

**PENERAPAN METODE BENKTANDER PADA ESTIMASI
CADANGAN KLAIM MENGGUNAKAN EKSTRAPOLASI *CREDIBLE*
*LOSS RATIO***

SKRIPSI



PRISKA KRISANTIUM LESTIN

H081201032

**PROGRAM STUDI ILMU AKTUARIA DEPERTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

2024

**PENERAPAN METODE BENKTANDER PADA ESTIMASI
CADANGAN KLAIM MENGGUNAKAN EKSTRAPOLASI *CREDIBLE*
*LOSS RATIO***

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Aktuaria pada
Program Studi Ilmu Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

Universitas Hasanuddin

PRISKA KRISANTIUM LESTIN

H081201032

PROGRAM STUDI ILMU AKTUARIA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

APRIL 2024

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul

**PENERAPAN METODE BENKTANDER PADA ESTIMASI CADANGAN
KLAIM MENGGUNAKAN EKSTRAPOLASI *CREDIBLE LOSS RATIO***

adalah karya tulisan saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 19 April 2024



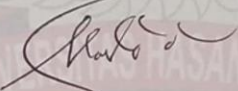
Priska Krisantium Lestin

H081201032

**PENERAPAN METODE BENKTANDER PADA ESTIMASI
CADANGAN KLAIM MENGGUNAKAN EKSTRAPOLASI
*CREDIBLE LOSS RATIO***

Disetujui oleh :

Pembimbing Utama



Mauliddin, S.Si., M.Si.
NIP. 198308052015031005

Pada 19 April 2024

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : PRISKA KRISANTIUM LESTIN

NIM : H081201032

Program Studi : Ilmu Aktuaria

Judul Skripsi : Penerapan Metode Benktander Pada Estimasi Cadangan Klaim
Menggunakan Ekstrapolasi *Credible Loss Ratio*.

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Aktuaria pada Program Studi Ilmu Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

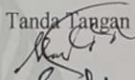
DEWAN PENGUJI


Ketua : Mauliddin, S.Si., M.Si.

Anggota : Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.

Anggota : Illuminata Wynnie, S.Si., M.Si.

Tanda Tangan

()

()

()

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 19 April 2024

HALAMAN PENGESAHAN

PENERAPAN METODE BENKTANDER PADA ESTIMASI CADANGAN
KLAIM MENGGUNAKAN EKSTRAPOLASI *CREDIBLE LOSS RATIO*

Disusun dan diajukan oleh

PRISKA KRISANTIUM LESTIN

H081201032

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka
Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Ilmu Aktuaria Fakultas
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

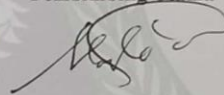
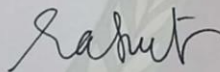
Pada tanggal, 19 April 2024

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Kepala Program Studi

Pembimbing Utama



Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.
NIP.196412311990032007

Mauliddin, S.Si., M.Si.
NIP. 198308052015031005

KATA PENGANTAR

Puji Syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, atas anugerah dan kasih-Nya yang memungkinkan penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**PENERAPAN METODE BENKTANDER PADA ESTIMASI CADANGAN KLAIM MENGGUNAKAN EKSTRAPOLASI *CREDIBLE LOSS RATIO***”. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi syarat dalam menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) Aktuaria di Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin.

Pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Ayahanda Ir. Lestin M.Si serta Ibunda Alm. Selfiana Topayung dan Tasik Sariana selaku orang tua penulis dan juga kakak serta adik penulis atas setiap cinta, doa, dukungan dan perhatian yang sangat besar dan tulus dari penulis kecil hingga saat ini.

Selain itu, penulisan skripsi ini juga tidak lepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak oleh karena itu, ucapan terima kasih juga penulis ucapkan kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc., selaku rektor Universitas Hasanuddin.
2. Bapak Dr. Eng. Amiruddin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta staff yang telah membantu dan mengarahkan penulis selama perkuliahan.
3. Bapak Dr. Firman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin serta para Staf Departemen Matematika yang telah membantu dan memudahkan penulis dalam berbagai hal administrasi.
4. Ibu Prof. Dr. Hasmawati M.Si. selaku Ketua Program Studi Ilmu Aktuaria sekaligus dosen penguji penulis yang senantiasa sabar, tulus, dan ikhlas meluangkan waktu di tengah kesibukan dan prioritasnya untuk memberi masukan serta saran dalam penulisan skripsi ini.

5. Bapak Mauliddin, S.Si., M.Si. selaku pembimbing utama penulis yang senantiasa membimbing dengan sabar dan tulus, serta ikhlas meluangkan banyak waktu di tengah kesibukan, sehingga penulisan skripsi ini dapat berjalan dengan lancar.
6. Ibu Illuminata Wynn timer, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji penulis yang telah meluangkan waktunya ditengah kesibukan, untuk memberikan saran dan masukan dalam proses penulisan skripsi penulis.
7. Ibu AinunMawaddah Abdal, S.Si., M.Si., selaku pembimbing akademik penulis yang telah membimbing dan mengarahkan penulis dengan sabar dalam masa perkuliahan.
8. Seluruh dosen ilmu aktuaria Universitas Hasanuddin yang telah sabar dalam mengajar dan memberikan ilmunya kepada penulis selama perkuliahan.
9. Keluarga besar penulis yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu namanya, terima kasih karena selalu mendukung dan mendoakan penulis.
10. Sahabat “Rawr” yang telah memberikan keceriaan, dukungan dan doa dalam masa perkuliahan penulis.
11. Teman-teman PMKO Filadelfia MIPA_Farmasi UNHAS yang telah menjadi seperti rumah kedua penulis selama penulis berkuliah, terima kasih atas setiap doa, keceriaan, dukungan serta pengalaman yang telah kita ukir.
12. Seluruh teman-teman Ilmu Aktuaria angkatan 2020, terima kasih atas kebersamaan, pengalaman, dan dukungan selama penulis berkuliah.
13. Teman-teman KKN Gel. 110 posko Balantang, luwu Timur yang telah memberikan warna tersendiri dalam kehidupan perkuliahan penulis.
14. Serta pihak-pihak lain yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu yang turut mendoakan dan mendukung penulis selama proses penyusunan tugas akhir ini.
15. Dan terakhir terima kasih kepada Priska Krisantium Lestin, diri saya sendiri karena telah mau berjuang, berproses dan tidak menyerah atas berbagai rintangan untuk dapat menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna dikarenakan terbatasnya pengetahuan yang dimiliki oleh penulis. Oleh karena itu,

penulis memohon maaf serta mengharapkan kritik dan saran dari pembaca. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua, untuk saat ini dan di masa yang akan datang.

Makassar, 19 April 2024

Priska Krisantium Lestin

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR
UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Priska Krisantium Lestin

NIM : H081201032

Program Studi : Ilmu Aktuaria

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Jenis Karya : Skripsi

demikian demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non eksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**Penerapan Metode Benktander Pada Estimasi Cadangan Klaim
Menggunakan Ekstrapolasi *Credible Loss Ratio***

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar

Pada Tanggal 19 April 2024

Yang Menyatakan

Priska Krisantium Lestin

ABSTRAK

Permasalahan mengenai pencadangan klaim pada perusahaan asuransi merupakan salah satu isu yang harus dihadapi oleh perusahaan asuransi, suatu perusahaan asuransi perlu menetapkan cadangan klaim untuk memastikan bahwa pembayaran klaim dimasa depan dapat dipenuhi. Pada umumnya perhitungan cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* yang dihitung berdasarkan pola dari klaim yang telah dibayarkan atau metode Bornhuetter-Ferguson yang dihitung berdasarkan pola klaim yang telah dibayarkan beserta nilai premi. Pada skripsi ini dikenalkan metode Benktander yang menggabungkan antara metode *Chain Ladder* dan metode Bornhuetter-Ferguson menggunakan *credible loss ratio* yang di ekstrapolasi menggunakan metode peluruhan eksponensial, ekstrapolasi dilakukan untuk mendapatkan perkiraan nilai *loss ratio* yang berada diluar *development year* dari data yang tersedia sehingga memungkinkan nilai estimasi cadangan klaim yang diperoleh lebih reliabel pada kenyataan yang sebenarnya. Pada akhir penelitian ini, dilakukan perbandingan dari ketiga metode tersebut berdasarkan *mean squared error* untuk menentukan metode terbaik dalam memprediksi cadangan klaim.

Kata Kunci : Cadangan Klaim, *credible loss ratio*, metode *Chain Ladder*, metode Bornhuetter- Ferguson, metode Benktander

Judul : Penerapan Metode Benktander pada Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Ekstrapolasi *Credible Loss Ratio*.

Nama : Priska Krisantium Lestin

NIM : H081201032

Program Studi : Ilmu Aktuaria

ABSTRACT

The issue of reserving claims in insurance companies is one of the challenges that insurance companies must face. An insurance company needs to establish claim reserves to ensure that future claim payments can be fulfilled. Generally, claim reserve calculations use the Chain Ladder method, which is calculated based on the pattern of paid claims, or the Bornhuetter-Ferguson method, which is calculated based on the pattern of paid claims along with premium values. This thesis introduces the Benktander method, which combines the Chain Ladder and Bornhuetter-Ferguson methods using a credible loss ratio which is extrapolated using exponential decay. Extrapolation is performed to obtain estimates of the loss ratio beyond the development year from the available data, thus enabling more reliable claim reserve estimates in actuality. At the end of this thesis, a comparison of the three methods is conducted based on mean squared error to determine the best method for predicting claim reserves.

