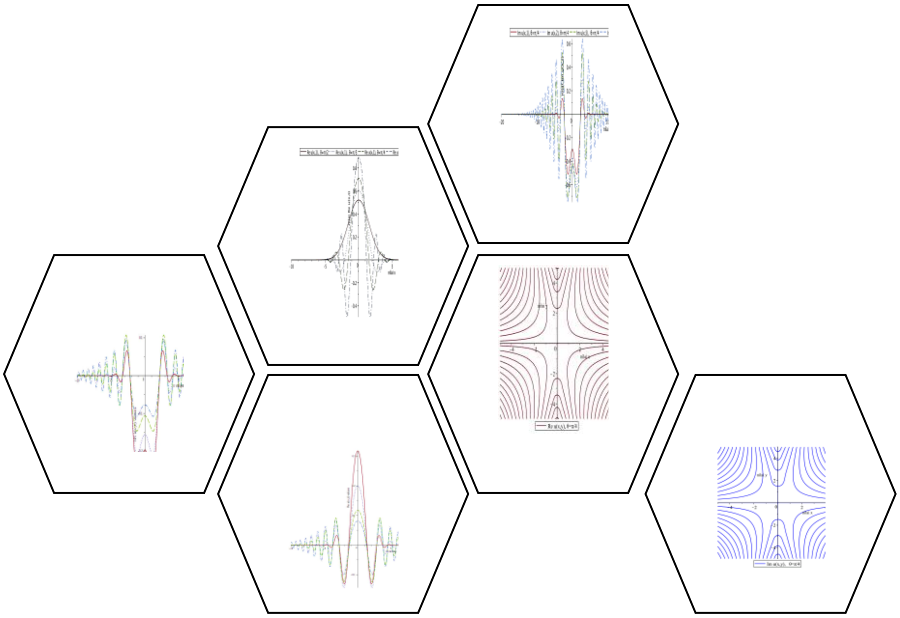
TRANSFORMASI FOURIER FRAKSIONAL DAN PENERAPANNYA DALAM BEBERAPA PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL

FRACTIONAL FOURIER TRANSFORM AND ITS APPLICATION IN SOME PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS



SRI SULASTERI

H023211001

PROGRAM STUDI DOKTOR MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR

2024

DISERTASI

TRANSFORMASI FOURIER FRAKSIONAL DAN PENERAPANNYA DALAM BEBERAPA PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL

(*FRACTIONAL FOURIER TRANSFORM AND ITS APPLICATION IN SOME PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS*)

SRI SULASTERI
H023211001

PROGRAM STUDI DOKTOR MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR

2024

DISERTASI

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai Gelar Doktor

Program Studi
S3 Matematika

Disusun dan diajukan oleh

SRI SULASTERI
H023211001

Kepada

PROGRAM STUDI S3 MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR

2024

DISERTASI

TRANSFORMASI FOURIER FRAKSIONAL DAN PENERAPANNYA DALAM BEBERAPA PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL

SRI SULASTERI
NIM: H023211001

telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian Doktor pada tanggal 28 Mei 2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

pada

Program Studi Doktor Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan,
Promotor,

Prof. Dr. Eng. Mawardi, S.Si., M.Si.
NIP. 19701231 199802 1001

Ko-promotor,	Ko-promotor,
Prof. Dr. Jeffry Kusuma	**Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.**
NIP. 19641112 198703 1 002	NIP. 19750816 199903 1 001

Ketua Program Studi	Dekan Fakultas MIPA
Doktor Matematika	Universitas Hasanuddin
Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.	**Dr. Eng. Amiruddin, S.Si., M.Si.**
NIP. 19680114 199412 1 001	NIP. 19720515 1997 02 1002

PERNYATAAN KEASLIAN DISERTASI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa disertasi berjudul " Transformasi Fourier Fraksional dan Penerapannya dalam Beberapa Persamaan Diferensial Parsial" adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing (Prof. Dr. Eng. Mawardi, S.Si., M.Si. sebagai Promotor dan Prof. Dr. Jeffry Kusuma sebagai ko-promotor-1 serta Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc sebagai ko-promotor-2). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka disertasi ini. Sebagian dari isi disertasi ini telah dipublikasikan atau dipresentasikan, dengan rincian sebagai berikut:

1. Paper dengan judul *"Nazarov's Uncertainty Principle for Fractional Fourier Transform"*, akan diterbitkan pada AIP Conference Proceedings : AIPCP23-CF-ICONMAA2022-00027 (Accepted). Paper ini telah dipresentasikan pada *International Conference on Mathematical Analysis and its Applications 2022* (IConMAA), yang diselenggarakan Universitas Sumatera Utara bekerjasama dengan Kamindo, pada tanggal 14-15 Oktober 2022.

