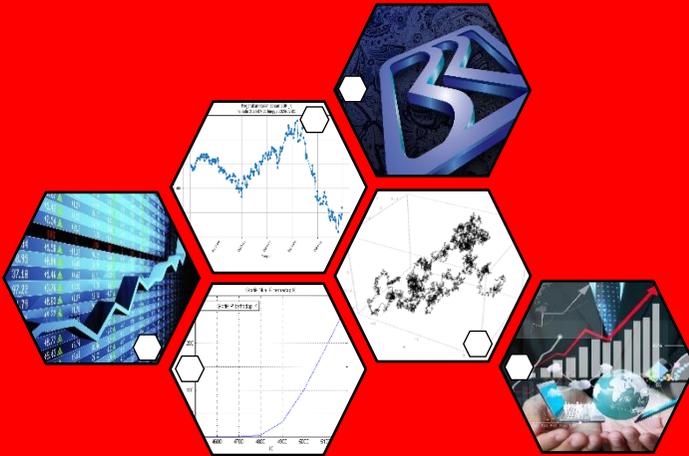


**PENENTUAN HARGA OPSI JUAL AMERIKA MENGGUNAKAN METODE
GERAK BROWN GEOMETRIK**

(STUDI KASUS: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))



REZA SETIAWAN RUSLI

H011211059



PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2024

**PENENTUAN HARGA OPSI JUAL AMERIKA MENGGUNAKAN METODE
GERAK BROWN GEOMETRIK**

(STUDI KASUS: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))

REZA SETIAWAN RUSLI

H011211059



PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2024

**PENENTUAN HARGA OPSI JUAL AMERIKA MENGGUNAKAN METODE
GERAK BROWN GEOMETRIK**

(STUDI KASUS: PT Bank Rakyat Indonesia (PERSERO) Tbk (BBRI.JK))

REZA SETIAWAN RUSLI

H011211059

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar sarjana

Program Studi Matematika

pada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

SKRIPSI
PENENTUAN HARGA OPSI JUAL AMERIKA MENGGUNAKAN METODE
GERAK BROWN GEOMETRIK

(STUDI KASUS: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))

REZA SETIAWAN RUSLI

H011211059

Skripsi,

telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Jusmawati Massalesses, S.Si.,
M.Si., pada tanggal 04 Oktober 2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat
kelulusan

pada

Program Studi Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar



Mengesahkan:

Pembimbing tugas akhir,


Jusmawati Massalesses, S.Si., M.Si.
NIP. 19680601 199512 2 001

Mengetahui:

Ketua Program Studi,


Dr. Firman, S.Si., M.Si.
NIP. 19680429 200212 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul “Penentuan Harga Opsi Jual Amerika Menggunakan Metode Gerak Brown Geometrik (Studi Kasus: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))” adalah benar karya saya dengan arahan dari pembimbing Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 04 Oktober 2024




Reza Setiawan Rusli

NIM H011211059

UCAPAN TERIMA KASIH

Bismillahirrahmanirrahim

Puji Syukur atas kehadiran Allah SWT. Yang telah melimpahkan rahmat, berkat dan hidayah-Nya. Sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, sebagai suri tauladan bagi seluruh umatnya sehingga skripsi dengan judul **“Penentuan Harga Opsi Jual Amerika Menggunakan Metode Gerak Brown Geometrik (Studi Kasus: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))”** ini dapat diselesaikan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat) pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin dengan rampung.

Penulis menyadari bahwa dalam skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Maka dari itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan kepada kedua orang tua tercinta penulis, bapak **Rusli** dan ibu **Patmawati**, yang telah membersamai penulis dari lahir hingga saat ini, serta senantiasa memberikan doa, dukungan, dan bantuan dalam segala bentuk sehingga penulis bisa sampai di titik ini. Tanpa cinta, doa, serta dukungan yang tiada henti dari kedua orang tua penulis, penulis tidak akan mampu menyelesaikan skripsi ini. Tak lupa juga terima kasih kepada satu-satunya adik penulis, **Andri Dwi Prasetya Rusli**, saudara sepupu, om, tante dan seluruh keluarga penulis yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu, yang telah banyak membantu penulis selama proses perkuliahan hingga proses menyelesaikan skripsi ini, telah memberikan doa, dukungan, motivasi dan materi kepada penulis. Pada kesempatan ini pula dengan segala kerendahan hati, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya, serta Bapak **Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta Jajarannya.
2. Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.**, selaku ketua Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.
3. Ibu **Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.**, selaku dosen pembimbing yang telah membimbing penulis dengan sabar, tulus, ikhlas memberikan ilmu yang bermanfaat, meluangkan waktu untuk membimbing, memberi masukan serta arahan dalam penulisan skripsi ini.
4. Bapak **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.** dan Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.**, selaku tim penguji, terima kasih atas waktu yang telah diluangkan untuk memberikan masukan dan kritikan yang membangun terhadap penyempurnaan penulisan skripsi ini.
5. Bapak dan Ibu Dosen Departemen Matematika yang telah memberikan banyak ilmu dan pengetahuan kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Program Studi Matematika, serta Bapak dan Ibu Staf Departemen

Matematika yang telah membantu dan memudahkan penulis dalam berbagai hal administrasi.

6. Teman-teman **ETANG. Nirmasari, Riska Ariyanti Makkasau, Salwa Zalsa Dilla, Siti Lutfiah Sukri, dan Wiwit Aprilia Nur Kusumawati** yang telah membantu dan menjadi supporter garda terdepan penulis selama tujuh tahun ini, mendukung serta kebersamai penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
7. Teman-teman **BLACKPONK. Miftahul Jannah, Novanda Kezia Amelia Nathalia Ropi, dan Rezki Ananda Febriani** yang telah banyak membantu dan mendukung penulis selama masa perkuliahan hingga penyelesaian skripsi ini.
8. Teman-teman **KKNT. Sitti Rahmah Amelia dan Nur Risdayanti Silalahi** yang telah kebersamai dan mewarnai hari-hari kkn penulis, membantu serta memberikan dukungan kepada penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
9. Teman-teman **Vepoince** yang telah kebersamai selama tujuh tahun, terima kasih telah memberikan bantuan, dukungan, motivasi dan masih ada sampai sekarang untuk penulis.
10. Teman-teman **Matematika 2021** yang senantiasa memberikan bantuan dan dukungan kepada penulis selama masa perkuliahan dari semester satu hingga semester tujuh ini.
11. Sahabat dan saudara **Ali Rahmat Haeruddin** yang telah kebersamai penulis selama satu tahun terakhir, terima kasih atas segala dukungan, bantuan dan rangkukan yang telah diberikan selama masa perkuliahan, telah menjadi saudara tak sedarah penulis di tanah rantauan.
12. Last but not least **Me, My Self and I**. Terima kasih untuk **Reza Setiawan Rusli**, diri saya sendiri yang telah bertahan dan berjuang hingga titik ini, terima kasih telah hidup hingga saat ini, masih bernafas hingga detik ini, masih melangkah hingga posisi saat ini, serta telah bertanggung jawab untuk menyelesaikan skripsi ini dengan sangat baik.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, dan oleh karena itu, segala kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan untuk perbaikan di masa mendatang.

Penulis,



Reza Setiawan Rusli

ABSTRAK

REZA SETIAWAN RUSLI. **Penentuan Harga Opsi Jual Amerika Menggunakan Metode Gerak Brown Geometrik (Studi Kasus: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))** (dibimbing oleh Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.).

Latar belakang. Banyak penelitian mengenai penentuan harga opsi jual yang bermanfaat bagi investor dalam mengambil keputusan berinvestasi, namun penelitian mengenai penentuan harga opsi jual Amerika menggunakan metode Gerak Brown Geometrik pada studi kasus PT Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juli 2023 hingga 1 Juli 2024 belum diketahui. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan harga opsi jual Amerika menggunakan metode Gerak Brown Geometrik. **Metode.** Penelitian dibagi empat tahap, yakni: 1) Mempelajari pergerakan harga saham "PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK); 2) Membentuk formula untuk harga opsi jual Amerika menggunakan metode Gerak Brown Geometrik; 3) Menginterpretasikan model penetapan harga opsi jual Amerika dengan metode Gerak Brown Geometrik yang telah diperoleh; 4) Menarik kesimpulan. **Hasil.** Berdasarkan penelitian ini, dengan harga saham bebas risiko saat ini yaitu $S(t) = 4897$, jika investor memutuskan untuk membeli opsi jual dari PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK) maka disarankan untuk membeli opsi jual tertinggi dengan harga $P = 284.9520801$. Pilihan ini memiliki harga kesepakatan atau strike price sebesar $K = 5200$, yang memungkinkan investor memperoleh keuntungan yang maksimal jika menjual saham yang dimiliki. Dalam hal ini, keuntungan potensial yang diperoleh oleh investor yaitu sebesar $K - S(t) = 5200 - 4897 = 303$. **Kesimpulan.** Dari penelitian yang telah dilakukan, diperoleh bahwa semakin tinggi *strike price*, maka semakin tinggi juga harga opsi jual pada studi kasus ini. Dengan demikian, untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal investor harus memilih *strike price* tertinggi yaitu $K = 5200$ dengan opsi jual yang besar $P = 284.9520801$.

