

**PENERAPAN ALGORITMA FORD FULKERSON DAN
ALGORITMA DINIC PADA PENCARIAN ALIRAN
MAKSIMUM JARINGAN LISTRIK
(Studi Kasus : Jaringan Listrik PT. PLN (Persero) Area
Makassar Selatan)**

SKRIPSI



**TASYA SYAFA AKSAN
H011191037**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
FEBRUARI 2024**

**PENERAPAN ALGORITMA FORD FULKERSON DAN
ALGORITMA DINIC PADA PENCARIAN ALIRAN
MAKSIMUM JARINGAN LISTRIK
(Studi Kasus : Jaringan Listrik PT. PLN (Persero) Area
Makassar Selatan)**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

TASYA SYAFA AKSAN

H011191037

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
FEBRUARI 2024**

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : TASYA SYAFA AKSAN

Nim : H011191037

Program Studi : Matematika

Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya yang berjudul:

**Penerapan Algoritma Ford Fulkerson dan Algoritma Dinic pada
Pencarian Aliran Maksimum Jaringan Listrik (Studi kasus : Jaringan
Listrik PT.PLN (Persero) Area Makassar Selatan)**

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa tulisan skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 13 Februari 2024

Yang menyatakan,



TASYA SYAFA AKSAN
NIM. H011191037

LEMBAR PENGESAHAN

**PENERAPAN ALGORITMA FORD FULKERSON DAN
ALGORITMA DINIC PADA PENCARIAN ALIRAN
MAKSIMUM JARINGAN LISTRIK
(Studi Kasus : Jaringan Listrik PT. PLN (Persero) Area
Makassar Selatan)**

Disusun dan diajukan oleh

TASYA SYAFA AKSAN

H011191037

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Pada tanggal, 13 Februari 2024

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama

Pembimbing Pertama

Dr. Khaeruddin, M.Sc.

NIP. 19650914 199103 1 003

Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.

NIP. 19680114 199412 1 001



Ketua Program Studi,

Dr. Firman, S.Si., M.Si

NIP. 19680429 200212 1 001

KATA PENGANTAR

Segala puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam dipanjatkan untuk Nabi Muhammad SAW yang menjadi suri tauladan bagi seluruh umatnya sehingga penyusunan skripsi dengan judul **“Penerapan Algoritma Ford Fulkerson dan Algoritma Dinic pada Pencarian Aliran Maksimum Jaringan Listrik (Studi Kasus: Jaringan Listrik PT. PLN (Persero) Area Makassar Selatan)”** dapat diselesaikan sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada prodi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin pada jenjang sarjana (S1). Pada tahap pengerjaan dan penyelesaian skripsi ini tidak lepas dari bantuan, arahan, dukungan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, tidak lupa penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya, serta Bapak **Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta seluruh jajarannya.
2. Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta Bapak dan Ibu **Dosen Departemen Matematika** yang telah memberikan ilmu dan mengajarkan banyak pengetahuan serta para **Staf Departemen Matematika** yang telah membantu penulis dalam hal administrasi yang dibutuhkan selama perkuliahan.
3. Bapak **Dr. Khaeruddin, M.Sc.** selaku Pembimbing Utama dan Bapak **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.** selaku Pembimbing Pertama yang telah membimbing dan meluangkan waktu untuk mengarahkan penulis dalam memberikan masukan, arahan dalam penulisan skripsi dengan sabar dan Ikhlas.
4. Bapak **Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.** selaku Penguji serta Pembimbing Akademik selama penulis menempuh perkuliahan jenjang sarjana yang menjadi wali di kampus untuk mengarahkan, memberi nasihat dan masukan sejak


menjadi mahasiswa hingga sampai di tahap penyelesaian tugas akhir.

5. Bapak **Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.** selaku Penguji yang telah banyak memberikan saran dan masukan yang membangun dalam penyempurnaan penulisan skripsi ini.
6. Kedua orang tua penulis, Bapak **Aksan** dan Ibu **Rachmatia. M** yang selalu sabar memberikan doa restu, nasihat dan arahan selama ini. Berusaha untuk selalu memberikan fasilitas yang baik untuk penulis terutama dalam perjalanan menempuh pendidikan.
7. Nenek penulis Alm. Ibu **Hj. Nurjannah** yang telah merawat penulis dengan tulus dan ikhlas sedari kecil yang selalu memberikan ajaran ajaran baik untuk diterapkan di kehidupan dan selalu memberikan kehangatan dan kenyamanan pada penulis dalam segala kondisi.
8. Keluarga penulis, kakek **H. Machmud**, Om **Sabri**, Tante **Wana**, beserta adik-adik saya **Edy, Aul** dan **Mifta** beserta anggota keluarga lainnya yang telah memberikan dukungan kepada penulis serta bantuan dalam menyelesaikan perkuliahan penulis.
9. **Sukma, Irfa, Ade, Ichsan, Aan, Yaya, Wawan, Ilham, Toni, Jekki** dan seluruh **Matematika 2019** yang selalu memberikan bantuan semasa perkuliahan serta memberikan kisah yang seru untuk selalu dikenang.
10. **Aliah, Putri, Rahmi** dan seluruh **POL19ON** dengan segala kisah dan perjalanan yang seru ke tempat yang indah untuk dikunjungi bersama.
11. **Teman-teman KKN Posko Bone 8** Desa Mattampawalie Perhutanan Sosial Bone, **Vincent, Lala, Fira, Arya, Wiwi, Lili, Kicang, Alim, Riswal, dan Marina** yang telah membersamai penulis, memberikan canda tawa, dan pengalaman berkesan. Serta **warga di Desa Mattampawalie** yang telah menerima penulis beserta teman-teman dengan baik di lokasi KKN.
12. Teman **JOSH** yaitu **Aul, Kiki, Uul** serta **MAFIKI**, dan **Antara Satu Atap** atas segala hiburan, dukungan dan pendengar yang baik dalam segala kisah terutama dalam pembuatan skripsi ini.
13. Semua pihak yang terlibat dalam penulisan skripsi ini yang belum bisa disebutkan satu per satu yang telah membantu serta memberikan dukungan dalam proses penulisan skripsi ini.

13. Semua pihak yang terlibat dalam penulisan skripsi ini yang belum bisa disebutkan satu per satu yang telah membantu serta memberikan dukungan dalam proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa masih ada kekurangan baik dari isi skripsi, susunan kalimat maupun tata bahasanya. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati, penulis meminta maaf dan menerima segala masukan, kritik dan saran. Semoga di setiap pengerjaan pada skripsi ini dapat bernilai ibadah dan pahala. Penulis mempersembahkan skripsi ini dengan harapan dapat bermanfaat untuk menambah pengetahuan dan informasi terutama di bidang Matematika.

Makassar, 13 Februari 2024


TASYA SYAFA AKSAN

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMISI**

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : TASYA SYAFA AKSAN
Nim : H011191037
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Roalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**Penerapan Algoritma Ford Fulkerson dan Algoritma Dinic pada Pencarian Aliran Maksimum Jaringan Listrik
(Studi kasus : Jaringan Listrik PT.PLN (Persero) Area Makassar Selatan)**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak Universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolah dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.
Dibuat di Makassar pada tanggal 13 Februari 2024.

Yang menyatakan,


TASYA SYAFA AKSAN

ABSTRAK

Aliran maksimum pada suatu jaringan adalah arus maksimal yang dapat dilalui dari sumber sampai ke tujuan. Ada beberapa algoritma yang dapat digunakan untuk menentukan aliran maksimum pada sebuah jaringan dan yang diteliti pada skripsi ini adalah algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic. Kedua algoritma dapat diterapkan pada jaringan listrik karena untuk menyebarkan penggunaan listrik dari Gardu Induk maka diperlukan Gardu Tiang Trafo (GTT) sebagai tiang distribusi untuk menurunkan tegangan menengah ke tegangan rendah dan akan disalurkan ke konsumen. Setiap GTT memiliki batas kapasitas arus listrik. Jaringan listrik yang diambil adalah jaringan listrik PT. PLN area Makassar Selatan. Arus listrik berasal dari gardu induk PT. PLN sektor Tello yang bertujuan ke dua titik yaitu ke GTT Mall Panakkukang dan GTT Menara Pinisi UNM. Dari hasil yang diperoleh kedua algoritma memiliki nilai aliran maksimum yang sama. Algoritma Ford Fulkerson dalam tahap pengerjaannya memiliki iterasi dan dalam satu iterasi hanya ada satu *augmenting path* yang dijalankan. Sedangkan algoritma Dinic dalam satu iterasi dapat menjalan lebih dari satu *augmenting path* dengan syarat memiliki level yang sama.

Kata kunci: Aliran maksimum, algoritma Ford Fulkerson, algoritma Dinic, jaringan listrik, Gardu Tiang Trafo.

Judul : Penerapan Algoritma Ford Fulkerson dan Algoritma Dinic pada Pencarian Aliran Maksimum Jaringan Listrik (Studi Kasus : Jaringan Listrik PT. PLN (Persero Area Makassar Selatan)

Nama : Tasya Syafa Aksan

NIM : H011191037

Program Studi : Matematika

ABSTRACT

The maximum flow in a network is the maximum flow that can be passed from the source to the destination. There are several algorithms that can be used to determine the maximum flow on a network and those studied in this thesis are the Ford Fulkerson algorithm and the Dinic algorithm. Both algorithms can be applied to the electricity network because to spread the use of electricity from the main substation, a Transformer Pole Substation (GTT) is needed as a distribution pole to reduce medium voltage to low voltage and distribute it to consumers. Each GTT has an electric current capacity limit. The electricity network taken is the electricity network of PT. PLN South Makassar area. The electric current comes from the substation of PT. PLN Tello sector which aims at two points, namely GTT of Panakkukang Mall and GTT of Pinisi Tower UNM. From the results obtained, both algorithms have the same maximum flow value. The Ford Fulkerson algorithm in its working stage has iterations and in one iteration only one augmenting path is executed. Meanwhile, the Dinic algorithm in one iteration can run more than one augmenting path provided it has the same level.

