

**ANALISIS PREDIKSI KURS RUPIAH TERHADAP
DOLAR AMERIKA SERIKAT PERIODE AGUSTUS
2023 - JULI 2024 DENGAN METODE *HIDDEN
MARKOV MODEL* MENGGUNAKAN RSTUDIO**

SKRIPSI



NAWA EHZA FADHILLAH

H081201030

PROGRAM STUDI ILMU AKTUARIA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

FEBRUARI 2024

**ANALISIS PREDIKSI KURS RUPIAH TERHADAP
DOLAR AMERIKA SERIKAT PERIODE AGUSTUS
2023 – JULI 2024 DENGAN METODE *HIDDEN
MARKOV MODEL* MENGGUNAKAN RSTUDIO**

SKRIPSI

**Di ajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana
Aktuaria pada Program Studi Ilmu Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

NAWA EHZA FADHILLAH

H081201030

**PROGRAM STUDI ILMU AKTUARIA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

FEBRUARI 2024

HALAMAN PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul

Analisis Prediksi Kurs Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat Periode Agustus 2023 – Juli 2024 Dengan Metode *Hidden Markov Model* Menggunakan RStudio

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 23 Februari 2024



Nawa Ehza Fadhillah

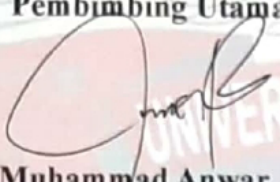
H081201030

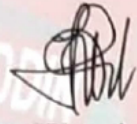
**ANALISIS PREDIKSI KURS RUPIAH TERHADAP DOLAR
AMERIKA SERIKAT PERIODE AGUSTUS 2023 – JULI 2024
DENGAN METODE *HIDDEN MARKOV MODEL*
MENGUNAKAN RSTUDIO**

disetujui oleh:

Pembimbing Utama,

Pembimbing Pertama


Dr. Andi Muhammad Anwar, S.Si., M.Si.
NIP. 199012282018031001


Illuminata Wynnica, S.Si., M.Si.
NIP. 199511012022044001

Pada 23 Februari 2024

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Nawa Ehza Fadhillah


NIM : H081201030


Program Studi : Ilmu Aktuaria

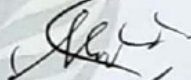
Judul Skripsi : Analisis Prediksi Kurs Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat
Periode Agustus 2023 – Juli 2024 Dengan Metode *Hidden Markov Model* Menggunakan RStudio

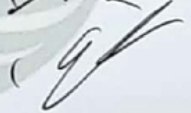
Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Aktuaria pada Program Studi Ilmu Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

Ketua : Dr. Andi Muhammad Anwar, S.Si., M.Si. ()

Sekretaris : Illuminata Wynnies, S.Si., M.Si. ()

Anggota : Mauliddin, S.Si., M.Si. ()

Anggota : Edy Saputra Rusdi, S.Si., M.Si. ()

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 23 Februari 2024

HALAMAN PENGESAHAN

**ANALISIS PREDIKSI KURS RUPIAH TERHADAP DOLAR AMERIKA
PERIODE AGUSTUS 2023 – JULI 2024 SERIKAT DENGAN METODE
HIDDEN MARKOV MODEL MENGGUNAKAN RSTUDIO**

Disusun dan diajukan oleh
NAWA EHZA FADHILLAH
H081201030


Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka
Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Ilmu Aktuaria Fakultas
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Pada tanggal, 23 Februari 2024

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

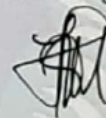
Pembimbing Utama,



Dr. Andi Muhammad Anwar, S.Si., M.Si.

NIP. 199012282018031001

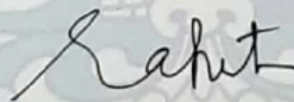
Pembimbing Pertama



Illuminata Wynnne, S.Si., M.Si.

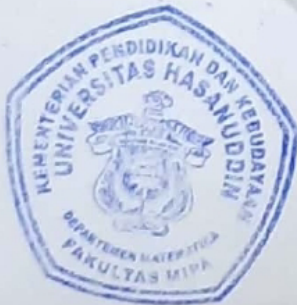
NIP. 199511012022044001

Ketua Program Studi,



Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.

NIP.196412311990032007



KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, sebagai Nabi yang telah menjadi suri tauladan bagi seluruh umatnya sehingga penyusunan skripsi ini dapat terselesaikan dengan judul “**Analisis Prediksi Kurs Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat Periode Agustus 2023 – Juli 2024 Dengan Metode *Hidden Markov Model* Menggunakan RStudio**”, sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar **Sarjana Ilmu Aktuaria (S.Aktr)** pada Program Studi Ilmu Aktuaria Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa dalam penyelesaian skripsi ini tidak dapat terselesaikan tanpa adanya bantuan, dukungan, bimbingan, motivasi, serta nasehat dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, izinkan penulis mengucapkan terima kasih dan memberikan penghargaan kepada kedua orang tua penulis, Bapak **Ikhsan, S.Hut.** dan Ibu **Linda Astutik** yang telah sabar membesarkan dan mendidik penulis, serta memberikan do’a dan materi, sehingga penulis bisa mencapai titik ini dan mampu menyelesaikan pendidikan di perguruan tinggi dan mendapat gelar yang insya Allah dapat bermanfaat di kemudian hari. Terima kasih kepada Adik penulis **Fathir Dwi Maulana**, dan **Quinzha Trisnanda Habibah**, serta seluruh keluarga yang telah memberi do’a dan dukungan dalam menyelesaikan skripsi ini. Pada kesempatan ini pula, penulis hendak menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya, serta Bapak **Dr. Eng. Amiruddin** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya.
2. Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta Bapak dan Ibu **Dosen Departemen Matematika** terutama pada Bapak dan Ibu **Dosen Program Studi Ilmu Aktuaria** yang telah memberikan banyak ilmu dan pengetahuan kepada penulis selama menjadi

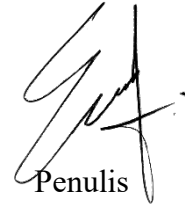
mahasiswa di Program Studi Ilmu Aktuaria serta Para Staf Departemen Matematika yang telah membantu dan memudahkan penulis dalam berbagai hal administrasi.