2. Paper dengan judul *"Solving Generalized Heat and Generalized Laplace Equations Using Fractional Fourier Transform"*, telah diterbitkan pada jurnal *Fractal and Fractional*, volume 7(7), 557, tahun 2023; publisher MDPI; dan alamat url *https://doi.org/10.3390/fractalfract7070557*.

3. Naskah publikasi (belum dipublikasikan) dengan judul *"The Coupled Fractional Fourier Transform Method in Solving Two Dimensional Heat Equations".*

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa disertasi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, Mei 2024

Sri Sulasteri

H023211001

PRAKATA

Alhamdulillah segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah mencurahkan segala nikmat dan karunia-Nya sehingga penulisan disertasi ini dapat terselesaikan dengan baik. Penelitian yang saya lakukan dapat terlaksana dengan sukses dan disertasi ini dapat terampungkan atas bimbingan dan arahan Prof. Dr. Eng. Mawardi, S.Si., M.Si., sebagai promotor, Prof. Dr. Jeffry Kusuma sebagai ko-Promotor-1 dan Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc., sebagai ko-Promotor-2. Saya juga mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada para penguji yaitu Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc., Prof. Dr. Kasbawati, S.Si, M.Si., Dr. Khaeruddin, M.Sc., dan Prof. Syafruddin Side, S.Si.,M.Si.,Ph.D.

Ucapan terima kasih juga saya ucapkan kepada pimpinan Universitas Hasanuddin beserta jajarannya yang telah memfasilitasi saya menempuh Program Doktor serta para dosen Departemen Matematika, sejawat mahasiswa Program Doktor Matematika Unhas dan teman-teman di Laboratorium Analisis serta teman-teman lainnya yang tidak disebutkan satu persatu. Selanjutnya, ucapan terima kasih kepada pimpinan dan teman sejawat di UIN Alauddin Makassar khususnya jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan atas segala dukungan yang diberikan selama saya menempuh pendidikan.

Kepada ibu, adik, mertua, suami dan anak-anak saya tercinta, serta seluruh keluarga besar, saya mengucapkan banyak terima kasih atas segala doa, motivasi, dan pengorbanan mereka selama saya menempuh pendidikan.

Makassar, Mei 2024

Sri Sulasteri

H023211001

DAFTAR ISI

ABSTRAK

SRI SULASTERI. **Transformasi Fourier Fraksional dan Penerapannya dalam Beberapa Persamaan Diferensial Parsial** (dibimbing oleh Mawardi, Jeffry Kusuma, Agustinus Ribal).

