

**PENERAPAN METODE RESIDUAL *BOOTSTRAP* PADA SPATIAL  
AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE  
(Studi kasus: Jumlah Balita Gizi Buruk di Sulawesi Selatan Tahun 2021)**



**NAHLA KARIMAH  
H051201026**

**PENERAPAN METODE RESIDUAL *BOOTSTRAP* PADA *SPATIAL*  
*AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE***  
(Studi kasus: Jumlah Balita Gizi Buruk di Sulawesi Selatan Tahun 2021)

**NAHLA KARIMAH**  
**H051201026**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS HASANUDDIN**  
**MAKASSAR**  
**2024**

**PENERAPAN METODE RESIDUAL *BOOTSTRAP* PADA SPATIAL  
AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE**  
(Studi kasus: Jumlah Balita Gizi Buruk di Sulawesi Selatan Tahun 2021)

NAHLA KARIMAH  
H051201026

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Statistika

Program Studi Statistika

pada

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
AGUSTUS 2024**

**PENERAPAN METODE RESIDUAL *BOOTSTRAP* PADA SPATIAL  
AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE**  
(Studi kasus: Jumlah Balita Gizi Buruk di Sulawesi Selatan Tahun 2021)

yang disusun dan diajukan oleh

**NAHLA KARIMAH**  
**H051201026**

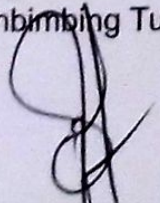
Skripsi,

telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Statistika pada tanggal 8  
Agustus 2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Statistika  
Departemen Statistika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Hasanuddin  
Makassar

Mengesahkan:  
Pembimbing Tugas Akhir,

  
**Siswanto, S.Si., M.Si.**  
NIP. 199201072019031012

Mengetahui:  
Ketua Program Studi,

  
**Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.**  
NIP. 197708082005012002

## PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul “Penerapan Metode Residual Bootstrap pada *Spatial Autoregressive Moving Average* (Studi kasus: Jumlah Balita Gizi Buruk di Sulawesi Selatan Tahun 2021)” adalah benar karya saya dengan arahan dari Siswanto, S.Si., M.Si. sebagai Pembimbing Utama. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 8 Agustus 2024



Nahla Karimah  
NIM. H051201026

## UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT. Atas segala limpahan Rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa Sallam* beserta keluarga dan sahabatnya.

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada **Bapak Siswanto, S.Si., M.Si.** selaku Pembimbing Utama yang telah memberikan begitu banyak ilmu, waktu, dan dorongan semangat kepada penulis selama proses penulisan tugas akhir ini. Terima kasih kepada **Bapak Dr. Nirwan, M.Si.** dan **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.** selaku Tim Penguji yang senantiasa memberikan saran dan kritikan dalam penyempurnaan penulisan tugas akhir ini. Terimakasih kepada **Pimpinan Universitas Hasanuddin, Departemen Statistika, Jajaran Dosen,** dan **Staf Departemen Statistika** yang telah memfasilitasi, memberikan ilmu bermanfaat, dan membantu penulis selama menempuh studi.

Penghargaan dan ucapan terima kasih yang tulus juga penulis ucapkan kepada orang tua terkasih **Saima Majidha** dan **Udding Patoba** yang telah memberikan dukungan penuh serta pengorbanan luar biasa yang telah menemani langkah penulis dengan doa dan restu mulianya. Ucapan terimakasih juga penulis haturkan kepada kedua adik tercinta penulis, **Ahmad Hamimsanabil** dan **Muhammad Umara Ahlawi.**

Akhirnya, kepada **Mutiara** sahabat penulis yang terpisahkan jarak ribuan kilometer tetapi selalu menjadi *support system* penulis selama delapan tahun lamanya. Ucapan terimakasih juga tidak lupa penulis sampaikan kepada YMMA (**Aulia, Aliah, Nadia, dan Jihan**), Ciwi-Ciwi Among (**Rahmi, Cynthia, Laurine, Ica, Radia, Afika, Aish, Ayu, Isna, Rifdah, Parida, Pebi, dan Putri**), Among Us (**Alip, Lili, Yoel, Fadlan, Theo, Rais, Bahar, Hakam, Faldi, dan Ryval**), dan ABS (**Uty, Winda, Emad, Acha, Aliyya, Farah, Ainun, Hadi, Mahdi, Awi, dan Farid**) yang telah berjuang bersama-sama selama masa perkuliahan dan menciptakan banyak kenangan indah yang tak akan bisa penulis lupakan.

Makassar, 8 Agustus 2024

Nahla Karimah

## ABSTRAK

Nahla Karimah. **Penerapan Metode Residual Bootstrap pada Spatial Autoregressive Moving Average (Studi kasus: Jumlah Balita Gizi Buruk di Sulawesi Selatan Tahun 2021)** (dibimbing oleh Siswanto).

**Latar Belakang.** Regresi spasial memiliki dua macam keterikatan yaitu heterogenitas dan dependensi spasial. Salah satu pemodelan regresi spasial yang menggunakan kedua efek dependensi spasial yaitu *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA). Regresi spasial khususnya data jumlah balita gizi buruk di Sulawesi Selatan pada tahun 2021 memiliki permasalahan jumlah sampel terbatas yang dapat diatasi dengan metode *Residual Bootstrap*. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk melakukan pemodelan SARMA dengan *residual bootstrap* untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah balita gizi buruk di Sulawesi Selatan. **Metode.** Penelitian ini menggunakan metode SARMA-Bootstrap. **Hasil.** Model SARMA-Bootstrap menaikkan nilai  $R^2$  sebesar 90,5% dengan AIC sebesar 36,583 menunjukkan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah balita gizi buruk di Sulawesi Selatan adalah persentase penduduk miskin, kepadatan penduduk, umur harapan hidup, persentase rumah tanpa air bersih, dan persentase pengeluaran perkapita untuk makanan. **Kesimpulan.** Model terbaik yang dapat digunakan untuk memodelkan jumlah balita gizi buruk di Sulawesi Selatan adalah *Spatial Autoregressive Moving Average* dengan *Residual Bootstrap* karena memiliki hasil yang akurat.