Kata kunci: opsi; opsi jual Amerika; Gerak Brown Geometrik; Bank Rakyat Indonesia

ABSTRACT

REZA SETIAWAN RUSLI. **Determination of American Put Option Prices Using the Geometric Brownian Motion Method (Case Study: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))** (supervised by Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.).

Background. Many studies on determining put option prices have been useful for investors in making investment decisions. However, research on determining American put option prices using the geometric Brownian motion method in the case study of PT Bank Rakyat Indonesia for the period from July 1, 2023, to July 1, 2024, is not yet known. **Objective.** This study uses the geometric Brownian motion method to obtain the price of American put options. **Method.** The study is divided into four stages: 1) Analyzing the stock price movements of "PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK); 2) Formulating the American put option price using the geometric Brownian motion method; 3) Interpreting the American put option pricing model obtained with the Geometric Brownian Motion method; 4) Drawing conclusions. **Results.** Based on this study, with the current risk-free stock price of $S(t) = 4897$, if an investor decides to buy a put option from PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK), it is recommended to purchase the highest put option with a price of $P = 284.9520801$. This option has a strike price of $K = 5200$, which allows the investor to obtain maximum profit if they sell their shares. In this case, the potential profit gained by the investor is $K - S(t) = 5200 - 4897 = 303$. **Conclusion.** From the research conducted, it was found that the higher the strike price, the higher the put option price in this case study. Therefore, to maximize profit, investors should choose the highest strike price, which is $K = 5200$, with a large put option price of $P = 284.9520801$.

Keywords: options; American put option; Geometric Brownian Motion; Bank Rakyat Indonesia.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGANTAR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	iv
UCAPAN TERIMA KASIH	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Landasan Teori	4
1.6.1 Distribusi Normal dan Lognormal	4
1.6.2 Proses Stokastik	4
1.6.3 Persamaan Diferensial Stokastik	5
1.6.4 Rantai Markov	5
1.6.5 Investasi	6
1.6.6 Saham	6
1.6.7 Opsi	9
1.6.8 <i>Skewness-Kurtosis</i>	10
1.6.9 Uji Akar Unit	11
1.6.10 Brownian Motion (Gerak Brown)	11
1.6.11 Gerak Brown Geometrik	12
1.6.12 Model Harga Saham	13

1.6.13	<i>Risk Neutral Pricing</i> (Harga Saham Bebas Risiko).....	15
1.6.14	Model Opsi Jual (Put Option) Amerika	18
BAB II METODOLOGI PENELITIAN.....		23
2.1	Sumber Data	23
2.2	Metode Penelitian	23
2.3	Variabel dan Parameter Penelitian.....	23
2.4	Tahapan Penelitian.....	23
2.5	Alur Penelitian	24
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN		25
3.1	Hasil Penelitian.....	25
3.1.1	Data	25
3.1.2	Standarisasi Data	25
3.1.3	Return Saham	26
3.1.4	Volatilitas	27
3.1.5	Uji Normalitas Data dengan <i>Skewness</i> dan <i>Kurtosis</i>	28
3.1.6	Uji <i>Augmented Diskey-Fuller</i> (ADF)	28
3.1.7	Tingkat Suku Bunga	29
3.1.8	Harga Saham Bebas Risiko	29
3.1.9	<i>Strike Price</i>	31
3.1.10	Harga Opsi Jual (Put Option) Amerika	31
3.1.11	Analisis Deskriptif	35
3.2	Pembahasan	36
3.2.2	Hasil Penentuan $d_i, i = 1, 2$	36
3.2.3	Hasil Penentuan $\phi - d_i, i = 1, 2$	38
3.2.4	Uji Asumsi Gerak Brown Geometrik	40
3.2.5	Interpretasi	41
BAB IV PENUTUP		43
4.1	Kesimpulan.....	43
4.2	Saran.....	43
DAFTAR PUSTAKA.....		45
LAMPIRAN		49

DAFTAR TABEL

Nomor Urut	Halaman
1. Tabel 1. Harga Return (R_t)	26
2. Tabel 2. Hasil Uji ADF	29
3. Tabel 3. Analisis Deskriptif Harga Saham	35
4. Tabel 4. Nilai Variabel d_i untuk $K = 4500$	36
5. Tabel 5. Nilai Variabel d_i untuk $K = 4600$	36
6. Tabel 6. Nilai Variabel d_i untuk $K = 4700$	36
7. Tabel 7. Nilai Variabel d_i untuk $K = 4800$	36
8. Tabel 8. Nilai Variabel d_i untuk $K = 4897$	36
9. Tabel 9. Nilai Variabel d_i untuk $K = 4900$	37
10. Tabel 10. Nilai Variabel d_i untuk $K = 5000$	37
11. Tabel 11. Nilai Variabel d_i untuk $K = 5100$	37
12. Tabel 12. Nilai Variabel d_i untuk $K = 5200$	37
13. Tabel 13. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 4500$	38
14. Tabel 14. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 4600$	38
15. Tabel 15. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 4700$	38
16. Tabel 16. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 4800$	38
17. Tabel 17. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 4897$	38
18. Tabel 18. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 4900$	39
19. Tabel 19. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 5000$	39
20. Tabel 20. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 5100$	39
21. Tabel 21. Nilai Variabel $\phi(-d_i)$ untuk $K = 5200$	39
22. Tabel 22. Hasil Perhitungan Harga Opsi Jual	41

DAFTAR GAMBAR

Nomor Urut	Halaman
1. Gambar 1. Alur Penelitian	24
2. Gambar 2. Grafik Pergerakan Harian Harga Penutupan Saham	25
3. Gambar 3. Grafik Nilai $d_i, i = 1,2$ terhadap K	37
4. Gambar 4. Grafik Nilai $\phi(-d_i), i = 1,2$ terhadap K	39
5. Gambar 5. Grafik Harga Opsi Jual.....	42

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor Urut	Halaman
1. Lampiran 1. Data Harga Penutupan Saham Periode Juli 2023 - Juli 2024	49
2. Lampiran 2. Harga <i>Return</i> (R_t)	52
3. Lampiran 3. Script Grafik Harian Harga Penutupan Saham	59
4. Lampiran 4. Script Penentuan $\phi(d_1)$ dan $\phi(d_2)$	60
5. Lampiran 5. Script Matlab Grafik d_i terhadap K	61
6. Lampiran 6. Script Matlab Grafik $\phi(-d_i)$ terhadap K	62
7. Lampiran 7. Script Matlab Grafik P	63
8. Lampiran 8. Script Google Colab untuk Uji <i>Augmented Dickey-Fuller</i> (ADF) ...	64

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu matematika dapat diterapkan di berbagai bidang kehidupan, salah satunya yaitu dalam masalah investasi. Investasi adalah suatu cara menanam sejumlah dana dengan harapan akan mendapatkan keuntungan (*return*) di masa depan (Christopher et al, 2022). Salah satu bentuk instrument investasi yang dapat diperjual belikan di pasar modal yaitu saham. Saham merupakan surat berharga sebagai bukti tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan hukum dalam suatu perusahaan, khususnya perusahaan yang memperdagangkan sahamnya (Pradhitya, K. S., 2012).

Investasi dalam bentuk saham banyak dipilih oleh para investor karena saham dapat memberikan keuntungan yang menarik. Selain berinvestasi dengan cara memiliki secara langsung saham yang diperdagangkan di pasar modal, investor juga dapat berinvestasi melalui pembelian turunan dari nilai saham (*financial derivative*). Salah satu turunan yang sudah banyak dikenal dan diperdagangkan oleh masyarakat adalah opsi. Opsi adalah suatu kontrak yang memberikan hak (bukan kewajiban) kepada pemegang kontrak (*option buyer*) untuk membeli atau menjual suatu aset tertentu suatu perusahaan kepada penulis opsi (*option writer*). Apabila pada saat jatuh tempo (*expiration date*) pemegang opsi tidak menggunakan haknya, maka hak tersebut akan hilang dengan sendirinya. Dengan demikian opsi yang dimiliki tidak akan mempunyai nilai lagi (Halim, 2003). Berdasarkan hak yang diberikan kepada pemegang opsi, opsi dibedakan menjadi dua jenis, yaitu opsi *call* (beli) dan opsi *put* (jual). Berdasarkan waktu pelaksanaannya opsi dibedakan menjadi dua jenis, yaitu opsi Eropa dan opsi Amerika.