Latar Belakang. Transformasi Fourier merupakan alat yang ampuh untuk memecahkan berbagai masalah, khususnya masalah yang berbentuk persamaan diferensial parsial. Transformasi Fourier fraksional merupakan sebuah generalisasi dari transformasi Fourier dengan sebuah parameter orde θ. Penerapan transformasi ini pada penyelesaian persamaan diferensial parsial belum banyak dikaji. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan mengkaji tentang transformasi Fourier fraksional dan sifat-sifatnya, serta penerapannya pada persamaan diferensial parsial, dengan rincian yaitu: 1) membuktikan sifat-sifat transformasi Fourier fraksional; 2) mengkonstruksi metode transformasi Fourier fraksional dalam penyelesaian dari beberapa persamaan diferensial parsial; 3) menganalisis perbandingan solusi antara metode transformasi Fourier fraksional dengan metode transformasi Fourier biasa. **Metode.** Penelitian ini dibagi menjadi tiga tahap yaitu: 1) pembuktian sifat-sifat dari transformasi Fourier fraksional; 2) mengkonstruksi penyelesaian dari persamaan panas 1-dimensi dan persamaan Laplace dan menganalisis perbandingan penyelesaian antara metode transformasi Fourier fraksional dengan metode transformasi Fourier biasa; 3) mengkonstruksi penyelesaian dari persamaan panas 2-dimensi dengan metode transformasi Fourier fraksional *coupled*. **Hasil.** Sifat-sifat dari transformasi Fourier fraksional diperoleh dengan memodifikasi beberapa sifat-sifat transformasi Fourier ke domain transformasi Fourier fraksional seperti pergeseran, penskalaan, modulasi, konvolusi, dan ketaksamaan, dengan beberapa perubahan. Untuk memperoleh penyelesaian dari masalah panas 1-dimensi dan masalah persamaan Laplace, pertama-tama diberikan definisi transformasi Fourier fraksional, serta teorema terkait, dan membangun hubungan dasar antara teorema konvolusi untuk transformasi Fourier fraksional dan teorema konvolusi untuk transformasi Fourier klasik. Kemudian, dikembangkan hasil dan hubungannya untuk mendapatkan penyelesaian persamaan panas dan persamaan Laplace. Beberapa contoh juga ditunjukkan untuk memverifikasi validitas dari penerapan pendekatan yang digunakan, dengan membandingkan hasil pada transformasi Fourier klasik. Sebagai tambahan, digunakan pula metode sampling sebagai pembanding. Adapun untuk penyelesaian persamaan panas dua-dimensi digunakan transformasi Fourier fraksional *coupled*, yang merupakan kajian lebih lanjut dari transformasi Fourier fraksional dengan perluasan pada ruang dua dimensi dimana variabel-variabelnya tidak dipisahkan (*unseparable*) dengan orde berturut-turut adalah α dan β. **Kesimpulan.** Transformasi Fourier fraksional digunakan untuk menyelesaikan masalah persamaan panas 1-dimensi dan persamaan Laplace, dimana hasil untuk $\theta = \frac{\pi}{2}$ sama dengan hasil penyelesaian dengan metode transformasi Fourier 1-dimensi. Transformasi Fourier fraksional *coupled* digunakan untuk menyelesaikan masalah persamaan panas 2-dimensi, dimana hasil untuk $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$ sama dengan hasil penyelesaian dengan metode transformasi Fourier 2-dimensi.

Kata Kunci : transformasi Fourier, persamaan panas, persamaan Laplace, transformasi Fourier fraksional, transformasi Fourier fraksional *coupled*.

ABSTRACT

SRI SULASTERI. **Fractional Fourier Transform And Its Application In Some Partial Differential Equations** (supervised by Mawardi Bahri, Jeffry Kusuma, Agustinus Ribal).

Background. The Fourier transform is a powerful tool for solving various problems, especially those in the form of partial differential equations. The fractional Fourier transform is a generalization of the Fourier transform with an order parameter θ. The application of this transformation to solving partial differential equations has not been much studied. **Aims.** This research aims to study the Fractional Fourier transform and its properties, as well as its application to partial differential equations, with the following details: 1) proving the properties of the fractional Fourier transform; 2) constructing the method of fractional Fourier transform in solving some differential equations; and 3) analyzing the comparison of the solution between the fractional Fourier transform method and the classical Fourier transform method. **Methods.** This research consisted of three steps, namely, 1) proving the properties of fractional Fourier transformation; 2) constructing the solution of the one-dimensional heat equation and the Laplace equation and analyzing the comparison of the solution using the fractional Fourier transform method and the classical Fourier transform method; and 3) constructing the solution of the two-dimensional heat equation using the *coupled* fractional Fourier transform. **Results.** The properties of fractional Fourier transformation are obtained by modifying some properties of Fourier transform to the fractional Fourier transform domain such as shifting, scaling, modulation, convolution, and inequalities, with some changes. To obtain the solution of the one-dimensional heat problem and the Laplace equation problem, firstly, the definition of the fractional Fourier transform, as well as the related theorems are given, and then the fundamental relationship between the convolution theorem for the fractional Fourier transform and the convolution theorem for the classical Fourier transform is established. Furthermore, the results and relationships were developed to solve the heat equations and Laplace equations. Several examples were also shown to verify the validity of the application of the approaches used, by comparing the results of classical Fourier transform. In addition, the sampling method is used as a comparison. As for the solution of two-dimensional heat equations, used the *coupled* fractional Fourier transform, which is a further study of the fractional Fourier transform with the expansion of two-dimensional spaces where the variables are not separated (*unseparable*) with successive orders of α and β. **Conclusions.** The fractional Fourier transform is used to solve the problem of one-dimensional heat equations and the Laplace equation, where the result for $\theta = \frac{\pi}{2}$ would be the same as the result of the solution with the one-dimensional Fourier transform method. The *coupled* fractional Fourier transform is used to solve two-dimensional heat equation problems, where the results for $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$ are the same as the results of solving using the two-dimensional Fourier transform method.