**Kata Kunci:** *Spatial Autoregressive Moving Average*, *Residual Bootstrap*, Gizi Buruk.

## ABSTRACT

Nahla Karimah. **Application of the Bootstrap Residual Method to Spatial Autoregressive Moving Average (Case study: Number of Malnourished Under-five in South Sulawesi in 2021)** (supervised by Siswanto).

**Background.** Spatial regression has two kinds of entanglement, namely heterogeneity and spatial dependence. One of the spatial regression modeling that uses both spatial dependency effects is Spatial Autoregressive Moving Average (SARMA). Spatial regression, especially data on the number of malnourished under-five in South Sulawesi in 2021, has a limited sample size problem that can be overcome by the Residual Bootstrap method. **Aim.** This study aims to conduct SARMA modeling with bootstrap residuals to identify factors that affect the number of malnourished children under five in South Sulawesi. **Methods.** This research used SARMA-Bootstrap method. **Results.** The SARMA-Bootstrap model increased the  $R^2$  value by 90.5% with an AIC of 36.583, indicating that the factors influencing the number of malnourished under-five in South Sulawesi were the percentage of poor people, population density, life expectancy, percentage of houses without clean water, and percentage of per capita expenditure on food. **Conclusion.** The best model that can be used to model the number of malnourished children under five in South Sulawesi is Spatial Autoregressive Moving Average with application of Residual Bootstrap

**Keywords:** Spatial Autoregressive Moving Average, Residual Bootstrap, Malnourished.



## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGANTAR.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN.....	iv
UCAPAN TERIMA KASIH.....	v
ABSTRAK .....	vi
ABSTRACT .....	vii
DAFTAR ISI .....	viii
DAFTAR TABEL .....	x
DAFTAR GAMBAR .....	xi
DAFTAR LAMPIRAN .....	xii
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan dan Manfaat.....	2
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Teori.....	3
1.4.1 Regresi Spasial.....	3
1.4.2 <i>Spatial Autoregressive Moving Average</i> .....	4
1.4.3 Matriks Pembobot Spasial .....	4
1.4.4 Identifikasi Efek Spasial .....	4
1.4.5 Uji Asumsi Regresi.....	6
1.4.6 <i>Bootstrap</i> .....	8
1.4.7 Pemilihan Model Terbaik .....	8
1.4.8 Gizi Buruk .....	9
<b>BAB II METODE PENELITIAN .....</b>	<b>10</b>
2.1 Sumber Data.....	10
2.2 Tahapan Penelitian.....	10
<b>BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>13</b>
3.1 Hasil.....	13
3.1.1 Estimasi Parameter <i>Spatial Autoregressive Moving Average</i> .....	13
3.1.2 Eksplorasi Data.....	16

3.1.3 Matriks Pembobot Spasial .....	17
3.1.4 Uji <i>Moran's I</i> .....	18
3.1.5 Uji <i>Lagrange Multiplier</i> .....	18
3.1.6 Uji Asumsi Klasik .....	18
3.1.7 Pemodelan <i>Spatial Autoregressive Moving Average</i> .....	20
3.1.8 Pemodelan <i>Spatial Autoregressive Moving Average</i> dengan Pendekatan <i>Residual Bootstrap</i> .....	20
3.1.9 Pemilihan Model Terbaik .....	23
3.1.10 Interpretasi Model <i>SARMA-Bootstrap</i> .....	24
BAB IV KESIMPULAN .....	26
4.1 Kesimpulan .....	26
4.2 Saran .....	26
DAFTAR PUSTAKA.....	27
LAMPIRAN .....	31

**DAFTAR TABEL**

Nomor Urut	Halaman
Tabel 1. Kategori dan Ambang Batas Status Gizi Anak .....	9
Tabel 2. Variabel Respon dan Prediktor .....	10
Tabel 3. Pembagian Jumlah Kasus Gizi Buruk di Sulawesi Selatan .....	16
Tabel 4. Uji Indeks Moran.....	18
Tabel 5. Uji <i>Lagrange Multiplier</i> .....	18
Tabel 6. Uji Normalitas .....	19
Tabel 7. Uji Homoskedastisitas .....	19
Tabel 8. Uji Autokorelasi.....	19
Tabel 9. Nilai VIF .....	19
Tabel 10. Estimasi Parameter Model SARMA dengan Matriks Pembobot KNN.....	20
Tabel 11. Nilai Residual SARMA .....	21
Tabel 12. Perbandingan Nilai <i>Standard Error</i> Tiap Replikasi.....	22
Tabel 13. Estimasi Parameter Model SARMA-bootstrap .....	23
Tabel 14. Nilai $R^2$ dan AIC.....	23

**DAFTAR GAMBAR**

Nomor Urut	Halaman
Gambar 1. Peta Persebaran Jumlah Kasus Gizi Buruk di Sulawesi Selatan .....	16
Gambar 2. Plot Korelasi Antarvariabel.....	17

