

Ujian Tesis

**ANALISIS PERIODE KEKERINGAN METEOROLOGIS BERBASIS
STANDARDIZED PRECIPITATION EVAPOTRANSPIRATION
INDEX MENGGUNAKAN PENDEKATAN
POWER LAW PROCESS**



NUR HIKMAH AULIANA

H062222010

Dosen Pembimbing : 1. Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.

2. Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.

Dosen Penguji : 1. Prof. Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.

2. Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D.

3. Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.

**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2024



**ANALISIS PERIODE KEKERINGAN METEOROLOGIS BERBASIS
STANDARDIZED PRECIPITATION EVAPOTRANSPIRATION INDEX
MENGUNAKAN PENDEKATAN
POWER LAW PROCESS**

Tesis
sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Magister Statistika

Disusun dan diajukan oleh

NUR HIKMAH AULIANA
H062222010

Kepada

**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**



TESIS

ANALISIS PERIODE KEKERINGAN METEOROLOGIS BERBASIS
STANDARDIZED PRECIPITATION EVAPOTRANSPIRATION INDEX
MENGUNAKAN PENDEKATAN *POWER LAW PROCESS*

NUR HIKMAH AULIANA

H062222010

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka
Penyelesaian Studi Program Magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
pada tanggal 08 Mei 2024
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

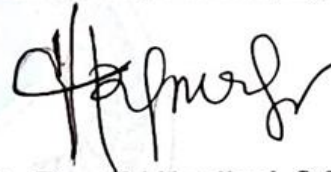
Pembimbing Utama



Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.

NIP. 19720117 199703 2 002

Pembimbing Pendamping



Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.

NIP. 19750429 200003 2 001

Ketua Program Studi
Magister Statistika



Tri Herdiani, S.Si., M.Si.

50429 200003 2 001

Dekan Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin



Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.

NIP. 19720515 199702 1 002



PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul "Analisis Periode Kekeringan Meteorologis Berbasis *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* Menggunakan Pendekatan *Power Law Process*" adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi Pembimbing (Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si. dan Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.). Karya Ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari tesis ini akan dipublikasikan di *Journal AIMS Environmental Science* sebagai artikel dengan judul "*Analysis of Meteorological Drought Periods Based on the Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI) Using the Power Law Process Approach*".

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 03 Mei 2024



Nur Hikmah Auliana
NIM. H062222010



UCAPAN TERIMA KASIH

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji hanya milik Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya yang telah diberikan kepada penulis sampai saat ini. Shalawat dan salam senantiasa turunkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa sallam*, kepada para keluarga, *tabi'in, tabi'ut tabi'in*, serta orang-orang sholeh yang *haq* hingga kadar Allah berlaku atas diri mereka. *Alhamdulillahirobbil'aalamiin*, berkat rahmat dan kemudahan yang diberikan oleh Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul "Analisis Periode Kekeringan Meteorologis Berbasis *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* Menggunakan Pendekatan *Power Law Process*" sebagai salah satu syarat memperoleh gelar magister pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Penulis tidak akan sampai pada titik ini, jikalau tanpa dukungan dan bantuan dari pihak yang selalu ada, peduli dan menyayangi penulis. Oleh karena itu, penulis haturkan rasa terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk kedua orang tua penulis, Bapak **Anis** dan Ibu **Rosnaeni** yang telah memberikan dukungan penuh, pengorbanan, kesabaran hati, cinta dan kasih sayang, serta dengan ikhlas telah mengiri setiap langkah penulis dengan doa dan restunya.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin dan juga selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dan arahan dalam penyempurnaan penyusunan tesis ini.



Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si., selaku Ketua Program Studi Magister Statistika Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin dan menjadi Pembimbing Pertama yang dengan penuh kesabaran telah

meluangkan waktu dan pemikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk senantiasa memberikan arahan, dorongan, motivasi dan kemudahan kepada Penulis dalam menyelesaikan tesis ini.

5. **Ibu Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Utama yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk selalu memberikan arahan, dorongan, motivasi dan kemudahan kepada Penulis dalam menyelesaikan tesis ini. Penulis dengan segenap hati mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya. Semoga Allah membalas kebaikan-kebaikan ibu dan senantiasa diberikan kebahagiaan serta kemudahan dalam aktivitas yang dijalankan.
6. **Ibu Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D.**, selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dan arahan dalam penyempurnaan penyusunan tesis ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
7. **Ibu Prof. Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.**, selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dan arahan dalam penyempurnaan penyusunan tesis ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
8. **Bapak dan Ibu Dosen Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin** yang dengan tulus dan ikhlas memberikan ilmu pengetahuan dan pengalaman yang dimiliki selama perkuliahan berlangsung.
9. Spesial untuk saudara, sepupu dan keluarga besar penulis, **Arfina dan Bayu, Aank, Wafika, Akhirul, Ita, Ika, Dilah, Nisa, Lia**. Terima kasih telah hadir sebagai keluarga cemara yang senantiasa memberikan dukungan yang tiada henti-hentinya.
10. Teman seperjuangan di Program Studi Magister Statistika, **Lili, Mega, Isra, Uli, Yaya, Kak Ikka, Kak Nola, Kak Ija, Kak Ani, Kak Cici, Nurul, Nuge, Rifka, Kak Haura, Kak Miftah, Fira** dan lainnya terima kasih atas kebersamaannya selama ini.
11. Kepada diri sendiri "**Nur Hikmah Auliana**", terimakasih telah berusaha dan bekerja keras untuk menyelesaikan tahap ini untuk kedua kalinya.
12. Kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, ga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis ai ibadah disisi Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*.



Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam tesis ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati Penulis memohon maaf. Semoga tesis ini bermanfaat bagi pembaca dan perkembangan ilmu pengetahuan khususnya dalam dunia statistika. *Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.*

Makassar, 03 Mei 2024

Nur Hikmah Auliana



ABSTRAK

NUR HIKMAH AULIANA. **Analisis Periode Kekeringan Meteorologis Berbasis *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* Menggunakan Pendekatan *Power Law Process*** (dibimbing oleh Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si. dan Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.)