Opsi Eropa hanya dapat dilaksanakan pada tanggal jatuh tempo atau hari terakhir masa berlaku opsi sedangkan opsi Amerika dapat dilaksanakan kapan saja selama masa berlaku opsi, mulai dari pembelian hingga tanggal jatuh tempo. Karena opsi Amerika memberikan kebebasan kepada pemegangnya untuk melaksanakan opsi kapan saja sebelum atau pada tanggal jatuh tempo, hal ini memungkinkan investor untuk mengambil keuntungan dari pergerakan harga aset yang menguntungkan lebih awal dibanding opsi Eropa. Dimana fleksibilitas ini sangat berguna dalam kondisi pasar yang volatil, karena harga aset dapat mengalami fluktuasi yang signifikan dalam waktu yang singkat. Karena opsi Amerika menawarkan fleksibilitas yang lebih besar maka secara umum nilai intrinsik opsi Amerika lebih tinggi dibandingkan opsi Eropa. Oleh karena itu, penulis memilih opsi Amerika dibanding opsi Eropa.

Dalam penentuan harga opsi Amerika dapat dilakukan dengan beberapa metode, salah satunya yaitu metode *Gerak Brown Geometrik*. Gerak Brown

Geometrik ini adalah model yang mengasumsikan bahwa harga aset mengikuti proses stokastik yang dapat digambarkan dengan persamaan diferensial stokastik, dimana log harga aset mengikuti proses Brownian motion dengan drift dan volatilitas konstan. Dalam hal ini pergerakan harga saham di masa yang akan datang diasumsikan mengikuti model Gerak Brown Geometrik yang bergantung pada waktu. Gerak Brown merupakan suatu proses stokastik dimana suatu perubahan terjadi di waktu yang sangat singkat dan nilai pada saat ini berpengaruh terhadap nilai yang akan datang.

Dalam penelitian yang dilakukan oleh Christopher et al. (2022) mengenai penentuan harga opsi jual Amerika saham SRTG dengan metode Gerak Brown Geometri diperoleh hasil berupa harga put option yang berbeda untuk setiap *strike price* yang berbeda. Jika harga saham turun maka harga opsi jual meningkat, dan sebaliknya. Dari penelitian yang dilakukan oleh Christopher dkk, dapat ditarik kesimpulan bahwa semakin tinggi *strike price*, maka semakin tinggi juga harga put option atau opsi jual pada studi kasus yaitu harga saham PT Saratoga Investama Sedaya Tbk (SRTG). Penelitian yang serupa juga dilakukan oleh Yuli Andari Wulan dkk (2018) diperoleh hasil mengenai volatilitas, yaitu semakin besar volatilitas harga saham maka harga opsi juga semakin tinggi, hal ini dikarenakan jika semakin besar volatilitas maka akan semakin besar peluang harga saham akan mengalami perubahan.

Dalam pasar modal Indonesia, instrumen derivatif seperti opsi jual semakin mendapat perhatian dari investor dan perusahaan. Opsi jual adalah alat penting untuk strategi lindung nilai dan spekulasi, tetapi kurangnya penelitian mendalam tentang penentuan nilai opsi jual dalam konteks pasar Indonesia menjadi latar belakang utama untuk pemilihan judul ini. Penelitian ini bertujuan untuk menjembatani kekurangan tersebut dengan menerapkan metode yang relevan dan canggih, seperti Gerak Brown Geometrik (GBM), untuk menganalisis harga opsi jual. Memilih GBM sebagai metode untuk menilai opsi jual Amerika memungkinkan penulis untuk menggunakan pendekatan yang secara teoritis kuat dan secara praktis relevan dalam analisis harga opsi. Metode ini diharapkan dapat memberikan wawasan yang mendalam dan akurat mengenai nilai opsi jual.

Berdasarkan uraian tersebut, penulis mengusulkan penggunaan metode Gerak Brown Geometrik dalam menentukan nilai opsi jual Amerika. Hasil penelitian akan dituangkan ke dalam tulisan skripsi dengan judul "**Penentuan Harga Opsi Jual Amerika Menggunakan Metode Gerak Brown Geometrik (Studi Kasus: PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK))**."

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Bagaimana mendapatkan harga opsi jual Amerika menggunakan metode Gerak Brown Geometrik?”

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari penyebaran pembahasan yang terlalu luas dan agar fokus lebih terarah, maka dibuat batasan masalah yang mencakup:

1. Data yang diolah merupakan harga penutupan (*closing price*) pada historis data harian saham PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK) dari periode 1 Juli 2023 hingga 1 Juli 2024.
2. Diasumsikan pergerakan harga saham pada pasar saham mengikuti Gerak Brown Geometrik.
3. Suku bunga bebas risiko yang digunakan berdasarkan data Sertifikat Bank Indonesia (SBI) dan diasumsikan konstan selama umur opsi.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan harga opsi jual Amerika menggunakan metode Gerak Brown Geometrik.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi mahasiswa
 - Menambah pemahaman dan pengetahuan mengenai penentuan harga opsi jual Amerika dengan metode Gerak Brown Geometrik.
 - Dapat menjadi referensi bagi peneliti berikutnya apabila ingin melakukan penelitian mengenai penentuan harga opsi jual Amerika menggunakan metode Gerak Brown Geometrik.
2. Bagi Masyarakat
 - Sebagai acuan para investor dalam bertransaksi opsi, khususnya pada opsi jual Amerika dengan acuan harga saham.
 - Memberikan data dan analisis yang berguna untuk pengambilan keputusan investasi.

1.6 Landasan Teori

1.6.1 Distribusi Normal dan Lognormal

Definisi 2. (Walpole, R. E., 1993) *Peubah acak X dikatakan mengikuti distribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2 , dinotasikan $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, jika mempunyai fungsi kepadatan*

$$f(x : \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad (1)$$

untuk $-\infty < x < \infty$, dengan $-\infty < \mu < \infty$ dan $\sigma > 0$.

Distribusi lognormal merupakan perluasan dari distribusi normal. Menurut Harinaldi (2005), suatu peubah acak kontinu non-negatif X dikatakan distribusi lognormal jika $\ln(X)$ berdistribusi normal. Fungsi kepadatan peluang dari suatu peubah acak X yang memenuhi distribusi lognormal dengan parameter μ dan σ adalah (Nelfi, 2019)

$$f_X(x : \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad (2)$$

untuk $x > 0$ dan $\sigma > 0$.

1.6.2 Proses Stokastik

Menurut Gross (2008), proses stokastik adalah himpunan variabel acak $\{X(t), t \in T\}$. Semua kemungkinan nilai yang dapat terjadi pada variabel acak $X(t)$ disebut ruang keadaan (*state space*). Suatu nilai t dari T disebut indeks atau parameter waktu. Dengan parameter waktu ini, proses stokastik dapat dibedakan menjadi dua bentuk yaitu:

- Jika $T = \{0,1,2,3, \dots\}$ maka proses stokastik ini berparameter diskrit dan biasanya disingkat dengan notasi $\{X_n\}$
- Jika $T = \{t | t \geq 0\}$ maka proses stokastiknya berparameter kontinu dan dinyatakan dengan notasi $\{X(t) | t \geq 0\}$.

Setiap variabel yang nilainya berubah dari waktu ke waktu secara tidak pasti dikatakan mengikuti proses stokastik. Proses stokastik didefinisikan (Hull, J., 2012):

Definisi 1. *Proses stokastik adalah kumpulan variabel random $\{X(t); t \in T\}$ dengan t menyatakan waktu dan $X(t)$ menyatakan proses pada saat t .*

Proses stokastik $\{X(t), t \geq 0\}$ dikatakan proses menghitung (*counting process*) jika $X(t)$ atau N_t menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi selama waktu t (Sugiyarto, 2021).

Proses stokastik yang sering digunakan dalam menggambarkan pergerakan acak dari suatu variabel acak adalah gerak *Brown*. Gerak *Brown* merupakan proses

stokastik dimana suatu perubahan terjadi dalam waktu yang cukup singkat (Lusiana et al., 2018).

