# PEMODELAN *JACKKNIFE RIDGE MM-ESTIMATOR* PADA DATA PRODUK DOMESTIK REGIONAL BRUTO TAHUN 2020

**MELDA FITRIYANI AZIS**
**H051191039**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA**
**DEPARTEMEN STATISTIKA**
**S MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS HASANUDDIN**
**MAKASSAR**
**2024**

# PEMODELAN *JACKKNIFE RIDGE MM-ESTIMATOR* PADA DATA PRODUK DOMESTIK REGIONAL BRUTO TAHUN 2020

MELDA FITRIYANI AZIS
H051191039

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Statistika

Program Studi Statistika

pada

**PROGRAM STUDI STATISTIKA**
**DEPARTEMEN STATISTIKA**
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS HASANUDDIN**
**MAKASSAR**
**2024**

dukungan, serta kenang[...]a. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada staf Departemen Statistika Unhas, **Andi Anugrah Adil** dan **Nur Fadli** yang selalu ikhlas membantu penulis serta selalu memberikan semangat kepada penulis. Terakhir, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada teman-teman **Statistika 2019,** terkhusus **Musfira Hidayah, Seli Lisnayati, Andi Apridhani Mattalatta, Fachraeni Ulfiana,** dan **Nurul Hikmah,** atas kebersamaan, bantuan dan dukungan selama masa perkuliahan hingga penyelesaian skripsi ini.

Makassar, 12 Agustus 2024

Melda Fitriyani Azis

**PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI**

**DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA**

'HQJDQ LQL VD\D PHQ\DWDNDQ ... "Pemodelan *Jackknife Ridge MM-Estimator* Pada Data Produk Domestik Regional Bruto Pada Tahun 2020´ DGDODK EHQDU karya saya dengan arahan dari pembimbing Sitti Sahriman, S.Si., M.Si dan Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

**Makassar, 12 Agustus 2024**

**<u>Melda Fitriyani Azis</u>**

**H051191039**

**PEMODELAN *JACKKNIFE RIDGE MM-ESTIMATOR* PADA DATA PRODUK DOMESTIK REGIONAL BRUTO PADA TAHUN 2020**

yang disusun dan diajukan oleh

**MELDA FITRIYANI AZIS**

**H051191039**

Skripsi,

Telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Statistika pada 12 Agustus 2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Statistika
Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan:
Pembimbing utama tugas akhir,

Sitti Sahriman, S.Si., M.Si.
NIP. 198810182015042002

Mengesahkan:
Pembimbing pertama tugas akhir,

Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.
NIP. 197312282000032001

Mengetahui:
Ketua Program Studi,

Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.
NIP. 197708082005012002

dukungan, serta kenangan indah dan pengalaman yang berharga. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada staf Departemen Statistika Unhas, **Andi Anugrah Adil** dan **Nur Fadli** yang selalu ikhlas membantu penulis serta selalu memberikan semangat kepada penulis. Terakhir, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada teman-teman **Statistika 2019,** terkhusus **Musfira Hidayah, Seli Lisnayati, Andi Apridhani Mattalatta, Fachraeni Ulfiana,** dan **Nurul Hikmah,** atas kebersamaan, bantuan dan dukungan selama masa perkuliahan hingga penyelesaian skripsi ini.

Makassar, 12 Agustus 2024

Melda Fitriyani Azis



## PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI
## DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Pemodelan *Jackknife Ridge MM-Estimator* Pada Data Produk Domestik Regional Bruto Pada Tahun 2020" adalah benar karya saya dengan arahan dari pembimbing Sitti Sahriman, S.Si., M.Si dan Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 12 Agustus 2024

METERAI TEMPEL
SEPE4ALX324868283

**Melda Fitriyani Azis**

**H051191039**

# UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* yang telah melimpahkan berkah dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Pemodelan *Jackknife Ridge MM-Estimator* Pada Data Produk Domestik Regional Bruto**"**.** Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa Sallam* beserta keluarga dan para sahabatnya. Berbagai hambatan penulis alami selama penyusunan skripsi ini berlangsung, tetapi berkat doa, dukungan, dan bimbingan dari berbagi pihak, tugas akhir ini dapat terselesaikan dengan baik.

Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan segala kerendahan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada Ibu **Sitti Sahriman, S.Si., M.Si** dan Bapak **Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si** selaku pembimbing skripsi yang telah meluangkan banyak waktu, tenaga, dan pikiran untuk memberikan bimbingan, saran dan motivasi kepada penulis sehingga skripsi ini dapat berjalan dan terselesaikan dengan baik. Terima kasih atas ilmu yang berharga selama proses penyusnan skripsi ini. Tanpa arahan dan saran dari pembimbing, skripsi ini tidak akan terselesaikan dengan baik. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Ibu **Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D** dan Ibu **Prof Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si** selaku dosen penguji yang telah meluangkan waktu dalam memberikan saran dan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan tugas akhir ini.

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya kepada orang tua tercinta, Ayahanda **Abd. Azis** dan Ibunda **Irmayani Bahri**, yang selalu memberikan doa, selalu menyemangati penulis, memberikan pengorbanan luar biasa, memberikan limpahan cinta dan kasih sayang, kesabaran hati, serta dengan ikhlas menemani setiap langkah penulis dengan restu mulianya. Untuk Adikku tercinta **Ahmad Mubarok Azis** dan **Gifari Zaky Azis,** terima kasih telah menjadi sumber keceriaan dan selalu menyemangati penulis, dan ucapan terma kasih yang sangat spesial penulis sampaikan kepada kakak tercinta **Al Fikhriyani Azis,** terima kasih karena telah menjadi tempat penulis untuk berkeluh kesah dan menjadi pendengar yang baik selama punulisan skripsi ini. Terima kasih selalu memberikan dukungan tanpa henti, dan selalu menguatkan penulis dalam masa-masa sulit penulis serta selalu meyakinkan penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.