**DAFTAR LAMPIRAN**

Nomor Urut	Halaman
Lampiran 1. Standar Berat Badan menurut Umur (BB/U) Anak Laki-Laki Umur 0-60 bulan.....	31
Lampiran 2. Standar Berat Badan menurut Umur (BB/U) Anak Perempuan Umur 0-60 bulan .....	34
Lampiran 3. Jarak Jalan Raya Antar Kantor Bupati/Walikota .....	37
Lampiran 4. Matriks Pembobot Spasial .....	38
Lampiran 5. <i>Output SARMA-Bootstrap</i> .....	39

## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Regresi spasial adalah salah satu metode regresi yang digunakan untuk melihat hubungan spasial pada suatu data (Rosa dkk., 2021). LeSage (2009) mendeskripsikan ada dua macam keterikatan antar suatu objek atau pengaruh spasial yaitu autokorelasi dan heterogenitas. Autokorelasi atau dependensi spasial ditunjukkan dengan adanya kemiripan karakteristik antarlokasi yang saling bertetangga sedangkan efek heterogenitas spasial menunjukkan adanya keragaman antarlokasi yang bertetangga (Arif dkk., 2019).

Salah satu kesulitan yang muncul saat melakukan pemodelan regresi spasial adalah kurangnya sampel. Sampel yang dimaksud adalah sampel yang mengikuti kaidah teorema limit pusat yaitu lebih dari atau sama dengan 30. Jumlah sampel yang terbatas akan menimbulkan permasalahan dalam pengujian keberadaan ketergantungan spasial (Muhtasib, 2015). Efron (1979) memperkenalkan sebuah metode bernama *bootstrap* yang mampu menyelesaikan permasalahan mengenai jumlah sampel yang terbatas.

*Bootstrap* adalah suatu teknik *resampling* yang berguna untuk mengestimasi distribusi dari suatu estimator atau statistik uji dengan melakukan *resampling* pada data (Zeq, 2023). Salah satu metode *bootstrap* yang umum digunakan adalah teknik yang melibatkan simulasi data dengan melakukan *resampling* dari residual model. Metode ini dikenal dengan nama residual *bootstrap* (Loyinmi dkk., 2019). Residual *bootstrap* dapat menjaga struktur yang diestimasi oleh model regresi dengan memanfaatkan nilai residual sehingga mempertahankan struktur dependen dari model. Prihatmono, dkk (2020) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa hasil *resampling bootstrap* residual memperoleh nilai *standard error* terkecil dalam mengestimasi menggunakan metode regresi linear berganda.

Penggabungan metode regresi spasial dan metode residual *bootstrap* sebelumnya pernah dilakukan oleh Marcu, dkk. (2018) yang melakukan pemodelan dalam mengidentifikasi migrasi tenaga kerja Eropa menunjukkan bahwa pemodelan yang menggunakan *Spatial Error Model (SEM)-bootstrap* menunjukkan hasil estimasi yang lebih baik dibandingkan metode Robust SEM. Rusmasari (2012) juga melakukan pemodelan mengenai tingkat fertilitas di Lampung menunjukkan bahwa model *Spatial Autoregressive Model (SAR)-bootstrap* adalah model terbaik yang memiliki bias yang kecil dan tingkat signifikansi yang konsisten dengan model awalnya.

Kedua pemodelan sebelumnya hanya memakai salah satu efek spasial yaitu dependensi spasial lag pada variabel dependen dan dependensi spasial pada residual. Pemodelan regresi spasial yang mengabaikan salah satu dependensi lag pada variabel dependen atau dependensi spasial pada residualnya dapat menimbulkan estimasi yang bias (Kivi & Paas, 2021) sehingga pada penelitian ini akan menggunakan residual *bootstrap* yang melibatkan kedua efek tersebut dengan pemodelan *Spatial Autoregressive Moving Average (SARMA)*.

SARMA adalah metode regresi spasial yang digunakan dengan asumsi bahwa pengaruh spasial bergantung pada spasial lag pada variabel prediktor dan dependensi spasial pada residual (Susila, 2020). Pemodelan SARMA yang dilakukan oleh Fikriani dan Rifai (2023) membahas mengenai tingkat pengangguran terbuka di provinsi Jawa Barat tahun 2022. Penelitian lainnya mengenai pemodelan SARMA dilakukan oleh Pramesti dkk. (2022) mengenai pemodelan persentase penduduk miskin kabupaten/kota di Jawa Timur Tahun 2020. Penelitian sebelumnya berfokus pada penerapan dalam bidang ekonomi dan sosial sehingga pada penelitian ini akan dilakukan analisis di bidang lainnya, yaitu bidang kesehatan dalam hal ini adalah kasus gizi buruk pada balita.

Gizi buruk adalah suatu keadaan yang terjadi saat tubuh kekurangan zat gizi esensial akibat asupan energi, protein, dan nutrisi yang tidak mencukupi dalam konsumsi makanan sehari-hari (Hameed dkk., 2023). Hal ini dapat mengakibatkan pertumbuhan terhambat pada balita. *Food and Agriculture Organization* atau yang biasa disebut FAO (2021) mencatat bahwa pada tahun 2021 Indonesia memiliki jumlah penduduk kurang gizi tertinggi di kawasan Asia Tenggara sebanyak 17,7 juta yang mencakup 6,5% dari populasi negara. Berdasarkan Risesdas tahun 2018 prevalensi gizi buruk di Sulawesi Selatan berkisar 10%. Saat ini, jumlah anak balita gizi buruk di Sulawesi Selatan mencapai lebih dari 41.000 balita. Salah satu cara untuk menurunkan jumlah kasus gizi buruk di Sulawesi Selatan adalah dengan mengetahui faktor-faktor yang diperkirakan dapat memengaruhi jumlah kasus tersebut.