Keywords: *Maximum flow, Ford Fulkerson algorithm, Dinic algorithm, electricity network, Transformer Pole Substation.*

Title : Application of the Ford Fulkerson Algorithm and the Dinic Algorithm in Finding the Maximum Flow of the Electric Network (Case Study: Electric Network of PT. PLN (Persero) South Makassar Area)

Name : Tasya Syafa Aksan

Student ID : H011191037

Study Program : Mathematics

DAFTAR ISI

SAMPUL..... i

HALAMAN JUDUL..... ii

PERNYATAAN KEASLIAN iii

LEMBAR PENGESAHAN iv

KATA PENGANTAR..... v

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMISI vii

ABSTRAK ix

ABSTRACT..... x

DAFTAR ISI..... xi

DAFTAR GAMBAR xiii

DAFTAR TABEL..... xvi

DAFTAR LAMPIRAN xvii

BAB I PENDAHULUAN 1

 1.1 Latar Belakang 1

 1.2 Rumusan Masalah..... 2

 1.3 Batasan Masalah 2

 1.4 Tujuan 3

 1.5 Manfaat Penelitian 3

 1.6 Sistematika Penulisan..... 3

BAB II TINJAUAN PUSTAKA..... 5

 2.1 Teori Graf 5

 2.2 Jaringan (*Network*) 6

 2.3 Aliran Maksimum..... 7

 2.4 Algoritma Ford Fulkerson 9

 2.5 Algoritma Dinic 16

BAB III METODOLOGI PENELITIAN..... 24

 3.1 Jenis dan Sumber Penelitian..... 24

 3.2 Waktu dan Tempat Penelitian 24

 3.3 Prosedur Penelitian 24

 3.4 Gambar Jaringan Listrik..... 27

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 28

 4.1 Pendahuluan 28

 4.2 Pencarian Aliran Maksimum menggunakan Algoritma Ford Fulkerson.... 32

4.2.1 Pencarian Aliran Maksimum menggunakan Algoritma Ford Fulkerson dengan proses pengerjaan secara manual tujuan Mall Panakkukang...	32
4.2.2 Pencarian Aliran Maksimum menggunakan Algoritma Ford Fulkerson dengan proses pengerjaan pada program Matlab	34
a. Tujuan Mall Panakkukang.....	34
b. Tujuan Menara Pinisi UNM	35
4.3 Pencarian Aliran Maksimum menggunakan Algoritma Dinic	37
4.3.1 Pencarian Aliran Maksimum menggunakan Algoritma Dinic dengan proses pengerjaan secara manual tujuan Mall Panakkukang.....	37
4.3.2 Pencarian Aliran Maksimum menggunakan Algoritma Dinic dengan proses pengerjaan pada program Matlab	40
a. Tujuan Mall Panakkukang.....	40
b. Tujuan Menara Pinisi UNM	41
BAB V PENUTUP.....	42
5.1 Kesimpulan.....	42
5.2 Saran.....	43
DAFTAR PUSTAKA	44
LAMPIRAN.....	46

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1. 1 Contoh Graf G.....	5
Gambar 2. 1. 2 Graf berarah.....	6
Gambar 2. 1. 3 Graf berbobot	6
Gambar 2. 2. 1 Jaringan (Network).....	7
Gambar 2. 3. 1 Minimum cut	9
Gambar 2. 4. 1 Jaringan dengan 6 titik	11
Gambar 2. 4. 2 Aliran awal	11
Gambar 2. 4. 3 Label s	11
Gambar 2. 4. 4 Scan dan Pelabelan Network.....	12
Gambar 2. 4. 5 Network yang telah diperbaharui	12
Gambar 2. 4. 6 Scan dan pelabelan Network	13
Gambar 2. 4. 7 Network yang telah diperbaharui	13
Gambar 2. 4. 8 Scan dan pelabelan network.....	14
Gambar 2. 4. 9 Network yang telah diperbaharui	14
Gambar 2. 4. 10 Scan dan pelabelan network.....	15
Gambar 2. 4. 11 Network yang telah diperbaharui	15
Gambar 2. 4. 12 Gambar minimum cut.....	16
Gambar 2. 5. 1 Jaringan dengan 6 titik	17
Gambar 2. 5. 2 Gambar N	18
Gambar 2. 5. 3 Layered network.....	19
Gambar 2. 5. 4 Blocking flow.....	19
Gambar 2. 5. 5 Jaringan dengan arus maksimum	20
Gambar 2. 5. 6 Kontruksi jaringan sisa.....	20
Gambar 2. 5. 7 Layered network.....	21
Gambar 2. 5. 8 Blocking flow.....	22
Gambar 2. 5. 9 Jaringan dengan arus maksimum	22
Gambar 2. 5. 10 Kontruksi jaringan sisa.....	23
Gambar 3. 3. 1 Bagan Alir Penelitian	26
Gambar 3. 4. 1 Peta listrik jaringan PT. PLN (PERSERO) Makassar Selatan	27
Gambar 4. 1 Jaringan listrik tujuan Mall Panakkukang dengan 26 titik.....	29
Gambar 4. 2 Jaringan listrik tujuan Menara Pinisi UNM dengan 34 titik	29
Gambar 4. 3 Aliran awal tujuan Mall Panakkukang	32
Gambar 4. 4 Augmenting path pada iterasi 1	33
Gambar 4. 5 Hasil minimum cut.....	34
Gambar 4. 6 Jaringan sisa iterasi 1.....	37
Gambar 4. 7 Layered network iterasi 1	37
Gambar 4. 8 Blocking flow iterasi 1	38
Gambar 4. 9 Arus baru iterasi 1	38
Gambar 4. 10 Jaringan sisa iterasi 5.....	39
Gambar L. 2. 1 Aliran awal tujuan Mall Panakkukang.....	47
Gambar L. 2. 2 Labeli 1 (sumber).....	47
Gambar L. 2. 3 Scan dan pelabelan network iterasi 1.....	48
Gambar L. 2. 4 Network yang telah diperbaharui pada iterasi 1	48
Gambar L. 2. 5 Scan dan pelabelan network iterasi 2.....	49
Gambar L. 2. 6 Network yang telah diperbaharui pada iterasi 2	49
Gambar L. 2. 7 Scan dan pelabelan network iterasi 3.....	50

Gambar L. 2. 8 Network yang telah diperbaharui pada iterasi 3	50
Gambar L. 2. 9 Scan dan pelabelan network iterasi 4.....	51
Gambar L. 2. 10 Network yang telah diperbaharui pada iterasi 4	51
Gambar L. 2. 11 Scan dan pelabelan network iterasi 5.....	52
Gambar L. 2. 12 Network yang telah diperbaharui pada iterasi 5	52
Gambar L. 2. 13 Scan dan pelabelan network iterasi 6.....	53
Gambar L. 2. 14 Network yang telah diperbaharui pada iterasi 6	53
Gambar L. 2. 15 Hasil minimum cut.....	54
Gambar L. 3. 1 Aliran awal algoritma Ford Fulkerson tujuan Mall Panakkukang	58
Gambar L. 3. 2 Iterasi 1 algoritma Ford Fulkerson tujuan Mall Panakkukang	59
Gambar L. 3. 3 Iterasi 2 algoritma Ford Fulkerson tujuan Mall Panakkukang	59
Gambar L. 3. 4 Iterasi 3 algoritma Ford Fulkerson tujuan Mall Panakkukang	60
Gambar L. 3. 5 Iterasi 4 algoritma Ford Fulkerson tujuan Mall Panakkukang	60
Gambar L. 3. 6 Iterasi 5 algoritma Ford Fulkerson tujuan Mall Panakkukang	61
Gambar L. 3. 7 Iterasi 6 algoritma Ford Fulkerson tujuan Mall Panakkukang	61
Gambar L. 4. 1 Aliran awal algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM	65
Gambar L. 4. 2 Iterasi 1 Aliran awal algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM	66
Gambar L. 4. 3 Iterasi 2 algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM..	66
Gambar L. 4. 4 Iterasi 3 algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM..	67
Gambar L. 4. 5 Iterasi 4 algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM..	67
Gambar L. 4. 6 Iterasi 5 algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM..	68
Gambar L. 4. 7 Iterasi 6 algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM..	68
Gambar L. 4. 8 Iterasi 7 algoritma Ford Fulkerson tujuan Menara Pinisi UNM..	69
Gambar L. 5. 1 Aliran awal tujuan Mall Panakkukang.....	70
Gambar L. 5. 2 Jaringan sisa iterasi 1	70
Gambar L. 5. 3 Layered network iterasi 1	71
Gambar L. 5. 4 Blocking flow iterasi 1.....	71
Gambar L. 5. 5 Arus baru iterasi 1	72
Gambar L. 5. 6 Jaringan sisa iterasi 2	72
Gambar L. 5. 7 Layered network iterasi 2	73
Gambar L. 5. 8 Blocking flow iterasi 2.....	73
Gambar L. 5. 9 Arus baru iterasi 2.....	74
Gambar L. 5. 10 Jaringan sisa iterasi 3	74
Gambar L. 5. 11 Layered network iterasi 3	75
Gambar L. 5. 12 Blocking flow iterasi 3.....	75
Gambar L. 5. 13 Arus baru iterasi 3.....	76
Gambar L. 5. 14 Jaringan sisa iterasi 4.....	76
Gambar L. 5. 15 Layered network iterasi 4	77
Gambar L. 5. 16 Blocking flow iterasi 4.....	77
Gambar L. 5. 17 Arus baru iterasi 4.....	78
Gambar L. 5. 18 Jaringan sisa iterasi 5	78
Gambar L. 6. 1 Residual network jaringan awal algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	85
Gambar L. 6. 2 Blocking flow iterasi 1 algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	86
Gambar L. 6. 3 Residual Network iterasi 1 algoritma Dinic tujuan Mall	

Panakkukang	86
Gambar L. 6. 4 Blocking flow iterasi 2 algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	87
Gambar L. 6. 5 Residual Network iterasi 2 algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	87
Gambar L. 6. 6 Blocking flow iterasi 3 algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	88
Gambar L. 6. 7 Residual Network iterasi 3 algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	88
Gambar L. 6. 8 Blocking flow iterasi 4 algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	89
Gambar L. 6. 9 Residual Network iterasi 4 algoritma Dinic tujuan Mall Panakkukang	89
Gambar L. 7. 1 Residual network jaringan awal algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	96
Gambar L. 7. 2 Blocking flow iterasi 1 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	97
Gambar L. 7. 3 Residual Network iterasi 1 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	97
Gambar L. 7. 4 Blocking flow iterasi 2 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	98
Gambar L. 7. 5 Residual Network iterasi 2 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	98
Gambar L. 7. 6 Blocking flow iterasi 3 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	99
Gambar L. 7. 7 Residual Network iterasi 3 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	99
Gambar L. 7. 8 Blocking flow iterasi 4 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	100
Gambar L. 7. 9 Residual Network iterasi 4 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	100
Gambar L. 7. 10 Blocking flow iterasi 5 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	101
Gambar L. 7. 11 Residual Network iterasi 5 algoritma Dinic tujuan Menara Pinisi UNM	101