Penulis juga berterima kasih kepada sahabat-sahabat tercinta yang telah membersamai penulis selama perkuliahan **Nurul Dwinilda Zhalzhabilah, Stevania Saskia**, dan **Mellyana Masa,** terima kasih untuk setiap tawa, dukungan yang penuh, dan kebersamaan yang telah kita lalui bersama. Terima kasih karena selalu mendengarkan
an selalu ada di sisi penulis baik suka maupun duka. Ucapan terima
mpaikan kepada sahabat-sahabat penulis sejak SMA **Ade Nurul**
**Rahman,** terima kasih atas dukungan penuh, kebersamaan, dan
nulis untuk semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.
kepada teman-teman **KKNT Unhas 108 Desa Tellumpanua:**
**fifah Mardhiyah Ramlan, Rahmiah R, Nurul Annisa, Nurelisa,**
**bari** dan **Muhammad Hijir Ismail,** terima kasih atas kebersamaan,

dukungan, serta kenangan indah dan pengalaman yang berharga. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada staf Departemen Statistika Unhas, **Andi Anugrah Adil** dan **Nur Fadli** yang selalu ikhlas membantu penulis serta selalu memberikan semangat kepada penulis. Terakhir, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada teman-teman **Statistika 2019**, terkhusus **Musfira Hidayah, Seli Lisnayati, Andi Apridhani Mattalatta, Fachraeni Ulfiana,** dan **Nurul Hikmah,** atas kebersamaan, bantuan dan dukungan selama masa perkuliahan hingga penyelesaian skripsi ini.

Makassar, 12 Agustus 2024

Melda Fitriyani Azis

# ABSTRAK


Melda Fitriyani Azis. **Pemodelan *Jackknife Ridge MM-Estimator* pada Data Produk Domestik Regional Bruto Tahun 2020** (dibimbing oleh Sitti Sahriman dan Andi Kresna Jaya).

**Latar Belakang**. Regresi *ridge* merupakan metode yang digunakan untuk mengatasi masalah multikolinearitas dengan menambahkan nilai tetapan bias *k,* tetapi regresi *ridge* masih memiliki kelemahan yaitu bias yang dihasilkan tidak selalu bernilai kecil. Metode *jackknife ridge regression* (JRR) merupakan pengembangan dari regresi *ridge* dengan estimasi yang lebih stabil dibandingankan dengan regresi *ridge*. Selain multikolinearitas, masalah lain yang sering muncul dalam analisis regresi adalah *outlier* yang menyebabkan data tidak mengikuti distribusi normal. Regresi robust *MM-Estimator* digunakan untuk mengatasi masalah *outlier* tersebut. **Tujuan**. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi produk domestik regional bruto (PDRB) dengan metode *jackknife ridge MM-Estimator* (JRMM) Tahun 2020. **Metode**. Penelitian ini dilakukan dengan mengestimasi parameter *MM-Estimator*, selanjutnya hasil estimasi *MM-Estimator* digunakan untuk mendapatkan estimasi JRMM. **Hasil**. JRMM lebih unggul dari model JRR berdasarkan nilai $R^2$ JRMM lebih tinggi sebesar 89,14% dan nilai *mean square error* (MSE) lebih kecil sebesar 0.0041 dibandingkan dengan model JRR dengan nilai $R^2$ sebesar 16,76% dan nilai MSE sebesar 0.0489. **Kesimpulan**. Metode JRMM efektif dalam mengestimasi faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap data PDRB yaitu panjang jalan, distribusi listrik, infrastruktur kesehatan, dan infrastruktur pendidikan. Sedangkan faktor-faktor yang tidak berpengaruh signifikan terhadap data PDRB yaitu infrastruktur pariwisata, infrastruktur perumahan, dan fasilitas industri Tahun 2020.

**Kata Kunci:** *Jackknife Ridge Regression, MM-Estimator,* Multikolinearitas, *Outlier*.

# ABSTRACT

Melda Fitriyani Azis. ***Modeling Jackknife Ridge MM-Estimator on the Gross Regional Domestic Product Data of* 2020** (supervised by Sitti Sahriman and Andi Kresna Jaya).

**Introduction.** Ridge regression is a method used to address multicollinearity problems by adding a bias constant value *k*. However, ridge regression has the limitation that the resulting bias is not always small. The jackknife ridge regression (JRR) method is an extension of ridge regression with more stable estimates compared to ridge regression. Besides multicollinearity, another common issue in regression analysis is outliers, which cause the data to deviate from a normal distribution. Robust regression with the MM-Estimator is used to address this outlier issue. **Objective.** This study aims to identify the factors influencing the gross regional domestic product (GRDP) in 2020 using the jackknife ridge MM-Estimator (JRMM) method. **Method**. This study was conducted by estimating the parameters with the MM-Estimator. Subsequently, the MM-Estimator estimation results were used to obtain the JRMM estimates. **Results.** The JRMM model outperformed the JRR model, with a higher $R^2$ value of 89.14% and a lower mean square error (MSE) of 0.0041, compared to the JRR model, which had an $R^2$ value of 16.76% and an MSE of 0.0489. **Conclusion.** The JRMM method was effective in estimating the factors that significantly influenced the GRDP data, namely road length, electricity distribution, health infrastructure, and education infrastructure. On the other hand, factors that did not significantly affect the GRDP data were tourism infrastructure, housing infrastructure, and industrial facilities in 2020.