3. Ibu **Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.**, selaku Ketua Program Studi Ilmu Aktuaria yang senantiasa membantu dalam hal memberikan arahan selama masa studi penulis hingga penyusunan skripsi maupun administrasi penulis.
4. Bapak **Dr. Andi Muhammad Anwar, S.Si., M.Si.** selaku Dosen Pembimbing Utama dan Ibu **Illuminata Wynn timer, S.Si., M.Si.** selaku Dosen Pembimbing Pertama yang dengan sabar, tulus, dan ikhlas meluangkan banyak waktu di tengah kesibukan dan prioritasnya untuk membimbing dan memberi masukan serta motivasi dalam penulisan skripsi ini.
5. Bapak **Mauliddin, S.Si., M.Si.** dan Bapak **Edy Saputra Rusdi, S.Si., M.Si.** selaku Tim Penguji yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan masukan dan kritikan yang membangun terhadap penyempurnaan penulisan skripsi ini.
6. Kakak, **Meiliana Nurul Rahmah, S.Aktr** dan **Zidan Nadif Ramadhan** yang telah membantu penulis selama penelitian, menyemangati dan membangun komunikasi yang baik dengan penulis.
7. Sahabat penulis Pasger 23, **Muh. Alim Ma'arij, Nur Hasana, Ufairah Damara Bashir, Alifia Nurul Khairiyah, Ahmad Hamsa Pattuneri, Elisah Maria Dafosha Jauung, Muh. Nawwaf Nirwan, Nurhalima, Nardianti Puspita Sary, Febi Lestari** dan **Muh. Resky Fadil** yang telah yang telah kebersamai penulis dalam berorganisasi khususnya dalam menyelenggarakan Mathematics Event XXIII selama masa studi sarjana.
8. Sahabat penulis TPS ME'20, **Nur Talitha Putri Hasilawanto, Wardah Hidayah H., Muhammad Ahnaf Yusuf, Ariqah Mumtazah, Ummul Qura,** dan **Nuralifa Rezky Mustika** yang senantiasa kebersamai penulis dalam jenjang *organizing committee* maupun jenjang *steering committee* pada divisi Tim Pembuat Soal Mathematics Event selama tiga tahun berturut-turut.

9. Sahabat penulis Trio Kwek-Kwek, **Nur Febrianti Bakri** dan **Nur Indah Fauziah Tahir** yang telah memberikan dukungan serta telah kebersamai penulis selama masa studi sarjana.
10. Sahabat penulis Partner PMM 2 Unpad, **Satria Rio Gersia Lomo, S.Aktr** dan **Rahmat Hermawan** yang senantiasa kebersamai penulis selama masa studi sarjana.
11. Sahabat skripsian penulis, **Nunung Novitasari** dan **Athirah Safinatunnajah, S.Aktr.** yang telah kebersamai penulis selama masa studi sarjana, terutama dalam masa penyelesaian skripsi ini.
12. Sahabat penulis **Himatika Cerdas, Ilmu Aktuaria 2020, HORIZONTAL 2020** dan **Pusat Konsultasi Matematika Periode 2022/2023 - 2023/2024** yang senantiasa memberikan bantuan dan dukungan moril kepada penulis, serta memberikan momen berharga bagi penulis selama masa studi sarjana.
13. Kucing kesayangan penulis, **Oreo** yang senantiasa mendengarkan segala keluh kesah penulis serta menemani penulis selama masa penyelesaian skripsi ini.
14. Husbu penulis, **Gojo Satoru** yang senantiasa menjadi sumber inspirasi dan dukungan dalam proses penulisan skripsi ini, keberadaannya membawa semangat baru dalam setiap langkah perjalanan akademik penulis.
15. **Diri penulis sendiri**, yang telah bertahan sampai sejauh ini, terima kasih yang tulus kepada diri penulis sendiri. Dalam perjalanan yang penuh liku ini, penulis telah menghadapi banyak rintangan, keraguan, dan kejenuhan. penulis bersyukur atas ketabahan dan semangat penulis yang tak pernah padam, yang telah membawa penulis melalui setiap tantangan dan membuat penulis sampai ke titik ini. Terima kasih untuk kekuatan, keteguhan, dan tekad penulis sendiri yang telah membantu penulis menyelesaikan skripsi ini.
16. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, yang telah memberikan do'a, dukungan, motivasi dan inspirasi bagi penulis dalam mengerjakan skripsi ini.

Akhir kata, penulis berharap semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 23 Februari 2024

A handwritten signature in black ink, consisting of several fluid, overlapping strokes that form a stylized name or set of initials.

Penulis

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMISI**

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nawa Ehza Fadhillah
Nim : H081201030
Program Studi : Ilmu Aktuaria
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

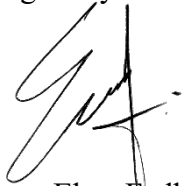
demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya saya yang berjudul:

**Analisis Prediksi Kurs Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat Periode
Agustus 2023 – Juli 2024 Dengan Metode *Hidden Markov Model*
Menggunakan RStudio**

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak Universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolah dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya,
Dibuat di Makassar pada, 23 Februari 2024

Yang menyatakan,



Nawa Ehza Fadhillah

ABSTRAK

Kurs mata uang adalah faktor penting dalam perekonomian suatu negara. Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi pergerakan kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat (USD) menggunakan metode *Hidden Markov Model (HMM)* dengan bahasa pemrograman R. Dilakukan sebagai respons terhadap fluktuasi signifikan kurs Rupiah pada Juli 2023, penelitian ini mendukung kebijakan ekonomi di Indonesia. Pendekatan analisis kuantitatif digunakan dengan jenis penelitian deskriptif. Data kurs Rupiah terhadap Dolar AS dan tingkat inflasi Indonesia dan AS dikumpulkan dan dianalisis menggunakan RStudio. Langkah-langkah analisis melibatkan preprocessing data, pembagian data ke dalam state, inisialisasi model HMM, evaluasi probabilitas observasi, identifikasi state dengan algoritma Viterbi, dan pembaruan parameter model dengan algoritma Baum-Welch. Prediksi kurs Rupiah terhadap Dolar AS untuk Agustus 2023 - Juli 2024 menunjukkan penguatan yang konsisten, namun akurasi model masih perlu ditingkatkan. Penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi dalam bidang peramalan kurs mata uang dan wawasan bagi perekonomian Indonesia.

