

**PEMODELAN REGRESI *ROBUST* DENGAN ESTIMASI  
*METHOD OF MOMENT* DAN *GENERALIZED MOMENT***

*ROBUST* REGRESSION MODELING WITH *METHOD OF  
MOMENTS ESTIMATION* AND *GENERALIZED MOMENT*

**KHAIRUNNISA ABDULLAH**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA  
SEKOLAH PASCASARJANA  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR**

**2024**

**PEMODELAN REGRESI *ROBUST* DENGAN ESTIMASI  
*METHOD OF MOMENT* DAN *GENERALIZED MOMENT***

Tesis  
sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar Magister

Program Studi Statistika

Disusun dan diajukan oleh :

**KHAIRUNNISA ABDULLAH**  
H062221014

kepada

**PROGRAM MAGISTER STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2024**

TESIS

PEMODELAN REGRESI ROBUST DENGAN ESTIMASI METHOD OF  
MOMENT DAN GENERALIZED MOMENT

KHAIRUNNISA ABDULLAH

H062221014

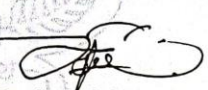
Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka  
Penyelesaian Studi Program Magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu  
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin  
pada tanggal 02 Februari 2024  
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama

Pembimbing Pendamping


  
Prof. Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.  
NIP. 19620926 198702 2 001

  
Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.  
NIP. 19770808 200501 2 002



  
Ketua Panitia Studi  
Magister Statistika  
Dr. Eka Tri Herdiani, S.Si., M.Si.  
NIP. 19750429 200003 2 001



  
Dekan Fakultas MIPA  
Universitas Hasanuddin  
Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.  
NIP. 19720515 199702 1 002

UNIVERSITAS HASANUDDIN

## PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul "**Pemodelan *Regresi Robust* dengan *Estimasi Method of Moment* dan *Generalized Moment***" adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing Prof. Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si. sebagai Pembimbing Utama dan Dr. Anna Islamiyati, S.Si, M.Si. sebagai Pembimbing Pendamping. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari isi tesis ini telah di *accepted* di Jurnal (**Journal of Propulsion Technology/Tuijin Jishu**) dengan judul "**Robust Regression Modeling with Method of Moment Estimations and Generalized Moment on Regional domestic Product of Bruto**".

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 30 Januari 2024

Yang menyatakan,



*Khairunnisa*

Khairunnisa Abdullah  
NIM H062221014

## ABSTRAK

KHAIRUNNISA ABDULLAH. **Pemodelan Regresi *Robust* Dengan Estimasi *Method Of Moment* Dan *Generalized Moment*** (dibimbing oleh Georgina Maria Tinungki dan Anna Islamiyati).

Salah satu faktor untuk menilai kondisi perekonomian di suatu daerah adalah Produk Domestik Regional Bruto (PDRB). PDRB dapat dipengaruhi oleh beberapa faktor, dimana faktor-faktor tersebut dapat diidentifikasi dengan menggunakan analisis regresi. Permasalahan yang muncul dalam analisis regresi adalah menentukan estimator terbaik untuk parameter model yang sangat dipengaruhi oleh penggunaan metode tersebut. Misalnya, menggunakan metode kuadrat terkecil tidak akan sesuai untuk menyelesaikan masalah yang mengandung beberapa *outlier* atau pengamatan yang ekstrim, atau asumsi normalitas tidak dapat dipenuhi. Dalam kasus regresi linear, dimungkinkan terdapat outliers. Untuk mengatasi masalah pencilan diperlukan suatu metode regresi yang bersifat *robust* dimana nilai estimasinya tidak banyak dipengaruhi oleh pencilan dalam data. Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari nilai residu tidak normal dan adanya pencilan yang mempengaruhi model. Dalam regresi *robust* terdapat beberapa metode estimasi seperti estimasi M, S, MM, LTS, GM. Dalam penelitian ini akan digunakan estimasi *method of moment* dan estimasi *generalized moment* lalu diaplikasikan pada data Produk Domesti Regional Bruto (PDRB). Dari hasil penelitian ini didapatkan bahwa estimasi *method of moment* lebih baik digunakan pada data PDRB dengan nilai MSE 0.0249 lebih kecil dibanding nilai MSE *generalized moment* 0.0491.

**Kata Kunci:** Analisis Regresi, Regresi *Robust*, Estimasi *Method of Moment*, *Generalized Moment*, Produk Domestik Regional Bruto

**ABSTRACT**

KHAIRUNNISA ABDULLAH. *Robust Regression Modeling With Method Of Moments Estimation And Generalized Moment* (supervised by Georgina Maria Tinungki dan Anna Islamiyati).

One of the key factors for assessing the economic conditions in a area is Regional Domestic Product of Bruto (RDPB). RDPB can be influenced by several factors, of which these factors can be identified using regression analysis. In the case of linear regression, it is possible that there is data that deviates quite far from other observations, which we are more familiar with as outliers. Therefore, to overcome the outlier problem, a robust regression method is needed where the estimated value is not much influenced by outliers in the data. The method of robust regression can be used to find the correlation between one variable and multiple independent variables. Finding the optimal estimator for the model parameters an issue that occurs in regression analysis is heavily influenced by the method's application. For instance, problems where the assumption of normality cannot be found or if there are multiple outliers or extreme data cannot be solved with the least squares approach. A robust regression method which the predicted value is not significantly impacted by outliers in the data, is required to solve the outlier problem. Robust regression uses a variety of estimate methods including M, S, the Method of Moment, LTS, and Generalized Moment estimation. The study's findings indicate that RDPB data, whose generalized moment MSE value is 0.0491 is larger than 0.0249, making RDPB data better suited for the method of moment estimation.