**Keywords:** *Jackknife Ridge Regression, MM-Estimator*, Multicollinearity, *Outliers*.

## DAFTAR ISTILAH

| **Istilah** | **Arti dan Penjelasan** |
|---|---|
| *Breakdown point* | Ukuran ketahanan suatu estimator terhadap pencilan dalam data |
| Iterasi | Pengulangan langkah-langkah dalam proses algoritma untuk mencapai hasil optimal |
| *Jackknife* | Metode resampling, yaitu menghilangkan satu buah data dan mengulanginya sebanyak jumlah sampel yang ada |
| Korelasi | Hubungan antara dua variabel dalam data set |
| Max | Nilai terbesar dalam dataset, menunjukkan batas atas dari data yang dianalisis |
| Mean | Rata-rata dari nilai-nilai dalam dataset, memberikan representasi pusat data |
| Min | Nilai terkecil dalam dataset, menunjukkan batas bawah dari data yang dianalisis |
| Multikolinearitas | Kondisi ketika terdapat dua atau lebih variabel bebas yang saling berkorelasi |
| *Outlier* | Data yang menyimpang jauh daro data lainnya dalam suatu rangkaian data. |
| *Robust* | Kemampuan metode untuk tetap akurat mesik terdapat data yang mengandung pencilan |
| Transformasi | Proses mengubah data dari satu bentuk ke bentuk lain |

## DAFTAR SINGKATAN DAN LAMBANG

| LAMBANG/SINGKATAN | Arti dan Penjelasan |
|---|---|
| $Y_i$ | Variabel dependen pada pengamatan $\mathrm{ke}-i$ |
| $X_{ij}$ | Variabel independen $\mathrm{ke}-j$ pada pengamatan $\mathrm{ke}-i$ |
| $\beta_j$ | Parameter regresi dari variabel independen $\mathrm{ke}-j$ |
| $\varepsilon_i$ | Residual pada pengamatan $\mathrm{ke}-i$ |
| $p$ | Banyak variabel independen |
| $n$ | Banyak pengamatan |
| $\boldsymbol{Y}$ | Vektor variabel dependen yang berukuran $n \times 1$ |
| $\boldsymbol{X}$ | Matriks variabel independen yang berukuran $n \times (p+1)$ |
| $\boldsymbol{\beta}$ | Vektor koefisien regresi berukuran $(p+1) \times 1$ |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$ | Vektor *residual* yang berukuran $n \times 1$ |
| $R_j^2$ | Koefisien determinasi |
| $t_i$ | *Studentized deleted residual* untuk kasus $\mathrm{ke}-i$ |
| $\bar{Y}$ | Rata-rata dari $Y$ |
| $\bar{X}_j$ | Rata-rata dari pengamatan $X_j$ |
| $S_Y$ | Standar deviasi dari variabel $Y$ |
| $S_{X_j}$ | Standar deviasi dari variabel $X_j$ |
| $\boldsymbol{\Lambda}$ | Matriks $p \times p$ dengan anggota dari diagonal utamanya adalah nilai eigen dari $\boldsymbol{X'X}$ |
| $\boldsymbol{T}$ | matriks orthogonal |
| $\hat{\sigma}^2$ | MSE dari metode kuadrat terkecil |
| $\boldsymbol{Y}_{(-i)}$ | Vektor $Y$ dengan nilai ke$-i$ dihapus |
| $\boldsymbol{Z}_{(-i)}$ | Matriks $Z$ dengan masing-masing baris ke$-i$ dihapus |
| $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ | Vektor sisaan dengan koordinat ke$-i$ dihapus |
| $s$ | Skala robust estimator |
| | Nilai *turning constant* |
| | Matriks identitas |
| | Tetapan bias $K$ |
| | Parameter koefisien regresi pada variabel independen ke-*i* |

| | |
|---|---|
| $h_{ii}$ | Metode *laverage* |
| $SE(\hat{\beta}_j)$ | Standar *residual* dari koefisien regresi pada variabel independen ke-*i* |
| GRR | *Generalized ridge regression* |
| JRR | *Jackknife ridge regression* |
| DFFITS | *Difference in fit standarized* |
| VIF | Variance inflation factor |
| MKT | Metode kuadrat terkecil |
| MSE | *Mean square error* |
| JKT | Jumlah kuadrat total |
| JKR | Jumlah kuadrat residual |
| JKS | Jumlah kuadrat sisaan |

# DAFTAR ISI

# DAFTAR TABEL

# DAFTAR LAMPIRAN

# BAB I
# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Produk domestik regional bruto (PDRB) merupakan salah satu indikator yang digunakan untuk mengukur kinerja perekonomian suatu daerah dalam kurun waktu tertentu (Woyanti *et al*., 2018). Pada dasarnya PDRB adalah keseluruhan nilai tambah barang dan jasa yang dihasilkan oleh kegiatan perekonomian di suatu wilayah dalam periode tertentu sehingga PDRB menjadi salah satu indikator untuk mengukur pertumbuhan ekonomi (Mudji & Taripar, 2017). PDRB yang terus menurun dapat menjadi sumber ketidakpastian bagi pertumbuhan dan kemakmuran suatu daerah (Humayra, 2022). Untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang signifikan dalam mempengaruhi PDRB, salah satu pendekatan yang umum digunakan dalam statistika adalah analisis regresi.

Analisis regresi adalah suatu analisis statistika yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel dependen dengan satu atau lebih variabel independen. Untuk menduga parameter dalam analisis regresi, digunakan metode kuadrat terkecil (MKT). Penggunaan MKT memerlukan asumsi klasik yang harus dipenuhi, salah satunya adalah tidak terjadi multikoliearitas, jika terdapat masalah multikolinearitas maka penggunaan MKT menjadi tidak efisien (Julianti, 2017). Multikolinearitas merupakan suatu keadaan terjadinya hubungan linear antara variabe-variabel independen dalam model. Keadaan multikolinearitas dapat menyebabkan pendugaan koefisien regresi yang dihasilkan menjadi tidak stabil dan variansi koefisien regresi menjadi besar (Malau, 2021). Salah satu cara untuk mengatasi multikolinearitas yaitu dengan metode regresi *ridge* (Yunanda, 2018).