Perilaku curah hujan dan suhu udara yang tidak normal dalam beberapa dekade terakhir telah mengakibatkan dampak besar terhadap lingkungan dan kehidupan manusia. Nusa Tenggara Timur adalah salah satu wilayah di Indonesia yang memiliki curah hujan rendah dengan suhu udara tinggi sehingga daerah tersebut rawan kekeringan. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis trend intensitas kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek di Pulau Timor, Nusa Tenggara Timur menggunakan pendekatan *Power Law Process*. Untuk mendapatkan hasil analisis tersebut, maka digunakan *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* (SPEI) periode 1 bulan. Pendekatan yang digunakan untuk menggambarkan intensitas kejadian yang berbanding terbalik dengan besaran kejadian kekeringan adalah *Power Law Process*. Estimasi parameter fungsi intensitas *Power Law Process* dilakukan dengan Metode *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE), yang kemudian digunakan untuk menduga frekuensi bulan kejadian kekeringan di masa depan. Nilai probabilitas frekuensi bulan kejadian kekeringan ditentukan menggunakan Proses Poisson Non Homogen. Hasil penelitian menunjukkan bahwa analisis periode kekeringan meteorologis jangka pendek menggunakan SPEI 1 bulan dengan pendekatan *Power Law Process* memberikan indikasi bahwa frekuensi bulan kejadian kekeringan di setiap wilayah Pulau Timor dalam 12 bulan ke depan adalah sebanyak 2 bulan dengan nilai probabilitas di setiap wilayah Pulau Timor, Nusa Tenggara Timur yaitu : Kota Kupang 0,264; Kupang 0,25; Timor Tengah Selatan 0,265; Timor Tengah Utara 0,269; Malaka 0,265 dan Belu 0,266.

Kata Kunci: Kekeringan Meteorologis; *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index*; *Power Law Process*; Proses Poisson Non Homogen; *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).



ABSTRACT

NUR HIKMAH AULIANA. **Analysis of Meteorological Drought Period Based on Standardized Precipitation Evapotranspiration Index Using Power Law Process Approach** (supervised by Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si. and Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.).

Pattern abnormal rainfall and air temperature patterns in recent decades have resulted in major impacts on the environment and human life. East Nusa Tenggara is one of the regions in Indonesia that has low rainfall with high air temperature so that the area is prone to drought. This study aims to analyze the intensity trend of short-term meteorological drought events on Timor Island, East Nusa Tenggara using the Power Law Process approach. To get the result analysis, the Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI) period of 1 month. The approach used to describe the intensity of the event which is inversely proportional to the magnitude of the drought event is the Power Law Process. The parameter estimation of the Power Law Process intensity function is done using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method, which is then used to estimate the monthly frequency of drought events in the future. The probability value of the frequency of months of drought occurrence is determined using the Non Homogeneous Poisson Process. The results showed that the analysis of the short-term meteorological drought period using 1-month SPEI with the Power Law Process approach indicated that the monthly frequency of drought events in each region of Timor Island in the next 12 months is as many as 2 months with probability values in each region of Timor Island, East Nusa Tenggara, namely: Kupang City 0.264; Kupang 0.25; South Central Timor 0.265; North Central Timor 0.269; Malacca 0.265 and Belu 0.266.

Keywords: Meteorological Drought; Standardized Evapotranspiration Rainfall Index; Power Law Process; Non Homogeneous Poisson Process; Maximum Likelihood Estimation (MLE).



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	xi
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS	x
UCAPAN TERIMA KASIH	v
ABSTRAK	x
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah	4
1.3. Batasan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	4
1.5. Manfaat Penelitian	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1. Kekeringan.....	6
2.2. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i>	7
2.3. Proses Poisson	11
2.3.1. Distribusi Poisson	11
2.3.2. Proses Menghitung	11
2.3.3. Proses Poisson Homogen.....	12
2.3.4. Proses Poisson Non Homogen	12
2.4. <i>Power Law Process</i>	14
2.5. <i>Goodness of Fit Test</i>	14
2.6. Fungsi <i>Likelihood Power Law Process</i>	15
2.7. Penelitian Terdahulu	16
2.8. Kerangka Konseptual.....	17
METODOLOGI PENELITIAN	18
Sumber Data.....	18
Variabel Penelitian	18
Analisis Data	18



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	20
4.1. Profil Curah Hujan dan Suhu Udara Wilayah Pengamatan.....	20
4.2. Eksplorasi Kekeringan Meteorologis Menggunakan Metode <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i>	22
4.2.1. Evapotranspirasi Potensial (EPt).....	24
4.2.2. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i> Periode 1 Bulan Kota Kupang	29
4.2.3. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i> Periode 1 Bulan Kabupaten Kupang	29
4.2.4. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i> Periode 1 Bulan Kabupaten Timor Tengah Selatan.....	30
4.2.5. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i> Periode 1 Bulan Kabupaten Timor Tengah Utara.....	31
4.2.6. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i> Periode 1 Bulan Kabupaten Malaka	32
4.2.7. <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)</i> Periode 1 Bulan Kabupaten Belu	32
4.3. Uji <i>Cramér-von Mises</i>	38
4.4. Estimasi Parameter <i>Power Law Process</i> Menggunakan <i>Maximum Likelihood Estimation (MLE)</i>	41
4.5. Pendugaan Banyaknya Bulan Kekeringan Meteorologis di Masa Depan 46	
4.5.1. Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kota Kupang dalam 12 Bulan di Masa Depan.....	48
4.5.2. Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Kupang dalam 12 Bulan di Masa Depan.....	50
4.5.3. Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Timor Tengah Selatan dalam 12 Bulan di Masa Depan	52
4.5.4. Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Timor Tengah Utara dalam 12 Bulan di Masa Depan	54
4.5.5. Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Malaka dalam 12 Bulan di Masa Depan.....	56
Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Belu dalam 12 Bulan di Masa Depan.....	58



BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	61
5.1. Kesimpulan	61
5.2. Saran	61
DAFTAR PUSTAKA	62
LAMPIRAN	63



DAFTAR TABEL

Tabel 1. Klasifikasi Nilai Indeks Kekeringan SPEI	10
Tabel 2. Penelitian Terdahulu	16
Tabel 3. Perhitungan Evapotranspirasi Potensial (EPt) Kota Kupang	26
Tabel 4. Perhitungan Neraca Iklim Air Kota Kupang	27
Tabel 5. Rekapitulasi Karakterisasi Kekeringan SPEI 1 Bulan di Pulau Timor ...	33
Tabel 6. Waktu Kejadian Kekeringan di Setiap Wilayah Pulau Timor	34
Tabel 7. Pengujian <i>Cramér-von Mises</i>	40
Tabel 8. Nilai Estimasi Parameter <i>Power Law Process</i>	45
Tabel 9. Perbandingan Banyaknya Bulan Aktual dengan Banyaknya Bulan Ekspektasi Kejadian kekeringan	47
Tabel 10. Dugaan Banyaknya Bulan Kekeringan dalam Waktu 12 Bulan di Masa Depan pada Setiap Wilayah Pulau Timor	47
Tabel 11. Nilai Probabilitas Banyaknya Kekeringan di di Kota Kupang untuk 12 Bulan di Masa Depan	50
Tabel 12. Nilai Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Kupang untuk 12 Bulan di Masa Depan.....	52
Tabel 13. Nilai Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Timor Tengah Selatan untuk 12 Bulan di Masa Depan	54
Tabel 14. Nilai Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Timor Tengah Utara untuk 12 Bulan di Masa Depan	56
Tabel 15. Nilai Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Malaka untuk 12 Bulan di Masa Depan.....	58
Tabel 16. Nilai Probabilitas Banyaknya Kekeringan di Kabupaten Belu untuk 12 Bulan di Masa Depan	60