Keywords : *Claim Reserve, Credible Loss Ratio, Chain Ladder Method, Bornhuetter-Ferguson Method, Benktander Method*

Title : *The Implementation Of The Benktander Method In Estimating Claim Reserves Using Extrapolation of Credible Loss Ratio.*

Name : *Priska Krisantium Lestin*

Student ID : *H081201032*

Study Program : *Actuarial Science*

DAFTAR ISI

| | |
|---|--------------|
| HALAMAN JUDUL | i |
| HALAMAN PERNYATAAN KEONTENTIKAN..... | ii |
| HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING | iii |
| HALAMAN PENGESAHAN | iv |
| KATA PENGANTAR..... | iv |
| ABSTRAK | x |
| ABSTRACT | xii |
| DAFTAR ISI..... | xiii |
| DAFTAR TABEL..... | xv |
| DAFTAR GAMBAR..... | xvi |
| DAFTAR NOTASI..... | xvii |
| DAFTAR LAMPIRAN | xviii |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang | 1 |
| 1.2 Rumusan masalah..... | 5 |
| 1.3 Tujuan Penelitian | 5 |
| 1.4 Batasan Masalah..... | 5 |
| 1.5 Manfaat Penelitian | 5 |
| 1.6 Sistematika Penulisan..... | 6 |
| BAB II TINJAUAN PUSTAKA..... | 7 |
| 2.1 Asuransi | 7 |
| 2.1.1 Asuransi Umum | 7 |
| 2.2 Definisi Klaim, Polis, dan Premi | 8 |
| 2.3 Cadangan Klaim | 9 |
| 2.4 Teori Kredibilitas..... | 11 |
| 2.5 Run Of Trianggle..... | 12 |
| 2.6 <i>Loss Ratio</i> | 15 |
| 2.7 Ekstrapolasi <i>Loss ratio</i> | 17 |
| 2.7.1 Metode peluruhan eksponensial..... | 18 |
| 2.8 Metode Estimasi cadangan Klaim | 18 |

| | | |
|--|--|-----------|
| 2.8.1 | Metode <i>Chain Ladder</i> | 19 |
| 2.8.2 | Metode Bornhuetter Ferguson..... | 21 |
| 2.8.3 | Metode Benktander | 22 |
| 2.9 | <i>Mean Squared Error</i> | 28 |
| BAB III METODOLOGI PENELITIAN | | 30 |
| 3.1 | Pendekatan dan Jenis Penelitian..... | 30 |
| 3.2 | Waktu dan Tempat Penelitian | 30 |
| 3.3 | Objek Penelitian..... | 30 |
| 3.4 | Jenis dan Sumber Data..... | 30 |
| 3.5 | Metode Pengumpulan Data..... | 31 |
| 3.6 | Metode Analisis Data..... | 31 |
| 3.7 | Alur Kerja..... | 32 |
| BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN..... | | 33 |
| 4.1 | Hasil..... | 33 |
| 4.1.1 | Data | 33 |
| 4.1.2 | Menghitung Parameter-Parameter yang akan Digunakan untuk Menghitung Cadangan Klaim..... | 35 |
| 4.1.3 | Menghitung Estimasi Cadangan klaim <i>Chain Ladder loss ratio</i> dan Bornhuetter Ferguson..... | 39 |
| 4.1.4 | Menghitung Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Benktander..... | 40 |
| 4.1.5 | Perbandingan Mean Squared Error (MSE) Metode <i>Chain Ladder Loss ratio</i> , Bornhuetter-Ferguson <i>Loss ratio</i> Dan Benktander..... | 44 |
| 4.2 | Pembahasan | 46 |
| BAB V KESIMPULAN DAN SARAN | | 48 |
| 5.1 | Kesimpulan | 48 |
| 5.2 | Saran..... | 49 |
| DAFTAR PUSTAKA | | 50 |
| LAMPIRAN..... | | 52 |

DAFTAR TABEL

| | |
|--|----|
| Tabel 2.1 <i>Run-off Triangle</i> dalam bentuk inkremental | 13 |
| Tabel 2.2 <i>Run-off Triangle</i> dalam bentuk kumulatif | 14 |
| Tabel 2.3 Contoh Data Historis Pembayaran Klaim dalam USD | 15 |
| Tabel 4. 1 Pendapatan Premi Perusahaan dalam USD | 33 |
| Tabel 4. 2 <i>Run off triangle</i> dalam bentuk kumulatif dalam USD | 34 |
| Tabel 4. 3 <i>Run off triangle</i> dalam bentuk inkremental dalam USD..... | 34 |
| Tabel 4. 4 <i>Loss ratio</i> pada setiap <i>development year</i> | 35 |
| Tabel 4. 5 Ekstrapolasi <i>loss ratio</i> dengan metode peluruhan eksponensial | 36 |
| Tabel 4. 6 <i>Loss Ratio Payout</i> Faktor dan <i>Loss Ratio Reserve</i> Faktor pada Setiap Tahun kejadian Ke i | 38 |
| Tabel 4. 7 Estimasi Cadangan Klaim Dengan Metode <i>Chain Ladder Loss Ratio</i> dalam USD | 39 |
| Tabel 4. 8 Estimasi Cadangan Klaim Dengan Metode Bornhuetter-Ferguson <i>Loss Ratio</i> dalam USD | 40 |
| Tabel 4. 9 Bobot Kredibilitas Gunnar Benktander..... | 40 |
| Tabel 4. 10 Estimasi Cadangan Klaim Metode Gunnar Benktander dalam USD | 41 |
| Tabel 4. 11 Bobot Kredibilitas Neuhaus | 42 |
| Tabel 4. 12 Estimasi Cadangan klaim metode Benktander Neuhaus dalam USD | 42 |
| Tabel 4. 13 Bobot Kredibilitas Kredibilitas optimal | 43 |
| Tabel 4. 14 Estimasi Cadangan Klaim Metode Benktander Kredibilitas optimal dalam USD..... | 43 |
| Tabel 4. 15 Perbandingan MSE Setiap Metode Dengan MSE Kredibilitas optimal Metode Benktander | 45 |
| Tabel 4.16 Estimasi Cadangan klaim setiap metode dalam USD | 46 |

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Klasifikasi Klaim..... 9
Gambar 2.2 Proses penyelesaian klaim 11
Gambar 4. 1 kurva perbandingan estimasi *loss ratio* 6 periode terakhir dengan nilai aktual *loss ratio* 37

DAFTAR NOTASI

| | | |
|-----------|---|---|
| $D_{i,k}$ | : | Besarnya klaim dalam bentuk incremental untuk klaim yang terjadi pada tahun kejadian i dan pada tahun penundaan k |
| $C_{i,k}$ | : | Besarnya klaim dalam bentuk kumulatif untuk klaim yang terjadi pada tahun kejadian i dan pada tahun penundaan k |
| R | : | Total Cadangan klaim |
| V | : | Premi |
| m_k | : | <i>Loss ratio</i> pada tahun penundaan ke k |
| p_i | : | <i>Loss ratio payour factor</i> pada tahun kejadian i |
| q_i | : | <i>Loss ratio reserve factor</i> pada tahun kejadian i |
| λ | : | Laju peluruhan eksponensial |
| f | : | <i>Age to age factor</i> |
| γ | : | Pola penundaan klaim |
| c | : | Bobot kredibilitas |

DAFTAR LAMPIRAN

| | |
|--|----|
| Lampiran 1 Pembuktian Persamaan 2.39 dan 2.40 | 52 |
| Lampiran 2 Pembuktian Persamaan 3.44 | 54 |
| Lampiran 3 Pembuktian Persamaan 3.46 | 37 |

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam menjalankan kehidupan sehari-hari manusia tidak terlepas dari berbagai macam risiko yang dapat mengancam diri dan kehidupannya. Risiko tersebut dapat menimbulkan kerugian fisik maupun material. contohnya ketika seseorang berpergian menggunakan kendaraan dapat berisiko mengalami kecelakaan, seseorang yang menjalankan bisnis berisiko mengalami kebangkrutan ataupun risiko penurunan kesehatan akibat terjangkit penyakit tertentu. Terjadinya suatu risiko bersifat tidak pasti, sehingga seseorang dapat mengantisipasinya dengan mengurangi faktor-faktor terjadinya risiko serta menyiapkan instrument perlindungan, yang dewasa ini kita lebih kenal sebagai asuransi.

Menurut Undang-undang No. 2 Tahun 1992 tentang Usaha Perasuransian, asuransi atau pertanggungan adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, dengan mana pihak penanggung mengikatkan diri kepada tertanggung dengan menerima premi asuransi, untuk memberikan penggantian kepada tertanggung karena kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin akan diderita tertanggung, yang timbul dari suatu peristiwa yang tidak pasti, atau untuk memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seseorang yang dipertanggungkan. Dimana "tertanggung" adalah pihak yang kepentingannya diasuransikan, dan "penanggung" adalah perusahaan asuransi yang berjanji akan membayar ganti rugi. Perjanjian antar pihak tertanggung dan penanggung disebut polis. Dengan membayarkan sejumlah uang yang disebut premi, risiko kerugian yang mungkin dapat timbul dari tertanggung pada waktu mendatang telah ditanggung oleh perusahaan asuransi tersebut sesuai dengan polis yang berlaku. Ketika tertanggung mengalami suatu kejadian, maka sebagaimana yang tertera di dalam polis, tertanggung dapat melaporkan kejadian tersebut ke pihak penanggung. Laporan kejadian ini disebut klaim, klaim yang diajukan oleh tertanggung akan ditinjau oleh penanggung terlebih dahulu dan kemudian dibayarkan kepada pihak tertanggung setelah disetujui.

Pada beberapa jenis asuransi, terdapat dua kelas bisnis, yaitu *short-tail business* dan *long-tail business* (Olofsson, 2006). *Short-tail business* merupakan kelas bisnis asuransi yang tidak membutuhkan waktu lama dalam penyelesaian klaimnya (seringkali kurang dari satu tahun). Contohnya jika seorang tertanggung mengikuti program asuransi motor, dan suatu saat motor tersebut dicuri, dan kemudian ingin mengajukan klaim ke pihak penanggung (perusahaan asuransi), tertanggung akan memperoleh manfaat berupa pembayaran sejumlah uang dalam waktu yang tidak lama atau singkat. Contoh lain dari kelas *short-tail business* adalah asuransi kredit, dan asuransi motor yang mencakup kebakaran (Olofsson, 2006). Sebaliknya, *long-tail business* merupakan kelas bisnis asuransi yang membutuhkan waktu penyelesaian klaim minimal satu tahun, atau bahkan seringkali lebih dari lima tahun, terhitung sejak klaim diajukan. Hal ini dikarenakan pihak penanggung (perusahaan asuransi) harus melakukan investigasi terlebih dahulu terhadap kejadian tersebut. Contoh dari kelas long-tail business adalah asuransi motor *TPL (third party liability)* yang mencakup celakanya seseorang (Olofsson, 2006), asuransi udara, asuransi *medical malpractice*, asuransi *private property*, dan asuransi laut.