Regresi *ridge* pertama kali diperkenalkan oleh Hoerl & Kennard pada tahun (1970) untuk mengatasi masalah multikolinearitas dengan menambahkan nilai tetapan bias $k$. Regresi *ridge* masih memiliki kelemahan yaitu bias yang dihasilkan tidak selalu bernilai kecil. Singh (1986) memperbaiki kelemahan metode tersebut dengan memperkenalkan metode *jackknife ridge regression* (JRR) untuk menduga nilai bias. Metode ini didapatkan dari penerapan prosedur *jackknife* yang diperkenalkan Quenouille (1949) dengan tujuan untuk memperkecil nilai bias (Singh *et al*., 1986). Metode jackknife memiliki kelebihan yaitu dapat diterapkan pada ukuran sampel yang kecil, dan pengukuran pendugaan parameternya yang akurat (Rodliyah, 2016).

Selain pelanggaran pada asumsi multikolinearitas, asumsi yang sering dilanggar yaitu data tidak berdistribusi normal. Salah satu penyebabnya karena *outlier* (Astari et al., 2014). *Outlier* merupakan data yang menyimpang dari sekumpulan data lainnya. Keberadaan data outlier dapat menyebabkan residual yang besar dari model yang terbentuk atau $E(e) \neq 0$, variansi pada data tersebut menjadi lebih besar, dan taksiran interval memiliki rentang yang lebar (Febrianto *et al*., 2018). MKT dalam analsisi regresi ...n untuk data yang mengandung outlier karena mempengaruhi nilai ...ah satu metode yang dapat digunakan untuk mengatasi data *outlier* ...gunakan metode regresi Robust (Atamia *et al*., 2021).

... merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari ... atau adanya outlier yang berpengaruh pada model (Olive, 2005). ...bust yang umum digunakan adalah regresi *robust MM-estimator*.

Yohai pada tahun (1987) pertama kali memperkenalkan *method of moment (MM)-estimator* yaitu gabungan dari metode *scale (S)-estimator* dan *maximum likelihood type (M)-estimator*. Kedua metode ini merupakan *robust estimator* yang mempunyai nilai *breakdown point* yang tinggi (Chen, 2002). Menurut Huber pada tahun (1981), *breakdown point* merupakan persentase dari outlier yang dapat menyebebkan nilai estimator menjadi besar (Zuni & Endang, 2017). *MM-estimator* tepat digunakan pada data yang mengandung *outlier* (Nurdin *et al*., 2014).

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Candraningtyas *et al*. (2013) yang membahas tentang regresi *robust MM-estimator* untuk penanganan *outlier* pada regresi linier berganda menunjukkan bahwa outlier pada regresi linier dapat menyebabkan ketidakakuratan model, kemudian peneliti menggunakan *robust MM-estimator* untuk menangani *outlier* dan berhasil meningkatkan akurasi model secara signifikan. Selanjutnya penelitian oleh Arrasyid *et al*. (2021) membahas tentang metode *modified jackknife ridge regression, jackknife ridge regression, dan generalized ridge regression* untuk mengatasi masalah multikolinearitas pada analisis regresi. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa metode *jackknife ridge regression* lebih baik karena menghasilkan nilai MSE yang paling kecil.

Berdasarkan uraian di atas, dalam penelitian ini peneliti menerapkan metode *jackknife ridge regression* yang baik dalam mengatasi multikolinearitas dan metode *robust MM-estimator* yang baik dalam menangani *outlier* pada data produk domestik regional bruto Tahun 2020.

### 1.2 Batasan Masalah

1. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data produk domestik regional bruto Tahun 2020
2. Penentuan *outlier* menggunakan nilai *DFFITS*
3. Pemilihan model terbaik berdasarkan nilai *mean square error* (MSE) dan koefisien determinasi $(R^2)$

### 1.3 Tujuan Penelitian

1. Untuk memperoleh model *jackknife ridge MM-Estimator* pada data produk domestik regional bruto Tahun 2020
2. Untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi produk domestik regional bruto Tahun 2020 dengan medel *jackknife ridge MM-Estimator*

### 1.4 Manfaat Penelitian

1. Diharapkan menambah wawasan mengenai metode *jackknife ridge MM-estimator* dalam penanganan masalah multikolinearitas dan *outlier* pada data produk domestik regional bruto
2. Diharapkan skripsi ini dapat digunakan sebagai referensi mengenai penggunaan *jackknife ridge MM-estimator*.

**esi Berganda**

r berganda merupakan model yang yang menjelaskan hubungan dependen dengan $p$ variabel independen. Secara umum, model a dapat dituliskan sebagai (Malau, 2021):

$$+ \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_j X_{ij} + \cdots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i \qquad (1)$$

dengan:

$Y_i$ = nilai variabel dependen pada pengamatan $\text{ke} - i, i = 1, 2, \dots, n,$

$X_{ij}$ = nilai variabel independen $\text{ke} - j, j = 1, 2, \dots, p,$ pada pengamatan $\text{ke} - i, i = 1, 2, \dots, n,$

$\beta_j$ = parameter regresi dari variabel independen $\text{ke} - j, j = 1, 2, \dots, p,$

$\varepsilon_i$ = *residual* pada pengamatan $\text{ke} - i, i = 1, \dots, n,$

$p$ = banyak variabel independen

$n$ = banyak pengamatan

Model regresi linier berganda dapat dilakukan dengan pendekatan matriks. Persamaan (2.1) dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \cdots + \beta_P X_{1p} + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_P X_{2p} + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ Y_n &= \beta_0 + \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \cdots + \beta_P X_{np} + \varepsilon_n \end{aligned}$$

Dari uraian diatas, diperoleh persamaan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Persamaan diatas juga dapat ditulis secara sederhana menjadi:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2}$$

dengan:

$\boldsymbol{Y}$ = vektor variabel dependen yang berukuran $n \times 1$

$\boldsymbol{X}$ = matriks variabel independen yang berukuran $n \times (p + 1)$

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor koefisien regresi berukuran $(p + 1) \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor *residual* yang berukuran $n \times 1$

### 1.5.2 Metode Kuadrat Terkecil

Salah satu metode untuk mengestimasi parameter dalam model regresi adalah MKT. Menurut Montogomery & Peck (1992), MKT digunakan untuk mengestimasi koefisien $\boldsymbol{\beta_0}, \boldsymbol{\beta_1}, \dots, \boldsymbol{\beta_p}$ yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat *residual*. Dalam persamaan regresi lebih mudah jika dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