Keywords : Fourier transform, heat equation, Laplace equation, fractional Fourier transform, coupled fractional Fourier transform.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Dalam menyelesaikan berbagai permasalahan ilmu pengetahuan dan rekayasa yang berkaitan dengan gejala atau fenomena alam, diperlukan model matematika. Salah satu model matematika yang paling sering digunakan adalah persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial parsial dijumpai dalam kaitan dengan berbagai masalah fisik dan geometris bila fungsi yang terlibat tergantung pada dua atau lebih peubah bebas (Asmar, 2000). Masalah-masalah terkait mekanika fluida, transfer panas, teori elektromagnetik, dan berbagai bidang lainnya biasanya dimodelkan dengan persamaan diferensial parsial (Zauderer, 2006).

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial adalah transformasi Fourier (TF). Tranformasi Fourier diawali di abad ke-19 (tepatnya tahun 1822) oleh seorang matematikawan Perancis yang bernama Jean Baptiste Fourier (Folland, 1992). Transformasi Fourier adalah suatu transformasi integral yang menyatakan kembali sebuah fungsi dalam fungsi basis sinusoidal. Transformasi Fourier menjadi metode yang sangat cocok untuk menganalisis fungsi atau sinyal, karena transformasi Fourier dapat mengubah fungsi atau sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi.

Dalam perkembangannya, transformasi Fourier merupakan alat yang ampuh untuk memecahkan berbagai masalah, khususnya masalah yang berbentuk persamaan diferensial parsial yang muncul dalam sains dan ilmu rekayasa, dan tentunya untuk menganalisis sinyal seperti sinyal suara dan citra (Gunawan, 1997). Dalam penerapannya pada penyelesaian masalah persamaan diferensial parsial, transformasi Fourier dapat digunakan untuk penyelesaian pada kasus domain yang besar (Asmar, 2000). Sebagai contoh adalah persamaan panas satu dimensi yang merepresentasikan distribusi panas pada suatu batang. Banyak metode yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persamaan panas pada domain berhingga, seperti metode pemisahan variabel (Zauderer, 2006) dan metode numerik seperti metode beda hingga (Yang, 2005). Akan tetapi, permasalahan akan menjadi lebih sulit jika domain yang digunakan sangat besar, misalnya masalah perambatan panas pada suatu kabel yang sangat panjang. Permasalahan tersebut akan lebih mudah diselesaikan dengan menganggap panjang kabel mendekati tak hingga, sehingga menjadi permasalahan pada domain tak hingga. Untuk menyelesaikan persamaan pada domain tak hingga tersebut, dapat menggunakan metode transformasi Fourier. Penyelesaian persamaan diferensial parsial dengan metode transformasi Fourier telah dibahas oleh beberapa penelitian sebelumnya, seperti yang dilakukan oleh Negero (Negero, 2014).

Seiring berkembangnya teori dan aplikasi transformasi Fourier di bidang analisis sinyal, ternyata para analis di bidang ini menganggap transformasi Fourier belum dapat memenuhi kebutuhan analisis sinyal (Guanlei *et al.*, 2008). Teori transformasi Fourier kemudian dikembangkan oleh Namias pada tahun 1980, yang dikenal dengan nama transformasi Fourier fraksional (TFFr). Transformasi ini merupakan sebuah generalisasi dari transformasi Fourier biasa dengan sebuah parameter orde θ (Namias, 1980). Secara matematis, transformasi Fourier fraksional berorde θ adalah sebuah pangkat dari operator transformasi Fourier. Suatu TFFr dengan $\theta = \pi/2$ merupakan bentuk dari transformasi Fourier biasa (Almeida, 1994). Setiap sifat dan aplikasi dari transformasi Fourier merupakan sebuah kasus khusus dari transformasi Fourier fraksional. Perluasan konsep dari transformasi Fourier ke transformasi Fourier fraksional biasanya menggunakan relasi antara kedua transformasi tersebut. Beberapa kajian tentang transformasi Fourier fraksional juga membahas tentang relasi ini (Zayed, 1996). Lebih lanjut, kita dapat memodifikasi beberapa properti dari transformasi Fourier ke domain transformasi Fourier fraksional seperti translasi, modulasi, dilatasi, konvolusi, dan prinsip ketidakpastian (Bahri, 2017; Anh *et al.*, 2017; Guanlei *et al.*, 2010; Shi *et al.*, 2012).