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Keterangan titik.....	30
Tabel 4. 2 Keterangan kapasitas.....	31
Tabel 4. 3 Keterangan Augmenting path Algoritma Ford Fulkerson	33
Tabel 4. 4 Keterangan Augmenting path Algoritma Dinic	39

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Surat Permohonan Pengambilan Data	46
Lampiran 2 Algoritma Ford Fulkerson secara manual dengan tujuan Mall Panakkukang	47
Lampiran 3 Algoritma Ford Fulkerson pada aplikasi Matlab tujuan Mall Panakkukang	55
Lampiran 4 Algoritma Ford Fulkerson pada aplikasi Matlab tujuan Menara Pinisi UNM	62
Lampiran 5 Algoritma Dinic dengan cara manual tujuan Mall Panakkukang	70
Lampiran 6 Algoritma Dinic pada aplikasi Matlab tujuan Mall Panakkukang	79
Lampiran 7 Algoritma Dinic pada aplikasi Matlab tujuan Menara Pinisi UNM..	90

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem kelistrikan memainkan peran sentral dalam infrastruktur modern. Sistem kelistrikan merupakan infrastruktur vital dalam kehidupan sehari-hari, yang mencakup pembangkitan, transmisi, dan distribusi energi listrik dan efisiensi serta keandalan jaringan listrik sangat penting untuk memastikan pasokan energi yang stabil. Untuk itu dalam pengoperasian jaringan listrik, penting untuk memastikan aliran energi yang efisien dan optimal melalui jaringan tersebut. Salah satu permasalahan yang sering dihadapi dalam pengelolaan jaringan listrik adalah penentuan aliran maksimum yang dapat dilalui melalui setiap saluran transmisi.

Penelitian ilmiah ini bertujuan untuk menerapkan algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic dalam penentuan aliran maksimum pada jaringan listrik. Algoritma Ford Fulkerson merupakan salah satu algoritma klasik yang digunakan untuk mencari aliran maksimum dalam jaringan dengan memperbaharui jalur yang terbentuk hingga tidak ada jalur sisa. Algoritma Dinic, di sisi lain, merupakan algoritma yang efisien dan canggih dalam mencari aliran maksimum dengan memanfaatkan konsep tingkat kedalaman (level) simpul dalam jaringan.

Algoritma Ford Fulkerson, yang dikembangkan pada tahun 1956 oleh L. R. Ford dan D. R. Fulkerson, adalah salah satu algoritma klasik yang digunakan untuk mencari aliran maksimum dalam jaringan. Algoritma ini didasarkan pada konsep aliran augmenting (aliran tambahan) yang secara iteratif ditingkatkan hingga mencapai aliran maksimum (Greenberg,1998). Dalam konteks jaringan listrik, algoritma ini dapat digunakan untuk menentukan aliran maksimum yang dapat dilalui melalui saluran transmisi untuk memaksimalkan kapasitas pengiriman daya.

Di sisi lain, algoritma Dinic, yang dikembangkan oleh E. A. Dinic pada tahun 1970, merupakan algoritma yang efisien untuk mencari aliran maksimum dalam jaringan. Algoritma ini memanfaatkan konsep tingkat kedalaman (level) simpul dalam jaringan untuk mengurangi kompleksitas waktu secara signifikan (Ahuja dan Orlin, 1989). Dalam konteks jaringan listrik, penerapan algoritma Dinic diharapkan dapat memberikan solusi yang lebih cepat dan efisien dalam penentuan aliran

maksimum, terutama untuk jaringan listrik yang kompleks dan besar.

Dengan menerapkan kedua algoritma tersebut, diharapkan dapat diketahui aliran maksimum yang dapat dilalui melalui setiap saluran transmisi dalam jaringan listrik. Informasi ini akan membantu dalam perencanaan dan pengelolaan jaringan listrik, termasuk penjadwalan pemeliharaan, pengaturan beban, serta deteksi dan penanganan kegagalan pada saluran transmisi.

Menurut Moligane, algoritma Dinic lebih baik dibandingkan algoritma pelabelan Ford-Fulkerson. Sedangkan menurut Khairani dan Jenny, pelabelan Ford Fulkerson lebih mangkus dibandingkan dengan algoritma Dinic (Khairani dan Jenny, 2013). Penelitian lainnya mengenai algoritma Ford Fulkerson oleh Thesa Farizal dengan membandingkannya dengan *software* WinQSB. Dari penelitian tersebut, penulis menerapkan pencarian aliran maksimum pada jaringan listrik di area Makassar Selatan. Oleh karena itu penelitian ini membahas mengenai **“Penerapan Algoritma Ford Fulkerson dan Algoritma Dinic pada Pencarian Aliran Maksimum Jaringan Listrik (Studi kasus : Jaringan Listrik PT. PLN (Persero) Area Makassar Selatan”**.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah berdasarkan latar belakang di atas antara lain:

1. Bagaimana aliran maksimum pada jaringan listrik menggunakan algoritma Ford Fulkerson?
2. Bagaimana aliran maksimum pada jaringan listrik menggunakan algoritma Dinic?
3. Bagaimana perbandingan antara penggunaan algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic dalam pencarian aliran maksimum pada jaringan listrik?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menjaga fokus penelitian, maka masalah pada penelitian pencarian aliran maksimum pada jaringan PT. PLN area Makassar Selatan dibatasi pada pencarian aliran maksimum menggunakan algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic serta membandingkan hasil dari keduanya.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Untuk memperoleh aliran maksimum pada jaringan listrik menggunakan algoritma Ford Fulkerson.
2. Untuk memperoleh aliran maksimum pada jaringan listrik menggunakan algoritma Dinic.
3. Untuk memperoleh perbandingan antara penggunaan algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic dalam pencarian aliran maksimum pada jaringan listrik.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

1. Bagi mahasiswa, dapat menambah pemahaman pada penggunaan algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic.
2. Bagi PT. PLN (PERSERO) area Makassar Selatan, dapat dijadikan sebagai bahan perbandingan untuk melihat kapasitas maksimum yang dapat ditampung dari sebuah Gardu Trafo Tiang (GTT) pada jaringan listrik di PT. PLN area Makassar Selatan.
3. Bagi Universitas Hasanuddin, dapat menambah referensi mengenai algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan pada penelitian ini terdiri dari lima bagian, dan masing-masing bagian dibagi ke dalam beberapa subbab. Adapun rincian sistematika penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut.

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini mencakup latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini memaparkan uraian teori teori secara ringkas tentang konsep dasar yang menunjang pembahasan masalah yaitu seperti definisi dan istilah yang berkaitan dengan graf, jaringan, aliran maksimum, algoritma Ford Fulkerson, dan algoritma Dinic.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini akan berisi metode penelitian, waktu dan tempat penelitian, dan prosedur penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini akan diuraikan pembahasan dari tugas akhir yaitu penerapan algoritma Ford Fulkerson dan algoritma Dinic pada pencarian aliran maksimum jaringan listrik di PT. PLN area Makassar Selatan.

BAB V PENUTUP

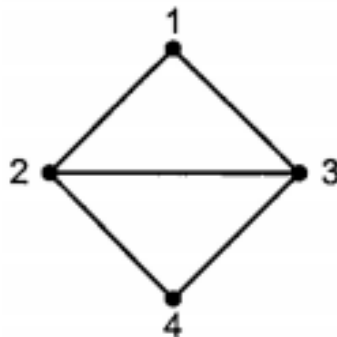
Bab ini menyajikan kesimpulan dari hasil penelitian sebelumnya dan saran yang ditujukan bagi peneliti selanjutnya agar dapat mengembangkan dan memperbaiki kekeliruan penelitian yang telah dikerjakan dalam tugas akhir ini.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

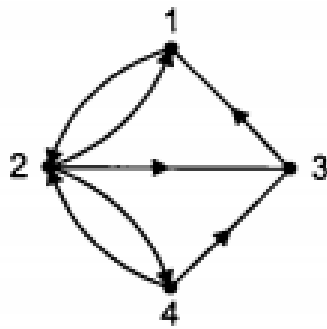
2.1 Teori Graf

Graf adalah pasangan himpunan (V,E) dengan V adalah himpunan diskrit yang anggota-anggotanya disebut titik, dan E adalah himpunan dari pasangan anggota-anggota V yang disebut sisi (Hasmawati, 2020). Graf biasanya digambarkan dengan kumpulan titik-titik (melambangkan simpul) yang dihubungkan oleh garis-garis (melambangkan sisi) atau garis berpanah (melambangkan busur). Graf G yang terdefinisi sebagai pasangan himpunan (V,E) dengan V adalah himpunan berhingga dan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) sedangkan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul, atau dapat ditulis dengan notasi $G = (V,E)$.



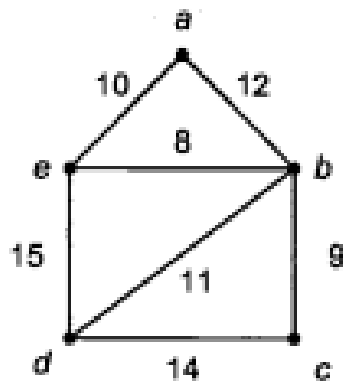
Gambar 2. 1. 1 Contoh Graf G

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah. Sisi berarah dapat disebut dengan busur (*arc*). Graf berarah (u,v) dan (v,u) menyatakan dua buah busur yang berbeda dengan kata lain $(u,v) \neq (v,u)$. Pada busur (u,v) , simpul u dinamakan simpul asal dan simpul v dinamakan simpul terminal. Maka pada graf berarah, gelang diperbolehkan tetapi sisi ganda tidak.



Gambar 2. 1. 2 Graf berarah

Graf biasanya memiliki nilai yang berbeda-beda pada tiap sisinya tergantung pada masalah yang dimodelkan. Graf tersebut dinamakan graf berbobot. Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot). Bobot dapat menyatakan jarak, biaya perjalanan antara dua buah kota ataupun waktu tempuh (Munir,2003).