Kata kunci: Kurs mata uang, Rupiah, Dolar Amerika Serikat, *Hidden Markov Model (HMM)*, prediksi, RStudio.

Judul : Analisis Prediksi Kurs Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat Periode Agustus 2023 – Juli 2024 Dengan Metode *Hidden Markov Model* Menggunakan RStudio
Nama : Nawa Ehza Fadhillah
NIM : H081201030
Program Studi : Ilmu Aktuaria

ABSTRACT

The exchange rate is a crucial factor in a country's economy. This research aims to predict the movement of the Indonesian Rupiah against the United States Dollar (USD) using the Hidden Markov Model (HMM) method with the R programming language. Conducted in response to significant fluctuations in the Rupiah exchange rate in July 2023, this study supports economic policies in Indonesia. A quantitative analysis approach is utilized with descriptive research. Data on the Rupiah exchange rate against the US Dollar and inflation rates in Indonesia and the US were collected and analyzed using RStudio. The analysis steps involve data preprocessing, data segmentation into states, HMM model initialization, observation probability evaluation, state identification using the Viterbi algorithm, and model parameter updating using the Baum-Welch algorithm. Predictions of the Rupiah exchange rate against the US Dollar for August 2023 - July 2024 indicate consistent strengthening, although model accuracy still needs improvement. This research is expected to contribute to currency exchange rate forecasting and provide insights into the Indonesian economy.

Keywords : *Currency exchange rate, Rupiah, United States Dollar, Hidden Markov Model (HMM), prediction, RStudio.*

Title : Analysis of Indonesian Rupiah Exchange Rate Prediction Against the United States Dollar for the Period of August 2023 - July 2024 Using Hidden Markov Model Method with Rstudio

Name : Nawa Ehza Fadhillah

Student ID : H081201030

Study Program : Actuarial Science

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN KEOTENTIKAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
KATA PENGANTAR	vi
PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR.....	x
ABSTRAK.....	xi
ABSTRACT	xii
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR.....	xvi
DAFTAR NOTASI.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
I.1 Latar Belakang.....	1
I.2 Rumusan Masalah.....	2
I.3 Batasan Masalah	3
I.4 Tujuan Penelitian	3
I.5 Manfaat Penulisan	3
I.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
II.1 Kurs Mata Uang.....	6
II.2 Forecasting.....	7
II.3 Proses Stokastik	7
II.3.1 Rantai Markov Diskrit	7
II.4 <i>Hidden Markov Model</i>	8
II.4.1 Tiga Masalah Dasar HMM	9
BAB III METODE PENELITIAN	15
III.1 Pendekatan dan Jenis Penelitian	15
III.2 Waktu dan Tempat Penelitian.....	15
III.3 Objek Penelitian	15

III.4	Jenis dan Sumber Data	15
III.5	Metode Pengumpulan Data	16
III.6	Metode Analisis Data	16
III.7	Alur Kerja.....	18
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN		19
IV.1	Data.....	19
IV.1.1	Data Kurs Rupiah terhadap Dolar.....	19
IV.1.2	Data Tingkat Inflasi Indonesia dan Amerika Serikat.....	20
IV.2	<i>Pre-Processing Data</i>	21
IV.3	Mendefinisikan Struktur HMM	24
IV.4	Evaluation Problem	26
IV.5	Decoding Problem	29
IV.6	Learning Problem	31
IV.7	Hasil Prediksi.....	35
IV.8	Visualisasi Hasil Prediksi	36
IV.9	Menganalisis Hasil Prediksi Terhadap Pertumbuhan Ekonomi	36
BAB V KESIMPULAN		38
V.1	Kesimpulan	38
V.2	Saran	39
DAFTAR PUSTAKA.....		40
LAMPIRAN		42

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Data Mentah Kurs Transaksi Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat	20
Tabel 4. 2 Data Tingkat Inflasi Indonesia dan Amerika Serikat	20
Tabel 4. 3 Statistik Deskriptif Kurs Tengah Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat	23
Tabel 4. 4 <i>State</i> Kurs Tengah Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat.....	23
Tabel 4. 5 Perbandingan Tingkat Inflasi Indonesia dan Amerika Serikat	23
Tabel 4. 6 Pembagian <i>State</i> pada Data	24
Tabel 4. 7 Tabel Kontingensi Observasi.....	25
Tabel 4. 8 Distribusi Probabilitas Inisial	26
Tabel 4. 9 Hasil Prediksi Kurs Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat Periode Agustus 2023 - Juli 2024	35

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Urutan <i>state</i> yang mungkin untuk $1 \leq i \leq N$ dan $1 \leq t \leq T$	10
Gambar 3. 1 Alur Kerja	18
Gambar 4. 1 Kurs Transaksi Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat	19
Gambar 4. 2 Visualisasi Kurs Jual, Kurs Beli dan Kurs Tengah.....	22
Gambar 4. 3 Visualisasi Tingkat Inflasi Indonesia dan Amerika Serikat.....	22
Gambar 4. 4 Penggunaan Fungsi Forward dalam Mencari $P(O \lambda)$	27
Gambar 4. 5 Urutan Observasi yang Mungkin	28
Gambar 4. 6 Peluang Urutan Observasi.....	29
Gambar 4. 7 Total Probabilitas Observasi	29
Gambar 4. 8 Keadaan <i>State</i> Yang Paling Mungkin	30
Gambar 4. 9 Evaluasi Model HMM	30
Gambar 4. 10 Plot Akurasi Hasil Viterbi.....	31
Gambar 4. 11 Fungsi untuk Algoritma Backward.....	32
Gambar 4. 12 Fungsi untuk Algoritma Baum-Welch.....	33
Gambar 4. 13 Hasil Algoritma <i>Baum-Welch</i>	33
Gambar 4. 14 Model HMM yang telah diperbarui	34
Gambar 4. 15 Akurasi Model HMM	34
Gambar 4. 16 Visualisasi Kurs Hasil Prediksi.....	36