Saat ini, transformasi Fourier fraksional (TFFr) telah diaplikasikan dalam banyak aspek penelitian dan rekayasa ilmiah teknologi, seperti filter sapuan, jaringan saraf tiruan, transformasi wavelet, analisis frekuensi waktu, penyaringan variasi waktu, transmisi kompleks dan sebagainya. Lebih jauh, dalam semua area dimana konsep transformasi Fourier dan domain frekuensi digunakan, terdapat potensi untuk melakukan generalisasi dan perbaikan dengan menggunakan transformasi Fourier fraksional. Dengan demikian, transformasi Fourier fraksional seharusnya dapat digunakan dalam penyelesaian masalah yang sebelumnya dapat diselesaikan dengan transformasi Fourier biasa, salah satunya adalah masalah persamaan diferensial parsial.

Pada tahun 2014, metode transformasi Fourier fraksional telah digunakan untuk menyelesaikan persamaan gelombang satu dimensi (Prasad *et al.*, 2014). Persamaan gelombang satu dimensi juga telah diselesaikan dengan metode transformasi linear kanonik (LCT) yang merupakan bentuk umum dari transformasi Fourier fraksional (Bahri & Ashino, 2020). Hal ini berarti penyelesaian persamaan diferensial parsial menggunakan metode transformasi Fourier fraksional merupakan suatu kajian yang menarik untuk dikaji lebih lanjut. Oleh karenanya, peneliti tertarik untuk mengkaji metode transformasi Fourier fraksional sebagai metode dalam penyelesaian masalah persamaan diferensial parsial, serta menerapkannya untuk penyelesaian beberapa masalah persamaan diferensial parsial yang sering digunakan seperti persamaan panas dan persamaan Laplace. Hasil yang diperoleh akan dibandingkan dengan hasil dari metode lain sebelumnya. Dalam membangun metode yang dimaksud, juga akan dilakukan kajian sifat-sifat dari transformasi Fourier fraksional yang berkaitan dengan metode yang dibangun.

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Bagaimana pembuktian sifat-sifat transformasi Fourier fraksional yang berkaitan dengan penyelesaian persamaan diferensial parsial?
2. Bagaimana konstruksi metode transformasi Fourier fraksional dalam penyelesaian beberapa persamaan diferensial parsial?
3. Bagaimana analisis perbandingan solusi antara metode transformasi Fourier fraksional dengan metode transformasi Fourier biasa?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini yaitu :

1. membuktikan sifat-sifat transformasi Fourier fraksional yang berkaitan dengan penyelesaian persamaan diferensial parsial,
2. mengkonstruksi metode transformasi Fourier fraksional dalam penyelesaian dari beberapa persamaan diferensial parsial,
3. menganalis perbandingan solusi antara metode transformasi Fourier fraksional dengan metode transformasi Fourier biasa.

1.4. Batasan Penelitian

Persamaan diferensial parsial yang akan diselesaikan dalam subbab 1.2. meliputi :

1. Persamaan panas satu dimensi dengan koefisien konstan, pada domain tak hingga

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = c^2(\overline{D}_x^*)^2 u(x,t), \qquad -\infty < x < \infty, \quad t > 0$$

yang memenuhi kondisi awal :

$$u(x,0) = f(x), \quad -\infty < x < \infty,$$

dimana $\overline{D}_x^* = -\left(\frac{d}{dx} + ix\cot(\theta)\right)$, $f \in L^2(\mathbb{R})$, dan c adalah konstanta tak nol.

2. Persamaan Laplace pada domain setengah bidang atas berikut ini:

$$(\overline{D}_x^*)^2 u(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad y > 0$$

yang memenuhi kondisi batas

$$u(x,0) = f(x), \quad -\infty < x < \infty.$$

3. Persamaan Laplace pada suatu strip berikut ini:

$$(\overline{D}_x^*)^2 u(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad a < y < b, \tag{1.1}$$

yang memenuhi kondisi batas

$$u(x,a) = f(x), \quad u(x,b) = g(x), \tag{1.2}$$

dengan $f, g \in L^2(\mathbb{R})$.