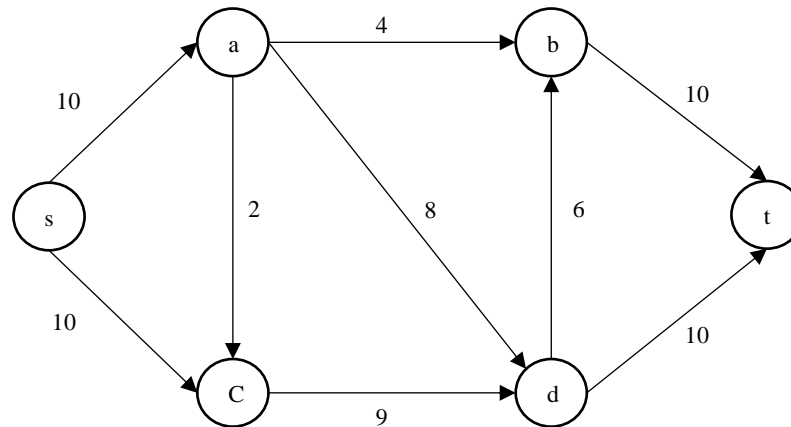
Gambar 2. 1. 3 Graf berbobot

2.2 Jaringan (*Network*)

Jaringan adalah sebuah graf berarah sederhana terhubung lemah yang setiap unturnya dikaitkan dengan bilangan real non negatif. Graf pada jaringan transportasi di setiap sisinya memiliki kapasitas dengan sejumlah syarat sebagai berikut (Johnsonbaugh, 1986):

1. Terdapat satu simpul dalam graf yang tidak mempunyai sisi masuk yang disebut dengan sumber
2. Terdapat satu simpul dalam graf yang tidak mempunyai sisi keluar yang disebut dengan tujuan

3. Pembobot setiap sisi c_{ij} dari suatu sisi berarah (i, j) merupakan sebuah bilangan real non negatif yang disebut dengan kapasitas sisi (i, j) .



Gambar 2. 2. 1 Jaringan (Network)

Pada gambar 2.2.1 kapasitas setiap sisinya adalah $c_{sa} = 10$, $c_{ab} = 4$, $c_{bt} = 10$, $c_{sc} = 10$, $c_{cd} = 9$, $c_{dt} = 10$, $c_{ac} = 2$, $c_{db} = 6$, $c_{ae} = 8$. Dengan s sebagai titik sumber dan t sebagai titik tujuan.

2.3 Aliran Maksimum

Masalah aliran maksimum dapat didefinisikan sebagai masalah untuk mencari arus maksimum yang mengalir pada sebuah jaringan yang memiliki sumber (*source*), tujuan (*target/sink*) dan kapasitas di tiap sisinya. Sumber adalah tempat keluarnya sesuatu atau asal dari sesuatu. Dan tujuan adalah tempat yang dituju oleh suatu hal. Sumber pada peta aliran ini adalah Gardu Induk yang berfungsi sebagai sitem penyaluran tenaga listrik (Gunawan dan Santosa, 2013). Tujuannya adalah Gardu Trafo Tiang (GTT) yang berfungsi sebagai peralatan distribusi tenaga listrik yang mensuplai langsung energi listrik pada pelanggan (Sujito, 2009). Dan kapasitas pada tiap sisi graf adalah nilai kapsitas yang dapat ditambung dari sebuah Gardu Tiang Trafo. Pada penelitian ini terdapat 1 sumber dan tujuan yang banyak.

Misal c_{ij} adalah kapasitas pada sisi berarah (i, j) . Aliran dalam jaringan pada setiap sisi berarah (i, j) adalah bilangan non negatif f_{ij} sedemikian sehingga (Johnsonbaugh, 1986):

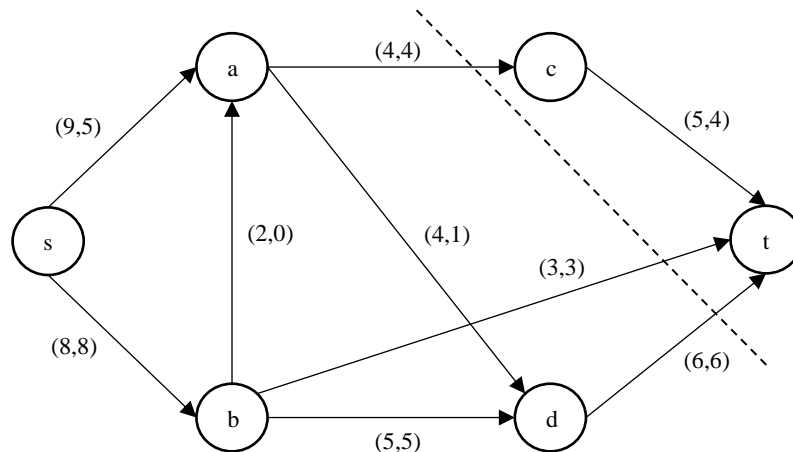
1. $f_{ij} \leq c_{ij}$
2. Untuk setiap simpul j yang bukan merupakan sumber atau tujuan berlaku $\sum f_{ij} = \sum f_{ji}$ dengan f_{ij} adalah aliran dalam sisi (i, j) , $\sum f_{ij}$ adalah jumlah aliran yang keluar ke- j .

Definisi 2.3.1 Jaringan sisa yaitu jaringan yang sisi-sisinya mempunyai kapasitas bernilai positif dan dapat menerima aliran. Misal $N=(V, E)$ adalah sebuah aliran jaringan dengan sumber s dan tujuan t dimana $f(u,v)$ adalah aliran dari N dan $u, v \in V$. Jumlah aliran tambahan yang dapat didorong dari u ke v sebelum melebihi kapasitas $c(u,v)$ adalah kapasitas sisa dari (u,v) yang diperoleh dari $c_f(u, v) = c(u, v) - f(u, v)$ (Dash, Rahman dan Akter, 2019).

Definisi 2.3.2 Augmenting path yaitu jalur dari sumber ke tujuan pada jaringan sisa $N=(V, E)$. Jalur penambah akan digunakan untuk mengubah aliran pada sisi tertentu di $N=(V, E)$ di $N = (V, E)$ sehingga aliran akan meningkat dari titik sumber ke titik tujuan (Dash, Rahman dan Akter, 2019).

Definisi 2.3.3 Pemotongan (cut) pada jaringan adalah sebuah partisi titik sedemikian sehingga $X \cup \bar{X} = v, X \cap \bar{X} = \emptyset$, dimana $s \in X$ dan $t \in \bar{X}$. Kapasitas $cut(s,t)$ adalah total semua kapasitas sisi dari s ke t yang dinotasikan $C(X, \bar{X})$. Cut (s,t) adalah *minimum cut*, jika kapasitasnya adalah minimum di antara semua $cut s-t$ (Chand dan Dhamala, 2022).

Teorema 2.3.1 Untuk setiap jaringan, nilai aliran maksimum dari titik sumber ke titik tujuan adalah sama dengan kapasitas *minimal cut* untuk semua cut sepanjang s ke t .



Gambar 2. 3. 1 Minimum cut

Didapat *minimum cut* jaringan adalah

$X = \{s, a, b, d\}, \bar{X} = \{c, t\}, (X, \bar{X}) = \{(a, c), (b, t), (d, t)\}$ dan

$$C(X, \bar{X}) = C(a, c) + C(b, t) + C(d, t) = 4 + 3 + 6 = 13$$

Sehingga didapat *minimum cut* pada jaringan tersebut adalah 13.

2.4 Algoritma Ford Fulkerson

Algoritma Ford Fulkerson memiliki dua fase yaitu fase pertama adalah pelabelan dan yang kedua adalah perubahan arus. Proses pelabelan adalah proses mencari aliran *augmenting path* dari lintasan s ke t dengan himpunan simpul yang berbeda dan sisi yang berhubungan, dimana $f_{ij} < c_{ij}$ untuk sepanjang sisi maju dan $f_{ij} > 0$ untuk sepanjang sisi mundur. Sebaliknya jika tidak ada *augmenting path* dan optimalisasi dari arus yang sekarang dijamin oleh **Teorema 2.4.1** berikut. Jika pelabelan adalah proses mencari *augmenting path* maka perubahan arus adalah mengubah aliran sesuai dengan *augmenting path*.

Teorema 2.4.1: aliran f memiliki nilai maksimum jika dan hanya jika tidak ada aliran *augmenting path* yang sehubungan dengan f (Greenberg, 1998).

Langkah-langkah mencari aliran maksimum menggunakan algoritma Ford Fulkerson dengan (Kreysig, 2011).

Input: $n, s = 1, t = n$, sisi (i, j) dari G, c_{ij}

Output: Aliran maksimum f di G

Adalah sebagai berikut:

1. Tetapkan aliran awal f_{ij} (misalnya, $f_{ij} = 0$ untuk semua sisi maju dan $f_{ij} = c_{ij}$ untuk semua sisi mundur)
2. Labeli s oleh $(-, \infty)$. Tandai simpul lainnya “tidak berlabel.”
3. Temukan simpul berlabel i yang belum dipindai. Pindai i sebagai berikut. Untuk setiap simpul bertetangga j yang tidak berlabel, jika $c_{ij} > f_{ij}$, hitung

$$\Delta_{ij} = c_{ij} - f_{ij} \text{ dan } \Delta_j = \begin{cases} \Delta_{ij} & \text{jika } i = 1 \\ \min(\Delta_i, \Delta_{ij}) & \text{jika } i > 1 \end{cases}$$

dan beri label j dengan “label maju” (i^+, Δ_j) ;

atau jika $f_{ji} > 0$, hitung

$$\Delta_j = \min(\Delta_i, f_{ji})$$

dan beri label j dengan “label mundur” (i^-, Δ_j) .

Jika tidak ada j maka Output f . Berhenti (yaitu lanjut ke langkah 7)

Jika tidak, lanjutkan.