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Kerangka Konseptual	17
Gambar 2. Peta Wilayah Pengamatan	20
Gambar 3. Curah Hujan Rata-rata Bulanan di Setiap Wilayah Pengamatan Tahun 1981-2023	21
Gambar 4. Suhu Udara Rata-rata Bulanan di Setiap Wilayah Pengamatan Tahun 1981-2023	21
Gambar 5. Plot Curah Hujan Bulanan Tahun 1981-2023 di Setiap Wilayah Pulau Timor : (A) Kota Kupang, (B) Kupang, (C) Timor Tengah Selatan, (D) Timor Tengah Utara, (E) Malaka (F) Belu.	23
Gambar 6. Plot Suhu Udara Rata-rata Bulanan Tahun 1981-2023 di Setiap Wilayah Pulau Timor : (A) Kota Kupang, (B) Kupang, (C) Timor Tengah Selatan, (D) Timor Tengah Utara, (E) Malaka, (F) Belu	24
Gambar 7. Evapotranspirasi Potensial (EPt) Tahun 1981-2023 di Setiap Wilayah Pulau Timor : (A) Kota Kupang, (B) Kupang, (C) Timor Tengah Selatan, (D) Timor Tengah Utara, (E) Malaka, (F) Belu	27
Gambar 8. Neraca Air Iklim Tahun 1981-2023 di Setiap Wilayah Pulau Timor : (A) Kota Kupang, (B) Kupang, (C) Timor Tengah Selatan, (D) Timor Tengah Utara, (E) Malaka, (F) Belu	28
Gambar 9. Sebaran Nilai Indeks Kekeringan SPEI 1 Bulan Kota Kupang	29
Gambar 10. Sebaran Nilai Indeks Kekeringan SPEI 1 Bulan Kab. Kupang	30
Gambar 11. Sebaran Nilai Indeks Kekeringan SPEI 1 Bulan Kab. Timor Tengah Selatan	31
Gambar 12. Sebaran Nilai Indeks Kekeringan SPEI 1 Bulan Kab. Timor Tengah Utara.....	31
Gambar 13. Sebaran Nilai Indeks Kekeringan SPEI 1 Bulan Kab. Malaka	32
Gambar 14. Sebaran Nilai Indeks Kekeringan SPEI 1 Bulan Kab. Belu	33
Gambar 15. Sebaran Spasial Kekeringan di Pulau Timor Tahun 2023.....	37



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Suhu Udara Rata-Rata Bulanan Tahun 1981-2023 di Setiap Wilayah Pulau Timor.....	65
Lampiran 2. Jumlah Curah Hujan Bulanan Tahun 1981-2023 di Setiap Wilayah Pulau Timor	71
Lampiran 3. Tabel Faktor Koreksi (K) untuk Kedudukan Matahari atau Faktor Lintang.....	77
Lampiran 4. Sintaks R Studio Perhitungan SPEI Periode 1 Bulan	78
Lampiran 5. Nilai <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index</i> (SPEI) Periode 1 Bulan di Kota Kupang	79
Lampiran 6. Nilai <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index</i> (SPEI) Periode 1 Bulan di Kabupaten Kupang	80
Lampiran 7. Nilai <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index</i> (SPEI) Periode 1 Bulan di Kabupaten Timor Tengah Selatan	81
Lampiran 8. Nilai <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index</i> (SPEI) Periode 1 Bulan di Kabupaten Timor Tengah Utara.....	82
Lampiran 9. Nilai <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index</i> (SPEI) Periode 1 Bulan di Kabupaten Malaka	83
Lampiran 10. Nilai <i>Standardized Precipitation Evapotranspiration Index</i> (SPEI) Periode 1 Bulan di Kabupaten Belu	84
Lampiran 11. Contoh Perhitungan Statistik Uji Cramér-von Mises	85
Lampiran 12. Tabel Nilai Kritis Statistik Uji Cramér-von Mises.....	86
Lampiran 13. Sintaks Probabilitas NHPP	87



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Perilaku curah hujan dan suhu udara yang tidak normal dalam beberapa tahun terakhir telah menyebabkan dampak yang besar pada lingkungan dan kehidupan manusia. Salah satu dampak yang paling signifikan adalah terjadinya perubahan pola musim yang tidak terduga. Di beberapa daerah, tingginya curah hujan akan menyebabkan banjir, sementara di tempat lain, kurangnya curah hujan dengan kenaikan suhu udara yang tinggi akan mengakibatkan kekeringan. Kekeringan menjadi salah satu bencana alam paling merugikan yang berdampak luas terhadap pasokan air, pertanian, produksi energi, ekosistem, dan masyarakat (Adedeji dkk., 2020). Kekeringan telah mempengaruhi banyak bagian dunia selama beberapa dekade terakhir seperti di Amerika Serikat bagian Tenggara (Nguyen dkk., 2023), di China (Cai dkk., 2023; Yang dkk., 2023; Ling dkk., 2023), Brasil (Domingues dan da Rocha, 2022), dan Pakistan (Ashraf dkk., 2022). Kekeringan menjadi masalah iklim yang paling menantang ilmuwan dan ahli hidrologi karena kompleksitas kejadiannya yang bersifat acak dan dapat bervariasi dari waktu ke waktu (Hao dkk., 2018).

Kekeringan dapat diklasifikasi ke dalam empat kategori, yakni; kekeringan meteorologis (*meteorological drought*), yaitu kurangnya curah hujan hingga di bawah normal dalam kurun waktu tertentu; Kekeringan hidrologis (*hydrological drought*), yaitu minimnya ketersediaan air di dalam maupun di permukaan tanah; Kekeringan pertanian (*agricultural drought*), yaitu berkurangnya hasil atau produksi pertanian akibat berkurangnya suplai air; dan kekeringan sosio-ekonomi (*socio-economic drought*), yaitu kekeringan yang berkaitan dengan permintaan dan penawaran dalam suatu pasar terhadap barang-barang yang bernilai ekonomis (Wilhite dan Glantz, 1985).