DAFTAR NOTASI

Notasi	Keterangan
N	: Jumlah <i>state</i> yang tersembunyi (<i>hidden state</i>)
M	: Jumlah <i>state</i> yang teramati (<i>observed state</i>)
A	: Matriks peluang transisi
B	: Matriks peluang observasi
S	: Berbagai kemungkinan <i>state</i>
V	: Berbagai observasi yang mungkin
a_{ij}	: Elemen matriks peluang transisi
b_{jm}	: Elemen matriks peluang observasi
Q_t	: <i>State</i> pada waktu t
O_t	: Observasi pada waktu t
$\pi(\mathbf{0})$: Peluang inisial atau <i>state</i> awal
$\pi_i(\mathbf{0})$: Peluang bahwa keadaan Q_0 berada pada <i>state</i> s_{i_0}
$\alpha_t(i)$: Variabel <i>forward</i>
$\delta_t(i)$: Probabilitas maksimum dari semua jalur yang mencapai keadaan tersembunyi (<i>state</i>) s_i pada waktu t pada algoritma <i>viterbi</i>
$\psi_t(i)$: Variabel yang digunakan untuk melacak keadaan (<i>state</i>) sebelumnya yang memberikan probabilitas maksimum $\delta_t(i)$ pada waktu t pada algoritma <i>Viterbi</i>
λ	: Model markov tersembunyi (<i>Hidden Markov Model</i>)
$P(O \lambda)$: Probabilitas observasi O yang dihasilkan oleh model HMM dengan parameter λ
$\beta_t(i)$: Variabel <i>backward</i>

- $\xi_t(i, j)$: Probabilitas proses berada di *state* s_i pada waktu t dan beralih ke *state* s_j pada waktu $t + 1$, dengan asumsi diberikan barisan observasi O dan model λ
- $\gamma_t(i)$: Peluang proses berada pada *state* s_i saat waktu t , jika diberikan barisan observasi O , dan model λ
- $\bar{\pi}_i$: Peluang re-estimasi untuk probabilitas distribusi awal (π) keadaan tersembunyi (*states*) s_i pada waktu $t = 1$
- \bar{a}_{ij} : Peluang re-estimasi untuk probabilitas transisi dari keadaan tersembunyi (*state*) s_i ke s_j
- $\bar{b}_j(k)$: Peluang re-estimasi untuk probabilitas observasi simbol pengamat v_k dalam keadaan tersembunyi (*state*) s_j
- $\bar{\lambda}$: Model re-estimasi setelah menjalankan algoritma *Baum-Welch*
- $P(O|\bar{\lambda})$: Probabilitas observasi O yang dihasilkan oleh model HMM dengan parameter $\bar{\lambda}$
- MAPE* : *Mean Absolute Percentage Error*
- n : Jumlah pengamatan
- A_t : Nilai aktual dari pengamatan pada waktu t
- F_t : Nilai peramalan pada waktu t

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 : Penjabaran Rumus Algoritma Forward, Backward dan Viterbi	42
Lampiran 2 : Data Lengkap Kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat Periode Agustus 2022 - Juli 2023	46
Lampiran 3 : Hasil Prediksi <i>State</i> Kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat Periode Agustus 2023 – Juli 2024	58
Lampiran 4 : Kode Lengkap RStudio	69
Lampiran 5 : Hasil Program Rstudio	79

BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Kurs mata uang adalah salah satu faktor penting yang mempengaruhi perekonomian suatu negara, termasuk kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika. Kurs yang menguat dapat berdampak positif terhadap pertumbuhan ekonomi, sementara kurs yang melemah dapat berdampak negatif terhadap ekspor, impor, inflasi, dan investasi. Oleh karena itu, pergerakan kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika perlu diperhatikan dalam analisis dan kebijakan ekonomi di Indonesia.

Sejalan dengan pentingnya perhatian terhadap pergerakan kurs Rupiah, Menkeu Sri Mulyani dan DPR menurunkan target pertumbuhan ekonomi Indonesia pada 2024 menjadi 5,1% - 5,7% dari sebelumnya 5,3% - 5,7%. Keputusan ini menggambarkan tantangan ekonomi yang dihadapi dan mendorong penggunaan metode analisis yang efektif (Hidranto, 2023).

Pada Juli 2023, kurs Rupiah mengalami fluktuasi yang signifikan. Rupiah bahkan mencatatkan pelemahan drastis hingga mencapai Rp 15.267,96/US\$1 dan menjadi posisi terlemah selama bulan Juli. Kepala Departemen Pengelolaan Moneter Bank Indonesia (BI), Edi Susianto, menegaskan komitmen bank sentral untuk tetap menjaga stabilitas kurs. Meskipun demikian, situasi seperti ini menuntut pemahaman yang mendalam tentang faktor-faktor yang mempengaruhi pergerakan kurs.

Dalam konteks prediksi kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika, HMM dapat membantu mengidentifikasi pola dan tren yang tersembunyi dalam data historis, sehingga dapat digunakan untuk memprediksi pergerakan kurs di masa depan. Metode *Hidden Markov Model* (HMM) merupakan metode statistik yang dapat digunakan untuk memodelkan dan memprediksi data yang memiliki sifat sekuensial, seperti pergerakan kurs. Metode ini mempertimbangkan hubungan antara keadaan tersembunyi (*hidden state*) dan observasi yang terjadi.

Dalam penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh G.P. Brian Are dan Sampe Hotlan Sitorus dalam jurnal "Coding: Jurnal Komputer dan Aplikasi" (Volume 08, No. 01, 2020), metode HMM digunakan untuk memprediksi kurs mata uang Rupiah

terhadap Dolar Amerika. Prediksi tersebut dibagi menjadi tiga periode waktu yang berbeda, yakni satu bulan, tiga bulan, dan satu tahun. Untuk penelitian ini, bahasa pemrograman *python* digunakan dalam memprediksi.

Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa kesalahan prediksi terkecil terjadi pada periode satu bulan dan tiga bulan, sementara kesalahan prediksi yang lebih tinggi ditemukan pada periode satu tahun. Meskipun berhasil dalam meramalkan kurs mata uang, penelitian ini belum mampu memberikan analisis yang memiliki dampak signifikan terhadap ekonomi Indonesia. Selain itu, ada beberapa kekurangan dalam menggunakan bahasa pemrograman *Python* dibandingkan dengan bahasa pemrograman R untuk jenis penelitian ini, seperti terbatasnya fungsionalitas statistik dan kurangnya integrasi dengan alat analisis data yang lebih baik.