**Keywords:** *Regression Analysis, Robust Regression, Method of Moment Estimation, Generalized Moment Estimation, Regional Domestic Product of Bruto*

## UCAPAN TERIMA KASIH

Segala Puji Syukur kepada **Allah SWT**, Tuhan Yang Maha Esa, atas berkat, bimbingan dan kasih karunia-Nya yang dilimpahkan kepada penulis, serta shalawat dan salam semoga selalu tercurahkan kepada baginda tercinta, Nabi yang paling dimuliakan, pemimpin orang-orang bertakwa, **Muhammad SAW** yang dinanti-nantikan syafaatnya di akhirat kelak. Limpahan doa kepada keluarga serta sahabat Rasulullah SAW. *Alhamdulillah*, berkat rahmat dan karunia serta mukzizat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini sebagai salah satu syarat akademik untuk meraih gelar Magister Sains pada Program Studi Magister Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulisan tugas akhir ini tentunya tidak lepas dari bantuan berbagai pihak baik moril maupun materil. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tak terhingga untuk Ayah tercinta **Abdullah Ahmad** dan Ibunda tercinta **St. Rugayah** yang tak kenal lelah mendoakan, memberikan dukungan, dan selalu melimpahkan cinta dan kasih sayangnya kepada penulis sehingga mereka menjadi motivasi terbesar penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Untuk saudara-saudaraku tercinta Almarhumah **Fithri Ramadhan**, Almarhum **Fathurrahman, Khaerurrizal** dan keponakanku tercinta **Aliyah Syifa Humaira** terima kasih telah memberikan semangat, motivasi, dukungan, dan doa yang diberikan kepada penulis.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc. selaku Rektor Universitas Hasanuddin.
2. Dr. Eng. Amiruddin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si. selaku Ketua Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin dan selaku Pembimbing Pertama yang telah bersabar dan bersedia meluangkan banyak waktunya untuk membimbing penulis serta memberikan dukungan, masukan, dan kemudahan kepada penulis dalam penyelesaian tesis ini.
4. Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Magister Statistika Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin yang

menjadi salah satu tim penguji yang telah memberikan arahan dan dukungan dalam penyelesaian tesis ini

5. Prof. Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si. selaku Pembimbing Utama yang sangat bersabar dan bersedia meluangkan banyak waktunya untuk membimbing penulis serta memberikan ilmu, dukungan, masukan motivasi, dan kemudahan kepada penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
6. Dr. Nurtiti Sanusi, S.Si., M.Si. selaku penguji penulis yang telah bersedia memberikan masukan-masukan dan arahan dalam penyusunan tesis.
7. Dr. Nirwan, M.Si selaku penguji penulis yang telah bersedia memberikan masukan-masukan dan arahan dalam penyusunan tesis.
8. Bapak dan Ibu Dosen serta Staf Departemen Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin, yang dengan tulus ikhlas memberikan ilmu pengetahuan dan pengalaman yang dimilikinya selama perkuliahan berlangsung sehingga memberikan banyak manfaat bagi penulis untuk saat ini maupun di masa mendatang.
9. Sahabat terbaik penulis Andi Arisyi Zulwaqar, terima kasih atas nasehat, dukungan yang luar biasa dan kebersamaanya yang telah dilalui bersama penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
10. Seluruh teman-teman Mahasiswa Program Studi Magister Statistika 2021 terkhusus Mahrani, Aqilah Salsabilah Rahman, Nur Ikhwana. Terima kasih atas dukungan luar biasa kepada penulis.
11. Teman-teman Mahasiswa Program Magister Statistika angkatan I sampai angkatan VIII, terkhusus Muhammad Fadil dan Samsir Aditya Ania terima kasih atas bantuan yang luar biasa kepada penulis.
12. Tim Parusuh terkhusus Try Sutriani, Nur Hidayah, Ramlah Wati. Terima kasih atas dukungan luar biasa kepada penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
13. Sobat Hacıuku Nahdatunnisa Arumahi dan Dwi Putri Anjasari Rani terima kasih atas dukungan luar biasa kepada penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
14. Sahabat Kecilku Nurbaeti dan Nurjannati terima kasih atas dukungan luar biasa kepada penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
15. Semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian tesis ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu. Jazakumullah Khairan Katsiran.



Semoga Allah SWT memberikan pahala yang berlipat ganda atas segala kebaikan yang telah diberikan kepada penulis dan semoga penulisan tesis ini bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, khususnya dalam dunia statistika dan data sains

Makassar, 30 Januari 2024

Khairunnisa Abdullah

## DAFTAR ISI

<b>PERNYATAAN PENGAJUAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>TESIS</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TESIS</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>vi</b>
<b>UCAPAN TERIMA KASIH</b> .....	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xv</b>
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
<b>BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>4</b>
2.1 Produk Domestik Regional Bruto .....	4
2.2 Analisis Regresi .....	4
2.3 Analisis Regresi Linear Berganda .....	4
2.4 Metode Kuadrat Terkecil .....	5
2.5 Pengujian Signifikansi Parameter.....	8
2.5.1 Uji Simultan.....	8
2.5.2 Uji Parsial.....	8
2.6 Uji Asumsi Klasik.....	8
2.6.1 Uji Multikolinearitas .....	8
2.6.2 Uji Autokorelasi .....	9
2.6.3 Uji Heteroskedastisitas.....	9
2.6.4 Uji Normalitas.....	9
2.7 Pencilan .....	10

2.8	Regresi Robust .....	11
2.9	Estimasi M .....	12
2.10	Estimasi S .....	13
2.11	Estimasi Method of Moment .....	14
2.12	Estimasi Generalized Moment .....	14
2.13	Pemilihan Model Terbaik .....	15
2.14	Kerangka Konsep .....	16
<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>		<b>17</b>
3.1	Sumber Data .....	17
3.2	Variabel Penelitian .....	17
3.3	Definisi Operasional .....	17
3.4	Metode Analisis .....	19
3.5	Diagram Alir .....	21
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>		<b>22</b>
4.1	Estimasi Method of Moment .....	22
4.2	Estimasi Generalized Moment .....	24
4.3	Uji Asumsi Klasik .....	25
4.3.1	Uji Autokorelasi .....	25
4.3.2	Uji Normalitas .....	26
4.3.3	Uji Multikolinieritas .....	27
4.3.4	Uji Heteroskedastisitas .....	28
4.4	Uji Signifikansi Parameter .....	28
4.4.1	Uji Simultan .....	28
4.4.2	Uji Parsial .....	28
4.5	Penerapan Estimasi <i>Method of Moment</i> dan <i>Generalized Moment</i> pada data Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia tahun 2021 .....	29
4.5.1	Deksripsi Data .....	29
4.5.2	Estimasi Parameter $\beta$ dengan Metode MKT .....	30
4.5.3	Identifikasi <i>Outlier</i> .....	30