Salah satu permasalahan yang terdapat pada *long-tail business* dapat dikaitkan dengan utang klaim yang masih harus dibayarkan oleh perusahaan asuransi, atau dalam hal ini disebut *outstanding claims liability*. Di sebut *outstanding claims* karena adanya rentang waktu antara terjadinya klaim sampai klaim tersebut diselesaikan, sehingga klaim baru dapat diselesaikan setelah menunggu waktu yang lama sejak klaim terjadi. Lamanya waktu tergantung pada rentang waktu antara kerugian terjadi sampai dilaporkan, waktu antara saat pelaporan sampai klaim tersebut diproses, dan waktu antara selesainya klaim diproses sampai klaim tersebut diselesaikan (Mutaqin et al., 2009). Atau dengan kata lain, *outstanding claims* ialah besar atau jumlah klaim yang belum terselesaikan. Perusahaan asuransi harus selalu dapat menyediakan dana yang cukup untuk menutupi pembayaran klaim di masa yang akan datang, sehingga estimasi *outstanding claims* memegang peranan yang penting. Karena Jika perkiraan atau prediksi *outstanding claims* buruk akan berpengaruh pada tingkat solvabilitas Perusahaan, yakni kemampuan Perusahaan untuk membayar kewajiban jangka panjangnya. Sehingga Perusahaan asuransi wajib mempersiapkan dana siap pakai secara tepat untuk menutupi pengeluaran oleh klaim yang terjadi pada periode ke

depan. Dana inilah yang disebut sebagai cadangan klaim. Pada akhir setiap periode pelaporan (biasanya tahun dan atau kuartal), Perusahaan asuransi akan menampilkan perhitungan berapa besar uang yang dialokasikan untuk cadangan kerugian. Hal ini penting untuk perencanaan bisnis, penganggaran dan penentuan premi produk (Olofsson, 2006). Berdasarkan Surat Edaran OJK (SEOJK) 05 Nomor 27 Tahun 2017 dan Peraturan Ketua Badan Pengawas Pasar modal dan Lembaga Keuangan Nomor PER-09/BL/2012 menjelaskan untuk metode yang digunakan dalam pembentukan cadangan klaim paling sedikit dihitung berdasarkan estimasi sentral atau estimasi terbaik (*best estimate*), dimana seorang aktuaris perusahaan yang ditunjuk harus memberikan justifikasi untuk setiap penggunaan asumsi.

Pada kelas *long tailed business*, *run-off triangle* merupakan suatu perangkat yang umum digunakan untuk memprediksi *outstanding claims*. *Run-off triangle* memuat gambaran klaim keseluruhan (*aggregate*), dan merupakan ringkasan dari suatu data set klaim-klaim individu (Antonio *et al*, 2006). terdapat dua komponen yang terdapat pada run-of triangle yaitu tahun kejadian yang menyatakan tahun terjadinya loss dan *development year* yang menyatakan jeda waktu antara terjadinya loss hingga pembayaran klaim oleh perusahaan asuransi. Adapun bagian segitiga atas pada suatu *run-off triangle* menyatakan pembayaran-pembayaran yang telah terobservasi atau telah dilakukan sedangkan bagian segitiga bawah pada *run-off triangle* atau biasa disebut dengan istilah *future triangle* menyatakan pembayaran-pembayaran yang belum terobservasi atau pembayaran-pembayaran dimasa yang akan datang.

Terdapat beberapa metode yang berbeda untuk memprediksi *outstanding claims* dengan memanfaatkan *run-off triangle*. Dua metode yang paling terkenal adalah metode *Chain Ladder* dan metode *Bornhuetter-Ferguson*. Kedua metode ini didasarkan pada terdapatnya dua *prior estimators* yaitu *development pattern* dan ekspektasi *ultimate losses*. Pada umumnya metode *Chain Ladder* mendapatkan prior estimator hanya berasal dari informasi masa lalu dalam (internal) perusahaan yang mencakup semua informasi yang terkandung di dalam *run-off triangle* dari portofolio yang sedang diamati. Sedangkan pada metode *Bornhuetter-Ferguson* *prior estimators* biasanya diperoleh dari sumber sumber yang berbeda baik dari faktor internal dan eksternal atau yang tidak terdapat pada *run-off triangle* seperti premi.

Apabila cadangan klaim dianggap kurang dicerminkan dari informasi internal saja maupun premi saja, maka dibutuhkan metode yang lebih reliabel untuk memprediksi cadangan klaim salah satu solusi dari masalah tersebut adalah dengan menggunakan metode Benktander. Dalam penelitiannya tahun 1976 Gunnar Benktander memperkenalkan metode prediksi cadangan klaim Benktander, yaitu metode yang menggabungkan metode *Chain Ladder* dan Bornhuetter-Ferguson menggunakan faktor kredibilitas.

Dimana pada penelitian sebelumnya seperti Mack (2000), Hürlimann (2009) dan Novita et al (2018) didapatkan bahwa hasil perhitungan cadangan klaim dengan metode Benktander cukup baik yang ditandai dengan lebih rendahnya mean squared error metode tersebut dibandingkan dengan metode lain. Penelitian ini akan menggunakan Hürlimann (2009) dan Novita et al (2018) sebagai rujukan utama, Sebagai tambahan Hürlimann (2009) dan Novita et al (2018) menggunakan *loss ratio* sebagai pengganti *age to age factor*, dimana *loss ratio* merupakan rasio antara loss (klaim) dengan premi yang diterima oleh perusahaan pada tahun pengembangan (*development year*) yang sama.

Namun penelitian sebelumnya hanya mengasumsikan bahwa pembayaran klaim akan lunas semuanya setelah n *development year* dalam *run off triangle*, padahal pada kenyataannya banyak lini bisnis asuransi umum yang pembayarannya membutuhkan waktu lebih dari itu, oleh karena itu pengembangan penelitian pada skripsi ini adalah dengan menghitung estimasi cadangan klaim dengan menggunakan *loss ratio* yang telah diekstrapolasi, sehingga dengan adanya ekstrapolasi pada *loss ratio*, cadangan klaim setelah n *development year* dapat dihitung. Dan juga Mack (2000) telah merumuskan bentuk *mean squared error* dari metode *Chain Ladder*, Bornhuetter Ferguson dan Benktander. Dengan demikian, dari ketiga metode prediksi cadangan klaim tersebut dapat ditentukan metode mana yang terbaik dalam memprediksi cadangan klaim, dengan melihat metode mana yang menghasilkan mean squared error terkecil.

1.2 Rumusan masalah

Berdasarkan konteks masalah yang telah dijelaskan, maka rumusan permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana prediksi cadangan klaim menggunakan *loss ratio* yang telah diekstrapolasi pada metode Benktander?
2. Bagaimana hasil perbandingan *Mean Squared Error (MSE)* antara metode *Chain Ladder*, Bornhueter Ferguson, dan Benktander dalam mengestimasi cadangan klaim?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan pada skripsi ini adalah :

1. Menentukan prediksi cadangan klaim dengan menerapkan *credible loss ratio* yang telah diekstrapolasi pada metode Benktander
2. Melihat perbandingan antara *Mean Squared Error (MSE)* metode Benktander, *Chain Ladder* dan Bornhuetter-Ferguson

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah yang digunakan pada skripsi ini adalah :

1. Jenis asuransi yang digunakan adalah asuransi kendaraan.
2. Tidak ada pengaruh inflasi maupun bencana tertentu pada pembayaran klaim di setiap tahunnya.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagi penulis dapat menambah wawasan dan pemahaman mendalam terhadap penerapan metode Benktander dalam mengestimasi cadangan klaim.
2. Bagi pembaca atau perusahaan asuransi dapat dijadikan acuan dan perluasan pemahaman mengenai estimasi cadangan klaim yang lebih baik dengan menggunakan metode Benktander.
3. Bagi lembaga penelitian diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan khususnya dibidang ilmu aktuaria. Selain itu

penelitian ini juga diharapkan dapat menjadi acuan tambahan baru untuk penelitian tentang cadangan klaim selanjutnya.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan digunakan untuk mempermudah dan menelaah serta memahami skripsi ini yang terdiri dari lima bab, yaitu sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Tinjauan pustaka berisi tentang landasan teori dan literatur pendukung objek permasalahan yang dikaji, berupa pengertian asuransi, klaim, polis, premi, cadangan klaim, teori kredibilitas, *loss ratio*, metode *Chain Ladder*, metode Bornhuetter Ferguson, metode Benktander dan *Mean Squared Error*.

BAB III METODE PENELITIAN

Metode penelitian berisi penjelasan tentang pendekatan dan jenis penelitian, sumber data, serta metode analisis pengumpulan data yang berisi alur kerja untuk menyelesaikan permasalahan terhadap penelitian karya ilmiah ini.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan Pembahasan berisi penyelesaian dan penjelasan tentang penelitian yang telah dilakukan,

BAB V PENUTUP

Penutup berisi kesimpulan terhadap hasil dari pembahasan penelitian yang telah dilakukan serta saran yang akan dilanjutkan oleh peneliti selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Asuransi

Berdasarkan Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 40 tahun 2014 tentang usaha perasuransian, asuransi adalah perjanjian antara dua pihak, yaitu perusahaan asuransi dan pemegang polis, yang menjadi dasar bagi penerimaan premi oleh perusahaan asuransi sebagai imbalan untuk:

- a. memberikan penggantian kepada tertanggung atau pemegang polis karena kerugian, kerusakan, biaya yang timbul, kehilangan keuntungan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin diderita tertanggung atau pemegang polis karena terjadinya suatu peristiwa yang tidak pasti; atau
- b. memberikan pembayaran yang didasarkan pada meninggalnya tertanggung atau pembayaran yang didasarkan pada hidupnya tertanggung dengan manfaat yang besarnya telah ditetapkan dan/atau didasarkan pada hasil pengelolaan dana.

2.1.1 Asuransi Umum

Definisi usaha asuransi umum berdasarkan Undang-Undang Nomor 40 Tahun 2014 adalah usaha jasa pertanggunganan risiko yang memberikan penggantian kepada tertanggung atau pemegang polis karena kerusakan, kerugian, kehilangan keuntungan, biaya yang timbul, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin dialami tertanggung karena terjadinya suatu peristiwa yang tidak pasti.

Wuthrich dan Merz (2008) menjelaskan definisi lain dari usaha asuransi umum dalam konteks wilayah benua Eropa dikenal sebagai *non-life insurance*, sedangkan di negara Inggris dikenal sebagai *general insurance* dan untuk di Amerika Serikat dikenal dengan *property and casualty insurance*. Jenis-jenis lini bisnis yang masuk ke dalam lingkup asuransi umum diantaranya asuransi kendaraan bermotor (*motor/car insurance*) seperti asuransi kendaraan bermotor tertanggung termasuk asuransi kepada pihak ketiga, asuransi properti (*property insurance*) seperti asuransi

perlindungan properti terhadap kebakaran, banjir, interupsi bisnis, dan lain sebagainya), asuransi liabilitas (*liability insurance*) seperti asuransi perlindungan terhadap liabilitas pribadi atau bisnis, asuransi kecelakaan (*accident insurance*) seperti asuransi kecelakaan pribadi ataupun kolektif termasuk kecelakaan kerja dan juga kompensasi pekerja, asuransi kesehatan (*health insurance*) seperti asuransi kesehatan pribadi ataupun kolektif, asuransi perkapalan (*marine insurance*) seperti asuransi perlindungan terhadap kepemilikan kapal termasuk transportasi kapal, dan asuransi lainnya seperti asuransi penerbangan, asuransi perjalanan, perlindungan legal, asuransi kredit, asuransi epidemik, dan lain sebagainya.