*Residual* dapat diturunkan dari persamaan (3), sehingga diperoleh:

$$S(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon'\varepsilon = (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta})'(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}) \tag{4}$$

Sehingga estimator MKT adalah:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y} \tag{5}$$

**tas**

ma kali diperkenalkan oleh Ragnar Frisch pada tahun (1934), yaitu kuat pada model regresi di setiap variabel independen. Terjadinya at menyebabkan penggunaan metode regresi menjadi kurang tepat sinya tidak stabil dan variabel koefisien regresinya sangat besar Multikolinearitas dapat dideteksi menggunakan *variance inflation* dapat dihitung dengan persamaan:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \tag{6}$$

dengan $R_j^2$ adalah koefisien determinasi yang diperoleh dari meregresikan variabel independen $X_j$ dengan variabel independen lainnya. Nilai $VIF > 10$ menunjukkan multikolinearitas yang kuat (Candraningtyas *et al*., 2013).

### 1.5.4 *Outlier*

*Outlier* dapat didefinisikan sebagai bagian dari data pengamatan yang menunjukkan pola yang berbeda dari sebagian besar data lainnya. Keberadaan *outlier* dapat mengakibatkan ketidakhomogenan pada matriks varian kovarian data. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya *outlier* adalah *difference in fit standarized (DFFITS).* Rumus untuk menghitung *DFFITS* yaitu (Montogomery & Peck, 1992):

$$(DFFITS_i) = t_i \left(\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{7}$$

dengan $t_i$ adalah *studentized deleted residual* untuk kasus $\text{ke} - i$ dengan rumus:

$$t_i = e_i \sqrt{\frac{n - p - 1}{SS_E(1 - h_{ii}) - e_i^2}} \tag{8}$$

Data disebut *outlier* jika $|DFFITS| > 2\sqrt{p/n}$, dengan $p$ adalah banyaknya parameter, dan $n$ adalah banyaknya observasi (Kutner *et al.,* 2005).

### 1.5.5 Pemusatan dan Penskalaan

Pemusatan dan penskalaan (*Centering* dan *Scaling*) data merupakan bagian dari *standardized* variabel. Modifikasi sederhana dari pembakuan variabel ini adalah transformasi korelasi (*correlation transformation*). Pemusatan merupakan perbedaan antara setiap pengamatan dengan rata-rata semua pengamatan untuk variabel, sedangkan penskalaan meliputi gambaran pengamatan pada kesatuan unit standar deviasi dari pengamatan untuk variabel (Anggraini *et al.,* 2019).

Transformasi korelasi merupakan fungsi sederhana dari pembakuan variabel, sehingga melalui transformasi diperoleh sepeti pada persamaan (Tinungki, 2019):

$$Y_i^* = \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sqrt{n-1}\, S_Y} \quad \text{dengan} \quad S_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}} \tag{9}$$

$$X_{ij}^* = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{\sqrt{n-1}\, S_{X_j}} \quad \text{dengan} \quad S_{X_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{n-1}} \tag{10}$$

dengan,

$\bar{Y}$ = rata-rata dari $Y$

$\bar{X}_j$ = rata-rata dari pengamatan $X_j$

dari variabel $Y$

dari variabel $X_j$

Berdasarkan Persamaan (9) dan (10) didapatkan model regresi baku (*standardized regression model*) yaitu sebagai berikut:

$$Y_i^* = \beta_1^* X_{i1}^* + \beta_2^* X_{i2}^* + \cdots + \beta_p^* X_{ip}^* + \varepsilon_i^* \tag{11}$$

**1.5.6 *Generalized Ridge Regression***

Dalam metode regresi GRR dilakukan transformasi terhadap data sehingga variabel independen menjadi sebuah variabel independen yang orthogonal terhadap variabel dependen. Teknik GRR didasarkan pada penambahan beberapa bias ke dalam penduga untuk mengurangi variansinya. Berdasarkan Persamaan (3) diasumsikan bahwa semua variabel independen di standarisasi sehingga matriks $\boldsymbol{X'X}$ berbentuk matriks korelasi. Karena $\boldsymbol{X'X}$ merupakan matriks simetris, sehingga terdapat matriks ortogonal $\boldsymbol{T}$, sehingga (Upa, 2020):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{T}'(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T}) &= \boldsymbol{\Lambda} \\ \boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T} &= \boldsymbol{\Lambda} \\ (\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T} &= \boldsymbol{\Lambda} \\ \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z} &= \boldsymbol{\Lambda} \end{aligned} \tag{12}$$

dengan $\boldsymbol{\Lambda}$ merupakan matriks $p \times p$ dengan anggota dari diagonal utamanya adalah nilai eigen $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p)$ dari $\boldsymbol{X'X}$ dan matriks $\boldsymbol{T}$ adalah matriks orthogonal sehingga:

$\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{T}'$ dan $\boldsymbol{T}'\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{T}' = \boldsymbol{I}$

Sehingga persamaan regresi linear ganda dapat ditulis:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{y} &= (\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})(\boldsymbol{T}'\boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{Z}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \tag{13}$$

dengan

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{T} \ \boldsymbol{dan} \ \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{T}'\boldsymbol{\beta}$$

Dengan menggunakan MKT dan berdasarkan Persamaan (12) estimator $\alpha$ adalah

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\boldsymbol{OLS}} = (\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Lambda}^{-1}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{y} \tag{14}$$

Dengan $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{T}$ maka persamaan (14) dibentuk menjadi:

$$\begin{aligned} \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\boldsymbol{OLS}} &= ((\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})'(\boldsymbol{X}\boldsymbol{T}))^{-1} (\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})'\boldsymbol{y} \\ &= (\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})^{-1}\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} \\ &= (\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})^{-1}\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= (\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})^{-1}\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}'\widehat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= (\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})^{-1}(\boldsymbol{T}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{T})\boldsymbol{T}'\widehat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \boldsymbol{T}'\widehat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \tag{15}$$