4.5.4	Pemodelan dengan Metode Regresi <i>Robust</i> menggunakan Estimasi <i>Method of Moment</i> .....	32
4.5.5	Pemodelan dengan Metode Regresi <i>Robust</i> menggunakan Estimasi <i>Generalized Moment</i> .....	33
4.5.6	Perbandingan Regresi <i>Robust</i> dengan Menggunakan Metode Kuadrat Terkecil, <i>Method Of Moment</i> dan <i>Generalized Moment</i> .....	33
4.5.7	Pemilihan Model Terbaik.....	33
<b>BAB V</b>	.....	<b>35</b>
5.1	Kesimpulan .....	35
5.2	Saran .....	35
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	.....	<b>36</b>
<b>LAMPIRAN</b>	.....	<b>39</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian .....	17
Tabel 3. 2 Definisi Operasional .....	18
Tabel 4. 1 Uji Autokorelasi .....	26
Tabel 4. 2 Uji Normalitas .....	26
Tabel 4. 3 Uji Multikolonieritas.....	27
Tabel 4. 4 Uji Heterokedastisitas .....	28
Tabel 4. 5 Uji Simultan .....	28
Tabel 4. 6 Uji Parsial .....	29
Tabel 4. 7 Deskripsi Data.....	29
Tabel 4. 8 Pengujian Metode MKT .....	30
Tabel 4. 9 Identifikasi Pencilan .....	31
Tabel 4. 10 Estimasi <i>Method of Moment</i> .....	32
Tabel 4. 11 Estimasi <i>Generalized Moment</i> .....	33
Tabel 4. 12 Perbandingan Estimasi .....	33
Tabel 4. 13 Pemilihan Model Terbaik.....	34

**DAFTAR GAMBAR**

**Gambar 2. 1 Kerangka Konsep ..... 16**

**Gambar 3. 1 Diagram Alir ..... 21**

**Gambar 4. 1 Uji Normalitas ..... 27**

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia .....	39
Lampiran 2. Biodata Penulis .....	41

## BAB 1

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan metode yang digunakan untuk menentukan hubungan antara variabel satu dengan satu atau lebih variabel bebas. Hubungan antara variabel respon dan variabel bebas disimpulkan dalam suatu model matematis guna mengetahui pola perubahan nilai variabel-variabel tersebut pada masa yang akan datang (Setyowati et al., 2021). Pada regresi linear, variabel independen diasumsikan mempengaruhi variabel dependen secara linear. Variabel dependen dalam regresi linear bersifat kontinu, sedangkan variabel independen dapat bersifat kontinu atau kategorik. Analisis regresi linear yang melibatkan satu variabel independen disebut analisis regresi linear sederhana, sedangkan analisis regresi linear yang melibatkan lebih dari satu variabel independen disebut analisis regresi linear ganda.

Permasalahan yang muncul dalam analisis regresi adalah menentukan estimator terbaik untuk parameter model yang sangat dipengaruhi oleh penggunaan metode tersebut. Misalnya, menggunakan metode kuadrat terkecil tidak akan sesuai untuk menyelesaikan masalah yang mengandung beberapa outlier atau pengamatan yang ekstrim, atau asumsi normalitas tidak dapat dipenuhi. Dalam kasus regresi linear, dimungkinkan terdapat outliers (Pratiwi et al., 2018). Pencilan adalah suatu pengamatan yang menyimpang cukup jauh dari pengamatan lainnya sehingga menimbulkan dugaan bahwa pengamatan tersebut berasal dari distribusi data yang berbeda. Tindakan membuang begitu saja suatu pencilan bukanlah tindakan yang bijaksana, karena adakalanya pencilan memberikan informasi yang cukup berarti. Oleh sebab itu, untuk mengatasi masalah pencilan diperlukan suatu metode regresi yang bersifat robust dimana nilai estimasinya tidak banyak dipengaruhi oleh pencilan dalam data (Wahyuningsih et al., 2015).

Regresi robust merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari nilai residu tidak normal dan adanya pencilan yang mempengaruhi model. Penggunaan metode regresi robust akan menghasilkan model persamaan regresi yang bersifat resisten terhadap pencilan. Dalam regresi robust terdapat beberapa metode estimasi seperti estimasi M, S, *Method of Moment*, LTS, *Generalized*



*Moment* (Aristiarto et al., 2023) Pada penelitian ini estimasi yang digunakan adalah estimasi *Method of Moment* dan *Generalized Moment*. Estimasi *Method of Moment* adalah metode yang pertama kali diperkenalkan oleh Yohai pada tahun 1987 yaitu dengan menggabungkan suatu *high breakdown point* (50%) dengan efisiensi tinggi (mencapai 95%) (Ihsan et al., 2018).