1.6.3 Persamaan Diferensial Stokastik

Perubahan harga saham yang terjadi di pasar berlangsung dengan cepat. Berdasarkan faktor tersebut dapat dikatakan bahwa perubahan harga saham mengikuti gerak Brownian. Gerak Brownian merupakan proses stokastik di mana suatu perubahan terjadi dalam waktu yang cukup singkat (Widyawati et al., 2013).

Menurut Higham (2001), Persamaan Diferensial Stokastik memiliki bentuk sebagai berikut:

$$dX(t) = f(X(t))dt + g(X(t))dB(t) \quad (3)$$

untuk $t \in [0,1]$, nilai awal $X(0) = X_0$. Suku $f(X(t))dt$ merupakan suku drift, dengan $f(X(t))$ adalah koefisien drift. Sedangkan $g(X(t))dB(t)$ adalah suatu difusi, dengan $g(X(t))$ adalah koefisien difusi. $B(t)$ adalah gerak Brown Standar (Trimono et al., 2017).

1.6.4 Rantai Markov

Misalkan $X = \{X_n, n = 0,1,2, \dots\}$ adalah proses stokastik dimana X_n menyatakan *keadaan* dari sistem saat n . Jika semua nilai dari X_n merupakan elemen dari suatu himpunan S , maka S disebut ruang keadaan. Untuk rantai Markov dengan ruang keadaan merupakan himpunan berhingga atau terhitung, maka himpunan S dapat dituliskan: $S = \{0,1,2, \dots\}$. Penulisan $X_n = i$ menyatakan bahwa proses berada di keadaan i pada saat n . Rantai Markov merupakan proses stokastik dengan ruang keadaan berhingga dan berhitung, serta memiliki sifat Markovian (Massalesse, J., 2016)

Rantai Markov adalah suatu proses stokastik dengan sifat bahwa jika keadaan saat sekarang diketahui, peluang keadaan dari proses di satu langkah kedepan hanya dipengaruhi oleh keadaan proses di saat sekarang. Artinya, keadaan proses di waktu-waktu lampau tidak mempengaruhi keadaan kedepan (Sutsetyoko, R., 2016).

Rantai Markov mempunyai sifat kunci sebagai berikut:

Proses stokastik X_t dikatakan mempunyai sifat Markovian jika: $P\{X_{t+1} = j |$

$X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\}$ untuk $t = 0,1, \dots$ dan setiap urutan $i, j, k_0, k_1, \dots, k_{t-1}$. Sifat Markovian ini menyatakan bahwa peluang bersyarat dari “kejadian” mendatang dengan “kejadian” masa lampau dan state saat

ini $X_t = i$ adalah independen terhadap kejadian di waktu lalu dan hanya tergantung pada saat ini (Hillier dan Lieberman, 2010).

Hillier dan Liberman (1995) mengatakan nilai dari peubah X pada saat t pada proses ini dinamakan *state*. Apabila sistem tersebut bergerak dari *state* i pada suatu periode waktu ke *state* j pada waktu setelahnya, maka dapat dikatakan sistem tersebut telah mengalami transisi dari i ke j . Peluang transisi satu langkah dari *state* i saat menuju *state* j saat didefinisikan seperti dengan:

$$P_{ij} = P\{X_{t_k} = j \mid X_{t_{k-1}} = i\} \quad (4)$$

1.6.5 Investasi

Investasi adalah suatu komitmen untuk mendapatkan dana pada periode tertentu atau pembayaran di masa depan sebagai kompensasi bagi investor (Reilly dan Norton, 2007)

Investasi dapat berbentuk aktiva riil (*riil assests*) seperti emas dan barang berharga lain, tanah, barang-barang seni atau real estate, atau investasi dalam bentuk surat-surat berharga atau sekuritas (*marketable securities atau financial assets*) yang mana tujuan berinvestasi untuk meningkatkan kekayaan, baik sekarang dan di masa depan (Tambunan, 2020).

Investor dalam menginvestasikan dananya berharap agar mendapatkan imbal hasil (*return*). *Return* adalah satu-satunya jalan yang paling masuk akal bagi investor untuk membandingkan berbagai alternatif investasi dengan berbagai macam hasil dari alternatif tersebut (Jensen dan Jones, 2020).

Investasi merupakan salah satu alternative mendapatkan keuntungan yang cukup efektif. Investasi yang mengikuti perkembangan zaman salah satunya adalah investasi di pasar modal. Investasi pasar modal dapat dilakukan pada jenis instrumen investasi dengan risiko yang cukup tinggi, misalnya pada aset-aset finansial seperti saham, *warrants*, *options*, serta *futures* baik di pasar modal domestik maupun di pasar modal internasional. Alternatif investasi yang menjanjikan pendapatan tinggi dengan risiko yang tinggi adalah investasi dalam bentuk saham (Andriani dan Pohan, 2019).

1.6.6 Saham

Saham merupakan surat berharga sebagai bukti tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan hukum dalam suatu perusahaan, khususnya perusahaan yang memperdagangkan sahamnya (Lusiana et al., 2018). Harga saham merupakan harga yang dibentuk dari interaksi para penjual dan pembeli saham yang dilatarbelakangi oleh harapan terhadap profit perusahaan. Dalam aktivitas di pasar modal, harga saham merupakan faktor yang sangat penting dan harus diperhatikan

oleh investor dalam melaksanakan investasi, karena harga saham menunjukkan nilai suatu perusahaan. Semakin tinggi nilai harga saham semakin tinggi pula nilai perusahaan tersebut dan juga sebaliknya (Susilawati, C., 2012).

Harga saham di bursa ditentukan oleh kekuatan pasar, yang berarti harga saham tergantung dari kekuatan permintaan dan penawaran. Kondisi permintaan atau penawaran atas saham yang fluktuasi tiap harinya akan membawa pola harga saham yang fluktuatif juga. Pada kondisi dimana permintaan saham lebih besar, maka harga saham akan cenderung naik, sedangkan pada kondisi dimana penawaran saham lebih banyak maka harga saham akan menurun (Susilawati, C., 2012).

Karakteristik nilai harga saham yang berubah-ubah terhadap waktu dengan pola yang tidak terduga, menyebabkan pergerakan harga saham dimodelkan sebagai proses stokastik, dan dapat digolongkan ke dalam proses stokastik kontinu-waktu kontinu. Hal ini disebabkan oleh harga saham dapat berubah secara acak pada waktu kapan saja. Oleh karena itu, pergerakan harga saham dapat dilihat sebagai Persamaan Diferensial Stokastik sebagai berikut:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dB_t \quad (5)$$

dengan μ dan σ adalah konstan.

Sebagai salah satu instrumen investasi yang sering diperdagangkan di pasar modal, saham memberikan kesempatan untuk memperoleh keuntungan melalui capital gain dan dividen. Namun, untuk memahami sepenuhnya potensi keuntungan dan risiko yang terkait mengenai investasi saham, sangat penting untuk menganalisis return saham yang mencerminkan tingkat keuntungan atau kerugian yang diperoleh dari perubahan suatu harga saham dalam periode waktu tertentu. Selain itu, sangat penting pula untuk memperhatikan volatilitas saham yang menggambarkan tingkat fluktuasi dari harga saham sebagai ukuran risiko.

a. **Return Saham**

Return dari suatu aset perusahaan adalah tingkat pengembalian aset atau keuntungan yang diperoleh akibat melakukan investasi (Ruppert, 2004).

Terdapat beberapa jenis *return*, antara lain (Rahmawati, R. et al., 2017):

1. *Net Return*, yaitu keuntungan bersih yang dapat diperoleh dari suatu investasi. Jika S_t adalah harga saham pada saat t dan S_{t-1} adalah harga saham pada saat $t - 1$ dengan asumsi tidak adanya dividen, maka *net return* untuk periode $t - 1$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$R_t = \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 = S_t - \frac{S_{t-1}}{S_{t-1}} = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \quad (6)$$

2. *Gross Return*, yaitu nilai total pengembalian dari suatu investasi sebelum dikurangi berbagai biaya pengeluaran. Secara sederhana, *gross return* dapat dihitung sebagai berikut:

$$R_t = \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (7)$$

3. *Log Return* atau disebut juga *continuously compounded return* didefinisikan sebagai berikut:

$$R_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}}. \quad (8)$$

Persamaan *return* realisasi aset tunggal tanpa deviden yang sering banyak digunakan menurut (Jorion, 2002) adalah sebagai berikut:

$$R_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right)$$

dengan R_t adalah *return* periode ke- t , dan S_t merupakan harga saham pada periode ke- t (Megawati et al., 2022).

b. Volatilitas Saham

Menurut Bittman (2009), volatilitas adalah ukuran dari perubahan harga aset tanpa memperhatikan arahnya. Volatilitas saham merupakan standar deviasi dari *return*. Volatilitas sering digunakan untuk mengukur tingkat resiko dari suatu saham. Nilai volatilitas yang tinggi menunjukkan bahwa harga saham berubah naik dan turun dengan range yang sangat lebar, sedangkan volatilitas dikatakan rendah jika harga saham jarang berubah atau cenderung konstan. Metode untuk mengestimasi volatilitas *return* saham adalah volatilitas historis, yaitu volatilitas yang dihitung berdasarkan pada harga saham masa lalu, dengan anggapan bahwa perilaku harga saham dimasa lalu dapat mencerminkan perilaku harga saham dimasa mendatang.