Maka dari itu, penelitian ini bertujuan untuk melanjutkan analisis dengan menggunakan bahasa pemrograman R. Bahasa pemrograman R memiliki keunggulan dalam menganalisis data dan statistik, serta memiliki berbagai paket statistik yang baik yang memungkinkan analisis yang lebih mendalam dan akurat.

Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat menjadi pelengkap dari penelitian sebelumnya dan memberikan kontribusi yang lebih substansial dalam bidang peramalan dan prediksi kurs mata uang, serta memberikan wawasan yang lebih berarti bagi perekonomian Indonesia.

Tantangan ini menuntut adanya pendekatan analisis yang lebih cermat dan efektif dalam meramalkan pergerakan kurs Rupiah terhadap dolar Amerika. Oleh karena itu, akan dilakukan penelitian “Analisis Prediksi Kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat Periode Agustus 2023 - Juli 2024 dengan Metode *Hidden Markov Model* Menggunakan RStudio.”

I.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana hasil prediksi kurs Rupiah terhadap dolar Amerika satu tahun berikutnya menggunakan *Hidden Markov Model* (HMM)?
2. Apa saja pengaruh hasil prediksi tersebut terhadap pertumbuhan ekonomi satu tahun berikutnya?

I.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini hanya akan memprediksi pergerakan kurs Rupiah terhadap dolar Amerika pada rentang waktu Juli – September 2023.
2. Penelitian ini akan menggunakan algoritma *forward*, *viterbi* dan *Baum-Welch* untuk memprediksi pergerakan kurs Rupiah terhadap dolar Amerika.

I.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan, tujuan penelitian yang dapat dirumuskan adalah:

1. Menghasilkan hasil prediksi kurs Rupiah terhadap dolar Amerika satu tahun berikutnya.
2. Menganalisis pengaruh hasil prediksi tersebut terhadap pertumbuhan ekonomi satu tahun berikutnya.

I.5 Manfaat Penulisan

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis
 - a. Meningkatkan pemahaman dan penerapan metode *Hidden Markov Model* (HMM) dalam analisis prediksi kurs Rupiah terhadap dolar Amerika.
 - b. Menambah pengetahuan dan pengalaman dalam bidang aktuarial, khususnya dalam analisis risiko dan prediksi kurs.
 - c. Mengembangkan keterampilan analisis data dan pemodelan matematika terkait prediksi kurs.
2. Bagi Pembaca :
 - a. Memberikan wawasan tentang penggunaan metode *Hidden Markov Model* (HMM) dalam prediksi kurs Rupiah terhadap dolar Amerika.
 - b. Menyediakan referensi dan sumber informasi yang dapat digunakan untuk penelitian atau studi lanjutan terkait prediksi kurs.

- c. Memperluas pemahaman tentang faktor-faktor yang mempengaruhi pergerakan kurs dan potensi aplikasi metode *Hidden Markov Model* (HMM) dalam analisis prediksi.
3. Bagi Lembaga Keuangan Bank:
 - a. Memberikan informasi yang berguna dalam pengambilan keputusan terkait manajemen risiko keuangan.
 - b. Membantu dalam merencanakan strategi yang tepat dalam menghadapi fluktuasi kurs Rupiah terhadap dolar Amerika.
 4. Bagi Universitas Hasanuddin:
 - a. Meningkatkan reputasi universitas dalam bidang penelitian dan kontribusi terhadap ilmu pengetahuan.
 - b. Menunjukkan kemampuan dan kompetensi mahasiswa dalam menerapkan metode analisis dalam konteks ekonomi dan keuangan.

I.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi uraian penjelasan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi uraian penjelasan tentang definisi dan konsep menurut para ahli yang menjadi dasar dari penelitian, meliputi paparan teori.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisi uraian penjelasan tentang Pendekatan dan Jenis Penelitian, Waktu dan Tempat Penelitian, Objek Penelitian, Jenis dan Sumber Data, Metode Pengumpulan Data dan Alur Kerja.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi uraian penjelasan tentang hasil penelitian setelah proses penelitian dilakukan. Bagian ini mencakup gambaran umum tentang objek penelitian, hasil analisis data, hasil perhitungan statistik, dan proses pembahasannya. Penjelasan tersebut akan

memberikan informasi mendalam tentang temuan yang diperoleh dari penelitian, serta interpretasi dan analisis yang terkait dengan hasil tersebut.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi uraian penjelasan tentang kesimpulan dari hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan. Kesimpulan tersebut akan disusun berdasarkan analisis data, tinjauan pustaka, dan pembahasan yang telah dijelaskan sebelumnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

II.1 Kurs Mata Uang

Mata uang adalah alat tukar yang digunakan dalam suatu negara atau wilayah untuk memfasilitasi transaksi ekonomi. Mata uang ini dapat berupa kertas uang atau koin yang memiliki nilai nominal tertentu. Mata uang juga dapat digunakan sebagai unit pengukuran nilai dalam perdagangan internasional (Yang & Zeng, 2014).

Kurs adalah harga suatu mata uang dalam satuan mata uang lainnya. Kurs ini dapat berfluktuasi dan dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti kondisi ekonomi, suku bunga, inflasi, dan faktor politik (Wong, 2001).

II.1.1 Kurs Beli

Kurs Beli adalah harga beli mata uang yang digunakan oleh bank dalam penukaran uang asing (*money changer*) dan pedagang valuta asing untuk membeli valuta asing. Sebagai contoh, saat menukarkan uang dolar dengan rupiah, digunakan kurs beli (Yuni & Dewi Elviera, 2020).

II.1.2 Kurs Jual

Kurs Jual adalah harga jual mata uang yang digunakan oleh bank dan pedagang valuta asing dalam transaksi penukaran mata uang asing. Misalnya, saat menukarkan rupiah dengan dolar Amerika, digunakan kurs jual (Yuni & Dewi Elviera, 2020).