Berdasarkan penelitian terdahulu Mohamed Almetwally,dkk (2018) melakukan penelitian membandingkan estimasi M, estimasi S dan Estimasi *Method of Moment* lalu didapatkan hasil bahwa estimasi *Method of Moment* lebih efisien digunakan dibanding estimasi M dan S selanjutnya Yimnak & Piampholphan (2021) menggunakan regresi robust estimasi *Method of Moment* dan Fuzzy Robust lalu didapatkan estimasi *Method of Moment* efisien digunakan pada data yang mengandung outlier. Mulyani & Noeryanti (2017) menggunakan regresi robust estimasi *Method of Moment* efisien digunakan pada data produksi kedelai. Anindika, dkk (2020) membandingkan regresi OLS dan regresi robust estimasi *Method of Moment* kemudian disimpulkan bahwa estimasi *Method of Moment* lebih baik daripada regresi OLS pada data DBD. Sedangkan estimasi *Generalized Moment* merupakan pengembangan dari estimasi M ketika estimasi M kurang resisten terhadap pencilan pada variabel  $x_i$ . Ide dasar yang melatarbelakangi estimasi *Generalized Moment* adalah untuk membatasi pengaruh pencilan pada variabel  $x_i$  dengan menggunakan fungsi pembobot yang hanya bergantung pada  $x_i$  (Aristiarto et al., 2023). Denby & Douglas Martin (1979) melakukan penelitian menggunakan estimasi *Generalized Moment* dan didapatkan estimasi *Generalized Moment* sangat efisien digunakan. Midi,dkk (2021) menggunakan estimasi *Generalized Moment* pada data simulasi dan efisien digunakan selanjutnya Utomo & Fitrianto (2022) menggunakan regresi robust estimasi *Generalized Moment* efisien digunakan pada pemodelan kalibrasi untuk kadar gula darah, Aristiarto (2023) menggunakan regresi robust estimasi *Generalized Moment* efisien digunakan pada indeks keparahan kemiskinan.

Berdasarkan uraian tersebut penulis menyusunnya dalam suatu penelitian dengan judul "Pemodelan Regresi Robust Menggunakan Estimasi *Method Of Moment* dan *Generalized Moment*". Selanjutnya, akan diaplikasikan pada data Produk Domestik regional Bruto (PDRB). Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) adalah jumlah nilai tambah dari kegiatan perekonomian di suatu daerah secara keseluruhan baik berupa jumlah dari nilai tambah barang dan jasa. Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga berlaku merupakan jumlah nilai

pendapatan, pengeluaran atau produksi yang dinilai dengan harga yang berlaku pada tahun yang bersangkutan dan dapat digunakan untuk melihat pergeseran dan struktur ekonomi. Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga konstan merupakan jumlah nilai pengeluaran, pendapatan atau produksi yang dinilai atas dasar harga tetap atau konstan pada tahun tertentu. PDRB dipengaruhi oleh upah minimum provinsi, kepadatan penduduk, indeks pembangunan manusia dan penanaman modal dalam negeri.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk estimasi model regresi robust menggunakan metode estimasi *Method of Moment* dan metode estimasi *Generalized Moment*?
2. Bagaimana model terbaik data produk domestik regional bruto menggunakan estimasi *Method of Moment* dan *Generalized Moment*?

## 1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, karena menggunakan regresi robust estimasi *Method of Moment* dan estimasi *Generalized Moment* maka batasan masalahnya terletak pada data yang mengandung pencilan.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Untuk memperoleh:

1. Bentuk estimasi model regresi robust menggunakan metode estimasi *Method of Moment* dan estimasi *Generalized Moment*?
2. Model terbaik data produk domestik regional bruto menggunakan estimasi *Method of Moment* dan *Generalized Moment*?

## 1.5 Manfaat Penelitian

Menambah wawasan keilmuan dan pengetahuan mengenai hasil penerapan regresi robust menggunakan estimasi *Method of Moment* dan *Generalized Moment*.

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Produk Domestik Regional Bruto

Salah satu indikator penting untuk mengetahui kondisi ekonomi disuatu daerah dalam suatu periode tertentu adalah data Produk Domestik Regional Bruto (PDRB)(Hartono et al., 2018). Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) juga merupakan nilai tambah bruto seluruh barang dan jasa yang tercipta atau dihasilkan di wilayah domestik suatu negara yang timbul akibat berbagai aktivitas ekonomi dalam suatu periode tertentu tanpa memperhatikan apakah faktor produksi yang dimiliki residen atau nonresiden.<sup>45</sup> Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) menggambarkan kemampuan suatu wilayah untuk menciptakan output (nilai tambah) pada suatu waktu tertentu. PDRB dari sisi lapangan usaha merupakan penjumlahan seluruh komponen nilai tambah bruto yang mampu diciptakan oleh lapangan usaha atas berbagai aktivitas produksinya. PDRB sendiri dipilih dikarenakan pertumbuhan ekonomi sendiri merupakan perkembangan kegiatan dalam perekonomian yang menyebabkan barang dan jasa yang diproduksi dalam masyarakat bertambah dapat diukur melalui perkembangan PDRB suatu tahun dengan tahun sebelumnya yang dinyatakan dalam satuan persen(Romhadhoni et al., 2018). Setelah dilakukan pengujian pada produk domestik regional bruto dapat dilihat bahwa terdapat beberapa outlier dalam data sehingga data tersebut bisa digunakan di regresi robust estimasi *method of moment* dan *generalized moment*.

#### 2.2 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan analisis yang mempelajari bagaimana membentuk sebuah hubungan fungsional dari data untuk dapat menjelaskan atau meramalkan suatu fenomena alami atas dasar fenomena yang lain. Analisis regresi memiliki peranan yang penting dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan. Kebanyakan analisis regresi bergantung pada metode kuadrat terkecil untuk mengestimasi parameter-parameternya dalam model regresi. Tetapi metode ini biasanya dibentuk dengan beberapa asumsi, seperti linearitas, tidak ada autokorelasi, tidak terjadi multikolinearitas, homoskedastisitas, dan error berdistribusi normal. (Cahyandari et al., 2012).