Cara menghitung nilai volatilitas saham digunakan persamaan sebagai berikut (Lusiana et al. 2018):

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - \mu)^2 \quad (9)$$

dimana,

σ^2 = volatilitas

n = banyaknya pengamatan

μ = rata-rata dari *return*

1.6.7 Opsi

Opsi adalah suatu kontrak yang berisi hak (bukan kewajiban) kepada pemegang opsi untuk membeli atau menjual suatu aset dengan harga dan waktu pelaksanaan yang telah disepakati dalam perjanjian sebelumnya. Selayaknya saham, opsi juga merupakan surat berharga yang dapat diperjual-belikan, tetapi yang diperjual-belikan adalah hak jual dan hak beli dari opsi berikut. Opsi tidak akan memiliki nilai apabila pada saat sudah jatuh tempo pemegang opsi tidak menggunakan haknya untuk mengeksekusi opsi tersebut (Taufik et al., 2018).

Dilihat dari hak yang dimiliki, opsi dibedakan menjadi dua, yaitu:

1. Opsi Beli
Opsi beli yang lebih dikenal sebagai *call option*, adalah suatu hak untuk membeli sebuah saham pada harga kesepakatan (*strike price*) dan dalam jangka waktu tertentu.
2. Opsi Jual
Opsi jual yang lebih dikenal sebagai *put option*, adalah suatu hak untuk menjual sebuah saham pada harga kesepakatan (*strike price*) dan dalam jangka waktu tertentu.

Dilihat dari waktu pelaksanaan, opsi dibedakan menjadi dua, yaitu:

1. Opsi Eropa
Opsi Eropa yaitu suatu kontrak opsi yang hanya bisa dilaksanakan pada hari terakhir saat tanggal jatuh tempo masa berlakunya opsi tersebut.
2. Opsi Amerika
Opsi Amerika yaitu suatu kontrak opsi yang bisa dilaksanakan kapan saja di dalam masa berlakunya kontrak opsi.

Ada lima faktor yang mempengaruhi nilai opsi antara lain (Fabozzi, 2000):

1. Nilai dari *underlying asset*, semakin besar harga dari *underlying asset* maka semakin besar nilai dari opsi *call*.
2. Harga *exercise*, semakin rendah harga *strike* maka semakin besar nilai dari opsi *call*.
3. Nilai waktu uang, opsi *call* merupakan hak untuk membeli aset suatu waktu di masa depan dan. Dikarenakan opsi merupakan pembelian di masa depan maka semakin besar biaya kesempatan, akan semakin besar pula nilai opsi.
4. Volatilitas yang diharapkan, semakin besar volatilitas dari nilai *underlying asset* maka akan semakin besar pula nilai dari opsi saham
5. *Time to maturity* (periode waktu jatuh tempo), semakin lama masa waktu jatuh tempo maka akan semakin besar nilai opsi.

Pengaruh harga saham dan harga eksekusi opsi terhadap nilai opsi saham baik *call option* maupun *put option* dapat dijelaskan melalui perhitungan nilai intrinsik opsi saham. Waktu hingga eksekusi opsi dan volatilitas harga saham di pasar

memiliki hubungan positif dengan nilai opsi saham baik *call* maupun *put*. Semakin lama waktu hingga eksekusi semakin tinggi volatilitas harga saham di pasar, semakin bernilai pula harga *call option* atau *put option*. Tingkat suku bunga bebas risiko memiliki hubungan positif dengan opsi beli saham dan sebaliknya memiliki hubungan negatif dengan opsi jual saham (Bodie et al, 2002). Pada hakikatnya nilai dari pemegang opsi (*option holder*) akan meningkat ketika volatilitas dari saham sebagai *underlying asset*-nya meningkat pula (Ramli dan Dewi, 2018).

1.6.8 Skewness-Kurtosis

Metode statistik klasik dalam pengujian normalitas suatu data tidak begitu rumit. Berdasarkan pengalaman empiris ahli statistik, data yang banyaknya lebih dari 30 ($n > 30$), sudah dapat diasumsikan berdistribusi normal. Tetapi untuk memberikan kepastian data merupakan distribusi normal atau tidak, sebaiknya digunakan uji normalitas. Pada data yang lebih dari 30 bisa dipastikan berdistribusi normal, demikian juga yang kurang dari 30 belum tentu tidak berdistribusi normal, untuk itu perlu suatu pembuktian (Sintia, I. et al., 2022).

Skewness merupakan statistik yang digunakan dalam memberikan gambaran distribusi data apakah miring ke kiri, ke kanan atau simetris sedangkan *kurtosis* merupakan statistik yang digunakan dalam memberikan gambaran apakah distribusi data cenderung rata atau runcing (Setiawan, A., 2012).

Uji normalitas dengan *Skewness* dan *Kurtosis* mempunyai kelebihan yang tidak dapat diperoleh dari uji normalitas yang lain. Dimana dengan uji *skewness/kurtosis* akan dapat diketahui grafik normalitas menceng ke kanan atau ke kiri, terlalu datar atau mengumpuk di tengah. Oleh karena itu, uji normalitas dengan *Skewnees* dan *Kurtosis* juga sering disebut dengan ukuran kemencengan data (Sintia, I. et al., 2022).

Pengambilan kesimpulan uji *Skewness-Kurtosis* dengan cara melihat kedua nilai t baik t *skew* maupun t *kurt*, jika nilai tersebut berada pada rentang $-1,96 \leq t \leq 1,96$, maka data tersebut berdistribusi normal dan sebaliknya jika kedua nilai t atau hanya salah-satu nilai t berada diluar rentang nilai tersebut maka dapat disimpulkan bahwa data tidak berdistribusi normal (Sintia, I. et al., 2022).

Adapun rumus dari *Skewness* dan *Kurtosis* menurut Demir, S. (2022), yaitu:

$$skew = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^3 \quad (10)$$

$$kurt = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^4 - 3 \quad (11)$$

dengan

n : banyaknya data

X_i : return ke- i

μ : rata-rata return

σ : standar deviasi return

1.6.9 Uji Akar Unit

Menurut Ariefanto (2012), pengujian stasioneritas data adalah hal yang penting dalam analisis regresi data urut waktu. Uji stasioner ini dilakukan untuk menghindari regresi palsu. Salah satu uji stasioner yaitu uji akar unit dengan *Augmented Dickey-Fuller* (ADF).

Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) memasukkan adanya autokorelasi di dalam variabel gangguan dengan memasukkan variabel independen berupa kelambanan diferensi. *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) membuat uji akar unit dengan menggunakan metode statistik non parametrik dalam menjelaskan adanya autokorelasi antara variabel gangguan tanpa memasukkan variabel penjelas kelambanan diferensi.

Prosedur untuk menentukan apakah data stasioner atau tidak dengan cara membandingkan nilai antara nilai statistik *Augmented Dickey-Fuller* dengan nilai kritisnya yaitu distribusi statistik. Jika nilai absolut statistik ADF lebih besar dari nilai kritisnya, maka data yang diamati menunjukkan stasioner dan jika sebaliknya nilai absolut statistik ADF lebih kecil dari nilai kritisnya maka data tidak stasioner.

Langkah-langkah pengujian akar unit sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : data tersebut tidak stasioner

H_1 : data tersebut stasioner

Jika *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) test statistic > Test Critical Values (critical value $\alpha = 5\%$) maka data H_0 ditolak.

Jika *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) test statistic < Test Critical Values (critical value $\alpha = 5\%$) maka data H_1 diterima.