Dari Persamaan (13), berdasarkan persamaan kanonik diperoleh parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ Persamaan (15):

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{T}'\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\boldsymbol{OLS}} \tag{16}$$

Dengan menggunakan pengganda Lagrange, dimana $(\hat{\alpha}'_{GRR}\hat{\alpha}_{GRR}) \leq c^2$ diperoleh

R pada Persamaan (17) (Batah dkk, 2008):

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}{}' = (\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z} + k\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{y} \tag{17}$$

, sehingga Persamaan (17) menjadi (Upa, 2020):

$$\begin{aligned} \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR} &= \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{y} \\ &= \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z}\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{OLS} \\ &= \boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{A} - k\boldsymbol{I})\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{OLS} \end{aligned}$$

$$= (\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I})\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{OLS}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{kI})\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{OLS} \tag{18}$$

### 1.5.7 Penentuan Nilai $\boldsymbol{k}$

Nilai $k$ bentuknya seperti matriks diagonal yang dimana anggota diagonal utamanya terdiri dari konstanta bias $k_1, k_2, \dots, k_k$ (Arrasyid *et al.,* 2021). Hoerl dan Kennard menyatakan pemilihan untuk bias $k$ pada metode *generalized ridge regression* adalah dengan meminimumkan fungsi MSE, dengan persamaan:

$$k_j^0 = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_{MKT_j}^2} \tag{19}$$

dengan $\hat{\sigma}^2$ adalah MSE dari metode kuadrat terkecil dan $\hat{\alpha}_{MKT_j}^2$ adalah penduga MKT yang telah ditransformasi. Nilai $k_j^0$ digunakan untuk menghitung penduga awal $\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}^0$ dengan persamaan:

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}^0 = (\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{k}^{\boldsymbol{0}}\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Y} \tag{20}$$

penduga awal $\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}^0$ digunakan untuk menghitung nilai $k_j^1$ dengan persamaan:

$$k_j^1 = \frac{\hat{\sigma}^2}{\left(\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR_j}^0\right)^2} \tag{21}$$

Nilai $k_j^1$ kemudian digunakan untuk mencari penduga $\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}^1$ dan seterusnya dengan proses iterasi. Pemilihan $k^i$ akan terus berlanjut hingga diperoleh nilai penduga parameter yang konvergen, dimana $\left|(\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}'\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR})^i - (\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}'\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR})^{i-1}\right| \leq 0{,}0001$ maka iterasi berhenti (Tinungki, 2019).

### 1.5.8 *Jackknife Ridge Regression*

*Jackknife* merupakan metode resampling yang diperkenalkan oleh Quenouille pada tahun (1949) untuk estimasi bias dan Tukey pada tahun (1956) memperkenalkan *jackknife* untuk estimasi standar deviasi (Fernandes, 2020). Prinsip metode *jackknife* untuk menduga parameter regresi adalah menghilangkan satu buah data dan mengulanginya sebanyak jumlah sampel data yang ada (Iskandar *et al.*, 2013). Metode *jackknife* dapat dikembangkan pada metode *generalized ridge regression,* dengan cara melakukan *resampling jackknife* pada metode tersebut kemudian dinamakan dengan metode *jackknife ridge regression.* Adanya modifikasi dari metode *jackknife* dan *generaliazed ridge regression* akan menghasilkan bias yang lebih kecil (Arrasyid *et al.,* 2021). Oleh karena itu dengan adanya modifikasi tersebut, didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$Y_{(-i)} = Z_{(-i)}\hat{\alpha}_{GRR} + \varepsilon^* \tag{22}$$

dengan:

$\boldsymbol{Y}_{(-i)}$ = vektor $Y$ dengan nilai ke$-i$ dihapus

engan masing-masing baris ke$-i$ dihapus

an dengan koordinat ke$-i$ dihapus

Batah *et al.,* (2008) mendapatkan estimator $\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{JRR}$ seperti

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{JRR} = \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR} + (\boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I})\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}$$

$$= [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I}]\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GRR}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{JRR} = [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I}][\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I}]\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{OLS}$$

$$= [I^2 - (\boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I})^2]\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{OLS}$$
$$= [\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I})^2]\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{OLS} \quad (23)$$

Berdasarkan Persamaan (16) karena $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{T}'\boldsymbol{\beta}$ dan $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{T\alpha}$, maka koefisien JRR dapat dirumuskan seperti pada Persamaan (24)

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{JRR} = \boldsymbol{T}\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{JRR} \quad (24)$$

### 1.5.9 Regresi *Robust*

Menurut Chen (2002), tujuan utama regresi *robust* adalah untuk memberikan hasil yang stabil karena adanya *outlier* (Candraningtyas *et al*., 2013).

**a. *Robust* M-*Estimator***

Menurut Montgomery (1992), pada prinsipnya *M-estimator* dilakukan dengan meminimumkan fungsi objektif:

$$min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho(e_i) = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j) \quad (25)$$

Untuk mendapatkan skala *invariant* pada *estimator,* diselesaikan dengan:

$$min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho(u_i) = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{e_i}{s}\right) = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{p} x_{ij}\beta_j}{s}\right) \quad (26)$$

Dengan *s* adalah skala robust estimator. Estimasi *s* yang sering digunakan adalah:

$$s = \frac{median|e_i - median(e_i)|}{0.6745} \quad (27)$$

Konstan 0.6745 membuat *s* mendekati *estimator* tak bias dari $\sigma$, dan residual berdistribusi normal.

