

Stability Analysis of Tuberculosis Spread Model in Diabetes Mellitus Patients with Treatment Factor

Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis pada Penderita Diabetes Mellitus dengan Faktor Pengobatan

Nursamsi^{1*}, Syamsuddin Toaha^{2*}, Kasbawati^{3*}

Abstract

Diabetes mellitus (Dm) is a disease associated with impaired immune function so it is more susceptible to get infections including Tuberculosis (Tb). Tb disease can also worsen blood sugar levels which can cause Dm disease. This study aims to analyze and determine the stability of the equilibrium point of the spread of Tb disease in patients with Dm with consideration nine compartments, which are susceptible Tb without Dm, susceptible Tb without Dm complication, susceptible Tb with Dm complication, expose Tb without Dm, expose Tb with Dm, infected Tb without Dm, infected Tb with Dm, recovered Tb without Dm, and recovered Tb with Dm with treatment factors. The result obtained from the analysis of the model is two equilibrium points, which are the non endemic and endemic equilibrium points. The endemic equilibrium point does not exist if $\mathcal{R}_0 < 1$, endemic will appear if $\mathcal{R}_0 > 1$. Analytical and numerical simulation show that the spread of disease can be reduced and stopped if treatment is given to the infected compartment.

Keywords: Tuberculosis, Diabetes mellitus, Equilibrium Point.

Abstrak

Diabetes mellitus (Dm) merupakan penyakit yang berkaitan dengan gangguan fungsi imunitas tubuh sehingga lebih rentan terserang infeksi termasuk penyakit Tuberkulosis (Tb). Penyakit Tb juga dapat memperburuk kadar gula darah yang dapat menyebabkan penyakit Dm. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan menentukan kestabilan titik kesetimbangan dari model penyebaran penyakit Tb pada penderita Dm yang mempertimbangkan sembilan kompartemen yaitu *susceptible Tb without Dm, susceptible Tb without Dm complication, susceptible Tb with Dm complication, expose Tb without Dm, expose Tb with Dm, infected Tb without Dm, infected Tb with Dm, recovered Tb without Dm, dan recovered Tb with Dm* dengan faktor pengobatan. Hasil yang diperoleh dari analisis model terdapat dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan non endemik dan endemik. Titik kesetimbangan endemik tidak ada jika $\mathcal{R}_0 < 1$, endemik akan muncul jika $\mathcal{R}_0 > 1$. Secara analitik dan simulasi numerik menunjukkan bahwa penyebaran penyakit dapat dikurangi dan dihilangkan jika diberikan pengobatan pada kompartemen yang terinfeksi.

Kata kunci: Tuberkulosis, Diabetes Mellitus, Titik Kesetimbangan.

1. Pendahuluan

Model matematika telah digunakan secara meluas sebagai suatu metode pendekatan untuk mengenali dengan baik mekanisme penyebaran suatu penyakit menular. Wiraningsih ([1], [2]) telah mengkaji dan menganalisis dinamika penyebaran penyakit rabies pada anjing yang mempertimbangkan vaksin dan pengobatan dalam upaya menangani laju penyebaran penyakit

* Program Studi Magister Matematika, FMIPA-UNHAS

Email: ¹ancynursyamsi@yahoo.com, ²syamsuddint@gmail.com, ³kasbawati@gmail.com