1.6.10 Brownian Motion (Gerak Brown)

Proses stokastik waktu kontinu $\{B_t : t > 0\}$ disebut Gerak Brown (Proses Wiener) jika memenuhi pernyataan-pernyataan berikut (Boateng, A. et al., 2023):

- $B_0 = 0$
- B_t kontinu di $t > 0$
- Untuk $t > 0$, perubahan $\Delta B = B_{t+\Delta t} - B_t$ selama periode Δt yang kecil adalah $\Delta B = Z\sqrt{\Delta t}$, dimana Z berdistribusi normal standar $N(0,1)$.

- $B_{t+\Delta t} - B_t$ dan $B_{s+\Delta s} - B_s$ untuk setiap $0 \leq s < t$ itu saling bebas dengan syarat $\Delta s < t - s$.

Proses $X_t = x + B_t$ adalah gerak Brown yang dimulai dari x (Calin, O., 2015).

Gerak Brown atau yang dikenal dengan proses Wiener adalah proses stokastik yang bersifat kontinu dan memiliki batas luas dan panjang tertentu. Gerak Brown memiliki prinsip kerja hampir sama dengan rantai Markov yakni memodelkan nilai prediksi tergantung pada kuantitas nilai sekarang (Mörters, P. dan Peres, Y., 2010). Gerak Brown dibentuk dari persamaan random walk yang bersifat simetri dengan mencari nilai limit dari distribusi random. Dalam random simetri, beberapa yang perlu diperhatikan adalah (Putri, D., 2020):

1. $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ dan variabel acak $S_{t_1} - S_{t_0}, S_{t_2} - S_{t_1}, \dots, S_{t_n} - S_{t_{n-1}}$ saling bebas, maka $\{S_t, t \geq 0\}$ disebut memiliki kenaikan saling bebas
2. $S_{t+s} - S_t$ memiliki distribusi yang sama. Karena itu $\{S_t, t \geq 0\}$ memiliki kenaikan stasioner.

Definisi 3. Gerak Brown Proses stokastik $\{S_t, t \geq 0\}$ dikatakan gerak Brown jika memenuhi syarat berikut (Ross, S., 1966):

1. $S_0 = 0$
2. $\{S_t, t \geq 0\}$ memiliki kenaikan stasioner dan saling bebas
3. $S_t \sim N(0, \sigma^2 t)$ untuk setiap $t > 0$

Saat $\sigma = 1$, maka proses ini disebut gerak Brown baku yang dilambangkan dengan B_t , sehingga menjadi seperti berikut:

$$B_t = \sqrt{t}Z, \quad (12)$$

dimana $Z \sim N(0,1)$

1.6.11 Gerak Brown Geometrik

Gerak Brown Geometrik merupakan bentuk eksponensial dari suatu gerak Brown dan merupakan jumlahan dari Gerak Brown yang terjadi pada selang waktu yang sangat kecil. Model gerak Brown Geometrik merupakan modifikasi dari gerak Brown dimana perubahan relatifnya berbentuk kombinasi dari pertumbuhan deterministik ditambah dengan perubahan acak yang berdistribusi normal (Susanto, B., 2012). Suatu model dapat dikatakan mengikuti Gerak Brown Geometrik, jika dapat dituliskan menjadi bentuk persamaan diferensial stokastik dan memenuhi asumsi-asumsi untuk gerak Brown. Model pergerakan harga saham diasumsikan mengikuti gerak Brown Geometrik karena harga saham tidak mungkin bernilai negatif (Putri, D. M. dan Hasibuan, L. H., 2020).

Jika $\{X(t), t \geq 0\}$ adalah Gerak Brown dengan koefisien drift μ dan parameter variansi σ^2 , maka suatu proses $\{S(T), T \geq 0\}$ yang didefinisikan sebagai

$$S(T) = e^{X(t)} \quad (13)$$

disebut Gerak Brown Geometrik dengan $X(t) = \sigma B(t) + \mu T$ (Sheldon M. Ross, 2014).

Gerak Brown Geometrik adalah proses stokastik waktu kontinu yang memenuhi Persamaan Diferensial Stokastik sebagai berikut (A. S. Agbam, 2021):

$$dS_T = \mu S_T dT + \sigma S_T dB_t. \quad (14)$$

Bukti:

Karena,

$$\begin{aligned} \frac{d(e^{X(t)})}{dX(t)} &= e^{X(t)} \\ d(e^{X(t)}) &= e^{X(t)} dX(t) \\ &= e^{X(t)} d[\sigma B(t) + \mu T] \\ &= e^{X(t)} [\sigma dB(t) + \mu dT] \\ &= \mu e^{X(t)} dT + \sigma e^{X(t)} B(t). \end{aligned}$$

Karena $S_T = e^{X(t)}$ maka diperoleh:

$$dS_T = \mu S_T dT + \sigma S_T dB_t.$$

Dengan:

dS_T : Perubahan harga saham

μ : Nilai *drift*

σ : Nilai volatilitas

B_t : Gerak Brown Baku

serta μ dan σ diasumsikan konstan.

1.6.12 Model Harga Saham

Di dalam pemodelan harga saham terdapat dua faktor yang sangat berpengaruh, yaitu keadaan saham pada waktu lalu yang berpengaruh pada harga saham saat ini dan respon saham terhadap informasi baru tentang saham. Berdasarkan kedua faktor ini dapat dikatakan bahwa perubahan harga saham mengikuti proses rantai Markov. Proses rantai Markov merupakan proses stokastik dimana harga saat ini berpengaruh untuk memprediksi harga yang akan datang.

Harga saham dilambangkan dengan S dan waktu dilambangkan dengan t . Perubahan harga saham dikenal sebagai *return*. Model umum *return* dari saham terdiri atas dua bagian, bagian pertama adalah bagian deterministik yang dilambangkan dengan μdt . Ukuran dari rata-rata pertumbuhan harga saham atau yang lebih dikenal dengan *drift* ditunjukkan sebagai μ . Sedangkan bagian kedua merupakan model perubahan harga saham secara random yang disebabkan oleh faktor eksternal. Faktor eksternal dilambangkan dengan σdB_t . Nilai σ didefinisikan sebagai volatilitas saham yang digunakan untuk mengukur standar deviasi dari *return* dan dapat dinyatakan sebagai fungsi dari S dan t . Nilai μ dan σ dapat diestimasi menggunakan harga saham pada hari sebelumnya (Praditya, K., 2012).

Dengan mengasumsikan harga saham S mengikuti Gerak Brown Geometrik memenuhi persamaan (Wulan, Y. A. dan Permana, D., 2018):

$$dS(T) = \mu S(T)dt + \sigma S(T)dB(t) \quad (15)$$

dengan

$B(t)$ = gerak Brown baku

Solusi persamaan (15) dapat diperoleh dengan menerapkan Lemma Ito. Adapun Lemma Ito diberikan sebagai berikut:

Lemma Ito. Misalkan diberikan sebuah fungsi G dari X_t dan t atau ditulis $G(X_t, t)$ yang merupakan fungsi kontinu dan terdiferensial. X_t adalah proses Ito yang didefinisikan sebagai berikut:

$$dX_t = a(X_t, t)dt + b(X_t, t)dB_t \quad (16)$$

dengan B_t merupakan proses Gerak Brown baku atau standar (Yunita, R. et al., 2015).

Selanjutnya diberikan $G(X_t, t)$ merupakan fungsi terdiferensial dari variabel X_t dan t , maka persamaan umum dari *Lemma Ito* dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial X_t} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial X_t^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial X_t} b dB_t. \quad (17)$$

Untuk memperoleh penyelesaian berdasarkan persamaan (17) dapat digunakan *Lemma Ito* dengan fungsi $G = F(S_T, t)$ merupakan fungsi terdiferensial dari variabel S_T dan t sebagai berikut:

$$dF(S_T, t) = \left(\frac{\partial F(S_T, t)}{\partial S_T} \mu(S_T, t) + \frac{\partial F(S_T, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F(S_T, t)}{\partial S_T^2} \sigma^2(S_T, t) \right) dT + \frac{\partial F(S_T, t)}{\partial S_T} \sigma(S_T, t) dB_t.$$

dengan nilai μ dan σ merupakan parameter dari variabel S_T dan t serta B_t adalah Gerak Brown.