4. Ulangi langkah 3 sampai t tercapai.

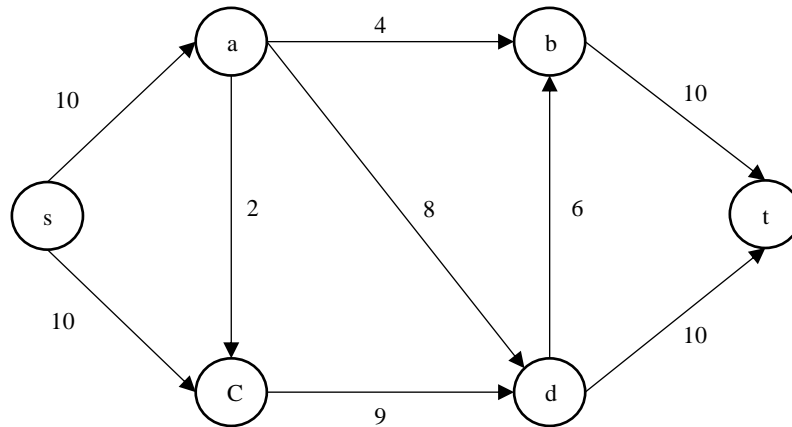
[Ini memberikan aliran augmenting path $P: s \rightarrow t$.]

Jika tidak terdapat simpul terdapat yang bertetangga dengan t maka ke langkah 7 dengan output f . Jika tidak lanjutkan.

5. Lacak kembali jalur P . Perbarui aliran yang ada pada sepasang saluran P dimana untuk aliran maju tetapkan $f_{ij} = f_{ij} + \Delta_t$ sedangkan aliran mundur $f_{ij} = f_{ij} - \Delta_t$.
6. Hapus semua label dari simpul $2, \dots, n$. Lanjutkan ke langkah 3.
7. Menghitung aliran maksimum dengan menggunakan *minimum cut*.

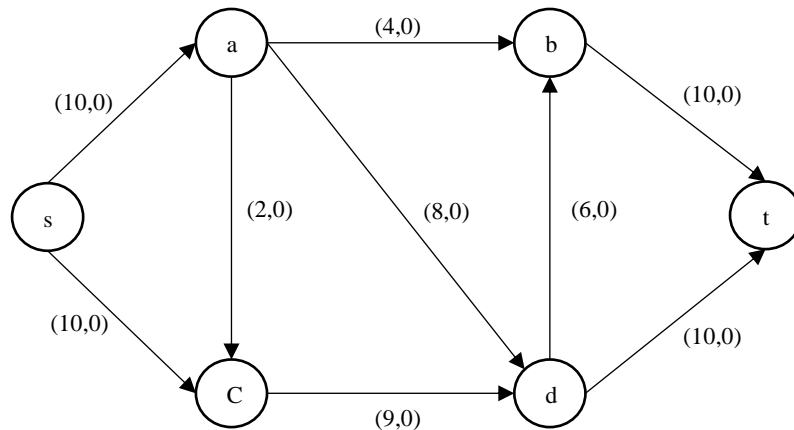
Langkah-langkah algoritma Ford Fulkerson selesai.

Dari langkah-langkah menentukan aliran maksimum menggunakan algoritma Ford Fulkerson, dapat diberikan sebuah contoh penerapannya sebagai berikut:



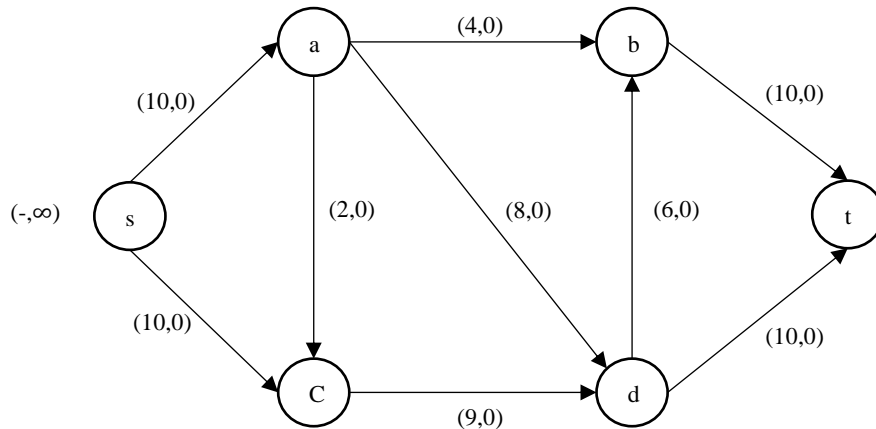
Gambar 2. 4. 1 Jaringan dengan 6 titik

Langkah pertama: aliran awal diberikan aliran 0 pada tiap sisi $\Delta_{ij} = c_{ij} - f_{ij}$ dan nilai aliran $f_{ij} = 0$.



Gambar 2. 4. 2 Aliran awal

Langkah kedua: pada langkah kedua s dilabeli dengan $(-, \infty)$.

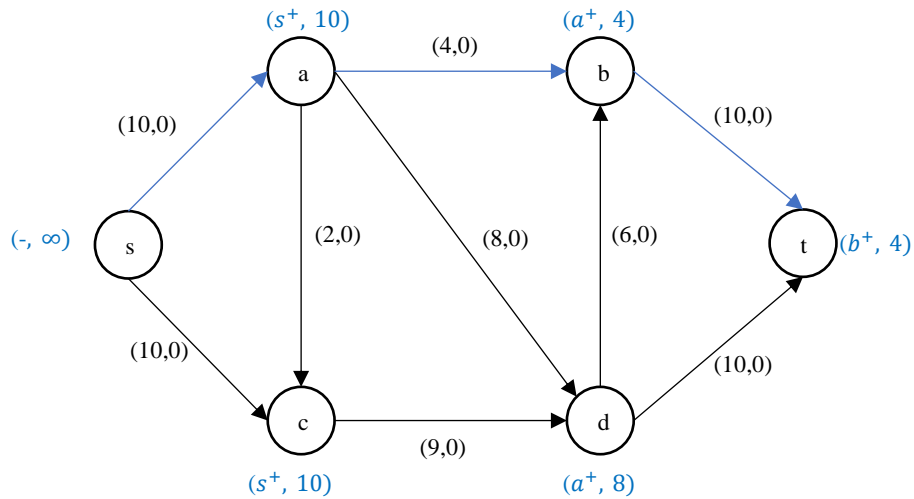


Gambar 2. 4. 3 Label s

Langkah ketiga: pemberian label dan aliran sehingga tidak terdapat lagi *augmenting path*.

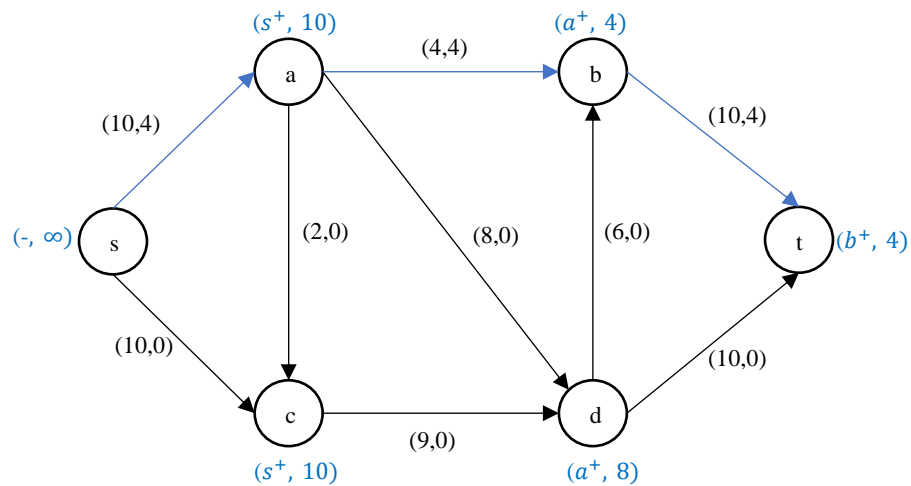
Iterasi 1:

Lakukan scan dan pemberian label seperti gambar di bawah.



Gambar 2. 4. 4 Scan dan Pelabelan Network

Diperoleh *augmenting path* dari s ke t yaitu s-a-b-t. selanjutnya lakukan pembaruan *flow* pada *augmenting path*.

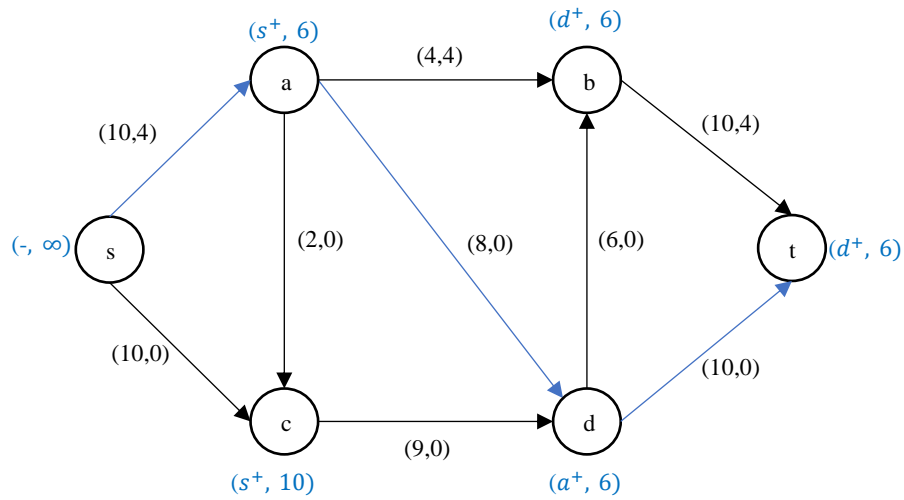


Gambar 2. 4. 5 Network yang telah diperbaharui

Hapus semua label dan lanjut ke iterasi selanjutnya.

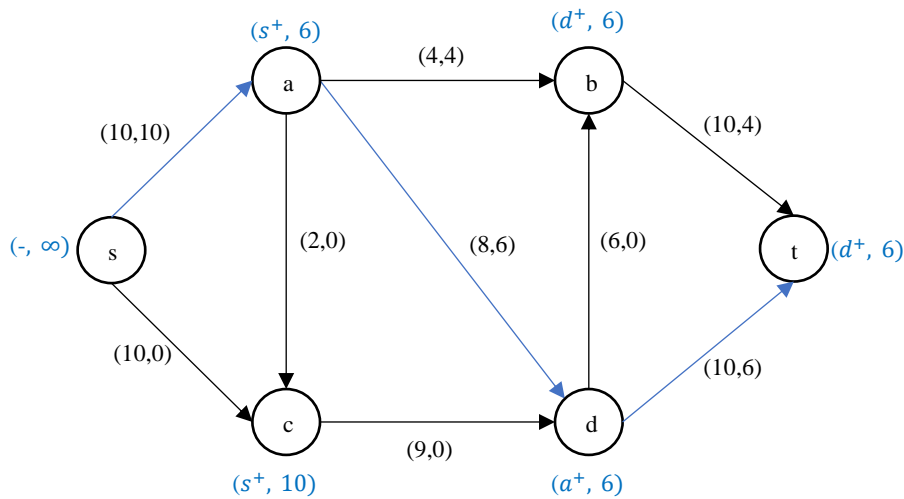
Iterasi 2:

Lakukan scan dan pemberian label seperti gambar di bawah.