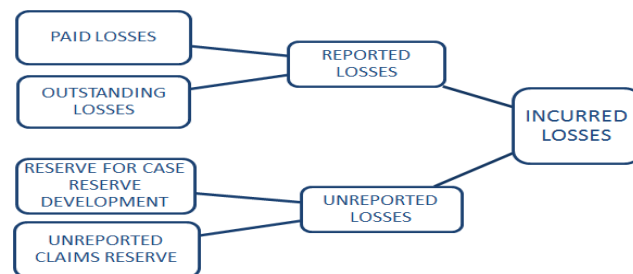
Penelitian ini akan berfokus pada lini asuransi umum kendaraan, sehingga lini bisnis asuransi umum yang lainnya tidak dijelaskan secara detail. Menurut *Insurance Information Institute* (2010) asuransi kendaraan adalah tindakan proteksi terhadap kerugian finansial dari adanya kejadian kecelakaan. Hal ini merupakan kontrak antara pemegang polis dengan perusahaan asuransi dimana terjadi kesepakatan pemegang polis untuk membayarkan premi dan perusahaan asuransi bersedia membayarkan kerugian sebagaimana yang telah disepakati di dalam kontrak asuransi. Beberapa aspek yang dijamin oleh perusahaan asuransi tersebut antara lain adalah: 1) pembayaran ganti rugi atas kecelakaan, kerusakan, dan kecurian dari kendaraan, 2) penjaminan atas tanggung jawab hukum dari pemegang polis terhadap pihak ketiga untuk kerusakan kendaraan ataupun cedera badan yang dialami, dan 3) biaya medis untuk pembayaran penyembuhan cedera, rehabilitasi, dan biaya kerugian ataupun kematian.

Perlu diketahui bahwa dalam dunia asuransi termasuk asuransi kendaraan terdapat beberapa istilah seperti klaim, polis dan premi yang mana juga telah disebutkan sebelumnya, oleh karena itu penjelasan selanjutnya akan memuat definisi dari istilah-istilah tersebut yakni definisi dari klaim, polis dan premi.

2.2 Definisi Klaim, Polis, dan Premi

Klaim adalah jaminan terhadap risiko atau kerusakan yang terjadi oleh perusahaan asuransi kepada peserta asuransi sesuai kesepakatan polis (Bowers *et al.* 1997). Menurut Tiller (1996), klaim yang terjadi (*incurred claims*) terdiri dari klaim yang sudah dilaporkan (*reported claims*) dan klaim yang belum dilaporkan (*unreported*

claims). Klaim yang sudah dilaporkan terdiri dari *paid claims* (klaim yang telah dibayar) dan *outstanding claims* (klaim yang masih dalam proses penyelesaian). Sedangkan klaim yang belum dilaporkan terdiri dari *case reserve development* (klaim yang sudah terjadi namun belum sepenuhnya dilaporkan) dan *unreported claims* (klaim yang sudah terjadi namun tidak dilaporkan). Secara umum klaim dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 2.1 Klasifikasi Klaim

Sumber: Margaret Wilkinson Tiller, “*Individual Risk Rating*”

Untuk dapat mengajukan klaim, diperlukan perjanjian polis, dimana Sesuai dengan pasal 255 dan 226 KUHD, polis asuransi adalah suatu perjanjian asuransi atau pertanggungan yang bersifat konsensual (adanya kesepakatan). Polis dibuat secara tertulis dalam suatu akta antara pihak yang mengadakan perjanjian (tertanggung dan penanggung). Bagi nasabah, adanya polis asuransi bermakna adanya jaminan penggantian kerugian dari perusahaan asuransi jika terjadi sesuatu yang tidak diinginkan seperti tertera dalam polis. Besar pembayaran premi yang dibayar oleh tertanggung juga tertera di dalam polis.

Menurut UU No.40 tahun 2014, premi adalah sejumlah uang yang ditetapkan oleh perusahaan asuransi atau perusahaan reasuransi dan disetujui oleh pemegang polis untuk dibayarkan berdasarkan perjanjian asuransi atau perjanjian reasuransi, atau sejumlah uang yang ditetapkan berdasarkan ketentuan peraturan perundang-undangan yang mendasari program asuransi wajib untuk memperoleh manfaat .

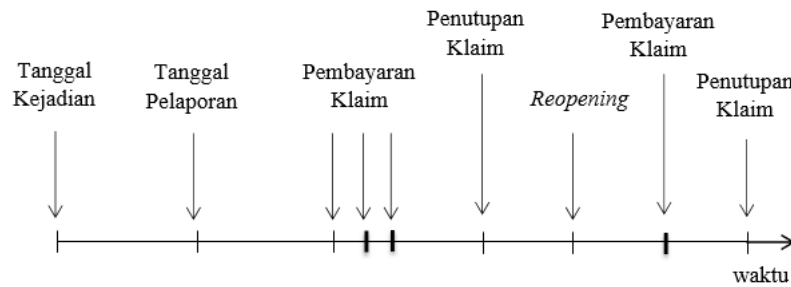
2.3 Cadangan Klaim

Menurut Wuthrich dan Merz (2008), fitur utama dalam asuransi non-jiwa adalah klaim asuransi tidak dapat diselesaikan segera saat terjadinya. Biasanya, ada keterlambatan dalam pelaporan klaim dan ada penundaan dalam penyelesaian klaim.

Sebagai konsekuensi dari penundaan ini, perusahaan asuransi perlu memprediksi arus kas masa depan dari klaim yang telah terjadi di masa lalu dan diselesaikan di masa depan. Perhitungan cadangan klaim untuk perusahaan asuransi umum adalah hal yang paling penting baik bagi perusahaan maupun regulator serta investor. Estimasi cadangan klaim yang akurat akan berpengaruh pada penetapan nilai premi yang tepat dan stabil. Apabila estimasi tidak akurat maka perusahaan tidak akan memiliki dana yang cukup untuk pembayaran klaim. Selain hal tersebut apabila estimasi cadangan klaim tidak akurat, maka perusahaan akan salah dalam melaporkan neraca laba rugi perusahaan, karena neraca dan laba rugi perusahaan tidak mencerminkan kondisi perusahaan sebenarnya. Dari sisi regulator, kesalahan dalam penyajian neraca dan laba rugi akan mengakibatkan regulator tidak memiliki informasi yang tepat dalam melaksanakan pengawasan terhadap perusahaan asuransi tersebut.

Berdasarkan Peraturan Otoritas Jasa Keuangan (OJK) Nomor 71/POJK.05/2016 yang menjelaskan tentang cadangan teknis perusahaan asuransi disebutkan bahwa cadangan teknis merupakan salah satu faktor dalam menentukan kesehatan keuangan perusahaan asuransi. Cadangan teknis dapat dihitung sebagai liabilitas perusahaan, salah satu dari bagian cadangan teknis adalah cadangan klaim. Cadangan klaim harus memenuhi paling sedikit dihitung sebesar penjumlahan nilai estimasi klaim yang masih dalam proses penyelesaian *Reported But Not Settled* (RBNS), nilai estimasi klaim yang terjadi tetapi belum dilaporkan *Incured But Not Reported* (IBNR) dan cadangan klaim atas klaim yang telah disetujui dan pembayaran manfaatnya tidak sekaligus..

Wuthrich dan Merz (2008) menjelaskan tentang *Reported But Not Settled* (RBNS) dan *Incured But Not Reported* (IBNR). RBNS adalah klaim yang sudah dilaporkan di perusahaan tetapi belum dilakukan pembayaran saat melakukan pelaporan pencatatan akuntansi. Sedangkan IBNR adalah klaim asuransi telah terjadi tetapi belum dilaporkan kepada perusahaan asuransi.



Gambar 2.2 Proses penyelesaian klaim

Sumber: (Wutrich dan Merz, 2008)

Ilustrasi penyelesaian klaim adalah sebagai berikut, misalkan suatu klaim yang terjadi pada bulan Oktober 2015 baru dilaporkan ke agen asuransi pada bulan Desember 2016. Perusahaan asuransi sendiri baru menerima laporan dan mencatatkannya pada bulan Januari 2017. Kemudian pada bulan September 2017, perusahaan asuransi membayar biaya pengobatan kepada tertanggung, misal sebesar Rp5.000.000,- dan menawarkan penggantian sisa kerugian sebesar Rp15.000.000,-. Tetapi, pada bulan Februari 2018, tertanggung menolak penawaran tersebut dan memutuskan melanjutkan gugatan ke pengadilan. Setelah melalui proses pengadilan yang cukup lama, akhirnya pada bulan Oktober 2019 pihak pengadilan memutuskan pembayaran sisa kerugian sebesar Rp32.000.000,-. Besar kerugian tersebut mencakup biaya rumah sakit dan biaya-biaya lain termasuk pendapatan tertanggung yang seharusnya bisa diperoleh selama tidak bekerja.

Oleh karena adanya suatu kejadian yang tidak pasti ketika ingin melaporkan klaim yang mengakibatkan waktu dari penyelesaian klaim bertambah Akibatnya, perusahaan asuransi umum harus membuat cadangan klaim yang akan digunakan untuk menanggung kerugian risiko dari suatu kejadian tidak pasti yang dialami pemegang polis. Pada pembahasan skripsi ini hanya akan dibahas mengenai prediksi cadangan klaim yang masih dalam proses penyelesaian menggunakan data historis pembayaran klaim.

2.4 Teori Kredibilitas

Teori kredibilitas atau *credibility theory* merupakan suatu konsep yang mendasari berkembangnya ilmu aktuaria dalam industri asuransi, teori ini mulai berkembang di

Amerika Utara pada awal abad ke-20 yang digunakan untuk menilai suatu pengalaman prospektif (penentuan premi di masa depan berdasarkan pengalaman di masa lalu) dari sekumpulan risiko atau kelompok risiko. Persamaan teori kredibilitas didefinisikan dengan persamaan berikut

$$C = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu$$

C adalah besar premi bersih, Z adalah tingkat kepercayaan yang diberikan pada data yang ada di mana nilainya berkisar antara 0 dan 1, \bar{X} adalah rata-rata besar klaim yang dibayarkan ke tertanggung pada masa lalu dan μ adalah rata-rata klaim dari polis lain (*manual rate*).