II.1.3 Kurs Tengah

Kurs tengah adalah kurs jual ditambah dengan kurs beli dibagi dua, yang merupakan acuan kurs mata uang tengah antara nilai jual dan beli dalam suatu periode waktu tertentu (Peraturan Bank Indonesia, 2011). Kurs tengah dapat dituliskan dengan rumus berikut.

$$Kurs\ Tengah = \frac{Kurs\ Beli + Kurs\ Jual}{2} \quad (2.1)$$

II.2 Forecasting

Forecasting adalah proses membuat prediksi tentang peristiwa-peristiwa masa depan berdasarkan data historis dan informasi relevan lainnya. Ini merupakan hal yang penting dalam berbagai bidang, seperti transportasi, keuangan, dan ekonomi. Analisis *time series* adalah teknik umum yang digunakan dalam *forecasting*, yang melibatkan menganalisis data-data masa lalu untuk mengidentifikasi pola dan tren yang dapat digunakan untuk membuat prediksi tentang titik-titik data di masa depan (Young & Shellswell, 1972).

Sedangkan menurut Makridakis (1999), peramalan merupakan usaha untuk memprediksi apa yang akan terjadi di masa yang akan datang, sementara ramalan merujuk pada antisipasi terhadap situasi dan kondisi yang diharapkan terjadi di masa depan. Selain itu, peramalan juga merupakan alat yang sangat penting dalam mendukung perencanaan yang efektif dan efisien.

II.3 Proses Stokastik

Proses stokastik merujuk pada kumpulan variabel acak $\{Q_t, t \in T\}$, dengan T yang merupakan himpunan parameter. Himpunan nilai yang mungkin untuk variable Q dikenal sebagai ruang *state*.

Proses stokastik yang memiliki ruang *state* diskrit, dan memiliki sifat di mana kondisi "sekarang" hanya bergantung pada kondisi "sebelumnya" serta tidak dipengaruhi oleh riwayat sebelumnya, dikenal sebagai rantai Markov (Firdaniza dkk, 2006).

II.3.1 Rantai Markov Diskrit

Asumsikan bahwa suatu proses stokastik dengan parameter waktu yang diskrit $\{Q_t, t = 0, 1, 2, 3, \dots\}$ memiliki ruang *state* $\{s_1, s_2, s_3, \dots\}$ dan jika kondisi berikut terpenuhi,

$$P(Q_{t+1} = s_j | Q_0 = s_{i_0}, Q_1 = s_{i_1}, \dots, Q_t = s_i) = P(Q_{t+1} = s_j | Q_t = s_i) = a_{ij} \quad (2.2)$$

maka proses ini disebut sebagai rantai Markov waktu diskrit, dan a_{ij} disebut sebagai peluang transisi dari *state* s_i ke *state* s_j . Matriks A yang terbentuk dari

elemen-elemen a_{ij} atau $A = [a_{ij}]$, dengan $\sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} = 1$ disebut matriks peluang transisi.

Rantai Markov dapat diidentifikasi sepenuhnya dengan menggunakan informasi tentang distribusi awal dan peluang transisinya, sebagaimana yang dijelaskan dalam persamaan berikut.

$$\begin{aligned}
 &P(Q_0 = s_{i_0}, Q_1 = s_{i_1}, \dots, Q_t = s_{i_t}) \\
 &= P(Q_t = s_{i_t} | Q_0 = s_{i_0}, Q_1 = s_{i_1}, \dots, Q_{t-1} = s_{i_{t-1}}) \cdot P(Q_0 = s_{i_0}, \dots, Q_{t-1} = s_{i_{t-1}}) \\
 &= P(Q_t = s_{i_t} | Q_{t-1} = s_{i_{t-1}}) \cdot P(Q_0 = s_{i_0}, \dots, Q_{t-1} = s_{i_{t-1}}) \\
 &= a_{i_{t-1}i_t} P(Q_0 = s_{i_0}, \dots, Q_{t-1} = s_{i_{t-1}}) \\
 &= a_{i_{t-1}i_t} a_{i_{t-2}i_{t-1}} P(Q_0 = s_{i_0}, \dots, Q_{t-1} = s_{i_{t-1}}) \\
 &= a_{i_{t-1}i_t} a_{i_{t-2}i_{t-1}} \dots a_{i_0i_1} P(Q_0 = s_{i_0})
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan peluang,

$$P(Q_0 = s_{i_0}, Q_0 = s_{i_1}, \dots, Q_t = s_{i_t}) = a_{i_{t-1}i_t} a_{i_{t-2}i_{t-1}} \dots a_{i_0i_1} P(Q_0 = s_{i_0})$$

$P(Q_0 = s_{i_0})$ adalah peluang awal bahwa variabel Q_0 memiliki nilai s_{i_0} pada awalnya. Ini disebut peluang inisial. $\pi(0) = (\pi_0(0), \pi_1(0), \dots)$ adalah daftar semua peluang awal untuk semua kemungkinan nilai Q_0 atau dapat dituliskan $\pi_i(0) = P(Q_0 = s_{i_0})$ (Firdaniza dkk, 2006).

II.4 Hidden Markov Model

Hidden Markov Model (HMM) adalah alat yang digunakan untuk menggambarkan bagaimana kemungkinan berbagai urutan peristiwa. Dalam model ini, peristiwa O_t pada saat t muncul karena suatu proses stokastik, tetapi kondisi Q_t dari proses ini tidak bisa langsung diamati, alias tersembunyi. Proses tersembunyi ini diatur menurut aturan Markov, yang berarti bahwa kondisi Q_t pada saat t hanya dipengaruhi oleh kondisi sebelumnya, yaitu Q_{t-1} pada saat $t - 1$ (Degirmenci, 2014).

HMM memiliki elemen-elemen sebagai berikut (Rabiner, 1989).