Gambar 2. 4. 6 Scan dan pelabelan Network

Diperoleh *augmenting path* dari s ke t yaitu s-a-d-t. selanjutnya lakukan pembaruan *flow* pada *augmenting path*.

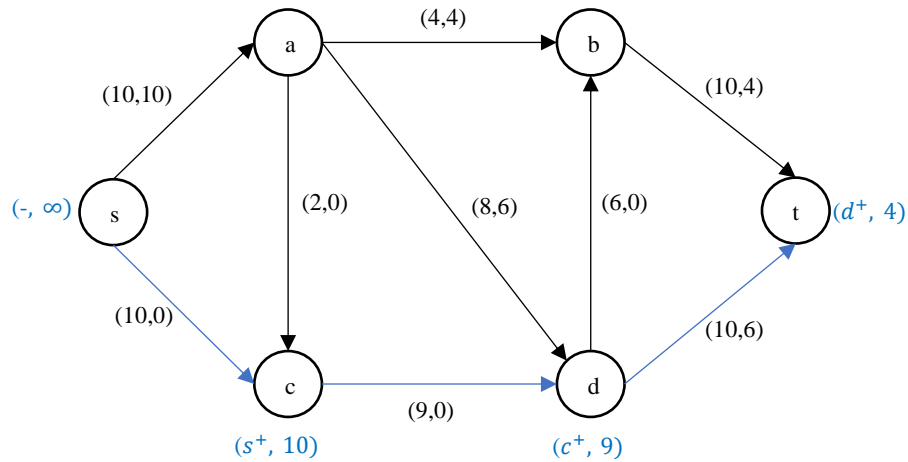


Gambar 2. 4. 7 Network yang telah diperbaharui

Hapus semua label dan lanjut ke iterasi selanjutnya.

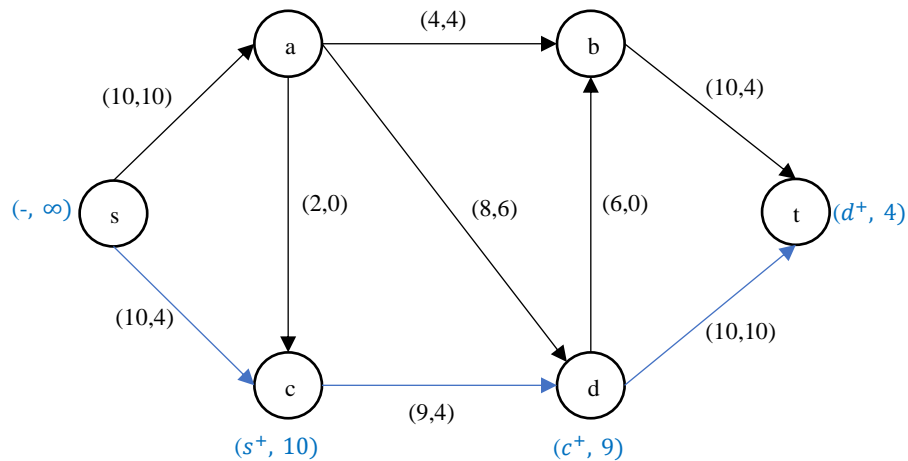
Iterasi 3:

Lakukan scan dan pemberian label seperti gambar di bawah.



Gambar 2. 4. 8 Scan dan pelabelan network

Diperoleh *augmenting path* dari s ke t yaitu s-c-d-t. Selanjutnya lakukan pembaruan *flow* pada *augmenting path*.

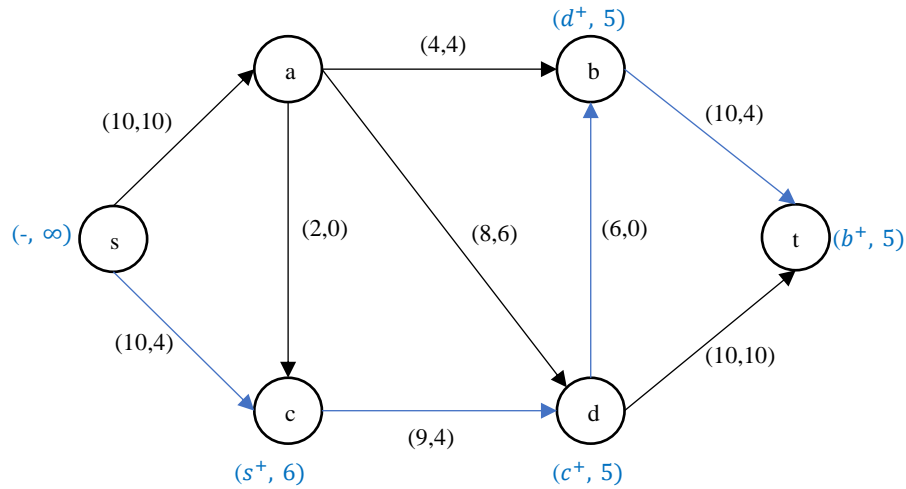


Gambar 2. 4. 9 Network yang telah diperbaharui

Hapus semua label dan lanjut ke iterasi selanjutnya.

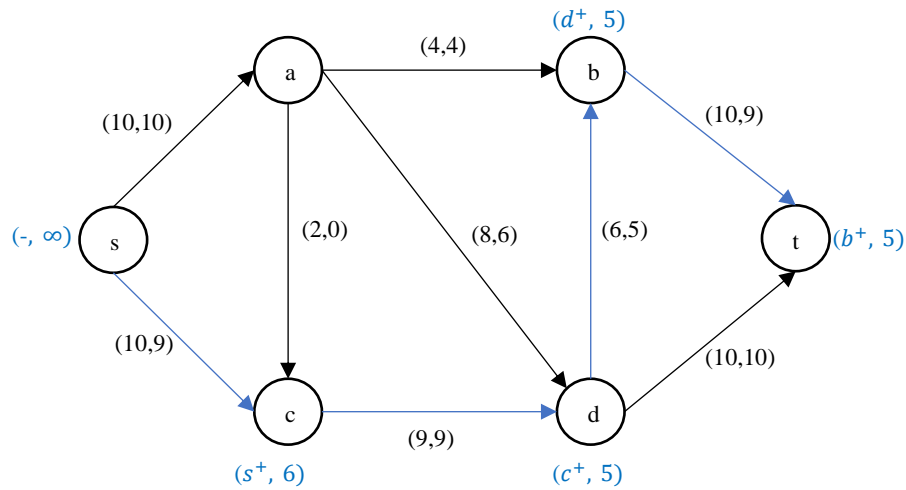
Iterasi 4:

Lakukan scan dan pemberian label seperti gambar di bawah.



Gambar 2. 4. 10 Scan dan pelabelan network

Diperoleh *augmenting path* dari s ke t yaitu s-c-d-b-t. Selanjutnya lakukan pembaruan *flow* pada *augmenting path*.

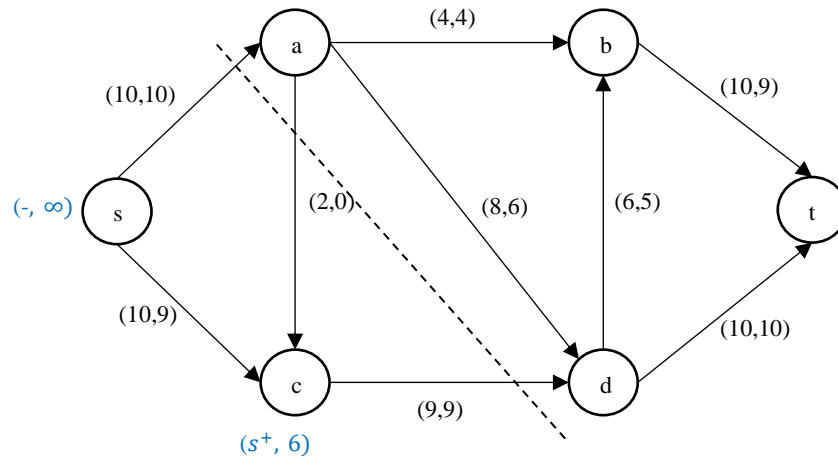


Gambar 2. 4. 11 Network yang telah diperbaharui

Setelah aliran maksimal dan tidak terdapat lagi *augmenting path* maka akan dihitung maksimal flow dari jaringan tersebut.

Langkah keempat: akan dihitung maksimum flow dengan menggunakan *minimum cut*.

Lakukan scan pada setiap titik yang memungkinkan pada jaringan sisa dan potong jaringan untuk memisahkan antara yang berlabel dan tidak.



Gambar 2. 4. 12 Gambar *minimum cut*

$X = \{s, c\}$, $\bar{X} = \{a, b, d, t\}$, $(X, \bar{X}) = \{(s,a),(c,d)\}$ dan

$$C(X, \bar{X}) = C(s, a) + C(c, d) = 10 + 9 = 19$$

Jadi diperoleh aliran maksimum dari sebuah jaringan adalah 19.

2.5 Algoritma Dinic

Algoritma Dinic berguna untuk mengatasi masalah arus maksimum dengan memanfaatkan jaringan sisa (residual network). Jaringan dengan sisi-sisinya mempunyai kapasitas sisi positif. Pada jaringan sisa ini diidentifikasi *f-augmenting path* terpendek melalui *layered network* (LN) kemudian ditentukan arus maksimumnya melalui *blocking flow* (Thulasiraman dan Swamy, 1992).

Algoritma dinic mengatasi masalah arus maksimum yang memanfaatkan jaringan sisa. Jaringan sisa adalah jaringan yang jalur-jalurnya mempunyai kapasitas positif. Untuk *augmenting path* terpendek akan dibuat konstruksi dari *layered network* relatif terhadap arus f menggunakan jaringan transportasi $N = (V, E)$ dengan simpul (*source* s) dan simpul (*sink* t) dan jaringan sisa N_f yang telah didapatkan. Dan untuk *blocking flow* dapat dikonstruksi suatu arus maksimum.