Faktor kredibilitas dapat ditentukan melalui tiga pendekatan, yaitu pendekatan kredibilitas fluktuasi terbatas, pendekatan Bayesian dan pendekatan keakuratan tertinggi (Klugman et al, 2012). Pendekatan kredibilitas fluktuasi terbatas merupakan pendekatan yang membatasi risiko fluktuasi random pada data saat mengestimasi faktor kredibilitas. Pendekatan Bayesian merupakan pendekatan yang menggabungkan observasi-observasi yang ditemukan dengan informasi awal untuk menghasilkan observasi terbaik. Pendekatan keakuratan tertinggi adalah pendekatan yang meminimumkan kuadrat error antara perkiraan dan nilai harapan dari kuantitas yang akan diduga. Pada pendekatan keakuratan tertinggi terdapat dua model Buhlmann dan Buhlmann-Straub.

Selain digunakan dalam penentuan tarif premi, gagasan faktor kredibilitas sendiri dapat diterapkan dalam perhitungan cadangan klaim. Dalam skripsi ini, faktor kredibilitas memainkan peran penting dalam menemukan perkiraan cadangan klaim yang lebih baik. Metode pencarian faktor kredibilitas yang akan digunakan pada skripsi ini tidak menggunakan metode yang telah diperkenalkan sebelumnya, melainkan akan menggunakan dan membandingkan bobot kredibilitas yang telah dirumuskan oleh Gunnar Benktander, Walter Neuhaus, dan kredibilitas optimal yang akan dijelaskan lebih lanjut pada subbab selanjutnya.

2.5 Run Of Triangle

Metode berbasis *run-off triangle* menurut (Chan, 2015) merupakan salah satu metode untuk melakukan penggabungan data individu klaim ke dalam satu bagian data dalam periode tertentu. Matriks pada *run-off triangle* merupakan matriks di mana pada setiap baris mewakili penjelasan mengenai tahun terjadinya kecelakaan

(umumnya disebut tahun kebijakan), dan pada setiap kolom mewakili jumlah tahun antara tahun kecelakaan dengan tahun di mana klaim tersebut dibuat (umumnya disebut tahun perkembangan). Mengacu kepada Taylor dan McGuire (2003) dalam *run-off triangle* satuan periode pada umumnya, menggunakan satuan periode tahunan, tetapi satuan tersebut bisa dikondisikan atau diubah ke dalam satuan periode kuartalan atau bulanan. Pada umumnya estimasi cadangan klaim untuk kelas asuransi *long tail business* memanfaatkan *run-off triangle*.

Data yang ada dalam *run-off triangle* dapat berupa besarnya klaim (*claims amount*) atau banyaknya klaim (*number of claims*). Namun, pada skripsi ini hanya dibahas *run-off triangle* yang berisi data *claims amount* (besar klaim), Jika datanya adalah *claims amount*, maka *run-off triangle data* berisikan *paid claims data* atau *incurred claims data* (Olofsson, 2006). *Paid claims data* adalah data pembayaran klaim-klaim yang telah terjadi, sedangkan *incurred claims data* adalah *paid claims data* ditambah dengan *case reserves*. *Case reserves* adalah taksiran besarnya uang yang dibuat oleh perusahaan asuransi untuk membayar klaim-klaim yang sudah dilaporkan (Calandro Jr., dan O'Brien, 2004). *Run off triangle* bisa disajikan dalam bentuk *incremental losses* atau *cumulative losses*, berikut contoh *incremental run off triangle*.

Tabel 2.1 *Run-off Triangle* dalam bentuk inkremental

| Accident year | Development year | | | | | | |
|------------------|------------------|-------------|----------|-----------|----------|-------------|-----------|
| | 0 | 1 | ... | k | ... | n-1 | n |
| 0 | $D_{0,0}$ | $D_{0,1}$ | \vdots | $D_{0,k}$ | \vdots | $D_{0,n-1}$ | $D_{0,n}$ |
| 1 | $D_{1,0}$ | $D_{1,1}$ | \vdots | $D_{1,k}$ | \vdots | $D_{1,n-1}$ | |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | | |
| i | $D_{i,0}$ | $D_{i,1}$ | \vdots | $D_{i,k}$ | | | |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | | | | |
| n-1 | $D_{n-1,0}$ | $D_{n-1,1}$ | | | | | |
| n | $D_{n,0}$ | | | | | | |

D_{ij} menyatakan peubah acak besarnya klaim untuk klaim yang terjadi pada tahun kejadian (*accident year*) i dan telah selesai dibayarkan pada *development year* k , Pada tabel 2.1 baris menunjukkan tahun kejadian, kolom menunjukkan

development year. Tahun kejadian adalah waktu terjadinya klaim, sedangkan *development year* adalah lamanya waktu penyelesaian klaim. Contohnya $D_{2,1}$ menyatakan besarnya klaim yang terjadi pada tahun kejadian kedua namun diselesaikan pada *development year* pertama dari waktu terjadinya klaim.

Data yang tersaji pada run-off triangle dapat juga berbentuk *cumulative claims*. *Cumulative claims* dinotasikan dengan C_{ik} , merupakan jumlah incremental claims pada tahun kejadian i yang dibayarkan pada *development year* j . Berikut contoh table *cumulative run off triangle*.

Tabel 2.2 Run-off Triangle dalam bentuk kumulatif

| Accident Year | Development Year | | | | | | |
|------------------|------------------|-------------|-----|-------------|-----|---------------|-------------|
| | 0 | 1 | ... | k | ... | $n - 1$ | n |
| 0 | $C_{0,0}$ | $C_{0,1}$ | ... | $C_{0,k}$ | ... | $C_{0,n-1}$ | $C_{0,n}$ |
| 1 | $C_{1,0}$ | $C_{1,1}$ | ... | $C_{1,k}$ | ... | $C_{1,n-1}$ | $C_{1,n}$ |
| : | : | : | : | : | : | : | : |
| i | $C_{i,0}$ | $C_{i,1}$ | ... | $C_{i,k}$ | ... | $C_{i,n-1}$ | $C_{i,n}$ |
| : | : | : | : | : | : | : | : |
| $n-1$ | $C_{n-1,0}$ | $C_{n-1,1}$ | ... | $C_{n-1,k}$ | ... | $C_{n-1,n-1}$ | $C_{n-1,n}$ |
| n | $C_{n,0}$ | $C_{n,1}$ | ... | $C_{n,k}$ | ... | $C_{n,n-1}$ | $C_{n,n}$ |

Besar klaim yang berasal dari tahun kejadian i yang dibayar pada *development year* $n-i$ disebut dengan klaim *paid to date*. Dengan kata lain, klaim *paid to date* merupakan besar klaim yang berada pada diagonal *run-off triangle*. Apabila *run-off triangle* berbentuk *cumulative*, maka klaim yang berada pada diagonal disebut sebagai *cumulative claim paid to date*. Data *run off triangle* dalam bentuk kumulatif $C_{i,k}$, dapat dibentuk berdasarkan incremental, $D_{i,k}$ dengan rumus perhitungan berikut :

$$C_{i,k} = \sum_{k=1}^j D_{i,k} \tag{2.1}$$

untuk $1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq n$ dan $i + k \leq n + 1$

Bagian yang bewarna kuning pada Tabel 2.1 dan Table 2.2 Merupakan *future triangle* yang merupakan bagian dari klaim yang sudah terjadi namun belum

terselasaikan yang digunakan untuk mengetahui besar cadangan klaim, dimana cadangan klaim untuk tahun ke i didefinisikan sebagai

$$R_i = C_{i,n} - C_{i,n-i}, \quad i = 0,1,2,3, \dots, n \quad (2.2)$$

Sedangkan total cadangan klaim (R) didefinisikan sebagai penjumlahan cadangan klaim untuk semua tahun kejadian dimana $i = 1,2,3, \dots, n$. Total cadangan klaim (R) dapat ditulis sebagai

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad (2.3)$$

2.6 Loss Ratio

Loss ratio adalah perbandingan antara total beban klaim dengan premi yang diterima oleh perusahaan. Aktuaris menggunakan rasio ini untuk menghitung keuntungan perusahaan, menentukan premi yang tepat, dan menghitung jumlah cadangan yang perlu disimpan. *Loss ratio* dibagi menjadi *paid loss ratio* dan *incurred loss ratio*, tergantung pada jenis klaim yang diperhitungkan. Pada *paid loss ratio*, *loss* yang diperhitungkan adalah *loss* yang sudah dibayarkan, sedangkan pada *incurred loss ratio*, *loss* yang diperhitungkan terdiri dari *loss* yang sudah dibayarkan dan juga *loss* yang sudah terjadi tetapi belum dibayarkan.

Pada skripsi ini *loss ratio* dihitung berdasarkan *development loss ratio* dimana perhitungan *loss ratio* didasarkan pada jumlah *paid loss* yang berhubungan dengan *development year* tertentu yang dibagi dengan total premi yang diperoleh pada tahun kejadian yang bersangkutan.