Beberapa faktor yang dapat memengaruhi jumlah kasus gizi buruk adalah kemiskinan (Hananti dkk., 2023), angka harapan hidup (Alwi & Sauddin, 2023), rasio tenaga kesehatan (Andayani & Afnuhazi, 2022), dan kepadatan penduduk (Dabar dkk., 2020). Faktor-faktor tersebut juga memungkinkan adanya keragaman jumlah kasus gizi buruk di setiap kabupaten/kota di Sulawesi Selatan. Kota Makassar memiliki jumlah balita dengan kasus gizi buruk tertinggi sejumlah 2687 penderita sementara jumlah kasus balita dengan kasus gizi buruk terendah berada di Luwu Timur sebesar 631 penderita.

Kendala yang dihadapi dalam pemodelan regresi spasial di Sulawesi Selatan adalah jumlah amatan kecil sebanyak 24 kabupaten/kota. Untuk mengatasi permasalahan tersebut dapat dilakukan pemodelan regresi spasial dengan pendekatan residual *bootstrap*. Hasil penelitian ini akan difokuskan dalam pembentukan model SARMA dengan pendekatan residual *bootstrap* untuk menduga faktor-faktor yang berpengaruh pada jumlah kasus gizi buruk di Sulawesi Selatan.

## 1.2 Tujuan dan Manfaat

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah:

1. Melakukan pemodelan SARMA dengan pendekatan residual *bootstrap*.
2. Mengidentifikasi variabel-variabel yang berdampak signifikan terhadap jumlah kasus balita gizi buruk di Sulawesi Selatan.

Manfaat yang ingin dicapai penelitian ini antara lain:

1. Menambah wawasan keilmuan mengenai model spasial dengan jumlah pengamatan yang kecil.
2. Mengkaji faktor penyebab kasus balita gizi buruk di Sulawesi Selatan sehingga diharapkan dapat menjadi bahan pertimbangan bagi pemerintah daerah dalam mengambil kebijakan.

### 1.3 Batasan Masalah

Batasan permasalahan dalam penelitian ini yaitu:

1. Matriks pembobot spasial yang digunakan adalah matriks *k-nearest neighbor* dengan jarak jalan raya yang menghubungkan antar kantor bupati/walikota.
2. Jumlah replikasi dilakukan sebanyak 100 kali.

### 1.4 Teori

#### 1.4.1 Regresi Spasial

Regresi spasial adalah sebuah metode yang digunakan untuk menilai pengaruh variabel independen mempengaruhi variabel dependen, dengan memasukkan pengaruh lokasi pengamatan data terhadap tipe data spasial atau *spatial effect* (Puspita & Wutsqa, 2023).

Model regresi spasial dikembangkan oleh Anselin (1988) menggunakan data spasial *cross section*. Model dari *General Spatial Model* ditunjukkan pada Persamaan (1).

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &\sim N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (1)$$

$\mathbf{y}$  adalah vektor variabel respon yang berukuran  $n \times 1$  dan  $\mathbf{X}$  adalah matriks variabel prediktor, berukuran  $n \times (p + 1)$ .  $\boldsymbol{\beta}$  adalah vektor parameter koefisien regresi, berukuran  $(p + 1) \times 1$ .  $\rho$  adalah koefisien spasial *lag* variabel respon.  $\lambda$  merupakan koefisien spasial pada residual yang bernilai  $\lambda < 1$ .  $\mathbf{W}_1$  dan  $\mathbf{W}_2$  adalah matriks pembobot berukuran  $n \times n$ .  $\boldsymbol{\varepsilon}$  adalah vektor residual yang berukuran  $n \times 1$ , yang berdistribusi normal dengan *mean* nol dan *varians*  $\sigma^2$ .

Contoh model spasial apabila terdapat efek dependensi spasial antara lain *Spatial Autoregressive Models* (SAR), *Spatial Error Models* (SEM), *Spatial Durbin Model* (SDM), *Conditional Autoregressive Models* (CAR), dan *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA).

Persamaan regresi spasial dengan pendekatan yang umum digunakan yaitu:

1. *Spatial Autoregressive* (SAR)

Model ini digunakan jika  $\rho \neq 0$ ,  $\lambda = 0$  menggunakan Persamaan (2).

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

2. *Spatial Error Model* (SEM)

Model ini digunakan apabila  $\lambda \neq 0$ ,  $\rho = 0$  menggunakan Persamaan (3).

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$



### 3. *Spatial Autoregressive Moving Average (SARMA)*

Model ini digunakan apabila  $\rho \neq 0$ ,  $\lambda \neq 0$  menggunakan Persamaan (4).

$$y = \rho W_1 y + X\beta + u, u = \lambda W_2 u + \varepsilon \quad (4)$$

#### 1.4.2. *Spatial Autoregressive Moving Average*

*Spatial Autoregressive Moving Average (SARMA)* adalah model regresi spasial yang menggabungkan SAR dan SEM (Anselin, 2013). Model SAR merupakan model spasial yang terjadi akibat efek spasial pada lag variabel dependen, sedangkan model SEM dihasilkan dari efek spasial pada residual. Jika data menunjukkan efek dependensi pada lag dan residual pada variabel dependen, maka model SARMA dapat digunakan (Azizah, 2023). Maka dari Persamaan (4), dapat dijabarkan menjadi Persamaan (5).

$$y = X\beta + \rho W_1 y + \lambda W_2 (y - \rho W_1 y - X\beta) \quad (5)$$

#### 1.4.3 **Matriks Pembobot Spasial**

Matriks pembobot spasial adalah suatu ketergantungan lokasi pada sebuah data spasial yang dinyatakan dalam bentuk matriks untuk memberikan gambaran besar mengenai hubungan antarlokasi (Akolo, 2022). Sebuah matriks pembobot spasial (**W**) adalah matriks yang dibangun dengan informasi dari jarak kedekatan dari suatu lokasi dengan lokasi yang lain (Ichsan dkk., 2022). Daerah yang tidak menunjukkan ketetangaan disimbolkan dengan 0 sedangkan daerah yang bertetangga akan diberikan simbol 1 (Suciptawati dkk., 2024). Adapun Arbia (2014) merumuskan matriks pembobot spasial pada Persamaan (6).