#### 2.3 Analisis Regresi Linear Berganda

Regresi berganda adalah suatu teknik analisis statistik yang mempelajari hubungan antara sebuah variabel terikat (*dependent variable*) dengan beberapa variabel bebas (*independent variable*) melalui suatu persamaan statistik (*statistical equation*), yang sering juga disebut dengan model statistik (*statistical model*) yang berdasarkan prinsip hubungan atau fungsi statistik. Menurut (Atamia et al., 2021) dalam analisis regresi berganda variabel terikat dipengaruhi dua atau lebih variabel bebas. Bentuk dasar dari model regresi berganda adalah sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i \quad (2. 1)$$

dengan:

- $y_i$  : variabel respon pada pengamatan ke- $i$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- $x_{ij}$  : pengamatan ke- $i$  dari variabel bebas ke- $j$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$  dan  $j = 1, 2, \dots, p$
- $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  : parameter koefisien regresi
- $\varepsilon_i$  : galat untuk pengamatan ke- $i$  yang diasumsikan berdistribusi normal yang saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 (nol) dan variansi  $\sigma^2$  atau dituliskan sebagai  $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

## 2.4 Metode Kuadrat Terkecil

Salah satu cara untuk mencari koefisien regresi menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Metode kuadrat terkecil memiliki konsep menduga parameter regresi  $\beta$  dengan meminimumkan jumlah kuadrat residunya. Metode kuadrat terkecil diperlukan untuk membandingkan jumlah dari  $n$  kuadrat simpangan. Nilai minimum ini dijelaskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \dots - \hat{\beta}_p x_{ip})^2 \end{aligned} \quad (2. 2)$$

Untuk meminimumkan, dicari turunan  $L$  secara parsial terhadap  $\beta_j$  dan disamakan dengan nol sehingga diperoleh.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \beta_0} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_p x_{ip})^2 \right] = 0 \\ &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_p x_{ip}) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \dots - \hat{\beta}_p x_{ip})^2 \right] = 0 \\
 &\quad -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_p x_{ip}) x_{i1} = 0 \\
 \frac{\partial L}{\partial \beta_2} &= \frac{\partial}{\partial \beta_2} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \dots - \hat{\beta}_p x_{ip})^2 \right] = 0 \\
 &\quad -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_p x_{ip}) x_{i2} = 0 \\
 &\quad \vdots \\
 \frac{\partial L}{\partial \beta_p} &= \frac{\partial}{\partial \beta_p} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \dots - \hat{\beta}_p x_{ip})^2 \right] = 0 \\
 &\quad -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_p x_{ip}) x_{ip} = 0 \tag{2.3}
 \end{aligned}$$

Persamaan (2.3) dikenal sebagai persamaan normal kuadrat terkecil (Least Square Normal Equation), dengan koefisien regresi yang belum diketahui. Untuk memudahkan dalam mengestimasi parameter koefisien regresi  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  persamaan 2.4 dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{2.4}$$

Dengan

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ 1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

$Y$  = vektor kolom dari variabel terikat yang berukuran  $n \times 1$

$X$  = Matriks dari variabel bebas yang berukuran  $n \times (k + 1)$

$\beta$  = Vektor kolom dari parameter yang berukuran  $(n + 1) \times 1$

$\varepsilon$  = Vektor kolom dari error yang berukuran  $n \times 1$

Dapat dilihat bahwa  $Y$  adalah vektor kolom berukuran  $(n \times 1)$  dengan elemen di dalamnya adalah variabel dependen,  $X$  adalah matriks berukuran  $(n \times$

$p$ ) dengan elemen di dalamnya adalah variabel independen,  $\beta$  adalah vektor kolom berukuran  $(p \times 1)$  dengan elemen di dalamnya adalah koefisien parameter regresi, dan  $\varepsilon$  adalah vektor kolom berukuran  $(n \times 1)$  dengan elemen di dalamnya adalah error. Dengan menggunakan sifat-sifat matriks yang telah dibahas sebelumnya,  $Q$  dapat ditentukan sebagai:

$$\begin{aligned}
 Q &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \\
 &= \varepsilon' \varepsilon \\
 &= (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \\
 &= (Y' - \beta'X')(Y - X\beta) \\
 &= Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Hasil perkalian  $\beta'X'Y$  merupakan skalar atau matriks berukuran  $(1 \times 1)$ , sehingga transpose dari matriks tersebut akan menghasilkan matriks dengan ukuran dan elemen di dalamnya yang sama. Transpose dari matriks tersebut adalah  $\beta'X'Y' = Y'X\beta$ , sehingga  $Q$  dapat ditulis sebagai berikut:

$$Q = Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta$$

Untuk memperoleh jumlah kuadrat error yang minimum, maka estimator kuadrat terkecil harus memenuhi:

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = \frac{\partial}{\partial \beta} (Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta) = 0$$

$$-2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

$$2X'X\hat{\beta} = 2X'Y$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}(X'Y) \tag{2.6}$$

Bukti bahwa  $\hat{\beta}$  merupakan estimasi linier tak bias dari  $\beta$

$$\begin{aligned}
 E[\hat{\beta}] &= E[(X'X)^{-1}(X'Y)] \\
 &= (X'X)^{-1}X'E[Y] \\
 &= (X'X)^{-1}X'XB \\
 &= \beta
 \end{aligned}$$

## 2.5 Pengujian Signifikansi Parameter

### 2.5.1 Uji Simultan

Untuk menguji atau mengukur hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor yang menjelaskan dari persamaan regresi secara menyeluruh disebut uji statistik F, dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$  artinya tidak ada pengaruh variabel prediktor terhadap model yang dibentuk

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_p \neq 0$  artinya ada variabel prediktor yang berpengaruh terhadap model yang dibentuk

Uji statistik F dinyatakan dalam bentuk rumus sebagai berikut:

$$F_{hitung} = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/(p-1)}{SSE/(n-k)}$$

### 2.5.2 Uji Parsial

Untuk menguji pengaruh masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon disebut uji statistik t, dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \beta_1 = 0$  (variabel prediktor ke-i tidak berpengaruh pada variabel respon)

$H_0: \beta_1 \neq 0$  (Minimal ada satu variabel prediktor ke-i berpengaruh terhadap variabel respon)

Uji statistik  $t$  dinyatakan dalam bentuk rumus sebagai berikut:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_i}{se(\hat{\beta}_i)}$$