Selanjutnya jika $F(S_T, t) = \ln S_T$, maka dari persamaan (17) diperoleh:

$$\begin{aligned} d \ln S_T &= \left(\frac{\partial \ln S_T}{\partial S_T} \mu S_T + \frac{\partial \ln S_T}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ln S_T}{\partial S_T^2} \sigma^2 S_T^2 \right) dT + \frac{\partial \ln S_T}{\partial S_T} \sigma S_T dB_t \\ &= \left(\frac{1}{S_T} \mu S_T + 0 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{S_T^2} \right) \sigma^2 S_T^2 \right) dT + \frac{1}{S_T} \sigma S_T dB_t \\ &= \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dT + \sigma dB_t. \end{aligned}$$

Dengan, $d \ln S_T = \frac{dS_T}{S_T} = d \ln \frac{S_T}{S_0}$, maka

$$\begin{aligned} d \ln \frac{S_T}{S_0} &= \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dT + \sigma dB_t, \\ \int d \ln \frac{S_T}{S_0} &= \int \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dT + \int \sigma dB_t \\ \ln \frac{S_T}{S_0} &= \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \sigma B_t \\ e^{\ln \frac{S_T}{S_0}} &= e^{\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \sigma B_t} \\ \frac{S_T}{S_0} &= e^{\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \sigma B_t} \\ S_T &= S_0 e^{\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \sigma B_t} \end{aligned} \tag{18}$$

dimana $B(t) = \sqrt{T}Z$ dan $\ln \left(\frac{S(T)}{S_0} \right) = \text{return}$.

1.6.13 Risk Neutral Pricing (Harga Saham Bebas Risiko)

Hubungan antara suku bunga dan harga saham juga merupakan perhatian dalam finansial. Misalnya hal ini ditunjukkan Alam dan Uddin (2009) yang membahas tentang suku bunga dan harga saham diantara negara berkembang. Pada makalah tersebut digunakan analisa waktu dan regresi (Praditya, K., 2012).

Dimisalkan besarnya tabungan awal $F = 1$. Besarnya tabungan setelah t periode dinotasikan dengan X_t . Bunga yang dibayarkan untuk periode t sama dengan

$$X_{t+1} - X_t.$$

Jika bunga sebanding dengan besarnya X_t maka dinamakan bunga berganda. Artinya:

$$X_{t+1} - X_t = rX_t, t = 0,1,2, \dots \quad (19)$$

dengan $r > 0$ dinamakan suku bunga. Persamaan (18) dapat dituliskan kembali menjadi:

$$X_{t+1} = (1 + r)X_t \quad (20)$$

dan diambil $X_0 = F = 1$, maka diperoleh $X_t = (1 + r)^t, t = 0,1,2, \dots$ dengan X_t adalah besarnya tabungan.

Selanjutnya diandaikan bahwa r suku bunga tahunan yang dibayarkan n kali setiap tahunnya. Kemudian, membagi satu tahun menjadi n subperiode dengan lebar sama, sehingga suku bunga untuk setiap periode $\frac{r}{n}$, maka besarnya tabungan setelah m periode dirumuskan oleh:

$$X_m = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m, m = 1,2, \dots \quad (21)$$

Dimisalkan $t = \frac{m}{n}$ untuk bilangan-bilangan asli m dan n , maka besarnya deposito saat t untuk bunga berganda dengan suku bunga r mempunyai rumus

$$X_t = \left(1 + \frac{r}{nt}\right)^{nt}. \quad (22)$$

Untuk n mendekati tak hingga atau $n \rightarrow \infty$, maka $X_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{nt}\right)^{nt} = e^{rt}$. Karena $X_0 = F = 1$, maka bentuk secara umum $X_t = e^{rt}X_0$ atau dapat pula dituliskan dalam bentuk

$$X_0 = e^{-rt}X_t \quad (23)$$

dengan e^{-rt} disebut sebagai faktor terdiskon.

Selanjutnya dimisalkan harga saham pada saat *expiry date* T dinyatakan dengan $S(T)$ dan diasumsikan bahwa:

1. $X = \ln \frac{S(T)}{S_0} \sim N(\mu T, \sigma^2 T)$
2. $S(0) = e^{-rt} E(S(T))$.

Dari asumsi pertama, *pdf* untuk X dapat ditulis dengan

$$f_x = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{(x-\mu T)^2}{2\sigma^2 T}}, \quad (24)$$

sehingga *pdf* untuk $\frac{S(T)}{S_0}$ dapat diperoleh dengan menggunakan teknik transformasi peubah acak melalui persamaan (24) dan berdasarkan distribusi lognormal

$$f_{\frac{S(T)}{S_0}} = \frac{1}{\frac{S(T)}{S_0} \sigma \sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{(\ln \frac{S(T)}{S_0} - \mu T)^2}{2\sigma^2 T}}. \quad (25)$$

Expected asset dapat diturunkan dengan memanfaatkan asumsi pertama, yaitu:

$$E \left[\frac{S(T)}{S_0} \right] = E \left[e^{\ln \left(\frac{S(T)}{S_0} \right)} \right] = E[e^X] = e^{\mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T},$$

dengan $E[e^X]$ adalah fungsi pembangkit momen saat $t = 1$ dari distribusi normal.

$$E[S(T)] = S_0 e^{\mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}, \quad (26)$$

sehingga dari asumsi kedua dan persamaan (26) dapat diperoleh

$$S_0 = e^{-rt} E[S(T)] = e^{-rt} S_0 e^{\mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T} \text{ dengan } -rt + \mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T = 0,$$

$(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T = rt$, karena t adalah periode waktu untuk membayar bunga tahunan dan T adalah periode jatuh tempo, sehingga dapat dimisalkan $t = T$,

jadi

$$\mu = r - \frac{1}{2}\sigma^2, \quad (27)$$

sehingga *pdf* untuk persamaan (25) dapat dituliskan menjadi

$$f_{\frac{S(T)}{S_0}} = \frac{1}{\frac{S(T)}{S_0} \sigma \sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\ln \frac{S(T)}{S_0} - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T)^2}{\sigma^2 T}},$$

$$f_{\frac{S(T)}{S_0}} = \frac{1}{\frac{S(T)}{S_0} \sigma \sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{Z^2}{2}},$$

dengan $Z = \frac{(\ln \frac{S(T)}{S_0} - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T)}{\sigma \sqrt{T}}$.

Dari,

$$Z = \frac{(\ln \frac{S(T)}{S_0} - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T)}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$Z\sigma\sqrt{T} = \ln \frac{S(T)}{S_0} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T$$

$$\ln \frac{S(T)}{S_0} = \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T + Z\sigma\sqrt{T}$$

$$e^{\ln \frac{S(T)}{S_0}} = e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T + \sigma\sqrt{T}Z}$$

$$\frac{S(T)}{S_0} = e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z}$$

$$S(T) = S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z}$$

diperoleh

$$S(T) = S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z}. \quad (28)$$

1.6.14 Model Opsi Jual (Put Option) Amerika

Secara matematis harga opsi jual dapat dinyatakan sebagai (Hull, J. C., 2009):

$$P = e^{-rT} E[K - S(T)] \quad (29)$$

Harga opsi jual tipe Amerika dipengaruhi oleh beberapa komponen seperti harga saham awal di pasar saham (S_0), harga saham pada waktu T ($S(T)$), harga strike (K), waktu sampai dengan jatuh tempo (T), volatilitas harga saham (σ), dan tingkat suku bunga bebas resiko (r) (Wulan, Y. A. dan Permana, D, 2018).

Apabila persamaan (28) disubstitusikan ke persamaan (29) akan diperoleh

$$P = e^{-rT} E \left[K - \left(S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z} \right) \right] \quad (30)$$

dengan menerapkan definisi nilai harapan $E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ ke persamaan (30) diperoleh

$$P = e^{-rT} \int_{-\infty}^{\infty} \left(K - \left(S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z} \right) \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (31)$$

$S(T)$ adalah harga saham dan telah kita tunjukkan bahwa harga saham pada penelitian ini mengikuti Gerak Brown Geometrik dan telah dijelaskan pula bahwa Gerak Brown Geometrik berdistribusi normal $N(0,1)$ maka $S(T)$ juga dapat dikatakan berdistribusi normal $N(0,1)$. Oleh karena itu, pada persamaan (31) digunakan *pdf* distribusi normal $N(0,1)$.