**b. *Robust S-Estimator***

Metode *robust S-estimation* merupakan metode *High Breakdown Value* yang diperkenalkan pertama kali oleh Rousseeuw & Yohai (1984). *S-estimator* merupakan suatu metode metode estimasi parameter regresi *robust* dengan meminimumkan *scale S*. *S-estimator* juga meminimumkan skala residual dalam *M-estimator* (Abonazel & Rabie 2019)*. S-estimator* didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_s = \min \hat{\sigma}_2[e_1(\beta), e_2(\beta), \ldots, e_n(\beta)] \quad (28)$$

dengan menentukan nilai *estimator* skala robust ( $\hat{\sigma}_2$) yang minimum dan memenuhi:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{y_i \sum_{j=0}^{p} X_{i,j}\, \beta_j}{\hat{\sigma}}\right) \quad (29)$$

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{n\sum_{i=0}^{n}(e_i^2) - \left(\sum_{i=0}^{n} e_i\right)^2}{n(n-1)}} \quad (30)$$

Estimator $\hat{\beta}$ pada metode regresi *robust S-estimator* diperoleh dengan cara melakukan iterasi hingga diperoleh hasil yang konvergen. Proses ini dikenal sebagai MKT terboboti secara iterasi (Fox & Weisberg, 2010).

**c. *Robust MM-Estimator***

a kali diperkenalkan oleh Yohai (1987), yaitu gabungan dari metode unyai nilai *breakdown* tinggi *S-estimator* dan *M-estimator*. Langkah -*estimator* adalah menghitung estimasi parameter awal regresi ng memiliki *breakdown* tinggi *S-estimator*. Langkah kedua, dan skala estimasi *robust* dengan menggunakan *M-estimator* (Sari *et al.*, 2020). Ketiga, menghitung estimasi parameter akhir dengan *M-estimator. MM-estimator* didefinisikan sebagai berikut:

$$\tilde{\beta}_{MM} = \min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{e_i}{\hat{\sigma}}\right) = min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{p} X_i \beta_j}{\hat{\sigma}}\right) \tag{31}$$

Persamaan (31) kemudian diturunkan terhadap $\beta_j$ kemudian disamakan dengan 0 sehingga

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{p} X_{ij} \beta_j}{\hat{\sigma}}\right)}{\partial \beta_j} = \tag{32}$$

Karena $e_i = y_i - \sum_{j=0}^{p} X_i \beta_j$ maka $u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}}$ sehingga persamaan (32) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \rho\,(u_i)}{\partial \beta_j} = 0$$

Dengan menggunakan aturan rantai, diperoleh:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \rho\,(u_i)}{\partial \beta_j} = 0$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \rho\,(u_i)}{\partial u_i} \times \frac{\partial u_i}{\partial \beta_j} = 0$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \rho\,(u_i)}{\partial u_i} \times \frac{\partial \frac{y_i - \sum_{j=0}^{p} X_i \beta_j}{\hat{\sigma}}}{\partial \beta_j} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \rho'(u_i) \times \left(-\frac{X_{ij}}{\hat{\sigma}}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \rho'\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{p} X_i \beta_j}{\hat{\sigma}}\right) \times \left(-\frac{X_{ij}}{\hat{\sigma}}\right) = 0$$

Masing-masing dikalikan dengan dengan $(-\hat{\sigma})$ sehingga diperoleh:

$$-\frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^{n} \rho'\left(y_i - \sum\nolimits_{j=0}^{p} X_i \beta_j\right) \times (X_{ij}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \rho'\left(y_i - \sum\nolimits_{j=0}^{p} X_i \beta_j\right) \times (X_{ij}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} \rho'\left(y_i - \sum\nolimits_{j=0}^{p} X_i \beta_j\right) = 0$$

ngaruh yang merupakan turunan tadi $\rho$ dimana $(\rho' = \varphi)$, dapat rikut:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} \psi\left(y_i - \sum\nolimits_{j=0}^{p} X_i \beta_j\right) = 0 \tag{33}$$

Fungsi pengaruh ini digunakan untuk mendapatkan fungsi pembobot yang dapat didefinikan sebagai:

$$w(u_i) = w_i = \frac{\psi(u_i)}{u_i} = \frac{\varphi\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{p} X_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}}\right)}{\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{p} X_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}}\right)} \tag{34}$$

Sehingga Persamaan (33) dapat ditulis sebagai:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} w_i \left(y_i - \sum\nolimits_{j=0}^{p} X_i \beta_j\right) = 0, \quad j = 0,1,\dots,p \tag{35}$$

Persamaan (33) kemudian diselesaikan dengan *iteratively reweighted least square (IRLS).* Estimasi awal $\hat{\beta}^{(1)}$ dan residual $e_i^{(1)}$ diambil dari regresi *robust* dengan *high breakdown point* (*S-Estimator*) untuk pembobot awal menggunakan pembobot $w_i^{(2)}$. Maka:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} w_i y_i - \sum_{i=1}^{n} X_{ij} w_i \sum_{j=0}^{p} X_{ij}\beta_j = 0 \tag{36}$$

Persamaan (36) dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X'Wy} - \boldsymbol{X'WX\hat{\beta}} &= \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{X'WX\hat{\beta}} &= \boldsymbol{X'Wy} \end{aligned} \tag{37}$$

dengan ***W*** adalah matriks diagonal yang berukuran $n \times n$ dengan elemen-elemen diagonalnya $W_{1,1}, W_{1,2}, \dots, W_{1,n}$. Regresi terboboti tersebut dapat digunakan untuk memperoleh estimasi MM, sehingga dari Persamaan (37) diperoleh estimasi parameter berikut.

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{X'WX})^{-1}\,\boldsymbol{X'WX\hat{\beta}} &= (\boldsymbol{X'WX})^{-1}\boldsymbol{X'Wy} \\ \boldsymbol{\hat{\beta}}_{MM} &= (\boldsymbol{X'WX})^{-1}\boldsymbol{X'Wy} \end{aligned} \tag{38}$$

Estimasi $\boldsymbol{\hat{\beta}_{MM}}$ dilakukan hingga mendapatkan $\sum_{i=1}^{n} |e_i^m|$ konvergen yaitu selisih $\hat{\beta}_{MM}^{m+1}$ dengan $\hat{\beta}_{MM}^{m}$ mendekati 0, dengan $m$ adalah banyaknya iterasi.