Alat ukur kekeringan disebut indeks kekeringan, merupakan nilai tunggal yang dapat menggambarkan tingkat keparahan kekeringan. Indeks kekeringan meteorologis yang dapat digunakan untuk memantau dan menganalisis kekeringan diantaranya; *Palmer Drought Severity Index* (PDSI) berbasis keseimbangan air dalam tanah (Palmer, 1965) dan *Standardized Precipitation Index* (SPI) dengan pendekatan probabilitas curah hujan (McKee dkk., 1993). Namun, dalam beberapa tahun terakhir, indeks kekeringan terbaru



telah dikembangkan untuk meningkatkan efektivitas indeks kekeringan yang telah ada sebelumnya. Salah satu dari pengembangan tersebut adalah *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* (SPEI). SPEI merupakan pengembangan dari *Standardized Precipitation Index* (SPI) yang hanya mempertimbangkan curah hujan. SPEI menambahkan parameter evapotranspirasi potensial dalam perhitungannya sehingga mampu menggambarkan kekeringan dengan lebih baik daripada hanya mengandalkan curah hujan saja. Hal ini sebagai bentuk respon terjadinya perubahan iklim dan pengaruhnya terhadap kejadian kekeringan (Vicente-Serrano dkk., 2010). Skala waktu perhitungan SPEI sama halnya dengan SPI yaitu periode 1 bulan digunakan untuk pengenalan kekeringan jangka pendek, periode 3 dan 6 bulan digunakan untuk pengenalan kekeringan musiman, sedangkan periode 12 bulan digunakan untuk kekeringan jangka menengah, dan periode 24 dan 48 bulan digunakan untuk penilaian kekeringan jangka panjang (McKee dkk., 1993).

Dalam penelitian ini, dilakukan pengamatan terhadap karakteristik intensitas kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek menggunakan SPEI periode 1 bulan. Intensitas kejadian kekeringan diukur berdasarkan banyaknya kejadian kekeringan yang terjadi dalam suatu rentang waktu. Penelitian ini mencakup wilayah-wilayah yang merupakan bagian di Pulau Timor, Nusa Tenggara Timur, Indonesia. Hal ini karena wilayah tersebut berada dalam status darurat kekeringan pada tahun 2023 (BPBD NTT, 2023). Adapun wilayah yang menjadi bagian dari Pulau Timor yaitu Kota Kupang, Kabupaten Kupang, Kabupaten Timor Tengah Selatan, Kabupaten Timor Tengah Utara, Kabupaten Malaka, dan Kabupaten Belu. Waktu pengamatan dilakukan selama 42 tahun atau 516 bulan (Januari 1981 - Desember 2023).

Hasil analisis SPEI periode 1 bulan dalam waktu pengamatan menunjukkan bahwa di Kota Kupang, tercatat sebanyak 94 bulan kejadian kekeringan yang pernah terjadi dengan klasifikasi: 63 bulan mengalami tingkat kering, 25 bulan pada tingkat sangat kering, dan 6 bulan mencapai tingkat ekstrim kering. Sementara itu, di Kabupaten Kupang, terdapat 93 bulan kejadian kekeringan dengan klasifikasi: 62 bulan pada tingkat kering, 26 bulan pada tingkat sangat kering, dan 5 bulan mencapai tingkat ekstrim kering. Kabupaten Timor Tengah Selatan mencatat banyaknya kejadian kekeringan sebanyak 90 bulan dengan klasifikasi: 59 bulan pada tingkat kering, 25 bulan pada tingkat sangat kering, dan 6 bulan mencapai tingkat ekstrim kering. Di Kabupaten Timor



Tengah Utara, terdapat sebanyak 88 bulan kejadian kekeringan dengan klasifikasi: 62 bulan pada tingkat kering, 20 bulan pada tingkat sangat kering, dan 6 bulan pada tingkat ekstrim kering. Kabupaten Malaka mencatat 95 bulan kejadian kekeringan, dengan rincian 66 bulan pada tingkat kering, 25 bulan pada tingkat sangat kering, dan 4 bulan pada tingkat ekstrim kering. Sedangkan di Kabupaten Belu, terdapat 87 bulan kejadian kekeringan dengan rincian 59 bulan pada tingkat kering, 23 bulan pada tingkat sangat kering, dan 5 bulan pada tingkat ekstrim kering.

Berdasarkan hasil analisis diperoleh bahwa intensitas kejadian kekeringan menggunakan SPEI periode 1 bulan bervariasi di setiap wilayah pengamatan. Selain itu, terdapat trend alamiah di mana intensitas kejadian yang lebih parah (ekstrim kering dan sangat kering) cenderung jarang terjadi dibandingkan dengan kejadian yang lebih ringan (kering). Dalam proses stokastik, trend ini dapat diinterpretasikan sebagai *Power Law Process* di mana intensitas kejadian berbanding terbalik dengan besaran kejadian itu sendiri. *Power Law Process* merupakan salah satu model kasus khusus dari Proses Poisson Non Homogen dengan fungsi intensitas berbentuk $\lambda(t) = \left(\frac{\beta}{\gamma}\right) \left(\frac{t}{\gamma}\right)^{(\beta-1)}$. Karakteristiknya terdapat pada parameter bentuk (β) yang dapat menggambarkan bagaimana suatu intensitas dapat meningkat atau menurun. Apabila nilai parameter $\beta > 1$ berarti intensitas suatu kejadian akan meningkat, jika parameter $\beta < 1$ berarti intensitas kejadian akan menurun dan jika $\beta = 1$ maka *Power Law Process* mereduksi menjadi Proses Poisson Homogen (Rigdon dan Basu, 2000).

Model-model kasus khusus dari Proses Poisson Non Homogen telah banyak digunakan secara luas dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk dalam ilmu hidrometeorologi seperti dalam penelitian Achar dkk. yang menggunakan Proses Poisson Non Homogen untuk menganalisis kekeringan berbasis *Standardized Precipitation Index* (SPI) di Brazil (Achar dkk., 2015). Penelitian lain juga dilakukan Oleh Ellahi dkk., yang menggunakan model Proses Poisson Non Homogen berbasis *Standardized Precipitation Index* (SPI) untuk menganalisis an pertanian dan hidrologis di Pakistan. Selain itu, penelitian Yang dkk., akan Proses Poisson untuk memprediksi kekeringan di Kota Yucheng k., 2022).



Berdasarkan hasil uji kesesuaian model menggunakan pengujian *Cramér-von Mises*, diperoleh bahwa intensitas kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek berdasarkan SPEI periode 1 bulan di wilayah-wilayah Pulau Timor sesuai dengan model *Power Law Process*. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dikaji mengenai analisis periode kekeringan meteorologis berbasis *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* (SPEI) menggunakan pendekatan *Power Law Process* di Pulau Timor, Nusa Tenggara Timur, Indonesia.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana karakteristik intensitas kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek menggunakan *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* (SPEI) di Pulau Timor ?
2. Bagaimana hasil estimasi parameter *Power Law Process* pada kasus data kekeringan meteorologis jangka pendek berbasis *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* (SPEI) di Pulau Timor ?
3. Bagaimana hasil prediksi banyaknya bulan kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek di Pulau Timor dalam 12 bulan di masa depan ?
4. Berapa nilai probabilitas banyaknya bulan kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek di Pulau Timor dalam 12 bulan di masa depan ?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah nilai estimasi parameter bentuk dari *Power Law Process* lebih besar dari 1.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut :



emperoleh karakteristik intensitas kejadian kekeringan meteorologis ngka pendek menggunakan *Standardized Evapotranspiration Index* (SPEI) di Pulau Timor.