## 2.6 Uji Asumsi Klasik

### 2.6.1 Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas dimaksudkan untuk menguji apakah model regresi ditemukan adanya korelasi antara variabel bebas (independen). Apabila terjadi korelasi antara variabel bebas maka terdapat problem multikolinearitas (multiko) pada model regresi tersebut.<sup>95</sup> Pendeteksian terhadap multikolinearitas dalam model regresi berganda, dapat dilakukan dengan melihat nilai VIF (*Variance Inflation Factor*) dari hasil analisis regresi. Ukuran ini menunjukkan setiap variabel independen manakah yang dapat dijelaskan oleh variabel independen lainnya. Apabila:

- 1) VIF > 10 maka dapat terdapat multikolinearitas

2) VIF < 10 maka tidak terdapat multikolinearitas

### 2.6.2 Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi linear ada tidaknya korelasi antara variabel pengganggu pada periode tertentu dengan variabel sebelumnya. Jika terjadi korelasi, maka dinamakan ada problem autikorelasi. Autokorelasi muncul karena observasi yang berurutan sepanjang waktu berkaitan satu sama lainnya. Autokorelasi dapat dideteksi dengan melakukan uji durbin-watson (d). Rumus umum Durbin Watson (DW) adalah sebagai berikut:

$$d = \frac{\sum(e_n - e_{n-1})^2}{\sum e_x^2}$$

Keterangan:

$d$  = nilai Durbin Watson

$e$  = residual

Hasil perhitungan *durbin Watson* ( $d$ ) dibandingkan dengan nilai tabel  $d$  pada  $\alpha=0,05$ , pada tabel  $d$  terdapat nilai batas atas ( $dL$ ) dan nilai batas bawah ( $dU$ ).

- 1) Jika  $d < dL$  dan apabila  $d > 4 - dL$  maka terdapat autokorelasi.
- 2) Jika  $dU < d < 4 - dU$  berarti tidak terjadi autokorelasi.

### 2.6.3 Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas ditujukan untuk menguji apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan variance dan residual suatu periode pengamatan ke periode pengamatan yang lain. Jika variance dan residual satu pengamatan ke pengamata lain tetap, maka disebut homoskedastisitas dan jika berbeda disebut heteroskedastisitas. Model regresi yang baik adalah homoskedatisitas atau tidak terjadi heteroskedatisitas. Cara untuk melihat ada tidaknya heteroskedastisitas pada suatu model dapat diuji dengan uji glejser. Pengambilan keputusan dengan melihat nilai signifikansi lebih dari 0,05 maka tidak terjadi gejala heteroskedastisitas. Adapun cara lain melihat heteroskedastisitas dapat dideteksi dengan besar  $r_s$  yaitu koefisien korleasi peringkat dari spearman yang dirumuskan sebagai berikut:

$$r_{sd} = 1 - 6 \left[ \frac{\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \right]$$

### 2.6.4 Uji Normalitas

Pengujian asumsi normalitas yang paling sering digunakan adalah uji normalitas *Kolmograv-Smirnov* untuk mengetahui normal atau tidaknya data yang



digunakan. Uji *Kolmogorov-smirnov* adalah uji beda antara data yang diuji normalitasnya dengan data normal baku. Dengan pengambilan keputusan:

- 1) Jika Sig > 0,05 maka data berdistribusi normal
- 2) Jika Sig < 0,05 maka data tidak berdistribusi normal

## 2.7 Pencilan

Pencilan adalah pengamatan yang jauh dari kelompok data yang mungkin berpengaruh besar terhadap koefisien regresi. Adanya Pencilan dapat disebabkan oleh beberapa hal diantaranya adalah kesalahan input data, kekeliruan pada sistem pengukuran ataupun karena terjadinya peristiwa yang luar biasa seperti krisis maupun bencana. Soemartini dalam Daniel mengemukakan bahwa keberadaan pencilan dapat dideteksi dengan metode sebagai berikut:

### 1) Metode DFFITS

Metode ini merupakan pengukuran influence global atau memberikan informasi mengenai pengaruh kasus ke-i terhadap keseluruhan karakteristik dari persamaan regresi yang ditinjau dari nilai fitnya (Daniel, 2019). DFFITS merupakan metode gabungan antara metode *leverage* ( $h_{ii}$ ) dan *externally studentized residuals* ( $t_i$ ). Dimana metode *leverage* dapat ditentukan sebagai berikut:

$$h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{(n-1)S_x^2}$$

Dengan:

$h_{ii}$  = leverage kasus ke-i

$n$  = Banyaknya data

$X_i$  = Nilai untuk kasus ke-i

$\bar{X}$  = mean dari X

$S_x^2$  = Kuadrat n kasus dari simpangan  $X_i$  terhadap mean

Maka nilai DFFITS dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$DFFITS_i = t_i \sqrt{\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}}}$$

Dengan:

$$t_i = e_i \sqrt{\frac{n - k - 1}{JKG(1 - h_{ii}) - e_i^2}}$$

$e_i$  adalah residual ke- $i$  dan JKG merupakan jumlah kuadrat residual. Data dikatakan outlier ketika nilai  $|DFFITs| > 2\sqrt{k/n}$  dengan  $k$  banyaknya parameter dalam model dan  $n$  banyaknya pengamatan.

## 2.8 Regresi Robust

Regresi robust merupakan alat penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh outlier sehingga dihasilkan model yang robust atau resistance terhadap outlier. Suatu estimasi yang resistance adalah relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan kecil pada bagian besar data. Regresi robust bertujuan untuk mengatasi penyimpangan-penyimpangan sebagai pengganti metode kuadrat terkecil. Kelebihan metode tersebut adalah kurang peka terhadap penyimpangan-penyimpangan yang sering terjadi dari asumsi klasik.