4. Persamaan panas dua dimensi pada domain tak hingga, sebagai berikut:

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x_1,x_2,t) = k^2 \left(\left(\Delta_{x_1}^*\right)^2 u(x_1,x_2,t) + \left(\Delta_{x_2}^*\right)^2 u(x_1,x_2,t) \right), \quad t > 0, \tag{1.3}$$

dengan kondisi awal

$$u(x_1,x_2,0) = f(x_1,x_2), \quad -\infty < x_1 < \infty, \quad -\infty < x_2 < \infty,$$

dimana

$\Delta^*_{x_1}$ dan $\Delta^*_{x_2}$ adalah operator diferensial untuk x_1 dan x_2 (definisi lebih jelas dapat dilihat pada Bab IV), $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ dan k adalah konstanta tak nol.

1.5. Sistematika Penulisan Disertasi

Sistematika penulisan disertasi ini adalah sebagai berikut:

BAB I: Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, sistematika penulisan, dan kebaruan penelitian.

BAB II: Prinsip Ketidakpastian Nazarov pada Transformasi Fourier Fraksional

Bab ini membahas definisi transformasi Fourier fraksional, kemudian diselidiki sifat-sifatnya. Berdasarkan sifat-sifatnya, disusunlah prinsip ketidakpastian Nazarov pada transformasi Fourier fraksional.

BAB III: Penyelesaian Persamaan Panas dan Persamaan Laplace dengan Menggunakan Transformasi Fourier Fraksional

Bab ini membahas tentang transformasi Fourier fraksional dan penerapannya dalam penyelesaian persamaan panas dan persamaan Laplace, dimana penyelesaian ini merupakan bentuk umum penyelesaian persamaan panas dan persamaan Laplace menggunakan transformasi Fourier klasik. Dalam bagian ini, penyelesaian persamaan panas juga dirumuskan menggunakan *sampling formula* yang terkait dengan transformasi Fourier fraksional.

BAB IV: Metode Transformasi Fourier Fraksional *Coupled* dalam Menyelesaikan Persamaan Panas Dua Dimensi

Bab ini membahas tentang penerapan transformasi Fourier fraksional *coupled* dalam penyelesaian persamaan panas dua-dimensi. Dalam bagian ini, terlebih dahulu disajikan konsep transformasi Fourier fraksional *coupled* dan relasinya dengan transformasi Fourier dua-dimensi. Operator turunan dan teorema yang bersesuaian dengan transformasi ini dirumuskan, untuk digunakan dalam penyelesaian persamaan panas dua-dimensi. Selanjutnya disajikan contoh untuk menggambarkan perbandingan solusi yang diperoleh dengan hasil pada metode transformasi Fourier dua-dimensi.

BAB V: Kesimpulan

Bab ini berisi kesimpulan dan masalah terbuka berdasarkan hasil dari bab-bab sebelumnya

1.6. Kebaruan Penelitian

Penelitian ini mengkaji tentang transformasi Fourier fraksional dan penerapannya dalam persamaan diferensial parsial. Transformasi Fourier fraksional (TFFr) merupakan bentuk umum dari transformasi Fourier (TF) biasa. Oleh karenanya, beberapa sifat dari transformasi Fourier dapat dimodifikasi ke domain transformasi Fourier fraksional seperti pergeseran, penskalaan, modulasi, konvolusi, dan prinsip ketidakpastian. Salah satu hal yang belum dikaji dan menjadi salah satu kebaruan dari penelitian ini adalah prinsip ketidakpastian Nazarov dalam domain transformasi Fourier fraksional.

Kajian selanjutnya, yaitu penerapan transformasi Fourier fraksional untuk penyelesaian beberapa persamaan diferensial parsial. Kebaruan dari penelitian ini yaitu konstruksi metode transformasi Fourier fraksional untuk penyelesaian beberapa persamaan diferensial parsial. Untuk penyelesaian persamaan panas satu-dimensi dan persamaan Laplace digunakan metode transformasi Fourier fraksional 1-dimensi, sedangkan untuk penyelesaian panas dua-dimensi digunakan metode transformasi Fourier fraksional *coupled*. Operator diferensial yang digunakan disesuaikan dengan transformasi yang digunakan. Teori-teori turunan yang bersesuaian juga dibangun sebagai bagian dari konstruksi metode. Hasil yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan hasil dari metode transformasi Fourier biasa. Hal baru yang juga dikembangkan dalam penelitian ini adalah metode sampling yang bersesuaian dengan metode transformasi Fourier fraksional, sebagai metode pembanding.