2. Mendapatkan hasil estimasi parameter *Power Law Process* pada kasus data kekeringan meteorologis jangka pendek berbasis *Standardized Precipitation Evapotranspiration Index* (SPEI) di Pulau Timor.
3. Memperoleh dugaan banyaknya bulan kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek di Pulau Timor dalam 12 bulan di masa depan.
4. Memperoleh nilai probabilitas banyaknya bulan kejadian kekeringan meteorologis jangka pendek di Pulau Timor dalam 12 bulan di masa depan.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian adalah sebagai berikut :

1. Manfaat Teoritis
 - a. Memberikan sumbangan ilmiah, yakni pemahaman tentang periode kekeringan meteorologis dan penerapan metode *Power Law Process* dalam analisisnya.
 - b. Pengembangan metodologi untuk memperoleh pemahaman yang lebih baik tentang distribusi curah hujan dan peramalan kekeringan, serta perbaikan dalam pemodelan untuk analisis kekeringan.
2. Manfaat Praktis
 - a. Memberikan wawasan yang berharga bagi praktisi dan pengambil kebijakan dalam pengelolaan sumber daya alam terkait air, pertanian, dan lingkungan, yang dapat mendukung perencanaan adaptasi dan mitigasi terhadap dampak kekeringan.
 - b. Peningkatan ketahanan pangan dan pengembangan sistem peringatan dini terhadap kekeringan meteorologis.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Kekeringan

Kekeringan adalah suatu peristiwa di mana terjadinya penurunan intensitas curah hujan dan mengakibatkan krisis air untuk menunjang kebutuhan sehari-hari manusia. Kekeringan merupakan fenomena alam yang ditunjukkan dengan terbatasnya ketersediaan air di atas, di permukaan dan di dalam tanah. Kekeringan menjadi salah satu penyebab utama kerusakan pada sistem pertanian, lingkungan dan ekonomi. Berdasarkan karakteristik dan dampak yang ditimbulkan kekeringan diklasifikasikan menjadi: (Wilhite dan Glantz, 1985).

a. Kekeringan Meteorologis

Kekeringan meteorologis berawal dari kurangnya curah hujan dan didasarkan pada tingkat kekeringan relatif terhadap tingkat kekeringan normal atau rata-rata dan lamanya periode kering. Perbandingan ini haruslah bersifat khusus untuk daerah tertentu dan bisa diukur pada musim harian dan bulanan, atau jumlah curah hujan skala waktu tahunan. Kekurangan curah hujan sendiri, tidak selalu menciptakan bahaya kekeringan. Perhitungan tingkat kekeringan meteorologis merupakan indikasi pertama terjadinya kondisi kekeringan. Intensitas kekeringan berdasarkan definisi meteorologis adalah sebagai berikut:

1. Kering : apabila curah hujan antara 70%-85% dari kondisi normal (curah hujan di bawah kondisi normal).
2. Sangat kering: apabila curah hujan antara 50%-70% dari kondisi normal (curah hujan jauh di bawah normal).
3. Amat sangat kering: apabila curah hujan <50% dari kondisi normal (curah hujan amat jauh di bawah normal).

b. Kekeringan Hidrologis

Kekeringan hidrologis merupakan kondisi di mana berkurangnya sumber-sumber air seperti sungai, air tanah, danau dan tempat-tempat kumpul air. Kekeringan ini juga mencakup data tentang ketersediaan dan penggunaan yang dikaitkan dengan kegiatan wajar dari sistem yang terdampak (sistem domestik, industri, pertanian yang menggunakan irigasi).



Salah satu dampaknya adalah kompetisi antara pemakai air dalam sistem-sistem penyimpanan air ini. Kekeringan hidrologis diukur dari ketinggian muka air sungai, waduk, danau, dan air tanah. Ada jarak waktu antara berkurangnya curah hujan dengan berkurangnya ketinggian muka air sungai, danau dan air tanah, sehingga kekeringan hidrologis bukan merupakan gejala awal terjadinya kekeringan.

c. Kekeringan Pertanian

Kekeringan pertanian adalah dampak dari kekeringan meteorologis dan hidrologis terhadap produksi tanaman pangan dan ternak. Kekeringan ini terjadi ketika kelembaban tanah tidak mencukupi untuk mempertahankan hasil dan pertumbuhan rata-rata tanaman. Kebutuhan air bagi tanaman tergantung pada jenis tanaman, tingkat pertumbuhan dan sarana-sarana tanah. Kekeringan pertanian menghubungkan berbagai karakteristik meteorologi atau hidrologi dengan dampak pertanian. Kondisi kurang hujan dikaitkan dengan evapotranspirasi aktual dan potensi, air tanah yang menyusut, karakteristik dari tanaman tertentu seperti tingkat pertumbuhan, dan penyusutan aliran air sungai, waduk dan air tanah.

d. Kekeringan Sosio-ekonomi

Kekeringan sosio-ekonomi berhubungan dengan ketersediaan dan permintaan akan barang-barang dan jasa yang berkaitan dengan kondisi kekeringan. Ketika persediaan barang-barang seperti air atau jasa seperti energi listrik tergantung pada cuaca, kekeringan bisa menyebabkan adanya defisit atau kekurangan. Konsep kekeringan sosio-ekonomi mengenali hubungan antara kekeringan dan aktivitas-aktivitas manusia. Sebagai contoh, penggunaan lahan yang tidak baik semakin memperburuk dampak-dampak dan kerentanan terhadap kekeringan di masa mendatang.

2.2. **Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI)**

Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI) merupakan indeks kekeringan berbasis curah hujan dan suhu udara. SPEI dikembangkan dari *Standardized Precipitation Index* (SPI) yang hanya mempertimbangkan curah hujan dalam pemantauan kondisi kekeringan. SPEI menambahkan faktor evapotranspirasi potensial dalam perhitungannya sehingga mampu membedakan kekeringan dengan lebih baik daripada hanya mengandalkan



curah hujan saja. Hal ini sebagai bentuk respon terjadinya perubahan iklim dan pengaruhnya terhadap kejadian kekeringan. Perubahan iklim menyebabkan penurunan curah hujan di beberapa wilayah dan peningkatan suhu global. Peningkatan suhu global berperan dalam peningkatan proses evapotranspirasi dan berimplikasi terhadap durasi dan tingkat keparahan kekeringan (Vicente-Serrano dkk., 2010) .

SPEI mendefinisikan suatu kejadian kekeringan apabila nilai hasil perhitungan $SPEI \leq -1$ dengan tiga klasifikasi tingkat kekeringan yaitu kering, sangat kering dan ekstrem kering. Skala waktu perhitungan SPEI sama halnya dengan SPI yaitu periode 1 bulan digunakan untuk pengenalan kekeringan jangka pendek, periode 3 dan 6 bulan digunakan untuk pengenalan kekeringan musiman, sedangkan periode 12 bulan digunakan untuk kekeringan jangka menengah, dan periode 24 dan 48 bulan digunakan untuk penilaian kekeringan jangka panjang (McKee dkk., 1993).