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

setiap elemen dari matriks **W** didefinisikan:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } j \in n(i) \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Nilai elemen  $w_{ij}$  dapat dihitung melalui persamaan berikut:

$$w_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{j=1}^n c_{ij}}$$

Jika baris ke- $i$  pada matriks pembobot spasial dijumlahkan maka hasilnya sama dengan 1.

$$\sum_{j=1}^n w_{ij} = 1$$

#### 1.4.4 **Identifikasi Efek Spasial**

##### a. **Dependensi spasial**

Dependensi spasial muncul dari adanya keterkaitan atau ketergantungan di dalam suatu area geografis tertentu (Lorenza dkk., 2024). Hukum geografi pertama Tobler menyatakan bahwa semua elemen saling terhubung, dengan elemen yang lebih dekat menunjukkan hubungan yang lebih kuat dibandingkan dengan yang lebih jauh.

Dependensi spasial mengacu pada fenomena di mana nilai atribut dari suatu area dipengaruhi oleh nilai atribut dari area terdekat (Darmayanti dkk., 2024).

Indeks Moran mengukur tingkat korelasi atau hubungan antara pengamatan yang berdekatan (Rahmadeni, 2020). Indeks Moran adalah pendekatan yang banyak digunakan untuk menilai autokorelasi spasial global (Fuadzy dkk., 2021). Ini memungkinkan untuk mengukur besarnya kesamaan variabel hasil di antara wilayah yang dianggap terhubung secara geografis. Persamaan dari Moran's I dapat dilihat pada Persamaan (7).

$$I = \frac{n \sum_i \sum_j w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{S_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (7)$$

dengan

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}; S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2;$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ji})^2$$

Statistik uji yang digunakan yaitu:

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \approx N(0,1) \quad (8)$$

dengan

$$E(I) = -\frac{1}{n-1} \quad Var(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - [E(I)]^2$$

Keterangan:

$I$  = Indeks Moran

$n$  = banyaknya lokasi kejadian

$x_i$  = nilai pengamatan pada lokasi ke- $i$

$x_j$  = nilai pengamatan pada lokasi ke- $j$

$\bar{x}$  = rata-rata nilai pengamatan

$w_{ij}$  = elemen pada pembobot terstandarisasi antara daerah  $i$  dan  $j$

$E(I)$  = nilai ekspektasi dari  $I$

$Var(I)$  = nilai variansi dari  $I$

dasar pengambilan keputusan pada uji ini adalah tolak  $H_0$  pada taraf signifikansi  $\alpha$  jika  $|Z(I)| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$  atau jika  $p\text{-value} < \alpha$  yang berarti terdapat dependensi spasial dalam data.

Indeks Moran memiliki nilai yang berkisar antara  $-1$  sampai  $1$ . Nilai nol pada indeks moran menyatakan data tidak berkelompok berdasarkan wilayahnya. Indeks moran bernilai positif berarti terdapat autokorelasi spasial yang positif dan menunjukkan daerah-daerah yang berdekatan memiliki nilai efek spasial yang mirip. Sedangkan apabila indeks moran bernilai negatif maka terdapat autokorelasi spasial negatif, yang artinya daerah-daerah yang berdekatan memiliki nilai efek spasial yang berbeda.

### b. Lagrange Multiplier

*Lagrange Multiplier* (LM) adalah sebuah metode yang digunakan untuk menguji keberadaan efek spasial (Sukmawati, 2022). Uji LM, kadang-kadang disebut uji skor

(Sarrias, 2020), menggunakan kondisi orde pertama dan optimisasi fungsi *Lagrange* pada *Log-Likelihood*. Secara alternatif, uji LM dapat didefinisikan sebagai perhitungan turunan kedua dari setiap model, yang digunakan untuk mengidentifikasi autokorelasi dan menentukan model yang sesuai.

Keistimewaan statistik uji LM yakni dapat menjelaskan adanya autokorelasi spasial pada *lag* (LM lag), residual (LM error), atau pada keduanya secara simultan (LM SARMA) dikarenakan pada uji LM terdapat parameter spasial yang diidentifikasi yaitu  $\rho$  (sebagai parameter spasial lag) dan  $\lambda$  (sebagai parameter spasial residual).