Kondisi yang harus dipenuhi dalam opsi jual agar tidak mengalami kerugian adalah:

$$K - S(T) \geq 0$$

sehingga diperoleh

$$K - S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z} \geq 0$$

$$\begin{aligned}
K &\geq S_0 e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}Z} \\
\ln K &\geq \ln\left(S_0 e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}Z}\right) \\
&\geq \ln S_0 + \ln e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}Z} \\
&\geq \ln S_0 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z \\
\ln K - \ln S_0 &\geq \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z \\
\ln \frac{K}{S_0} &\geq \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z \\
\ln \frac{K}{S_0} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T &\geq \sigma\sqrt{T}Z \\
\sigma\sqrt{T}Z &\leq \ln \frac{K}{S_0} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \\
Z &\leq \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{K}{S_0} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]
\end{aligned}$$

diperoleh,

$$Z \leq \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{K}{S_0} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right].$$

Selanjutnya jika didefinisikan suatu variabel T_1 sebagai berikut:

$$T_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{K}{S_0} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right] \quad (32)$$

atau

$$\begin{aligned}
T_1 &= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln K - \ln S_0 - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right] \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln S_0 - \ln K + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right) \right] \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right) \right] \quad (32.a)
\end{aligned}$$

sehingga syarat batas pada persamaan (31) berubah menjadi

$$P = \frac{e^{-rT}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} \left(K - \left(S_0 e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}z} \right) \right) e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^{-rT}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} K e^{-\frac{Z^2}{2}} - S_0 e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \\
&= \frac{e^{-rT}}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_{-\infty}^{T_1} K e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ - \int_{-\infty}^{T_1} S_0 e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \right) \\
&= \frac{e^{-rT}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} K e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ - \frac{e^{-rT}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} S_0 e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \\
&= e^{-rT} K \int_{-\infty}^{T_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ - \frac{e^{-rT} S_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} e^{(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \\
&= e^{-rT} K(\phi(T_1)) - \frac{e^{-rT} S_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} e^{rT} e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} e^{\sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ,
\end{aligned}$$

dengan

$$\phi(T) = \int_{-\infty}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \quad (33)$$

merupakan fungsi distributif kumulatif dari distribusi normal $N(0,1)$.

Jadi, persamaan P selanjutnya dapat ditulis

$$\begin{aligned}
P &= e^{-rT} K(\phi(T_1)) - \frac{e^{-rT} e^{rT} S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} e^{\sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \\
&= e^{-rT} K(\phi(T_1)) - \frac{S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_1} e^{\sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \\
&= e^{-rT} K(\phi(T_1)) - S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{-\infty}^{T_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma\sqrt{T}Z} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ.
\end{aligned}$$

Misalkan $Y = Z - \sigma\sqrt{T}$, batas Y untuk $Z = T_1$ adalah $Y = T_1 - \sigma\sqrt{T}$ dengan $dZ = dY$.

Maka

$$\begin{aligned}
P &= e^{-rT} K(\phi(T_1)) - S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{-\infty}^{T_1 - \sigma\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma\sqrt{T}(Y + \sigma\sqrt{T})} e^{-\frac{(Y + \sigma\sqrt{T})^2}{2}} dY \\
&= e^{-rT} K(\phi(T_1)) - S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{-\infty}^{T_1 - \sigma\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma\sqrt{T}Y + \sigma^2 T} e^{-\frac{(Y^2 + 2\sigma\sqrt{T}Y + \sigma^2 T)}{2}} dY \\
&= e^{-rT} K(\phi(T_1)) - S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{-\infty}^{T_1 - \sigma\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{2\sigma\sqrt{T}Y + 2\sigma^2 T - Y^2 - 2\sigma\sqrt{T}Y - \sigma^2 T}{2}} dY
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= e^{-rT}K(\phi(T_1)) - S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{-\infty}^{T_1 - \sigma\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{\sigma^2 T - Y^2}{2}} dY \\
&= e^{-rT}K(\phi(T_1)) - S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} \int_{-\infty}^{T_1 - \sigma\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{\sigma^2 T}{2}} e^{-\frac{Y^2}{2}} dY \\
&= e^{-rT}K(\phi(T_1)) - S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 T} e^{\frac{\sigma^2 T}{2}} \int_{-\infty}^{T_1 - \sigma\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Y^2}{2}} dY \\
&= e^{-rT}K(\phi(T_1)) - S_0 \int_{-\infty}^{T_1 - \sigma\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Y^2}{2}} dY \\
&= e^{-rT}K(\phi(T_1)) - S_0 (\phi(T_1 - \sigma\sqrt{T})).
\end{aligned}$$

sehingga persamaan (31) menjadi

$$P = Ke^{-rT}(\phi(T_1)) - S_0 (\phi(T_1 - \sigma\sqrt{T})). \quad (34)$$

Selanjutnya akan dihitung nilai $T_1 - \sigma\sqrt{T}$ menggunakan persamaan (32.a), yaitu

$$\begin{aligned}
T_1 - \sigma\sqrt{T} &= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right) \right] - \sigma\sqrt{T} \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right) \right] - \frac{\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right) - \sigma^2 T \right] \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + rT - \frac{1}{2}\sigma^2 T + \sigma^2 T \right) \right] \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + rT + \frac{1}{2}\sigma^2 T \right) \right] \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right) \right]
\end{aligned}$$

diperoleh

$$T_1 - \sigma\sqrt{T} = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[-\left(\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right) \right]. \quad (35)$$

Apabila persamaan (35) dan (32.a) yang disubstitusikan ke persamaan (34) diperoleh solusi untuk *put option* yaitu:

$$P = Ke^{-rT} \phi \left\{ -\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right] \right) \right\} - S_0 \phi \left\{ -\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right] \right) \right\}$$

atau

$$P = Ke^{-rT}\phi(-d_1) - S_0\phi(-d_2) \quad (36)$$

karena berlaku identitas

$$\phi(Z) + \phi(-Z) = 1 \quad (37)$$

maka persamaan (36) menjadi

$$P = Ke^{-rT}(1 - \phi(d_1)) - S_0(1 - \phi(d_2)) \quad (38)$$

dengan

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right] \quad (39)$$

$$d_2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right] \quad (40)$$

BAB II

METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu data yang diperoleh dan dikumpulkan oleh pihak lain kemudian digunakan kembali oleh peneliti. Pada hal ini peneliti memperoleh data secara online melalui website <https://finance.yahoo.com/>. Data yang diambil tersebut merupakan historis data harian saham **PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK)** periode Juli 2023 hingga Juli 2024.

2.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode deskriptif dengan cara menganalisa teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan.

2.3 Variabel dan Parameter Penelitian

Variabel yang digunakan dalam pembentukan model ini adalah sebagai berikut:

μ : rata-rata tingkat pertumbuhan saham

σ : volatilitas

Sedangkan parameter yang digunakan yaitu:

$S(t)$: harga saham saat t

t : waktu sekarang (*current time*)

T : waktu jatuh tempo (tahun)

r : tingkat suku bunga bebas risiko

R : rata rata tingkat pengembalian (return)

K : *strike price* (harga eksekusi)

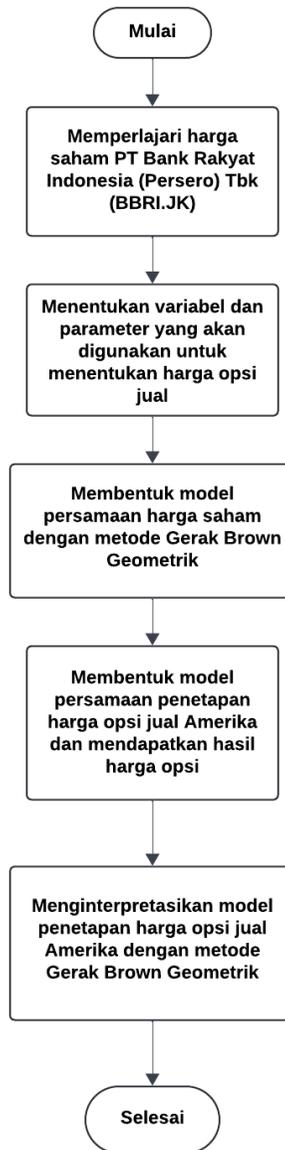
2.4 Tahapan Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah:

1. Mempelajari pergerakan harga saham "PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK)" pada pasar saham.
2. Membentuk formula untuk harga Opsi Amerika menggunakan Metode Gerak Brown Geometrik.
 - a. Menentukan variabel dan parameter yang akan digunakan untuk menentukan harga opsi
 - b. Membentuk model persamaan harga saham dengan metode Gerak Brown Geometrik
 - c. Membentuk model persamaan harga saham bebas risiko

- d. Membentuk model persamaan penetapan harga opsi jual Amerika
- e. Mendapatkan hasil harga opsi jual Amerika
3. Menginterpretasikan model penetapan harga opsi jual Amerika dengan metode Gerak Brown Geometrik yang telah diperoleh.
4. Menarik Kesimpulan.

2.5 Alur Penelitian



Gambar 1. Alur Penelitian