Perhitungan indeks kekeringan SPEI berdasarkan dari nilai Neraca Air Iklim atau defisit antara curah hujan dengan EPt. EPt dapat dihitung dengan metode Thornthwaite menggunakan suhu udara rata-rata berdasarkan persamaan (1) (Thornthwaite, 1984).

$$PET = 16K \left(\frac{10T}{I} \right)^m \quad (1)$$

K merupakan faktor koreksi berdasarkan posisi lintang pada wilayah pengamatan (Lampiran 3). Sementara itu, T merupakan suhu udara rata-rata bulanan ($^{\circ}\text{C}$) dan I merupakan indeks panas tahunan yang diperoleh dari jumlah i selama 12 bulan menggunakan persamaan (2).

$$i = \left(\frac{T}{5} \right)^{1,514} \text{ dan } I = \sum_1^{12} i \quad (2)$$

Adapun m merupakan koefisien yang terikat dengan I , diperoleh berdasarkan persamaan (3).

$$m = 6.75 \times 10^{-7} I^3 - 7.71 \times 10^{-5} I^2 + 1.792 \times 10^{-2} I + 0.492 \quad (3)$$

Neraca Air Iklim atau defisit antara curah hujan dengan EPt dapat dihitung dengan persamaan (4).

$$D_i = CH_i - EPt_i \quad (4)$$



D_i merupakan nilai Neraca Air Iklim bulan ke- i , CH_i merupakan jumlah curah hujan pada bulan ke- i dan EPT_i merupakan evapotranspirasi potensial pada bulan ke- i dalam mm. Selanjutnya, nilai D_i distandarisasi berdasarkan fungsi kepadatan peluang (FKP) distribusi log-logistik dengan tiga parameter menggunakan persamaan (5) (Vicente-Serrano dkk., 2010).

$$f(D) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{D - \gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} \left[1 + \left(\frac{D - \gamma}{\alpha} \right)^{\beta} \right]^{-2} \quad (5)$$

Keterangan :

α : Parameter Skala

β : Parameter Bentuk

γ : Parameter Asal

Nilai D berada diantara $\gamma > D > \infty$. Parameter α , β , γ dalam distribusi log-logistik dihitung menggunakan prosedur *L-moment* berdasarkan persamaan (6) hingga (10).

$$\beta = \frac{2w_1 - w_0}{6w_1 - w_0 - 6w_2} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{(w - 2w)\beta}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \Gamma\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)} \quad (7)$$

$$\gamma = w_0 - \alpha \Gamma\left(\frac{1+1}{\beta}\right) \Gamma\left(\frac{1-1}{\beta}\right) \quad (8)$$

$\Gamma(\beta)$ merupakan fungsi gamma dari β . w merupakan *Probability Weighted Moments* (PWMs) yang diperoleh dari persamaan berikut :

$$w_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - F_i)^s D_i \quad (9)$$

s merupakan nomor PWMs dan F_i merupakan penduga frekuensi yang dapat dihitung menggunakan persamaan yang diberikan oleh :

$$F_i = \frac{i - 0.35}{N} \quad (10)$$



dapun i merupakan rentang observasi yang disusun secara menaik dan akan jumlah data yang digunakan. Selanjutnya, untuk fungsi peluang

distribusi D dalam berbagai skala waktu dapat dihitung menggunakan persamaan (11).

$$F(D) = \left[1 + \left(\frac{\alpha}{D - \gamma} \right)^\beta \right]^{-1} \quad (11)$$

Berdasarkan fungsi peluang tersebut, maka SPEI dapat dihitung menggunakan persamaan berikut : (Mc Kee dkk., 1993)

$$SPEI = \left(t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right) \quad (12)$$

$$t = \sqrt{-2 \ln(P)} \quad \text{Untuk } P \leq 0.5 \quad (13)$$

$$t = \sqrt{-2 \ln(1 - P)} \quad \text{Untuk } P \geq 0.5 \quad (14)$$

P merupakan peluang terlampauinya nilai D yang ditentukan oleh :

$$P = 1 - F(D) \quad (15)$$

Dengan nilai koefisien dari Mc. Kee sebagai berikut:

$$\begin{aligned} c_0 &= 2.515517 & d_1 &= 1.432788 \\ c_1 &= 0.802853 & d_2 &= 0.189269 \\ c_2 &= 0.010328 & d_3 &= 0.001308 \end{aligned}$$

Kekeringan terjadi pada waktu SPEI mencapai intensitas kekeringan dengan nilai $SPEI \leq -1$. Klasifikasi nilai indeks kekeringan SPEI didasarkan pada tabel SPI yang diberikan oleh Tabel 1 (McKee dkk, 1993).

Tabel 1. Klasifikasi Nilai Indeks Kekeringan SPEI

Nilai SPEI	Klasifikasi	Simbol
≥ 2.00	Ekstrim Basah	EB
1.50 - 1.99	Sangat Basah	SB
1.00 - 1.49	Basah	B
(- 0.99) - 0.99	Normal	N
(-1.00) - (-1.49)	Kering	K
(-1.50) - (-1.99)	Sangat Kering	SK
$\leq - 2.00$	Ekstrim Kering	EK



2.3. Proses Poisson

2.3.1. Distribusi Poisson

Percobaan yang menghasilkan suatu variabel acak X yang menyatakan banyaknya hasil yang terjadi selama selang waktu tertentu atau dalam wilayah tertentu disebut Distribusi Poisson. Penggunaan Proses Poisson sangat membantu untuk menghitung probabilitas pada percobaan dengan n relatif besar. Karakteristik khusus dari suatu data berdistribusi Poisson selain nilai dari peubah acaknya diskrit adalah adanya informasi mengenai besarnya nilai rata-rata dari suatu kejadian dalam suatu interval waktu tertentu (disimbolkan dengan λ). Interval waktunya dapat perhari, perbulan, pertahun, dan sebagainya (Walpole dkk., 2012).

Distribusi Poisson memiliki satu parameter λ atau biasa disebut parameter intensitas. Sebuah variabel acak X yang terdiri dari bilangan bulat tak negatif mempunyai distribusi poisson λ : (Ross, 2010)

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

Keterangan :

- e : Bilangan natural = 2,71828.
- λ : Rata-rata keberhasilan.
- x : Banyaknya keberhasilan.