Penggabungan LM lag dan LM error adalah LM SARMA. Uji ini digunakan untuk mendeteksi dependensi spasial pada *lag* dan residual secara bersama-sama. Adapun hipotesis untuk uji LM SARMA :

$$H_0: \rho, \lambda = 0$$

$$H_1: \rho, \lambda \neq 0$$

$$LM = E^{-1}\{(R_y)^2 T_{22} - 2R_y R_e T_{12} + (R_e)^2 (D + T_{11})\} \quad (10)$$

$$LM \sim \chi^2$$

dengan:

$M$  = jumlah parameter spasial (SARMA=2)

$$R_y = e^T W_1 y / \sigma^2$$

$$R_e = e^T W_2 y / \sigma^2$$

$$M = 1 - X(X^T X)^{-1} X^T$$

$$E = (D + T_{11})T_{22} - (T_{12})^2$$

$$T_{ij} = tr\{W_i W_j + W_i^T W_j\}$$

$$D = \sigma^{-2} (W_1 X \beta)^T M (W_1 X \beta)$$

Keputusan tolak  $H_0$  jika nilai  $LM > \chi^2_{(k)}$

#### 1.4.5 Uji Asumsi Regresi

##### 1. Normalitas Sisaan

Model regresi yang baik memiliki sisaan yang berdistribusi normal. Memiliki rata-rata nol dan ragam konstan, atau dapat dinyatakan sebagai  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ . Normalitas sisaan dapat diuji menggunakan uji Anderson-Darling dengan hipotesis sebagai berikut (Pertwi dkk., 2020)

$H_0$ : residual berdistribusi normal,

$H_1$ : residual tidak berdistribusi normal

Anderson dan Darling (1954) mendefinisikan statistik ujinya pada Persamaan (11).

$$A^2 = A_{\alpha, n}^2 \left( 1 + \frac{4}{n} - \frac{25}{n^2} \right) \quad (11)$$

nilai kriteria ujinya adalah tolak  $H_0$  jika  $A_{hitung}^2 > A_{\alpha, n}^2$  atau p-value  $< \alpha$ .

##### 2. Homoskedastisitas

Asumsi homoskedastisitas terpenuhi apabila ragam sisaan untuk setiap pengamatan bersifat konstan atau seragam. Pelanggaran pada asumsi ini mengindikasikan bahwa dugaan parameter yang diperoleh tidak akurat Uji homoskedastisitas yang digunakan yaitu uji *Breusch-Pagan* dengan hipotesis (Neter dkk., 1996):

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2$  (Terjadi homoskedastisitas)

$H_1$ : minimal ada satu  $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$  dengan  $i \neq j$  (Tidak terjadi homoskedastisitas)

Nilai dari *Breusch-Pagan test* adalah ditunjukkan pada Persamaan (12).

$$BP = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{f} \sim \chi_{(\alpha,p)}^2 \quad (12)$$

dengan elemen vektor  $f$  adalah

$$f_i = \left( \frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1 \right)$$

dengan

$e_i$  : residual observasi ke- $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$

$\sigma^2$  :  $\frac{e^T e}{n}$

$\mathbf{Z}$  : matriks  $n \times (p + 1)$  dari observasi dengan elemen kolom pertama yakni vektor satu

$p$  : jumlah variabel prediktor

pengambilan keputusan dalam uji *Breusch Pagan* adalah apabila nilai BP lebih besar dari  $\chi_{(\alpha,p)}^2$  dan nilai  $p$ -value lebih kecil dari  $\alpha$  maka  $H_0$  ditolak yang artinya terjadi heteroskedastisitas.

### 3. Non Autokorelasi

Model regresi yang baik memiliki sisaan yang saling bebas atau tidak berkorelasi. Asumsi non autokorelasi dapat diuji menggunakan uji Durbin-Watson dengan statistic uji (Neter dkk., 1996):

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (13)$$

dengan

$d$  : nilai *Durbin-Watson*

$e_i$  : residual pada obeservasi ke- $i$

$e_{i-1}$  : residual pada observasi  $i - 1$

$n$  : banyaknya observasi

Kriteria yang digunakan dalam pengujian adalah: jika  $0 < d < dL$  atau  $4 - dL < d < 4$ , maka terjadi autokorelasi; jika  $dU < d < 4 - dU$ , maka tidak terjadi autokorelasi; jika  $dL < d < dU$  atau  $4 - dU < d < 4 - dL$ , maka tidak ada keputusan (Nazamawati & Wutsqa, 2022).

### 4. Non Multikolinearitas

Nilai VIF menunjukkan nilai ragam penduga meningkat dengan adanya multikolinieritas. Nilai tersebut didefinisikan pada Persamaan (14) yang didefinisikan dengan rumus (Montgomery dkk., 2012).

$$VIF = \frac{1}{(1 - r_{ij}^2)} \quad (14)$$

dengan

$$r_{ij}^2 = \frac{\sum x_i x_j}{\sqrt{\sum x_i^2 \sum x_j^2}}$$

Jika nilai mendekati 1 maka VIF mendekati tak terhingga. Hal tersebut dapat diartikan ketika kolinieritas meningkat, ragam penduga meningkat hingga batas tak terhingga. Jika tidak terdapat kolinieritas, maka VIF bernilai 1. Nilai VIF yang lebih dari 10 membuktikan bahwa model regresi melanggar asumsi non multikolinieritas.

#### 1.4.6 Bootstrap

*Bootstrap* adalah teknik *resampling* yang dapat digunakan untuk mempelajari distribusi *sampling* dari estimator, menghitung perkiraan *standard error*, dan menemukan interval kepercayaan yang sesuai (Nababan & Simamora, 2023). *Bootstrap* juga dapat didefinisikan sebagai sebuah uji atau metrik yang menggunakan pengambilan sampel acak dengan penggantian (Onyesom & Aboko, 2021). Hasil penyampelan ulang dari populasi tersebut akan digunakan sebagai sampel *bootstrap*. Sampel *bootstrap* tersebut yang akan digunakan sebagai solusi dalam menyelesaikan statistika inferensi (Handayani dkk., 2023).