Misalkan *development loss ratio* ke k yang dilambangkan dengan m_k , dan V_i adalah premi pada tahun kejadian $i = 0,1,2, \dots, n$, maka :

$$m_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k} D_{i,k}}{\sum_{i=0}^{n-k} V_i}, \quad k = 0,1, \dots, n \quad (2.4)$$

Tabel 2.3 Contoh Data Historis Pembayaran Klaim dalam USD

| Tahun kejadian | Development Year | | Premi |
|----------------|------------------|---|-------|
| | 0 | 1 | |
| | | | |

| | | | |
|-------------|-----|-----|-----|
| 2020 | 220 | 300 | 800 |
| 2021 | 250 | | 850 |

Misalkan terdapat suatu klaim yang terjadi pada tahun 2020 tetapi diselesaikan pada tahun 2021 dan 2022 berturut turut sebesar \$220 dan \$300 dan juga klaim yang terjadi pada tahun 2021 namun diselesaikan pada tahun 2022 sebesar \$250, maka didapatkan *development loss ratio* sebagai berikut :

$$m_0 = \frac{220 + 250}{800 + 850} = 0.28485$$

$$m_1 = \frac{300}{800} = 0.375$$

Selanjutnya untuk mengestimasi nilai *Expected loss ratio* (ELR) atau, digunakan penjumlahan dari semua *development year loss ratio* (m_k), maka :

$$ELR = \sum_{k=0}^n m_k \tag{2.5}$$

Apabila besar premi yang diterima oleh perusahaan pada tahun i dikalikan dengan ELR, maka diperoleh ekspektasi dari biaya yang akan ditanggung oleh perusahaan untuk membayar klaim atau *burning cost* pada tahun i . Dengan demikian, *burning cost* dari total *ultimate claims* pada tahun i dapat didefinisikan dengan:

$$U_{BC}^i = V_i \sum_{k=0}^n m_k, i = 0,1 \dots n \tag{2.6}$$

Selanjutnya akan dicari *loss ratio payout factor* yang disimbolkan dengan p_i , yakni proporsi yang telah dibayarkan dari total *ultimate claims*. Yang diperoleh dari ekspektasi *burning cost* dari *paid claims* dibagi dengan ekspektasi *burning cost* dari *ultimate claims* pada periode i , sebagai berikut :

$$p_i = \frac{V_i \sum_{k=0}^{n-i} m_k}{U_{BC}^i} = \frac{\sum_{k=0}^{n-i} m_k}{\sum_{k=0}^n m_k}, i = 0,1,2, \dots, n \tag{2.7}$$

Semakin lama tahun kejadian, semakin kecil *loss ratio payout factor* karena semakin sedikit *paid claims* yang diketahui. Sebaliknya, proporsi dari total *ultimate*

claims pada periode i yang belum dibayarkan ditentukan oleh *loss ratio reserve factor*. *Loss ratio reserve factor* yang disimbolkan dengan q_i merupakan *loss ratio* yang berdasarkan pada besar klaim yang belum dibayar atau dengan kata lain cadangan yang harus disimpan oleh perusahaan. karena:

$$p_i + q_i = 1 \quad (2.8)$$

Maka :

$$q_i = 1 - p_i$$

$$q_i = 1 - \frac{\sum_{k=0}^{n-i} m_k}{\sum_{k=0}^n m_k}, i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (2.9)$$

Hurlimann (2009) mengestimasi total *ultimate claims* dari *paid claims* yang sudah dibayarkan dengan menggunakan *loss ratio payout factor* dan *loss ratio reserve factor*. Selanjutnya, kedua *loss ratio* tersebut akan digunakan dalam memprediksi cadangan klaim.

2.7 Ekstrapolasi Loss Ratio

Ekstrapolasi adalah proses memperluas data atau informasi yang sudah ada ke luar batas yang diamati. Ini dapat digunakan untuk membuat perkiraan atau prediksi di luar rentang data yang diamati. Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa terkadang penyelesaian suatu klaim bisa memiliki batas waktu yang tidak dapat diduga, misalkan klaim yang terjadi di tahun 2013 mungkin saja baru terselesaikan 10 atau 12 tahun kemudian terutama pada asuransi kelas *long tail*, sedangkan informasi pada *run off triangle* atau data klaim sebelumnya terbatas pada *development year* tertentu sehingga kita hanya bisa mendapatkan pola pembayaran selama jangka waktu *development year* tersebut, oleh karena itu kita perlu mengekstrapolasi pola perkembangan tersebut, dalam skripsi ini pola perkembangan yang dimaksud adalah *loss ratio*.

2.7.1 Metode peluruhan eksponensial

Metode peluruhan eksponensial didasarkan pada asumsi bahwa suatu objek menurun secara eksponensial, seperti yang telah dijelaskan sebelumnya *development loss ratio* m_k adalah rasio antara klaim yang telah dibayarkan pada *development year* tertentu dibagi dengan total premi yang diperoleh pada tahun kejadian yang bersangkutan. Dimana nilainya diharapkan akan turun setiap tahunnya hingga menuju atau sama dengan 0 dengan kata lain semua klaim telah dibayarkan, metode ini dilakukan dengan cara melakukan *fitting loss ratio* kepada kurva peluruhan eksponensial, adapun persamaan pada peluruhan eksponensial adalah :

$$y = ae^{-\lambda x}$$

$$\log y = \log a - \lambda x \log e$$

$$Y = A - Bx \quad (2.10)$$

Dimana λ adalah laju peluruhan, yang merupakan invers logaritma natural dari kemiringan (B), asumsi yang mendasari metode ini adalah perkembangan *loss ratio* dari periode ke periode menurun secara terus menerus dan laju peluruhan eksponensial konstan sepanjang periode.

Maka dengan model ini kita dapat membuat suatu kurva dan mengekstrapolasikannya sehingga menghasilkan *loss ratio* yang menuju atau sama dengan 0 atau dengan kata lain tidak ada lagi klaim yang perlu dibayarkan pada tahun kejadian tersebut. Perlu diingat bahwa karena fokus pada skripsi ini adalah untuk menemukan *loss ratio* yang berada diluar *run-off triangle* maka kita hanya perlu menggunakan hasil dari model ini pada *development loss ratio* diluar *run-off triangle*.

2.8 Metode Estimasi cadangan Klaim

Mengestimasi cadangan klaim dapat dikerjakan dengan berbagai metode. secara umum terbagi menjadi dua garis besar, yaitu metode deterministik dan stokastik. Namun pada skripsi ini hanya akan dibahas mengenai metode deterministik dengan memanfaatkan *run-off triangle*.

2.8.1 Metode *Chain Ladder*

Metode *Chain Ladder* adalah salah satu metode yang paling umum digunakan untuk memprediksi *future triangle* dari *run-off triangle*. Hal ini dikarenakan kesederhanaannya dan bersifat bebas dari distribusi. Asumsi dasar metode ini adalah bahwa *cumulative claim* pada setiap kolom berfluktuasi secara acak dan proporsional satu sama lain. Metode ini menggunakan faktor perkembangan atau biasa disebut sebagai *development patern* yaitu pola perkembangan *cumulative claim* setiap tahun kejadian dan akumulasi klaim yang terletak pada diagonal utama *run off triangle* untuk memprediksi nilai akumulasi klaim di masa depan yang berada pada *future triangle*. Setelah nilai *cumulative claims* yang berada pada *future triangle* telah terisi lengkap maka akan didapat nilai *ultimate claims* untuk setiap tahun kejadian i . Dengan demikian dapat diprediksi cadangan klaim setiap tahun kejadian i suatu perusahaan asuransi, yaitu selisih antara *ultimate claims* dan *cumulative claims* yang berada pada diagonal utama *run-off triangle*. Nilai prediksi total cadangan klaim adalah penjumlahan dari cadangan klaim dalam setiap tahun kejadian i .

Metode *Chain Ladder* mengestimasi Cadangan claim menggunakan *development patern* atau biasa disebut *age to age factor* yang didefenisikan sebagai berikut

$$f_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k}}{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k-1}}, k = 0,1,2, \dots n \quad (2.11)$$

Untuk menghitung cadangan klaim menggunakan *Chain Ladder*, terlebih dahulu mencari nilai *Estimated Ultimate claims* $E[C_{i,n}]$ melalui persamaan berikut:

$$E[C_{i,n}] = C_{i,n-i} \cdot \prod_{n-i}^{n-1} f_k \quad (2.12)$$

Selanjutnya menghitung besar *ultimate claims* pada *future triangle* pada *run-off triangle* diperoleh :

$$\hat{C}_{i,n}^{CL} = C_{i,n-i} \prod_{n-i}^{n-1} \hat{f}_k \quad (2.13)$$

Dimana $i + k > n$. (Mack, 1993)

sehingga didapatkan perhitungan estimasi cadangan klaim melalui persamaan berikut:

$$\hat{R}_i^{CL} = \hat{C}_{i,n}^{CL} - C_{i,n-i} \quad (2.14)$$

Maka estimasi total cadangan klaim metode *Chain Ladder* adalah sebagai berikut

$$\hat{R}^{CL} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i^{CL} \quad (2.15)$$

2.8.1.1 Metode *Chain Ladder* dengan *Loss ratio*

Seperti yang dibahas sebelumnya telah dibahas sebelumnya bahwa *loss ratio* tidak seperti *age to age factor* dalam metode *Chain Ladder* biasa yang hanya bergantung pada informasi internal, melainkan *loss ratio* juga memperhitungkan informasi eksternal seperti besar premi. Maka dari itu pada penelitian kali ini dalam menghitung cadangan klaim *Chain Ladder* menggunakan *loss ratio* atau metode ini biasa disebut dengan *individual loss ratio*. Karena apabila *age to age factor* dalam metode *Chain Ladder* biasa dianggap tidak mampu mencerminkan besar klaim dimasa depan (misalnya besar klaim yang tidak stabil antar *development year*), maka diperlukan modifikasi dari metode *Chain Ladder* yang lebih kredibel salah satunya adalah dengan menggunakan *loss ratio*.

Misalkan p_i adalah *loss ratio payout factor*, maka besar *cumulative claim paid to date* dari tahun kejadian i ($C_{i,n-i}$) merupakan proporsi dari *ultimate cumulative claim* yang sudah dibayar. Persamaanya sebagai berikut :

$$C_{i,n-i} = p_i \times \hat{C}_{i,n}^{CL} \quad (2.16)$$

$$\hat{C}_{i,n}^{CL} = \frac{C_{i,n-i}}{p_i} \quad (2.17)$$

Diketahui sebelumnya bahwa $R_i = C_{i,n-i} - C_{i,n}$. Apabila persamaan 2.17 Disubstitusikan kedalam persamaan R_i , maka diperoleh perhitungan cadangan klaim dengan rumus berikut:

$$\begin{aligned} \hat{R}_i^{CL} &= \hat{C}_{i,n}^{CL} - C_{i,n-i} \\ &= \frac{C_{i,n-i}}{p_i} - C_{i,n-i} \\ &= \left(\frac{1}{p_i} - 1 \right) C_{i,n-i} \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1 - p_i}{p_i} \right) C_{i,n-i}$$

$$\hat{R}_i^{CL} = \frac{q_i}{p_i} C_{i,n-i} \quad (2.18)$$

Sehingga didapatkan rumus menghitung cadangan klaim yang baru menggunakan *cumulative claim paid to date* dan *loss ratio*.

$$\hat{R}^{CL} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i^{CL}$$

Dimana dapat dilihat bahwa cadangan klaim berbanding lurus dengan *loss ratio reserve factor* dan berbanding terbalik dengan *loss ratio payout factor*.