2.3.2. Proses Menghitung

Proses menghitung disebut proses dengan kenaikan bebas (*independent increments*) jika banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu terpisah saling bebas. Proses menghitung disebut dengan kenaikan stasioner (*stationary increments*) jika distribusi dari banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu tertentu hanya tergantung pada panjang interval. Suatu proses stokastik $\{N(t), t \geq 0\}$ dikatakan sebagai proses jika N_t menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi selama waktu. Proses menghitung $\{N(t); t \geq 0\}$ memenuhi sifat : (Ross, 2010)



≥ 0 ,
adalah bilangan bulat,
 $s < t$, maka $N(s) \leq N(t)$,

- d. Untuk $s < t$, $(N(t) - N(s))$ menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi pada interval $(s, t]$.

2.3.3. Proses Poisson Homogen

Proses Poisson Homogen adalah model stokastik digunakan untuk menggambarkan kejadian acak yang terjadi sepanjang waktu dengan tingkat kejadian yang tetap konstan. Dalam model ini, jumlah kejadian yang terjadi dalam interval waktu atau ruang tertentu mengikuti Distribusi Poisson dengan parameter λ yang sama untuk setiap interval. Rata-rata dalam kejadian ini adalah $\frac{1}{\lambda}$. Suatu proses menghitung $\{N(t), t \geq 0\}$ dikatakan sebagai Proses Poisson Homogen dengan laju (parameter) λ , $\lambda > 0$ jika : (Ross, 2010)

- $N(0) = 0$
- Proses mempunyai kenaikan bebas (*independent increments*)
- Banyaknya kejadian dalam berbagai interval waktu t berdistribusi Poisson dengan rata-rata λt . Ini berarti, untuk semua $s, t \geq 0$.

$$P\{N(t+s) - N(s) = n\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t^n)}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

Keterangan :

- λ : Tingkat kedatangan rata-rata per satuan waktu.
 t : Banyaknya satuan waktu.
 n : Banyaknya kedatangan dalam t satuan waktu.

2.3.4. Proses Poisson Non Homogen

Proses Poisson Non Homogen merupakan model proses stokastik yang digunakan untuk menggambarkan peristiwa acak yang terjadi pada interval waktu tertentu, dengan intensitas kejadian berubah-ubah seiring waktu. Proses Poisson Non Homogen merupakan generalisasi dari Proses Poisson Homogen dan sering disebut juga sebagai Proses Poisson Non Stasioner. Hal ini karena tingkat kejadian yang terjadi dalam Proses Poisson Non Homogen tidak konstan. Dalam Proses Poisson Non Homogen, intensitas atau tingkat kejadian diwakili oleh fungsi intensitas $\lambda(t)$. Fungsi intensitas $\lambda(t)$ menggambarkan bagaimana laju kejadian bervariasi dari waktu ke waktu. Suatu proses menghitung $\{N(t), t \geq 0\}$ dikatakan sebagai Proses Poisson Non Homogen dengan fungsi intensitas $\lambda(t)$, $t \geq 0$, jika : (Ross, 2010).



- $N(0) = 0$,
- $\{N(t), t \geq 0\}$ mempunyai kenaikan bebas (*independent increments*),
- $P\{N(t+h) - N(t) = 1\} = \lambda(t) + o(h)$, dan
- $P\{N(t+h) - N(t) \geq 2\} = o(h)$, di mana $h > 0$ dan $o(h)$ adalah sejumlah kecil yang memenuhi kondisi $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{o(h)}{h} = 0$.

Nilai ekspektasi atau dikenal dengan fungsi kumulatif dari Proses Poisson Non Homogen $\{N(t), t \geq 0\}$ dengan fungsi intensitas $\lambda(t)$ didefinisikan sebagai :

$$m(t) = \int_0^t \lambda(t) dt \quad (18)$$

Berdasarkan persamaan (18) estimasi rata-rata $N(t)$ diberikan oleh persamaan :

$$\hat{m}(t) = E(N(t)) = \int_0^t \hat{\lambda}(t) dt \quad (19)$$

Di mana $E(\cdot)$ merupakan nilai ekspektasi. $\{N(t), t \geq 0\}$ yang dimodelkan sebagai Proses Poisson Non Homogen diekspresikan sebagai :

$$P(N_{(t)} = n) = \frac{\left[\int_0^t \lambda(t) dt \right]}{n!} \exp^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad n = 0, 1, 2 \dots n \quad (20)$$

Berdasarkan persamaaan (18), untuk $t, s > 0$, $N(t+s) - N(t)$ memiliki fungsi kumulatif sebagai berikut :

$$m(t+s) - m(t) = \int_0^{t+s} \lambda(t) dt \quad (21)$$

Sehingga, jika $\{N(t+s), t, s \geq 0\}$ dimodelkan sebagai Proses Poisson Non Homogen dapat pula diekspresikan menjadi :

$$P(N_{(t+s)} - N_{(t)} = n) = \frac{(m(t+s) - m(t))^n}{n!} \exp^{-(m(t+s) - m(t))} \quad (22)$$

Keterangan :

$P(N_{(t+s)} - N_{(t)} = n)$: Probabilitas terjadi n peristiwa.

$\lambda(t)$: Fungsi intensitas kejadian (*intensity function*).

$m(t)$: Fungsi nilai ekspektasi.

n : Jumlah peristiwa yang ingin diprediksi.



2.4. Power Law Process

Power Law Process merupakan model kasus khusus Proses Poisson Non Homogen dengan fungsi intensitas $\lambda(t)$ didefinisikan sebagai berikut : (Rigdon dan Basu, 1989)

$$\lambda(t) = \left(\frac{\beta}{\gamma}\right) \left(\frac{t_i}{\gamma}\right)^{\beta-1}, \quad \gamma > 0, \beta > 1, t > 0 \quad (23)$$

Berdasarkan persamaan (23) maka fungsi kumulatif atau nilai ekspektasi *Power Law Process* diberikan oleh :

$$\begin{aligned} m(t) = E(N(t)) &= \int_0^t \lambda(t) dt \\ &= \int_0^t \left(\frac{\beta}{\gamma}\right) \left(\frac{t_i}{\gamma}\right)^{\beta-1} dt \\ &= \left(\frac{t}{\gamma}\right)^{\beta}, \quad \gamma > 0, \beta > 1, t > 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Keterangan :

β : Parameter bentuk.

γ : Parameter skala.

Fungsi intensitas pada *Power Law Process* dapat digunakan untuk mengestimasi laju kejadian pada waktu tertentu. Hal ini karena parameter bentuk (β) dapat menggambarkan bagaimana suatu intensitas dapat meningkat atau menurun. Jika $\beta > 1$ berarti intensitas suatu kejadian akan meningkat, jika $\beta < 1$ berarti intensitas kejadian akan menurun dan jika $\beta = 1$ maka *Power Law Process* mereduksi menjadi Proses Poisson Homogen (Rigdon dan Basu, 2000).