Blocking flow adalah aliran maksimum yang dapat mengalir pada sebuah jaringan sisa sehingga terbentuk *augmenting path* dengan aliran maksimum. Untuk membentuk *blocking flow* terdapat begitu banyak algoritma. Seperti pendekatan

dengan *layered network* sehingga dapat terbentuk *blocking flow*. Dalam algoritma menggunakan *layered network* graf aliran G dibagi menjadi layer-layer yang berisi himpunan simpul berdasarkan kejangkauannya dari s . untuk menentukan *blocking flow* digunakan jaringan sisa sebagai tinjauan penemuan aliran maksimumnya.

Langkah-langkah mencari aliran maksimum menggunakan algoritma Dinic dengan (Thulasiraman dan Swamy, 1992)

Input: $n, s = 1, t = n$, sisi (i,j) dari G, c_{ij}

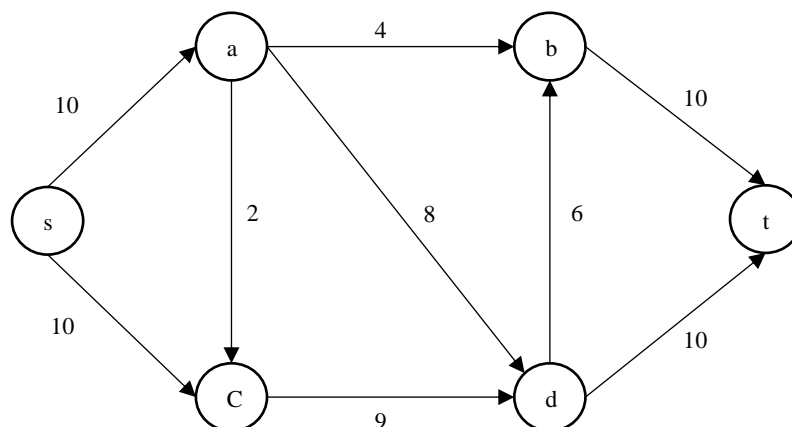
Output: Aliran maksimum f di G

Adalah sebagai berikut:

1. Mulai dengan suatu arus nol yaitu $f(e) = 0$ untuk sisi e di N .
2. Konstruksi suatu jaringan sisa relatif terhadap arus f .
3. Konstruksi suatu *layered network* relatif terhadap arus f . Jika didapat $T = \emptyset$ maka arus f adalah maksimum sehingga langkah penentuan arus maksimum berhenti.
4. Menentukan *blocking flow* g di *layered network*.
5. Tambahkan arus di N untuk suatu arus f' yang didapat dari langkah nomor 4.
6. Kembali ke langkah nomor 2.

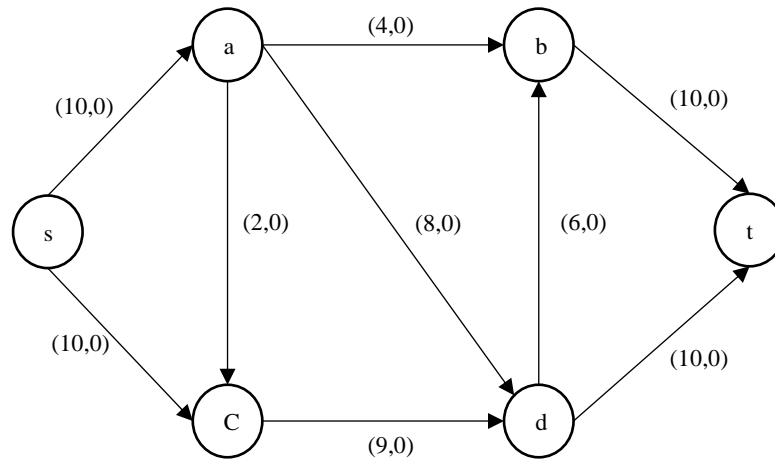
Langkah-langkah algoritma Dinic selesai.

Dari langkah-langkah menentukan aliran maksimum menggunakan algoritma Dinic, dapat diberikan sebuah contoh penerapannya sebagai berikut:



Gambar 2. 5. 1 Jaringan dengan 6 titik

Langkah pertama : aliran awal diberikan aliran 0 pada tiap sisi dengan $f(e) = 0$.



Gambar 2. 5. 2 Gambar N

Iterasi 1:

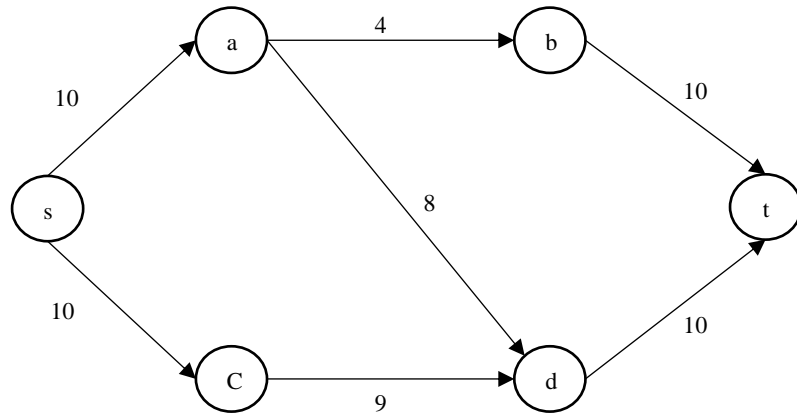
Langkah kedua: konstruksi jaringan sisa $N_f = (V, E_f)$.

$N_f = (V, E_f)$ dikatakan suatu jaringan sisa relatif terhadap arus f jika dan hanya jika:

1. Himpunan simpul V di N_f sama dengan himpunan simpul V di N , yaitu $V = \{s, a, b, c, d, t\}$.
2. Untuk setiap jalur $e = (u, v)$ di N , maka N_f mempunyai $E_f = \{(s, a), (s, c), (a, b), (c, d), (a, d), (d, b), (a, c), (b, t), (d, t)\}$.
3. Karena semua arus $f(e) = 0$, maka tidak ada jalur $e' = (v, u) \in E_f$.

Langkah ketiga: konstruksi *layered network* relatif terhadap arus f .

Untuk jaringan transportasi N pada gambar 2.5.2 dengan jaringan sisa gambar 2.5.1, maka didapatkan suatu *layered network* relatif terhadap arus f beserta kapasitas sisa dari sisi e adalah $c_f(e)$ seperti gambar di bawah.

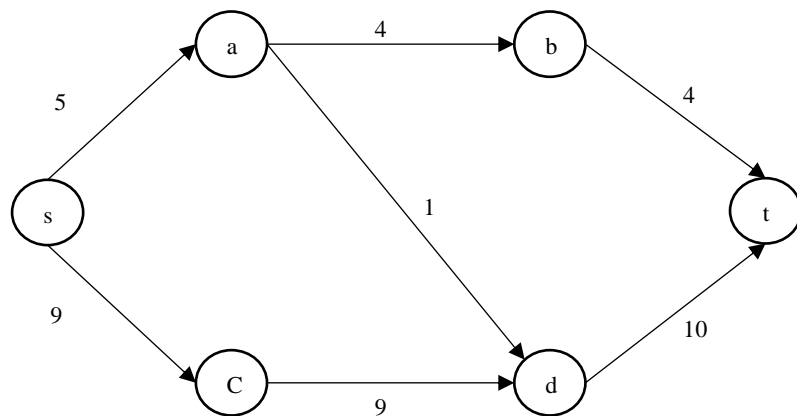


Gambar 2. 5. 3 Layered network

Layered network yang diperoleh dengan panjang $(l) = 3$ dengan arus $f(e)$, dan kapasitas sisi $c(e)$ di layered network sama dengan kapasitas sisa $c_f(e)$ di N_f . himpunan simpul V_i yaitu $V_0 = \{s\}, V_1 = \{a, c\}, V_2 = \{b, d\}$ dan $V_3 = \{t\}$ dinamakan layer dari N .

Langkah keempat: konstruksi blocking flow g di layered network.

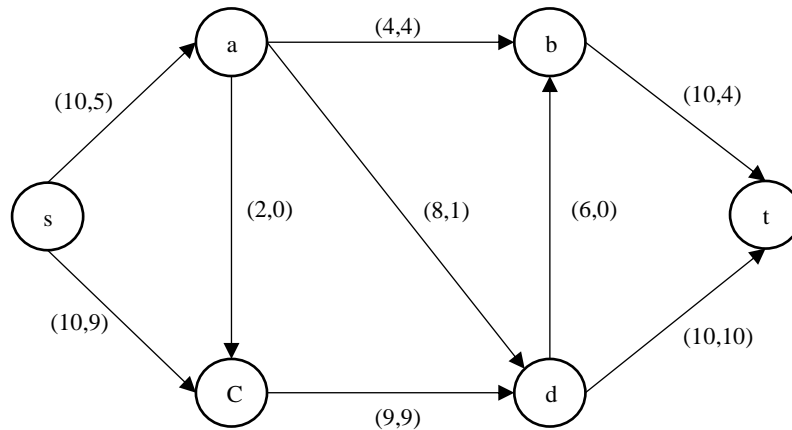
Didefinisikan $g: E \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ dengan $g(e_i) = c_f(e_i)$, yaitu $g(s, c) = 9, g(s, a) = 5, g(a, b) = 4, g(a, d) = 1, g(b, t) = 4, g(c, d) = 9$ dan $g(d, t) = 10$. Karena untuk setiap path berarah $s-t$ pada gambar 2.5.3 yaitu $P_1: s = V_0, a, b, V_3 = t; P_2: s = V_0, a, d, V_3 = t; P_3: s = V_0, c, d, V_3 = t;$ di layered network, terdapat sekurang-kurangnya satu sisi $e_i = (V_{i-1}, V_i)$ dengan $g(e_i) = c_f(e_i)$ seperti didefinisikan di atas, maka g merupakan blocking flow, seperti gambar di bawah ini.



Gambar 2. 5. 4 Blocking flow

Angka yang tertera pada setiap sisi pada gambar 2.5.4 menyatakan arus $g(e)$ = kapasitas sisa $c_f(e)$ di N_f .