2.8.2 Metode Bornhuetter Ferguson

Metode Bornhuetter-Ferguson diperkenalkan pertama kali oleh dua orang aktuaris yaitu Bornhuetter dan Ferguson (1972). Pada metode ini estimasi cadangan klaim tidak hanya didasarkan pada informasi internal seperti jumlah klaim yang telah dibayarkan saja namun juga melibatkan informasi eksternal seperti premi. Dalam perhitungannya Fokus utama dalam metode ini adalah memprediksi besar *ultimate cumulative claim* ($C_{i,n}$) dan memprediksi cadangan klaim untuk tahun kejadian ke- i dimana $i = 0, 1, 2, \dots, n$

Metode Bornhuetter-Ferguson memprediksi *ultimate cumulative claim* dengan mengukur pola penundaan kouta claim dinotasikan $\hat{\gamma}_{i,k}$ yaitu proporsi pembayaran kumulatif klaim pada tahun i dan diselesaikan pada *development year* k . pola penindaan dihitung dengan rumus berikut

$$\hat{\gamma}_k = \prod_{j=k+1}^n \frac{1}{\hat{f}_j} \quad (2.19)$$

Selanjutnya Cadangan klaim dari tahun kejadian i dapat diestimasi dengan

$$\hat{R}_i^{BF} = \hat{\alpha}_i (1 - \hat{\gamma}_{n-i}) \quad (2.20)$$

Dari persamaan diatas estimasi Cadangan klaim bergantung pada pola penundaan kuota kumulatif klaim yang diperoleh dari perkalian *age to age factor* dan $\hat{\alpha}_i$ yang merupakan estimasi kumulatif klaim akhir tahun kejadian i yang diestimasi

dari informasi eksternal (premi). Maka estimasi total Cadangan klaim metode Bornhuetter-Ferguson adalah

$$\hat{R}^{BF} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i^{BF} \quad (2.21)$$

2.8.2.1 Metode Bornhuetter Ferguson dengan *Loss ratio*

Perbedaan metode ini dengan metode Bornhuetter-Ferguson biasa adalah metode ini menggunakan *loss ratio* (*loss ratio reserve factor*) sebagai proporsi *ultimate cumulative* klaim sedangkan metode Bornhuetter-Ferguson biasa menggunakan *age to age factor* yang hanya diperoleh dari besar klaim tahun-tahun sebelumnya. Metode ini muncul dari asumsi apabila besar klaim tahun-tahun sebelumnya dianggap tidak mencerminkan maka kita memerlukan modifikasi salah satunya menggunakan *loss ratio*. Cadangan klaim merupakan besar biaya yang akan ditanggung oleh Perusahaan (*burning cost*) yang belum dibayarkan. Oleh karena itu dari persamaan 2.6 Estimasi Cadangan klaim berdasarkan metode Bornhuetter-Ferguson *loss ratio* adalah

$$\begin{aligned} \hat{R}_i^{BF} &= q_i \times U_i^{BC} \\ &= q_i \times V_i \times ELR \\ \hat{R}_i^{BF} &= q_i \times V_i \times \sum_{k=1}^n m_k \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.8.3 Metode Benktander

Metode Benktander menggabungkan metode *Chain Ladder* dan metode Bornhuetter Ferguson dengan memberi bobot pada masing-masing metode. Dengan kata lain, metode Benktander menggunakan faktor kredibilitas dalam menggabungkan metode *Chain Ladder* dan Bornhuetter-Ferguson. Seberapa besar kepercayaan aktuaris terhadap suatu metode dapat dicerminkan melalui seberapa besar kredibilitas yang digunakan

Pada tahun 1976, Gunnar Benktander memperkenalkan metode perhitungan Cadangan klaim yang dipublikasikan dengan judul “An Approach to Credibility in Calculating IBNR for Casualty Excess Reinsurance” melalui “The Actuarial review”

pada Casualty Actuarial Society (CAS) Dimana “The Actuarial review” adalah bulletin triwulanan dari Casualty Actuarial Society (CAS), yang biasanya hanya diedarkan pada daerah Amerika Utara, itulah salah satu alasan mengapa sehingga artikel Gunnar Benktander tidak dikenal di Eropa. Pada tahun 1981, metode yang sama ditemukan lagi oleh seorang aktuaris berkebangsaan Finlandia bernama Esa Hovinen, akan tetapi jurnal yang ditulis oleh Hovinen tidak dipublikasikan lebih lanjut. Untuk ketiga kalinya, metode yang sama ditemukan oleh Walter Neuhaus pada tahun 1992, tanpa referensi dari jurnal Benktander maupun Hovinen. Selanjutnya Mack (2000) berhasil menemukan bobot kredibilitas yang optimal dengan meminimumkan mean square error yang kemudian dikembangkan oleh Hurlman (2009) dengan menemukan bobot kredibilitas optimal yang selain meminimumkan mean square error juga dapat meminimumkan variansi dimana Hurlman juga memodifikasi metode *Chain Ladder* dan Bornhuetter-Ferguson menggunakan *loss ratio*. Adapun persamaan untuk metode benktander adalah

$$\begin{aligned}\widehat{R}_i^B &= c_i \widehat{R}_i^{CL} + (1 - c_i) \widehat{R}_i^{BF} \\ \widehat{R}_i^B &= c_i (\widehat{R}_i^{CL} - \widehat{R}_i^{BF}) + \widehat{R}_i^{BF}\end{aligned}\quad (2.23)$$

a. Metode Benktander dengan pendekatan Gunnar Benktander dan Neuhaus

Menurut Gunnar benktander bobot kredibilitas akan meningkat seiring dengan akumulasi klaim yang dibayarkan, sehingga bobot kredibilitas yang diusulkan oleh Gunnar Benktander *loss ratio* adalah

$$c_i^{GB} = p_i, i = 0,1,2, \dots, n \quad (2.24)$$

Sehingga cadangan klaim *loss ratio* Gunnar Benktander adalah :

$$R_i^{GB} = p_i \cdot R_i^{CL} + q_i \cdot R_i^{BF}, i = 0,1,2, \dots, n \quad (2.25)$$

Menurut Mack (1997), bobot kredibilitas yang diusulkan oleh Walter Neuhaus (1992) adalah

$$c_i^{WN} = \sum_{k=1}^{n-i+1} m_k = p_i \sum_{k=0}^n m_k, i = 0,1,2,3 \dots \quad (2.26)$$

Maka Cadangan klaim *loss ratio* menurut Neuhaus (1992) adalah :

$$\begin{aligned}R_i^{WN} &= c_i^{WN} \cdot R_i^{CL} + (1 - c_i^{WN}) \cdot R_i^{BF}, i = 0,1,2, \dots, n \\ R_i^{WN} &= p_i \sum_{k=1}^n m_k \cdot R_i^{CL} + \left(1 - p_i \sum_{k=1}^n m_k\right) \cdot R_i^{BF}, i = 0,1,2, \dots, n\end{aligned}\quad (2.27)$$

b. Kredibilitas optimal dalam metode Benktander

Menurut Mack (2000) Tujuan penggunaan *optimal credibility* atau kredibilitas optimal adalah meminimumkan perbedaan antar estimasi cadangan klaim berdasarkan metode Benktander dengan cadangan klaim berdasarkan definisi pada umumnya. Dengan kata lain kredibilitas optimal diperoleh dengan meminimumkan *mean squared error*

$$mse(R^B) = E(R^B - R)^2 \quad (2.28)$$

Selanjutnya akan dijabarkan kredibilitas optimal dalam metode benktander yang dirumuskan oleh Mack (2000) Asumsikan bahwa U_i^{BC} independent dengan $C_{i,n-i}$ dan R_i , serta $E[U_i^{BC}] = E[C_{i,n}^{CL}] = E[C_{i,n}]$ dengan variansi $Var[U_i^{BC}]$. Perhatikan bahwa Persamaan 2.23 berbentuk linear dalam c , maka mse $mse(R^B)$ adalah fungsi kuadrat dari c , sehingga apabila dicari turunannya maka dapat diperoleh nilai minimum sebagai berikut

$$\begin{aligned} E[(R_i^B - R_i)^2] &= E \left[(c_i(R_i^{CL} - R_i^{BF}) + R_i^{BF} - R_i)^2 \right] \\ &= E \left[(c_i(R_i^{CL} - R_i^{BF}) - (R_i - R_i^{BF}))^2 \right] \\ &= E \left[c_i^2 (R_i^{CL} - R_i^{BF})^2 - 2c_i(R_i^{CL} - R_i^{BF})(R_i - R_i^{BF}) \right. \\ &\quad \left. + (R_i - R_i^{BF})^2 \right] \\ &= E \left[c_i^2 (R_i^{CL} - R_i^{BF})^2 \right] - E \left[2c_i(R_i^{CL} - R_i^{BF})(R_i - R_i^{BF}) \right] \\ &\quad + E[(R_i - R_i^{BF})^2] \\ &= c_i^2 E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})^2 \right] - 2c_i E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})(R_i - R_i^{BF}) \right] \\ &\quad + E[(R_i - R_i^{BF})^2] \end{aligned} \quad (2.29)$$

Turunan pertama Persamaan 2.29

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta c_i} E &= 2c_i E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})^2 \right] - 2 E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})(R_i - R_i^{BF}) \right] \\ c_i^* &= \frac{E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})(R_i - R_i^{BF}) \right]}{E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})^2 \right]} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Dengan mensubtitusikan persamaan 2.18 dan 2.22 didapatkan

$$c_i^* = \frac{E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})(R_i - R_i^{BF}) \right]}{E \left[(R_i^{CL} - R_i^{BF})^2 \right]}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{E \left[\left(\frac{q_i}{p_i} C_{i,n-i} - q_i U_i^{BC} \right) (R_i - q_i U_i^{BC}) \right]}{E \left[\left(\frac{q_i}{p_i} C_{i,n-i} - q_i U_i^{BC} \right)^2 \right]} \\
 &= \frac{E \left[\left(\frac{q_i C_{i,n-i} - q_i p_i U_i^{BC}}{p_i} \right) (R_i - q_i U_i^{BC}) \right]}{E \left[\left(\frac{q_i C_{i,n-i} - q_i p_i U_i^{BC}}{p_i} \right)^2 \right]} \\
 &= \frac{p_i E \left[(C_{i,n-i} - p_i U_i^{BC}) (R_i - q_i U_i^{BC}) \right]}{q_i E \left[(C_{i,n-i} - p_i U_i^{BC})^2 \right]} \tag{2.31}
 \end{aligned}$$