2.5. Goodness of Fit Test

Kesesuaian model *Power Law Process* dapat diuji menggunakan *goodness of fit* untuk mengevaluasi sejauh mana model tersebut sesuai dengan data yang diamati. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah Uji *Cramér-von Mises*. Uji *Cramér-von Mises* menggunakan hipotesis sebagai berikut :



dan Basu, 1989)

intensitas kejadian sesuai dengan model *Power Law Process*.

intensitas kejadian tidak sesuai dengan model *Power Law Process*.

Statistik Uji *Cramér-von Mises* dinyatakan berdasarkan persamaan berikut :

$$C_R^2 = \frac{1}{12(n)} + \sum_{i=1}^n \left(\bar{R} - \frac{2i-1}{2n} \right)^2 \quad (25)$$

\bar{R} merupakan *ratio power transformation* yang diberikan oleh persamaan (26).

$$\bar{R} = \left(\frac{t_i}{t_n} \right)^{\bar{\beta}} \quad (26)$$

$\bar{\beta}$ merupakan *Unbiased estimator* yang diberikan oleh persamaan (27).

$$\bar{\beta} = \frac{(n-1)}{\sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{t_n}{t_i} \right)} \quad (27)$$

Keterangan :

t_i : Waktu kejadian kekeringan pada i .

t_n : Waktu terakhir kejadian kekeringan pada interval waktu pengamatan.

Keputusan H_0 diterima jika nilai statistik uji C_R^2 berdasarkan perhitungan lebih kecil dari nilai kritis untuk Uji *Cramér-von Mises* yang artinya Model *Power Law Process* sesuai. Jika nilai statistik uji C_R^2 lebih besar dari nilai kritis untuk Uji *Cramér-von Mises* maka H_0 ditolak, yang artinya model tidak sesuai maka perlu menggunakan model yang lebih sesuai.

2.6. Fungsi *Likelihood Power Law Process*

Misalkan $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ merupakan suatu sampel acak yang saling bebas dari suatu distribusi dengan fungsi kepekatan peluang bersama adalah $f(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n; \beta, \gamma)$ dengan n menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi sampai waktu t_i untuk $0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_n$. Jika fungsi kepekatan peluang bersama tersebut dinyatakan sebagai fungsi terhadap β, γ maka fungsi *likelihood* dinotasikan sebagai $L(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n; \beta, \gamma)$. Fungsi *likelihood* untuk parameter β, γ diberikan sebagai berikut : (Rigdon dan Basu, 1989)

$$L(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n; \beta, \gamma) = \left(\prod_{i=1}^n \lambda(t_i; \beta, \gamma) \right) \exp(-m(t_i; \beta, \gamma)dt) \quad (28)$$



an :

λ = fungsi intensitas *Power Law Process*.

m = fungsi kumulatif *Power Law Process*.

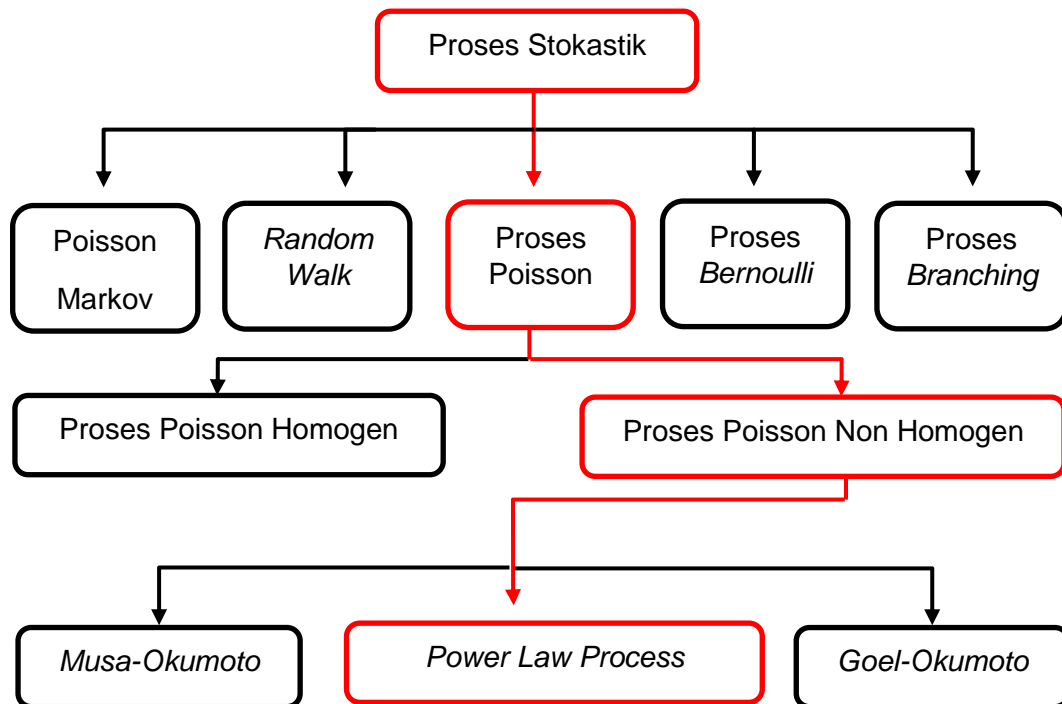
2.7. Penelitian Terdahulu

Tabel 2. Penelitian Terdahulu

Nama Peneliti	Tahun	Judul
Abaurrea J dan Cebrián AC	2002	<i>Drought Analysis Based on A Cluster Poisson Model: Distribution of The Most Severe Drought.</i>
Achcar J.A, Coelho-Barros E. A, dan Souza R. M. d.	2016	<i>Use of Non-Homogeneous Poisson Process (NHPP) in Presence Of Change-Points to Analyze Drought Periods: A Case Study In Brazil</i>
Cruz-Juárez J. A, Reyes-Cervantes H, dan Eliane R. Rodrigues E. R.	2016	<i>Analysis of Ozone Behavior in the City of Puebla-Mexico Using Non-Homogeneous Poisson Models with Multiple Change-Points</i>
Ellahi A, Almanjahie I. M, Hussain T, Hashmi M.Z, Faisal S dan Hussain I.	2020	<i>Analysis of Agricultural and Hydrological Drought Periods by Using Non-Homogeneous Poisson Models: Linear Intensity Function</i>
Adeji O, Adeyemi O, Godstime J, Ahmad SH, Ropo OI, Singh SK, dan Samuel A.	2022	<i>Early Warning Systems Development for Agricultural Drought Assessment in Nigeria. Environmental Monitoring and Assessment.</i>
Yang, Y. dan Song, Y.,	2022	<i>Application of Poisson Process to Drought Prediction–The Case Study of Yucheng City.</i>
Cai S, Zuo D, Wang H, Xu Z, Wang G, dan Yang H	2023	<i>Assessment of Agricultural Drought Based on Multi-Source Remote Sensing Data in A Major Grain Producing Area of Northwest China.</i>



2.8. Kerangka Konseptual



Gambar 1. Kerangka Konseptual

