing variabel sulit dibedakan. *Variance Inflation Factor* (VIF) merupakan salah satu cara untuk mendeteksi terjadinya multikolinearitas. VIF dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.18) sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{1-R^2} \tag{2.18}$$

dengan

R^2 : koefisien determinasi antara X_i dan variabel prediktor lainnya

Berdasarkan pernyataan dari Hocking (1996), jika nilai VIF lebih besar dari 10, maka H_0 ditolak artinya terjadi multikolinieritas (Mardalena *et al*., 2021).

2.14 Kriteria Kebaikan Model

Akaike Information Criterion (AIC) merupakan salah satu kriteria kebaikan model. Model dengan nilai AIC yang kecil adalah model yang baik. Rumus AIC didefinisikan dalam Persamaan (2.19) berikut:

$$AIC = -2 \ln L + 2p \tag{2.19}$$

dengan L adalah fungsi *likelihood* dan p adalah banyaknya parameter (Famoye, 2010).

2.15 Kematian Ibu dan Bayi

Kematian ibu adalah kematian perempuan pada saat hamil atau kematian dalam kurun waktu 42 hari sejak terminasi kehamilan tanpa memandang lamanya kehamilan atau tempat persalinan, yakni kematian yang disebabkan karena kehamilannya atau pengelolaannya, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti kecelakaan, terjatuh, dan lain-lain, atau banyaknya wanita yang meninggal dari suatu penyebab kematian terkait dengan gangguan kehamilan.

Angka Kematian Ibu (AKI) menggambarkan jumlah wanita yang meninggal dari suatu penyebab kematian terkait dengan gangguan kehamilan atau penanganannya (tidak termasuk kecelakaan atau kasus insedentil) selama kehamilan, melahirkan dan dalam masa nifas (42 hari setelah melahirkan) tanpa memperhitungkan lama kehamilan per 100.000 kelahiran hidup.

Kematian bayi adalah kematian yang terjadi antara saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun. Angka Kematian Bayi (AKB) adalah jumlah bayi yang meninggal sebelum mencapai usia satu tahun per 1.000 kelahiran hidup pada tahun yang sama (Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan, 2020).

Terdapat faktor-faktor yang diduga mempengaruhi terjadinya kematian ibu dan bayi yaitu:

1. Penanganan Komplikasi Kebidanan

   Komplikasi adalah keadaan penyimpangan dari normal, yang secara langsung menyebabkan kesakitan dan kematian ibu maupun bayi (Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan, 2020). Komplikasi kebidanan adalah kesakitan pada ibu hamil, ibu bersalin, ibu nifas, dan atau janin dalam kandungan, baik langsung maupun tidak langsung, termasuk penyakit menular dan tidak menular yang dapat mengancam jiwa ibu dan atau janin (Murtiyarini *et al.,* 2020). Kementrian Kesehatan Republik Indonesia (2016) mengatakan bahwa penanganan komplikasi kebidanan adalah pelayanan kepada ibu hamil, bersalin, atau nifas untuk memberikan perlindungan dan penanganan definitif sesuai standar oleh tenaga kesehatan kompeten pada tingkat pelayanan dasar dan rujukan. Sebagai upaya menurunkan angka kematian ibu dan kematian bayi maka dilakukan pelayanan/penanganan komplikasi kebidanan (Murtiyarini *et al.,* 2020).

2. Ibu Hamil Melaksanakan Program K4

Dinas Kesehatan Provinsi Sumatera Barat (2011) mengatakan bahwa indikator cakupan K4 merupakan cakupan pelayanan antenatal secara lengkap (memenuhi standar pelayanan dan frekuensi kunjungan yang sesuai dengan waktu yang ditetapkan), yang menggambarkan tingkat perlindungan pada ibu hamil di suatu wilayah, disamping menggambarkan kemampuan manajemen ataupun kelangsungan program Kesehatan Ibu dan Anak. Cakupan K4 yang diberikan oleh petugas kesehatan atau bidan sesuai standar pelayanan minimal akan berdampak pada penurunan angka kematian ibu dan bayi (Andriani *et al*, 2013). Cakupan K4 adalah ibu hamil yang mendapatkan pelayanan antenatal sesuai standar paling sedikit empat kali, dengan distribusi pemberian pelayanan yang dianjurkan adalah minimal satu kali pada triwulan pertama, satu kali pada triwulan kedua dan dua kali pada triwulan ketiga umur kehamilan (Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan, 2020).

3. Posyandu Aktif

Posyandu adalah pelayanan kesehatan yang memiliki tujuan untuk mempercepat upaya penurunan Angka Kematian Bayi (*Infant Mortality Rate*), Angka Kelahiran Bayi (*Birth Rate*), dan Angka Kematian Ibu (*Maternal Mortality Rate*). Ada berbagai kegiatan yang dilaksanakan di posyandu yaitu kegiatan pemantauan tumbuh kembang balita, pelayanan kesehatan ibu dan anak termasuk pemberian imunisasi guna pencegahan penyakit, penanggulangan kejadian diare, pelayanan KB (Keluarga Berencana), penyuluhan dan konseling/rujukan konseling apabila dibutuhkan. Dengan adanya pelaksanaan kegiatan pada Posyandu diharapkan dapat membantu untuk meningkatkan derajat kesehatan masyarakat (Profita, 2018).

4. Persalinan di Fasilitas Pelayanan Kesehatan

   Upaya kesehatan ibu bersalin diwujudkan dalam upaya mendorong agar setiap persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan terlatih dan dilakukan di fasilitas pelayanan kesehatan. Komplikasi dan kematian ibu maternal dan bayi baru lahir sebagian besar terjadi pada masa di sekitar persalinan. Hal ini antara lain disebabkan pertolongan tidak dilakukan di fasilitas pelayanan kesehatan oleh tenaga kesehatan yang memiliki kompetensi kebidanan. Persalinan yang ditolong tenaga kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu. Demikian pula dengan tempat/fasilitas, jika persalinan dilakukan di fasilitas kesehatan juga akan semakin menekan risiko kematian ibu (Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan, 2021).

5. Ibu Nifas Melaksanakan Program KF2

   Nifas adalah periode mulai dari 6 jam sampai dengan 42 hari pasca persalinan. Pelayanan kesehatan ibu nifas adalah pelayanan kesehatan pada ibu nifas sesuai standar, yang dilakukan sekurang-kurangnya tiga kali sesuai jadwal yang dianjurkan, yaitu pada enam jam sampai dengan tiga hari pasca persalinan, pada hari ke-4 sampai dengan hari ke-28 pasca persalinan, dan pada hari ke-29 sampai dengan hari ke-42 pasca persalinan (Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan, 2021). Kementrian Kesehatan RI (2016) menyatakan bahwa pada masa nifas ada beberapa kunjungan yaitu, kunjungan KF1 (6 jam-3 hari setelah persalinan), KF2 (hari ke 4-28 setelah persalinan), dan KF3 (hari ke 29-42 setelah persalinan) (Lestari dan Sari, 2019).

6. Jumlah Puskesmas

   Penyediaan puskesmas merupakan salah satu upaya penurunan angka kematian ibu dan angka kematian neonatal, dengan mempertimbangkan akses kemudahan untuk mendapatkan pelayanan kesehatan fasilitas pelayanan kesehatan disediakan baik dari segi kualitas dan kuantitas. Jumlah puskesmas sebagai sarana upaya pelayanan kesehatan primer dapat terjangkau oleh masyarakat dan merata sampai di daerah terpencil (Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan, 2021).