Salah satu jenis metode *bootstrap* yang biasa digunakan adalah *bootstrap* residual. Residual *bootstrap* adalah metode simulasi berbasis data yang proses *resampling*nya diterapkan pada residual yang dihasilkan oleh model regresi. Pendekatan menggunakan metode residual *bootstrap* memungkinkan untuk mendapatkan nilai dari variabilitas dan ketidakpastian dari prediksi model, mencakup berbagai model mulai dari regresi linear sederhana hingga model ARIMA yang kompleks (Gilda dkk., 2024). Langkah-langkah dalam prosedur residual *bootstrap* menurut Draper dan Smith (1998), adalah sebagai berikut:

1. Hitung koefisien regresi lalu hasilkan nilai residual, pilih sampel berukuran  $n$  dari residual, hasilkan dengan probabilitas  $\frac{1}{n}$  untuk masing-masing residual dan lakukan *resampling* dengan pengembalian.
2. Gabungkan nilai-nilai sampel itu ke- $n$  yang diprediksikan oleh  $\hat{y}$  untuk memberikan hasil *resampling* dari  $y$  sehingga didapatkan  $y_1^*, y_2^*, \dots, y_b^*$
3. Dengan menggunakan vektor  $y_b^*$  dan  $X$ , dilakukan pendugaan menggunakan metode MLE untuk mendapatkan model *bootstrap*.

#### 1.4.7 Pemilihan Model Terbaik

Kriteria pemilihan model terbaik dapat menggunakan dua cara yaitu koefisien determinasi ( $R^2$ ) dan *Akaike Information Criterion* (AIC).

##### a. Koefisien Determinasi ( $R^2$ )

Suatu regresi dapat dinilai kebaikannya berdasarkan modelnya dengan menghitung nilai koefisien determinasi:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SSR} \quad (15)$$

dengan SSR adalah jumlah kuadrat regresi, SSE adalah jumlah kuadrat residual.

b. *Akaike Information Criterion*

*Akaike Information Criterion* (AIC) merupakan kriteria yang digunakan untuk mengukur akurasi suatu model dalam menduga parameter model secara statistik atau untuk mengetahui kedekatan parameter yang diduga dengan nilai populasi yang sebenarnya (Zubedi dkk., 2021). AIC dapat digunakan dalam bentuk pemodelan apapun (Ernawati & Somayasa, 2023). Nilai AIC dapat dihitung dengan:

$$AIC = -2l + 2p \quad (16)$$

$p$  merupakan jumlah parameter yang digunakan pada model dan  $l$  merupakan log natural

#### 1.4.8 Gizi Buruk

Gizi buruk adalah kondisi yang ditandai dengan kekurangan energi dan protein dari makanan sehari-hari dan terjadi dalam waktu yang cukup lama (Anisa dkk., 2019). Klasifikasi status gizi anak balita diukur berdasarkan Berat Badan menurut Umur (BB/U). Menurut standar antropometri WHO tahun 2005, klasifikasi status gizi anak balita berdasarkan Berat Badan menurut Umur (BB/U) dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Kategori dan Ambang Batas Status Gizi Anak

Kategori Status Gizi	Ambang Batas (Z-Score)
Berat badan sangat kurang ( <i>severely underweight</i> )	< -3 SD
Berat badan kurang ( <i>underweight</i> )	-3 SD sampai dengan < -2 SD
Berat badan normal	-2 SD sampai dengan +1 SD
Risiko berat badan lebih	> +1 SD

Z-score adalah nilai konversi terstandar dari angka berat badan setiap balita. Standar Berat Badan menurut Umur (BB/U) balita laki-laki dan perempuan dapat dilihat pada Lampiran 1 dan Lampiran 2. Pengukuran status gizi yang tepat dan akurat sangat penting dalam upaya pencegahan dan penanganan gizi buruk pada anak balita. Penentuan kategori berdasarkan Z-score memungkinkan intervensi yang lebih terarah dan efektif dalam program kesehatan masyarakat, dengan fokus pada kelompok yang paling rentan terhadap risiko gizi buruk.

Gizi buruk pada anak memiliki dampak yang merugikan terhadap pertumbuhan fisik dan perkembangan mental mereka, serta secara signifikan meningkatkan kemungkinan kesakitan dan kematian (Marbun & Ikhssasni, 2022). Peningkatan kerentanan anak terhadap kesakitan dan kematian akibat kelaparan terkait dengan adanya gangguan infeksi yang sering kali bersamaan dengan gizi buruk, termasuk infeksi pernapasan akut, diare, campak, dan berbagai penyakit infeksi lainnya (Septikasari, 2018).

## BAB II METODE PENELITIAN

### 2.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang berasal dari Profil Kesehatan Sulawesi 2022 dan Sulawesi Selatan dalam Angka 2022 berupa data gizi buruk dan faktor-faktor penyebab gizi buruk di setiap kabupaten/kota di Sulawesi Selatan tahun 2021. Variabel respon yang digunakan adalah jumlah kasus balita gizi buruk di Sulawesi Selatan sedangkan variabel prediktor yang digunakan pada penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Variabel Respon dan Prediktor