Langkah kelima: berdasarkan *blocking flow* g (yaitu langkah keempat) dan gambar 2.5.4 dapat dikonstruksi arus baru f' , sehingga didapatkan gambar jaringan transportasi seperti di bawah ini

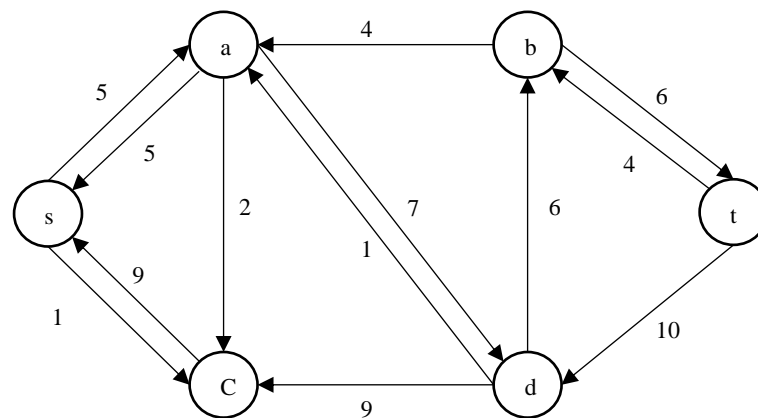


Gambar 2. 5. 5 Jaringan dengan arus maksimum

Untuk memeriksa apakah pada alangkah 5 tersebut arus f' adalah arus maksimum maka ulangi langkah algoritma Dinic dari langkah 2.

Iterasi 2:

Langkah kedua: konstruksi jaringan sisa $N_f = (V, E_f)$.



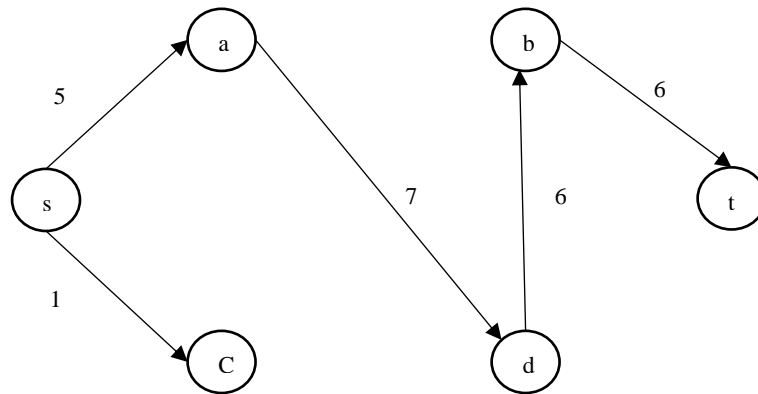
Gambar 2. 5. 6 Kontruksi jaringan sisa

$N_f = (V, E_f)$ dikatakan suatu jaringan sisa relatif terhadap arus f jika dan hanya jika:

1. Himpunan simpul V di N_f sama dengan himpunan simpul V di N , yaitu $V = \{s, a, b, c, d, t\}$ dan
2. Untuk setiap jalur $e = (u, v)$ di N , maka N_f mempunyai $E_f = \{(s, a), (s, c), (a, d), (d, b), (a, c), (b, t), \}$
3. Untuk setiap jalur $e' = (v, u)$ di N , maka N_f mempunyai $E_f = \{(a, s), (b, a), (c, s), (d, a), (t, d), (d, c), (t, b)\}$

Langkah ketiga : konstruksi *layered network* relatif terhadap arus f .

Untuk jaringan transportasi N pada gambar 2.5.5 dengan jaringan sisa gambar 2.5.6, maka didapatkan suatu *layered network* relatif terhadap arus f beserta kapasitas sisa dari sisi e adalah $c_f(e)$ seperti gambar di bawah.

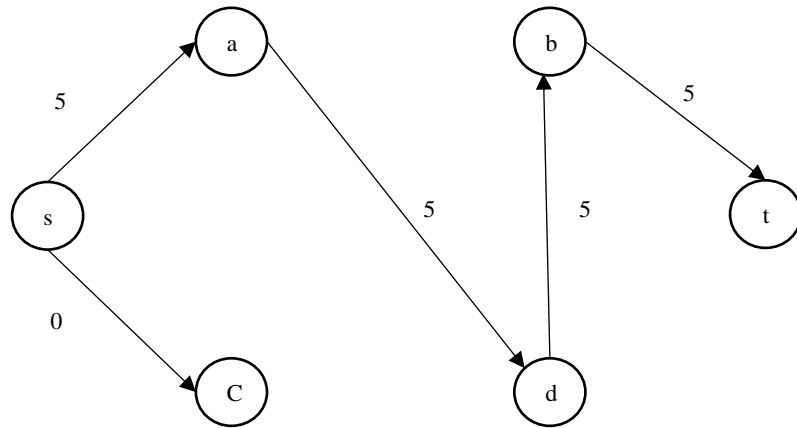


Gambar 2. 5. 7 Layered network

Layered network yang diperoleh dengan panjang $(l) = 4$ dengan arus $f(e)$, dan kapasitas sisi $c(e)$ di *layered network* sama dengan kapasitas sisa $c_f(e)$ di N_f . himpunan simpul V_i yaitu $V_0 = \{s\}, V_1 = \{a, c\}, V_2 = \{d\}, V_3 = \{b\}$, dan $V_4 = \{t\}$ dinamakan *layer* dari N .

Langkah keempat : konstruksi *blocking flow* g di *layered network*.

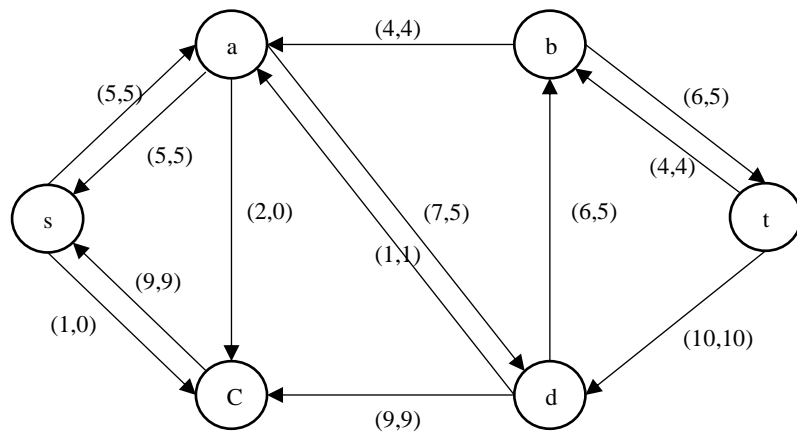
Didefinisikan $g: E \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ dengan $g(e_i) = c_f(e_i)$, yaitu $g(s, c) = 0, g(s, a) = 5, g(a, d) = 5, g(d, b) = 5$ dan $g(b, t) = 5$. Karena untuk setiap *path* berarah $s-t$ pada gambar 2.5.7 yaitu $P_1: s = V_0, a, d, b, V_4 = t$ di *layered network*, terdapat sekurang-kurangnya satu sisi $e_i = (V_{i-1}, V_i)$ dengan $g(e_i) = c_f(e_i)$ seperti didefinisikan di atas, maka g merupakan *blocking flow*, seperti gambar di bawah ini.



Gambar 2. 5. 8 Blocking flow

Angka yang tertera pada setiap sisi pada gambar 2.5.8 menyatakan arus $g(e)$ = kapasitas sisa $c_f(e)$ di N_f .

Langkah kelima: berdasarkan *blocking flow* g (yaitu langkah keempat) dan gambar 2.5.8 dapat dikonstruksi arus baru f' , sehingga didapatkan gambar jaringan transportasi seperti di bawah ini

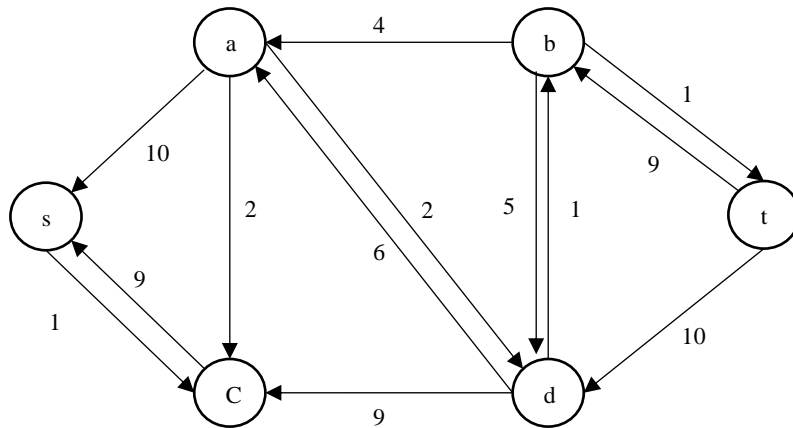


Gambar 2. 5. 9 Jaringan dengan arus maksimum

Untuk memeriksa apakah apakah pada langkah 5 tersebut arus f' adalah arus maksimum maka ulangi langkah algoritma dinic dari langkah 2.

Iterasi 3:

Langkah kedua: konstruksi jaringan sisa $N_f = (V, E_f)$.



Gambar 2. 5. 10 Kontruksi jaringan sisa

$N_f = (V, E_f)$ dikatakan suatu jaringan sisa relatif terhadap arus f jika dan hanya jika:

1. Himpunan simpul V di N_f sama dengan himpunan simpul V di N , yaitu $V = \{s, a, b, c, d, t\}$ dan
2. Untuk setiap jalur $e = (u, v)$ di N , maka N_f mempunyai $E_f = \{(s, c), (a, d), (d, b), (a, c), (b, t), \}$
3. Untuk setiap jalur $e' = (v, u)$ di N , maka N_f mempunyai $E_f = \{(a, s), (b, a), (c, s), (d, a), (t, d), (d, c), (t, b)\}$

Langkah ketiga : konstruksi *layered network* relatif terhadap arus f .

Berdasarkan algoritma dinic pada langkah ketiga diperoleh $T = \emptyset$ oleh karena itu arus f' adalah arus maksimum yang didapatkan.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa arus f' yang didapat pada gambar 2.5.9 adalah arus maksimum dengan $val(f')=19 > val(f)=0$. Atau jika menggunakan *minimum cut* akan diperoleh hasil yang sama dengan algoritma Ford Fulkerson.