1. N adalah jumlah *state* yang tersembunyi (*hidden state*). Dalam notasi, digunakan himpunan terbatas $S = (s_1, s_2, \dots, s_N)$ untuk menggambarkan berbagai kemungkinan *state*. Dan *state* pada waktu t dinyatakan dengan Q_t .
2. M adalah jumlah *state* yang teramati (*observed state*). Dalam notasi, digunakan himpunan terbatas $V = (v_1, v_2, \dots, v_M)$ untuk menggambarkan berbagai observasi yang mungkin. Dan observasi pada waktu t dinyatakan dengan O_t .
3. Matriks peluang transisi, yang dinyatakan sebagai A , memiliki elemen a_{ij} dengan $a_{ij} = P(Q_{t+1} = s_j | Q_t = s_i)$. Ini berlaku untuk setiap $1 \leq i \leq N$ dan $1 \leq j \leq N$, di mana a_{ij} mewakili peluang perpindahan dari *state* s_i ke *state* s_j pada waktu t ke $t + 1$.
4. Matriks peluang observasi, yang dinyatakan sebagai B , memiliki elemen b_{jm} dengan $b_{jm} = b_j(O_t) = P(O_t = v_m | Q_t = s_j)$. Ini berlaku untuk setiap $1 \leq j \leq N$ dan $1 \leq m \leq M$, di mana $b_j(O_t)$ menunjukkan peluang observasi dilakukan pada waktu t atau $O_t = v_m$.
5. Distribusi inisial atau *state* awal, dinyatakan sebagai $\pi(0)$, merujuk pada himpunan nilai pada waktu awal ($t = 0$), dinotasikan $\pi_i(0) = P(Q_0 = s_{i_0})$, di mana $\pi_i(0)$ adalah peluang bahwa keadaan Q_0 berada pada *state* s_{i_0} .

II.4.1 Tiga Masalah Dasar HMM

1. *Evaluation Problem*

Untuk menghitung $P(O|\lambda)$ berdasarkan urutan observasi $O = (O_1 = v_{m_1}, O_2 = v_{m_2}, \dots, O_T = v_{m_T})$ dan model yang diberikan $\lambda = (A, B, \pi)$, dapat menggunakan algoritma *forward* $\alpha_t(i)$. Peluang barisan observasi O_1, O_2, \dots, O_t dan *state* s_{i_t} pada waktu t jika diberikan λ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\alpha_t(i) = P(O_1 = v_{m_1}, \dots, O_t = v_{m_t}, Q_t = s_{i_t} | \lambda) \quad (2.3)$$

Secara induktif $P(O|\lambda)$ dapat dihitung sebagai berikut.

1.1 Inisialisasi

$$\alpha_1(i) = \pi_i b_i(O_1), \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.4)$$

Rumusan ini diperoleh dari pengertian variabel maju, dengan cara mensubstitusi dua definisi parameter HMM yaitu $\pi(i) = P(Q_t = s_i)$ dan $b_{im} = b_i(O_t) = P(O_t = v_m | Q_t = s_i)$.

1.2 Induksi

$$\alpha_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) a_{ij} \right] b_j(O_{t+1}) \quad , 1 \leq t \leq T - 1 \quad 1 \leq j \leq N \quad (2.5)$$

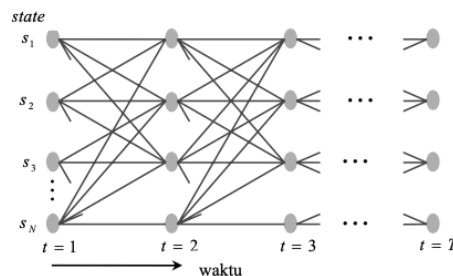
1.3 Terminasi

$$P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i) \quad (2.6)$$

2. *Decoding Problem*

Tujuan utama adalah menemukan urutan *state* optimal $Q^* = \{Q^*_1, Q^*_2, \dots, Q^*_T\}$ ketika diberikan urutan observasi $O = \{O_1, O_2, \dots, O_T\}$ dan model $\lambda = (A, B, \pi)$. Urutan *state* terbaik yang ingin diidentifikasi adalah urutan langkah tunggal yang menghubungkan dari $t = 1, 2, \dots, T$.

Seperti dapat dilihat dalam Gambar 2.1, terdapat sejumlah besar urutan langkah tunggal yang memungkinkan. Selanjutnya, dari semua pilihan urutan langkah yang mungkin, dipilih urutan langkah tunggal dengan peluang paling tinggi (Firdaniza dkk, 2006).



Gambar 2. 1 Urutan *state* yang mungkin untuk $1 \leq i \leq N$ dan $1 \leq t \leq T$

Untuk menyelesaikan *decoding problem* ini digunakan algoritma *Viterbi*. Dalam algoritma *Viterbi*, terdapat dua variabel bantu yang digunakan, yaitu :

a. $\delta_t(i) = \max_{Q_1, Q_2, \dots, Q_{t-1}} P(Q_1 = s_{i_1}, \dots, Q_t = s_{i_t}, O_1 = v_{m_1}, \dots, O_t = v_{m_t} | \lambda)$

Dengan induksi diperoleh :

$$\delta_{t+1}(j) = \max_{Q_1, Q_2, \dots, Q_{t-1}} [\delta_t(i) \cdot a_{ij}] \cdot b_j(O_{t+1})$$

$$b. \psi_t(i) = \arg \max_{Q_1, Q_2, \dots, Q_{t-1}} P(Q_1 = s_{i_1}, \dots, Q_t = s_{i_t}, O_1 = v_{m_1}, \dots, O_t = v_{m_t} | \lambda)$$

Untuk menentukan barisan *state* terbaik dapat dilakukan langkah-langkah berikut.

2.1 Inisialisasi

$$\delta_1(i) = \pi_i \cdot b_i(O_1) \quad (2.7)$$

$$\psi_1(i) = 0 \quad (2.8)$$

2.2 Rekursi

$$\delta_t(i) = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}] \cdot b_j(O_t) \quad (2.9)$$

$$\psi_t(i) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}] \quad (2.10)$$

2.3 *State* terbaik pada waktu T (Q_T)

$$P^* = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_t(i)] \quad (2.11)$$

$$Q^* = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)] \quad (2.12)$$

2.4 Barisan *state* terbaik pada $t = T - 1, T - 2, \dots, 1$

$$Q^*_t = \psi_{t+1}(Q^*_t), \quad t = T - 1, T - 2, \dots, 1 \quad (2.13)$$

3. *Learning Problem*

Untuk memaksimalkan peluang $P(O|\lambda)$ dalam suatu HMM yang diberikan dengan urutan observasi $O = \{O_1, O_2, \dots, O_T\}$, langkah yang diambil adalah mengatur parameter model $\lambda = (A, B, \pi)$. Ini dilakukan dengan tujuan untuk mencapai peluang $P(O|\lambda)$ sebanyak mungkin (Firdaniza dkk, 2006).