Prosedur statistik yang bersifat kekar ditujukan untuk mengakomodasi adanya keanehan data dan sekaligus meniadakan pengaruhnya terhadap analisis tanpa terlebih dahulu mengadakan identifikasi (Safitri, 2015). Dua hal yang diperlukan dalam estimasi robust adalah resistance dan efisiensi. Suatu estimasi dikatakan resistance terhadap outlier jika sebageian kecil dari data tidak memberikan efek yang terlalu besar terhadap estimator. Estimasi memiliki efisiensi yang cukup baik pada berbagai sebaran jika raagamnya mendekati ragam minimum untuk setiap sebaran (Montgomery & Peck, 1982). Menurut (Chen, 2002) metode-metode estimasi dalam regresi robust diantaranya adalah:

1. Estimasi M (*Maximum likelihood type*) adalah metode estimasi yang sederhana baik dalam penghitungan maupun secara teoritis yang dikenalkan oleh Huber (1973). Estimasi ini menganalisis data dengan mengasumsikan bahwa sebagian besar yang terdeteksi outlier pada variabel dependen.
2. Estimasi LTS (*Least Trimmed Squares*) adalah metode dengan *high breakdown point* yang dikenalkan oleh Rousseeuw (1984). Breakdown point adalah ukuran proporsi minimal dari banyaknya data yang terkontaminasi outlier dibandingkan seluruh data pengamatan.
3. Estimasi S (*Scale*) merupakan metode dengan *high breakdown point* yang dikenalkan oleh Rousseeuw and Yohai (1984). Dengan nilai breakdown yang sama, metode ini mempunyai efisiensi yang lebih tinggi dibanding estimasi LTS.

4. Estimasi MM (*Method of Moment*) merupakan metode kombinasi antara *high breakdown point* dan estimasi M yang dikenalkan oleh Yohai (1987). Estimasi ini mempunyai efisiensi yang lebih tinggi dibanding estimasi S.
5. Estimasi GM (*Generalized Moment*) merupakan pengembangan dari estimasi M untuk mengatasi kekurangan dari estimasi M dimana estimasi M hanya mengatasi pencilan pada variabel dependen saja sedangkan pada estimasi GM dapat mengatasi pencilan pada variabel dependen dan independen.

## 2.9 Estimasi M

Salah satu estimasi robust yang paling sering digunakan adalah estimasi M yang diperkenalkan oleh Huber. Pada prinsipnya estimasi M merupakan estimasi yang meminimumkan suatu fungsi objektif  $\rho$

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho(e_i) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{s}\right) \quad (2.7)$$

Dengan  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$  merupakan nilai estimasi M dari  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$  yang meminimumkan

$$\sum_{i=1}^n \rho(u_i) = \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{e_i}{s}\right) = \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{s}\right) \quad (2.8)$$

Dimana  $\rho(u_i)$  adalah fungsi simetris dari residu atau fungsi yang memberikan kontribusi pada masing-masing residual pada fungsi objektif. Pada umumnya, suatu estimasi skala robust perlu diestimasi. Pilihan estimasi yang populer untuk  $s$  adalah

$$s = \frac{\text{median}\{|e_i - \text{median}(e_i)|\}}{0,6745}$$

dimana median merupakan ukuran pusat data yang robust terhadap outlier, karena tidak terpengaruh dengan adanya outlier. Pemilihan konstanta 0,6745 membuat sedemikian hingga  $s$  merupakan suatu estimator yang mendekati tak bias dari  $\sigma$ , jika  $n$  besar dan error berdistribusi normal.

Didefinisikan suatu fungsi pembobot  $w_i = \psi(u_i)/u_i$  yang bernilai diantara 0 dan 1, dengan  $u_i = e_i/\hat{\sigma}$ , sehingga diperoleh:

$$w_i = \frac{\psi(u_i)}{(u_i)}$$

$$= \frac{\psi\left(\frac{y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}}{\hat{\sigma}}\right)}{\frac{y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}}{\hat{\sigma}}}$$

$$w_i \left( \frac{y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}}{\hat{\sigma}} \right) = \psi \left( \frac{y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}}{\hat{\sigma}} \right)$$

### 2.10 Estimasi S

Estimasi S pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw & Yohai (1984) dengan *breakdown point* yang dapat mencapai hingga 50%. Estimasi S menggunakan standar deviasi galat untuk mengatasi kelemahan median. Menurut Yu & Yao (2017) estimasi S didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_S = \arg \min \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{y_i - X_i \hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{WLS}} \right) \quad (2.9)$$

dengan  $\rho$  adalah fungsi objektif *Tukey Bisquare* sesuai Persamaan 2.10

$$\rho(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i^2}{2} - \frac{z_i^4}{2c^2} + \frac{z_i^6}{6c^4} & , |z_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & , |z_i| > c \end{cases} \quad (2.10)$$

Penyelesaian Persamaan 2.9 dapat dilakukan dengan mencari turunannya terhadap  $\hat{\beta}_{WLS}$  sehingga diperoleh:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \psi \left( \frac{y_i - X_i \hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{WLS}} \right) = 0$$

dengan  $\psi$  disebut fungsi pengaruh yang merupakan turunan dari fungsi objektif Persamaan 2.10. Sehingga diperoleh fungsi pembobot pada Persamaan 2.11.

$$w_i^* = \frac{\psi(z_i)}{z_i} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{z_i}{c}\right)^2\right)^2 & , |z_i| \leq c \\ 0 & , |z_i| > c \end{cases} \quad (2.11)$$

dengan nilai  $c$  disebut *tuning constant* sebesar 1.547,  $z_i = \varepsilon_i / \hat{\sigma}_{WLS}$ , dan  $\hat{\sigma}_{WLS}$  merupakan variansi galat dengan rumus berikut:

$$\hat{\sigma}_{WLS} = \begin{cases} \frac{\text{median}|\varepsilon_i - \text{median}(\varepsilon)|}{0.6745} & , \text{iterasi} = 1 \\ \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i^* \varepsilon_i^2} & , \text{iterasi} > 1 \end{cases}$$

### 2.11 Estimasi Method of Moment

Metode MM estimasi dikenalkan oleh Yohai pada tahun 1987. *Method of Moment* estimasi adalah penggabungan dari estimasi M dan estimasi S. Estimasi S dapat mempertahankan sifat robust dan resistant dan estimasi M dapat membuat estimator mempunyai efisiensi yang tinggi. Bentuk dari estimasi *Method of Moment* yaitu