### 1.5.10 Fungsi Objektif dan Fungsi Pembobot

Fungsi objektif adalah fungsi yang digunakan untuk mencari pembobot pada regresi *robust* (Mardiana, 2019). Salah satu fungsi pembobot yang dapat digunakan adalah fungsi pembobot *Tukey bisquare.* Fungsi objektif untuk pembobot *Tukey bisquare* didefinisikan sebagai (Zulkarnain *et al*., 2020):

$$\rho = \begin{cases} \frac{c^2}{6}\left\{1 - \left[1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right]^2\right\}, & |u_i| \le c \\ \frac{c^2}{6}, & |u_i| > c \end{cases} \tag{39}$$



ot digunakan rumus sebagai berikut:

$$w_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right]^2, & |u_i| \le c \\ 0, & |u_i| > c \end{cases} \tag{40}$$

dengan $u_i \frac{e_i}{\sigma}$ dan $c$ adalah nilai *turning constant*. Diketahui nilai *turning constant* pada metode *Tukey bisquare* untuk *S-Estimator* yaitu 1.547 dan untuk *M-Estimator* yaitu 4.685.

**1.5.11 *Jackknife Ridge MM-Estimator***

*Jackknife Ridge MM-Estimator* merupakan metode estimasi parameter yang menggabungkan antara *Jackknife ridge regression* dengan *Robust MM-Estimator.* Metode ini digunakan untuk mengatasi masalah multikolinearitas dan *outlier* dalam model regresi. *Jackknife ridge regression* digunakan untuk mengurangi bias estimasi parameter ridge dan *MM-Estimator* digunakan untuk mengatasi *outlier.* Estimasi parameter *jackknife ridge mm-estimator* dilakukan dengan mengestimasi parameter *robust MM-Estimator* terlebih dahulu lalu hasil estimasi parameternya disubtisusikan kedalam rumus *jackknife ridge mm-estimator*, sehingga persamaan *jackknife ridge mm-estimator*:

$$\hat{\alpha}_{JRMM} = [\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A}^{-1}k\boldsymbol{I})^2]\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{MM} \quad (41)$$

dengan $I$ adalah matriks identitas, $A = \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z} + k\boldsymbol{I}$, $k =$ tetapan bias $k$ dan $\hat{\alpha}_{MM}$ adalah estimasi parameter yang dihasilkan oleh robust *MM-Estimator.*

**1.5.12 Uji Signifikansi Parameter**

Menurut Mulyani & Noeryanti (2017) terdapat dua jenis pengujian parameter model regresi yaitu pengujian secara simultan dan pengujian secara parsial. Pengujian parameter ini dilakukan untuk mengetahui apakah variabel independen berpengaruh terhadap variabel dependen.

**a. Pengujian Simultan**

Uji simultan dilakukan untuk menunjukkan apakah semua variabel independen yang dimasukkan dalam model berpengaruh secara bersama-sama terhadap variabel dependen (Sugiyono, 2015). Hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$, (variabel $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7$ secara simultan berpengaruh terhadap variabel dependen)

$H_1$: minimal ada satu $\beta_p \neq 0, i = 1, 2, \ldots, p$ $p$ (variabel $X_1, X_2, X_3, X_4,$ $X_5, X_6, X_7$ secara simultan tidak berpengaruh terhadap variabel dependen)

$$F = \frac{JKR/p}{JKS/(n-p-1)} \quad (42)$$

dengan:

JKR adalah jumlah kuadrat regresi, JKS adalah jumalah kuadrat sisaan, $p$ adalah banyaknya parameter independen, dan $n$ adalah jumlah observasi. Kriteria ujinya yaitu $H_0$ ditolak jika $F > F_{\alpha,(p,nT-p-1)}$ atau $p - value < \alpha$ (Malau, 2021).

**b. Uji Parsial**

Uji parsial digunakan untuk menunjukkan seberapa jauh pengaruh dari variabel independen terhadap variabel dependen dengan menganggap variabel independen ...an (Ghozali, 2011). Hipotesis yang digunakan adalah:

... $p$ (variabel independen ke-*i* tidak berpengaruh signifikan terhadap

... $p$ (variabel independen ke-*i* berpengaruh signifikan terhadap

$$t_{|hitung|} = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \tag{43}$$

dengan:

$$SE(\hat{\beta}_j) = \sqrt{var\hat{\beta}_j} \tag{44}$$

$\hat{\beta}_j$ = estimasi koefisien regresi pada variabel independen ke-*i*

$SE(\hat{\beta}_j)$ = standar *residual* dari koefisien regresi pada variabel independen ke-*i*

Kriteria ujinya yaitu, $H_0$ ditolak jika $|t_{hitung}| > t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-p-1\right)}$ atau $p - value < \alpha$ (Malau, 2021).

### 1.5.13 Pemilihan Model Terbaik

**a. *Mean Square Error***

Metode yang digunakan untuk menentukan ukuran kebaikan model dilakukan dengan menghitung nilai *mean square error* (MSE). Perhitungan MSE dilakukan dengan persamaan berikut (Montgomery *et.,al* 2012):

$$MSE = \frac{JKS}{n - p - 1} \tag{45}$$

dengan $JKS$ adalah jumlah kuadrat sisa, $n$ adalah jumlah observasi, dan $p$ adalah banyaknya parameter independen. Jika $MSE$ semakin kecil hingga mendekati nol maka dapat dikatakan bahwa model regresi semakin baik.

**b. Koefisien Determinasi**

Selain $MSE$, untuk menentukan ukuran kebaikan model dapat menggunakan koefisien determinasi $(R^2)$. Model lebih baik jika $R^2$ semakin mendekati satu (Gujarati, 2003):

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} \tag{46}$$

dengan JKR adalah jumlah kuadrat regresi dan JKT adalah jumlah kuadrat total.