Variabel	Keterangan	Definisi
$Y$	Jumlah kasus balita gizi buruk	Jumlah balita yang mengalami gizi buruk di kabupaten/kota Sulawesi Selatan.
$X_1$	Persentase penduduk yang hidup di bawah garis kemiskinan	Penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran perkapita perbulan lebih rendah dari garis kemiskinan
$X_2$	Kepadatan penduduk	Kepadatan penduduk adalah perbandingan jumlah penduduk dengan luas lahan
$X_3$	Umur harapan hidup	Umur harapan hidup adalah rata-rata perkiraan banyak tahun yang dapat ditempuh oleh seseorang selama hidup.
$X_4$	Rasio tenaga kerja Kesehatan	Proporsi tenaga kerja kesehatan di suatu wilayah dalam melayani penduduk.
$X_5$	Persentase rumah tangga tanpa akses ke air bersih	Rumah tangga yang menggunakan sumber utama air untuk minum berasal dari sumber tak terlindung, air permukaan, air hujan, dan lainnya dengan jarak kurang dari 10 meter ke jamban.
$X_6$	Persentase pengeluaran perkapita untuk makanan	Total pengeluaran individu atau rumah tangga yang dihabiskan untuk makanan

### 2.2 Tahapan Penelitian

Metode analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah regresi spasial *Spatial Autoregressive Moving Average* menggunakan pendekatan residual *bootstrap*.

Pengolahan data dilakukan dengan bantuan *software R-Studio* dan *GeoDa*. Tahapan analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Melakukan eksplorasi data dengan menggunakan peta tematik untuk mendapatkan gambaran geografis awal dari variabel dependen lalu akan dihitung korelasi antarvariabel.
2. Menghitung matriks pembobot untuk mengukur kedekatan atau jarak antarlokasi. Matriks pembobot yang digunakan dalam penelitian didasarkan pada *k-nearest neighbor*. Adapun tahapan dalam perhitungan matriks pembobot sebagai berikut:
  - a. Menghitung jarak jalan raya antar kantor bupati/walikota dengan menggunakan bantuan *google maps*.
  - b. Mengurutkan jarak yang diperoleh dari jarak minimum
  - c. Memilih  $k$  lokasi.
  - d. Melakukan standarisasi untuk perhitungan selanjutnya
3. Mengidentifikasi efek dependensi spasial menggunakan statistik *Moran's I* Formula untuk menghitung Indeks Moran menggunakan Persamaan (7). Hipotesis yang digunakan dalam uji ini adalah sebagai berikut:  
 $H_0: I = 0$  (tidak terdapat dependensi spasial)  
 $H_1: I \neq 0$  (terdapat dependensi spasial)  
 Sedangkan, statistik uji yang digunakan yaitu pada Persamaan (8). Dasar pengambilan keputusan pada uji ini adalah tolak  $H_0$  pada taraf signifikansi  $\alpha$  jika  $|Z(I)| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$  atau jika  $p\text{-value} < \alpha$  yang berarti terdapat dependensi spasial.
4. Melakukan uji efek dependensi spasial dengan statistik LM SARMA.
  - a. Menentukan hipotesis  
 $H_0: \lambda, \rho = 0$  (tidak ada autokorelasi pada spasial *lag* dan residual)  
 $H_1: \lambda, \rho \neq 0$  (terdapat autokorelasi pada spasial *lag* dan residual)
  - b. Menentukan statistik uji LM SARMA sesuai dengan Persamaan (10)
  - c. Menentukan titik kritis menggunakan  $\chi^2$
  - d. Melihat signifikansinya, tolak  $H_0$  jika  $LM_\lambda > \chi^2$
5. Mengestimasi parameter dengan *Spatial Autoregressive Moving Average* menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* sehingga diperoleh model SARMA yang sesuai.
6. Melakukan uji asumsi regresi pada model SARMA.
7. Menghitung nilai residual dari model SARMA.

$$\hat{\varepsilon} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda}\mathbf{W}_2)[(\mathbf{I} - \hat{\rho}\mathbf{W}_1)\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}] \quad (17)$$

8. Melakukan *resampling bootstrap* menggunakan nilai residual SARMA yang didapatkan sebanyak  $B$  replikasi yaitu mengambil  $n$  sampel dengan pengembalian dari  $\hat{\varepsilon}$  sehingga diperoleh  $\hat{\varepsilon}_1^*, \hat{\varepsilon}_2^*, \dots, \hat{\varepsilon}_B^*$ .
9. Hitung nilai  $\mathbf{y}_b^*$  di mana  $b = 1, 2, \dots, B$ .

$$\mathbf{y}_b^* = [\mathbf{I} - \hat{\rho}\mathbf{W}_1]^{-1} [(\mathbf{I} - \hat{\lambda}\mathbf{W}_2)^{-1} \hat{\varepsilon}_b^* + \mathbf{X}\hat{\beta}] \quad (18)$$



dengan

$$\hat{\beta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\beta}_b^*, \hat{\lambda}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\lambda}_b^*, \hat{\rho}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\rho}_b^*$$

$\hat{\beta}_b^*$  adalah estimasi parameter  $\hat{\beta}$  pada masing-masing replikasi *bootstrap*.  $\hat{\beta}^*$  adalah rata-rata dari  $\hat{\beta}_b^*$ . Untuk  $\hat{\lambda}_b^*$  adalah estimasi parameter  $\hat{\lambda}$  pada masing-masing replikasi *bootstrap*, sedangkan  $\hat{\lambda}^*$  adalah rata-rata dari  $\hat{\lambda}_b^*$ . Untuk  $\hat{\rho}_b^*$  adalah estimasi parameter  $\hat{\rho}$  pada masing-masing replikasi *bootstrap*, sedangkan  $\hat{\rho}^*$  adalah rata-rata dari  $\hat{\rho}_b^*$ .

10. Melakukan pemilihan model terbaik dengan membandingkan AIC model SARMA dan SARMA-Bootstrap.
11. Pengambilan kesimpulan dan interpretasi model regresi spasial.