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{MM} &= \arg \min \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{e_i}{\hat{\theta}}\right) \\ &= \arg \min \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{\hat{\theta}}\right) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Untuk mengestimasi *method of moment* menggunakan metode *weighted least square* (WLS) yang dinyatakan dalam bentuk matriks

$$WY = WX\hat{\beta} \tag{2.13}$$

Dengan

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & w_n \end{bmatrix}, \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^n W_i e_i^2 = \sum_{i=1}^n W_i (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{i1} - \dots - \hat{\beta}_k X_{ik})^2 \tag{2.14}$$

Untuk memperoleh  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$  akan diminumkan jumlah kuadrat galat terboboti. Caranya dengan melakukan penurunan parsial pada  $\sum_{i=1}^n W_i e_i^2$  terhadap setiap komponen vektor  $\hat{\beta}$  dan menyamakan dengan nol, sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\hat{\beta} = (X'WX)^{-1}X'WY \tag{2.15}$$

### 2.12 Estimasi Generalized Moment

Estimasi *Generalized Moment* merupakan pengembangan dari estimasi M untuk mengatasi kekurangan dari estimasi M ketika pencilan terdapat pada variabel independen, karena estimasi M hanya dapat mengatasi pencilan pada variabel dependen. Estimasi *Generalized Moment* dapat digunakan untuk mengatasi pencilan pada variabel dependen dan variabel independen. Secara umum estimasi *Generalized Method* didefinisikan:

$$S(\beta_j) = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n w_i \rho \left( \frac{e_i}{v(x_i)} \right) \quad (2.18)$$

Dengan  $v(x_i)$  merupakan fungsi pembobot pada variabel  $x_i$ . Karena estimator  $\hat{\beta}$  yang diperoleh bukan merupakan skala tetap, maka digunakan nilai  $\frac{e_i}{\hat{\sigma}}$  sebagai pengganti  $e_i$  dengan  $\hat{\sigma}$  adalah faktor skala yang juga perlu diestimasi. Dengan demikian persamaan menjadi,

$$S(\beta_j) = \sum_{i=1}^n w_i \rho \left( \frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta_j}{v(x_i) \hat{\sigma}} \right) \quad (2.19)$$

### 2.13 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik menggunakan metode MSE (*Mean Square Error*), dimana MSE (*Mean Square Error*) adalah rata-rata Kesalahan kuadrat antara nilai aktual dan nilai peramalan. Metode Mean Squared Error secara umum digunakan untuk mengecek estimasi berapa nilai kesalahan pada peramalan. Untuk menghitung nilai MSE digunakan rumus sebagai berikut:

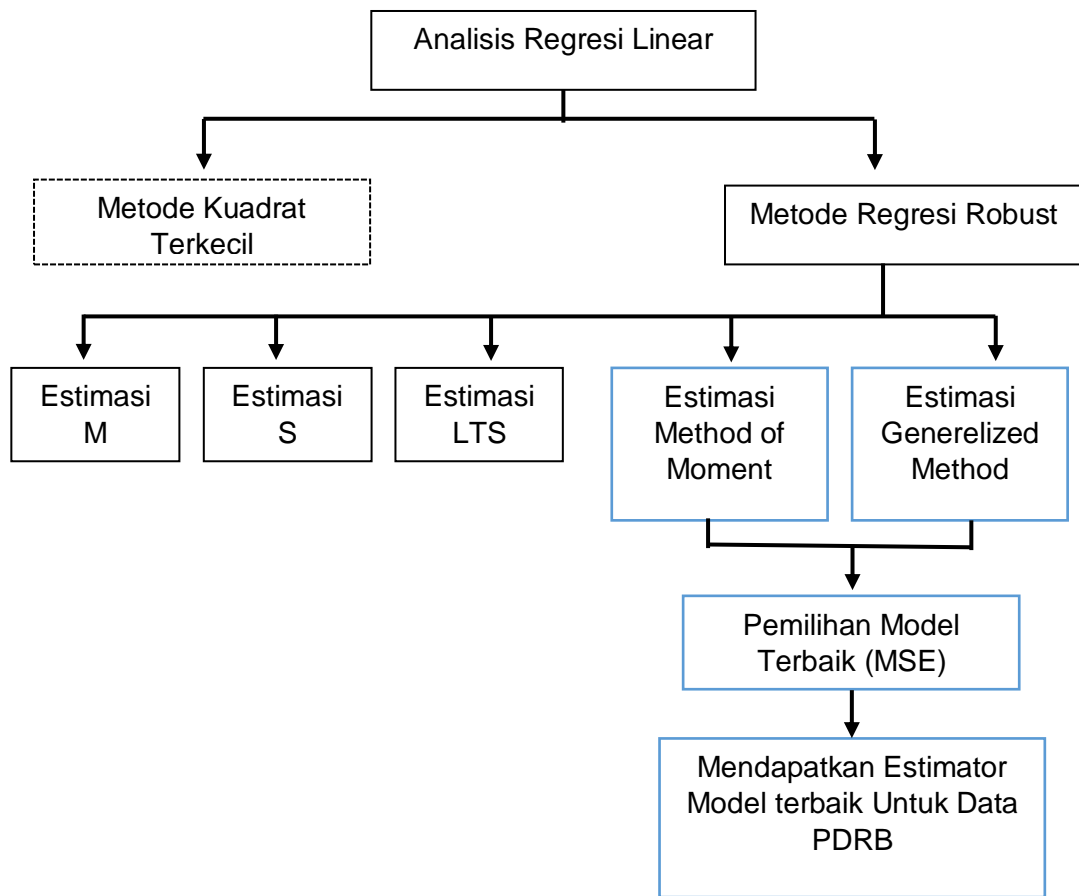
$$MSE = \frac{JKG}{df_{galat}} \quad (2.20)$$

Dengan:

$JKG$  = Jumlah Kuadrat Galat

$df_{galat}$  = Derajat Kebebasan Galat

### 2.14 Kerangka Konsep



Gambar 2. 1 Kerangka Konsep