Algoritma *Baum-Welch* digunakan untuk menyelesaikan masalah ini. Dalam algoritma *Baum-Welch*, terdapat empat variabel yang didefinisikan, yaitu variabel *forward*, variabel *backward*, variabel $\xi_t(i, j)$, dan variabel $\gamma_t(i)$. Variabel *forward* dan variabel *backward* akan digunakan dalam perhitungan variabel $\xi_t(i, j)$ dan variabel $\gamma_t(i)$.

Variabel yang pertama, yaitu variabel *forward*, telah dijelaskan dalam persamaan (2.3), dan langkah-langkah induksi untuk variabel ini diberikan dalam persamaan (2.4) hingga (2.6).

Variabel kedua, yang merupakan variabel *backward*, dijelaskan sebagai berikut.

$$\beta_t(i) = P(O_{t+1}, O_{t+2}, \dots, O_T | Q_t = s_i, \lambda) \quad (2.14)$$

Persamaan (2.14) menggambarkan peluang dari sekuens observasi parsial O_1, O_2, \dots, O_T , yang diberikan keadaan (*state*) s_i pada waktu t dan model λ . Proses perhitungan $\beta_t(i)$ dapat dilakukan secara induktif dengan langkah-langkah berikut:

3.1 Inisialisasi

$$\beta_T(i) = 1 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, N \quad (2.15)$$

Pada langkah ini, $\beta_T(i)$ sama dengan 1 karena diasumsikan bahwa i adalah keadaan akhir (*state final*), dan untuk i yang lainnya memiliki nilai 0.

3.2 Induksi

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j) \quad (2.16)$$

untuk $t = T - 1, T - 1, \dots, 1$ dan $i = 1, 2, \dots, N$.

3.3 Terminasi

$$P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N b_i(1) \pi(i) \beta_1(i) \quad (2.17)$$

Variabel ketiga, yakni variabel $\xi_t(i, j)$, didefinisikan sebagai probabilitas bahwa proses berada di *state* s_i pada waktu t dan beralih ke *state* s_j pada waktu $t + 1$, dengan asumsi diberikan barisan observasi O dan model λ .

$$\xi_t(i, j) = P(Q_t = s_i, Q_{t+1} = s_j | O, \lambda)$$

Atau dapat dituliskan sebagai,

$$\xi_t(i, j) = \frac{P(Q_t = s_i, Q_{t+1} = s_j, O | \lambda)}{P(O | \lambda)}$$

dapat pula dituliskan menggunakan variabel *forward-backward* sebagai,

$$\xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i) \cdot \beta_{t+1}(j) \cdot b_j(O_{t+1}) \cdot a_{ij}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_t(i) \cdot a_{ij} \cdot b_j(O_{t+1}) \cdot \beta_{t+1}(j)} \quad (2.18)$$

Variabel keempat, yaitu variable $\gamma_t(i)$, mengindikasikan probabilitas bahwa proses berada di *state* s_i pada waktu t , dengan asumsi diberikan barisan observasi O dan model λ .

$$\gamma_t(i) = P(Q_t = s_i | O, \lambda)$$

Persamaan (2.19) dapat diekspresikan menggunakan variable *forward-backward* sebagai,

$$\gamma_t(i) = \frac{\alpha_t(i) \cdot \beta_t(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) \cdot \beta_t(i)}$$

Jika diberikan barisan pengamatan O , maka peluang proses berada pada *state* s_i saat t yaitu,

$$\gamma_t(i) = \sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j) \quad (2.19)$$

Sehingga,

$$\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i) = \text{Ekspektasi jumlah transisi dari } s_i$$

Demikian pula, jika $\xi_t(i, j)$ dijumlahkan berdasarkan waktu t (dari $t = 1$ ke $t = T - 1$) dapat diartikan sebagai perkiraan banyaknya transisi dari *state* s_i ke *state* s_j . Jadi, $\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)$ adalah indikator berapa kali perpindahan dari *state* s_i ke *state* s_j dalam seluruh rangkaian waktu T .

$$\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j) = \text{Ekspektasi jumlah transisi dari } s_i \text{ ke } s_j$$

Berdasarkan persamaan (2.22) dan (2.23), diperoleh rumus re-estimasi yang dapat digunakan untuk mengatur ulang parameter model $\lambda = (A, B, \pi)$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_i &= \text{Ekspektasi frekuensi dalam state } s_i, \text{ ketika } t = 1 \\ &= \gamma_1(i), \quad 1 \leq i \leq N\end{aligned}\tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}\bar{a}_{ij} &= \frac{\text{Ekspektasi jumlah transisi dari } s_i \text{ ke } s_j}{\text{Ekspektasi jumlah transisi dari } s_i} \\ &= \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}\end{aligned}\tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}\bar{b}_j(k) &= \frac{\text{Ekspektasi lamanya dalam state } j \text{ \& simbol pengamatannya } v_k}{\text{Ekspektasi lamanya dalam state } j} \\ &= \frac{\sum_{\substack{t=1 \\ s.t. O_t=v_k}}^{T-1} \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}\end{aligned}\tag{2.22}$$

Aspek penting dalam prosedur re-estimasi adalah memastikan bahwa batasan stokastik pada parameter HMM selalu terpenuhi pada setiap iterasi, yaitu:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^N \bar{\pi}_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^N \bar{a}_{ij} &= 1, \quad 1 \leq i \leq N \\ \sum_{k=1}^M \bar{b}_j(k) &= 1, \quad 1 \leq j \leq N\end{aligned}$$

Jika terdapat model awal $\lambda = (A, B, \pi)$ dan proses tersebut menghasilkan estimasi parameter baru, $\bar{\lambda} = (\bar{A}, \bar{B}, \bar{\pi})$, melalui algoritma *Baum-Welch*, maka $\bar{\lambda}$ akan menjadi lebih "optimal" daripada λ dalam artian bahwa $P(O|\bar{\lambda}) > P(O|\lambda)$. Dengan kata lain, sebuah model baru ($\bar{\lambda}$) tercipta yang membuat barisan observasi menjadi lebih mendekati keadaan sebenarnya. Jika proses ini diulang beberapa kali hingga memenuhi kondisi tertentu, maka peluang dari barisan observasi terhadap model dapat ditingkatkan (Firdaniza dkk., 2006).