Asumsikan bahwa $E[C_{i,n-i}] = p_i E[C_i^{CL}] = p_i E[U_i^{BC}]$. Dengan demikian $E[R_i] = E[C_{i,n} - C_{i,n-1}] = (1 - p_i)E[U_i^{BC}] = q_i E[U_i^{BC}]$ maka diperoleh persamaan berikut

$$c_i^* = \frac{p_i \text{Cov}[C_{i,n-1} - p_i U_i^{BC}, R_i - q_i U_i^{BC}]}{q_i \text{Var}[C_{i,n-i} - p_i U_i^{BC}]} \tag{2.32}$$

Dengan definisi dan asumsi yang berlaku pada variansi maka didapatkan

$$c_i^* = \frac{p_i}{q_i} \cdot \frac{\text{Cov}[C_{i,n-i}, R_i] + p_i q_i \text{Var}[U_i^{BC}]}{\text{Var}[C_{i,n-i}] + p_i^2 \text{Var}[U_i^{BC}]} \tag{2.33}$$

Persaman 2.33 merupakan kredibilitas optimal yang meminimumkan MSE namun pada persamaan ini cukup sulit karena untuk mengestimasi c_i^* kita membutuhkan karena $\text{Cov}[C_{i,n-i}, R_i]$ dan $\text{Var}[C_{i,n-i}]$, oleh karena itu Mack(2000) merumuskan persamaan lain yang lebih sederhana sebagai berikut yaitu, apabila diasumsikan $\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n}$ dengan diketahui $C_{i,n}$, berdistribusi beta dengan parameter p_i dan q_i , maka didapatkan

$$\begin{aligned}
 E \left(\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n} \right) &= \frac{p_i}{p_i + q_i} \\
 &= p_i \tag{2.34} \\
 \text{Var} \left(\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n} \right) &= \frac{p_i q_i}{(p_i + q_i)^2 (p_i + q_i + 1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{p_i q_i}{1 + 1} \\
 &= \frac{1}{2} p_i q_i \tag{2.35}
 \end{aligned}$$

Misalkan $\beta_i^2(C_{i,n})$ adalah konstanta dari bentuk $Var\left(\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n}\right)$ dimana $\beta_i^2(C_{i,n}) = \frac{1}{2}$ untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n$ maka persamaan 2.35 Menjadi

$$Var\left(\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n}\right) = p_i q_i \beta_i^2(C_{i,n}) \tag{2.36}$$

perhatikan bahwa $C_{i,n}$ di persamaan 2.36 telah diketahui. Dengan demikian, nilai $C_{i,n}$, merupakan konstantan sehingga berdasarkan sifat variansi persamaan 2.36 dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
 Var\left(\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n}\right) &= p_i q_i \beta_i^2(C_{i,n}) \\
 \frac{1}{C_{i,n}^2} Var(C_{i,n-i} | C_{i,n}) &= p_i q_i \beta_i^2(C_{i,n}) \\
 Var(C_{i,n-i} | C_{i,n}) &= p_i q_i \beta_i^2(C_{i,n}) C_{i,n}^2 \tag{2.37}
 \end{aligned}$$

Untuk selanjutnya, notasi $\alpha_i^2(C_{i,n}) = \beta_i^2(C_{i,n}) C_{i,n}^2$ akan digunakan sehingga persamaan 2.36 menjadi

$$Var(C_{i,n-i} | C_{i,n}) = p_i q_i \alpha_i^2(C_{i,n}) \tag{2.38}$$

Perhatikan pada persamaan 2.33 c_i^* bergantung pada $Cov[C_{i,n-i}, R_i]$ $Var[C_{i,n-i}]$ dan $Var[U_i^{BC}]$. oleh karena itu dengan menggunakan persamaan 3.34 dan 3.35 bentuk c_i^* yang lebih mudah dan tidak lagi bergantung pada $Cov[C_{i,n-i}, R_i]$ dan $Var[C_{i,n-i}]$ adalah

$$c_i^* = \frac{p_i}{p_i + t_i} \tag{3.39}$$

Dimana :

$$t_i = \frac{E[\alpha_i^2(C_{i,n})]}{Var[U_i^{BC}] + Var[U_i] - E[\alpha_i^2(C_{i,n})]} \quad i = 0, 1, \dots, n \tag{3.40}$$

c. Kredibilitas Optimal dalam Metode Benktander dengan Variansi Minimum

Sebelumnya telah dibahas mengenai bentuk persamaan kredibilitas optimal metode Benktander yang meminimumkan MSE selanjutnya akan dibahas mengenai

pengembangan dari teori tersebut dimana persamaan kredibilitas optimal yang didapatkan tidak hanya meminimumkan MSE namun juga meminimumkan variansi, persamaan ini telah dirumuskan sebelumnya (Hürlimann, 2009) sebagai berikut, asumsikan bahwa rasio $\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n}$ berdistribusi beta (p_i, q_i) untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n$. seperti yang dijelaskan sebelumnya $\beta_i^2(C_{i,n}) = \frac{1}{2}$. dengan demikian, $\beta_i^2(C_{i,n})$ konstan dan bebas dari $C_{i,n}$ untuk tahun kejadian $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Untuk selanjutnya $\beta_i^2(C_{i,n})$ akan dinotasikan dengan β_i^2 untuk semua tahun kejadian $i = 0, 1, 2, \dots, n$. sehingga $\alpha_i^2(C_{i,n})$ merupakan $C_{i,n}^2 \beta_i^2$. Selanjutnya dengan menggunakan asumsi $Var[C_{i,n}] = Var[U_i^{BC}]$ dan $E[C_{i,n}] = E[U_i^{BC}]$ Maka

$$\begin{aligned} E[\alpha_i^2(C_{i,n})] &= E[C_{i,n}^2 \beta_i^2] \\ &= \beta_i^2 E[C_{i,n}^2] \\ &= \beta_i^2 (Var[U_i^{BC}] + (E[U_i^{BC}])^2) \end{aligned} \tag{3.41}$$

Karena Cadangan klaim pada metode Bornhuetter-Ferguson dan *Chain Ladder* bersifat saling bebas, sehingga $Cov[R_i^{CL}, R_i^{BF}] = \frac{q_i^2}{p_i} Cov[C_{i,n-i}, U_i^{BC}] = 0$. Berikut persamaan untuk menghitung variansi dari metode *Chain Ladder loss ratio* dan Bornhuetter Ferguson *Loss ratio*.

$$\begin{aligned} Var[R_i^{CL}] &= \left(\frac{q_i}{p_i}\right)^2 Var[C_{i,n-i}] \\ Var[R_i^{BF}] &= q_i^2 Var[U_i^{BC}] \end{aligned} \tag{3.42}$$

Maka dengan mensubstitusikan persamaan 3.42 didapatkan variansi metode Benktander sebagai berikut

$$\begin{aligned} Var[R_i^B] &= c_i^2 Var[R_i^{CL}] + (1 - c_i)^2 Var[R_i^{BF}] \\ &= c_i^2 \left(\frac{q_i}{p_i}\right)^2 Var[C_{i,n-i}] + (1 - c_i)^2 q_i^2 Var[U_i^{BC}] \end{aligned} \tag{3.43}$$

Dengan asumsi $Var[C_{i,n}] = Var[U_i^{BC}]$ dan persamaan 3.39 kredibilitas optimal c_i^* yang meminimumkan $mse(R_i^B) = E[(R_i^B - R_i)^2]$ dan variansi $Var[R_i^B]$ adalah sebagai berikut dimana $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned} c_i^* &= \frac{p_i}{p_i + t_i^*} \\ t_i^* &= \sqrt{p_i} \end{aligned} \tag{3.44}$$

Dibandingkan dengan estimasi t_i Gunnar Benktander dan Neuhaus dengan menggunakan persamaan 3.39 didapatkan

$$t_i^{GB} = q_i$$

$$t_i^{WN} = q_i + \frac{1 - \sum_{k=1}^n m_k}{\sum_{k=1}^n m_k} \quad (3.45)$$

Sehingga rumus Cadangan klaim metode benktander dengan kredibilitas optimal yang meminimumkan MSE dan variansi ($R_i^{c_i^*}$) adalah

$$R_i^{c_i^*} = c_i^* R_i^{CL} + (1 - c_i^*) R_i^{BF}$$

$$R_i^{c_i^*} = \frac{p_i}{p_i + \sqrt{p_i}} R_i^{CL} + \left(1 - \frac{p_i}{p_i + \sqrt{p_i}}\right) R_i^{BF} \quad (3.46)$$

Persamaan diatas merupakan bentuk kredibilitas optimal yang akan digunakan pada penelitian kali ini karena bentuknya yang lebih sederhana dari persamaan kredibilitas optimal sebelumnya serta sifatnya yang selain dapat meminimumkan *mse* juga dapat meminumkan variansi.

2.9 Mean Squared Error

Untuk menentukan metode manakah yang paling akurat dalam memprediksi cadangan klaim. Maka akan ditentukan metode yang menghasilkan selisih paling minimum antara prediksi cadangan klaim berdasarkan metode tersebut dengan prediksi cadangan klaim pada umumnya. Selisih tersebut dapat digambarkan oleh *Mean Squared Error* (MSE) (Clark, 2015).

Menurut Triana (2017) Pada umumnya, aktuaris mempercayai metode yang menghasilkan MSE paling kecil, karena mean squared error yang kecil mengindikasikan bahwa perbedaan antara cadangan klaim dengan metode tersebut dengan metode perhitungan cadangan klaim pada umumnya memiliki perbedaan yang kecil. Oleh karena itu, metode yang terbaik dalam memprediksi cadangan klaim adalah metode yang memiliki mean squared error paling kecil.

Dengan asumsi bahwa $\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} | C_{i,n}$ berdistribusi beta dengan parameter p_i dan q_i , Mack (2000) telah merumuskan MSE dari ketiga metode yaitu *Chain Ladder*, *Borhuetter Ferguson* dan *benktander* sebagai berikut

$$MSE (R_i^{CL}) = E(\alpha_i^2 (C_{i,n})) \frac{q_i}{p_i}$$

$$MSE(R_i^{BF}) = E(\alpha_i^2(C_{i,n}))q_i \left(1 + \frac{q_i}{t_i}\right)$$

$$MSE(R_i^B) = E(\alpha_i^2(C_{i,n})) \left(\frac{c_i^2}{p_i} + \frac{1}{q_i} + \frac{(1 - c_i)^2}{t_i} \right) q_i^2 \quad (3.47)$$

Dari bentuk persamaan *mean squared error* di atas, ketiga metode *MSE* memiliki faktor yang sama yakni $E[\alpha_i^2(C_{i,n})]$ sehingga *MSE* ketiga metode dapat dibandingkan.