PENGGUNAAN METODE *ROBUST SCALE* UNTUK MENGATASI *OUTLIER* PADA RANCANGAN ACAK LENGKAP TIGA FAKTOR

SKRIPSI

MUH ANUGRAH ARIANSYAH

H12115505

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

DESEMBER 2022

PENGGUNAAN METODE *ROBUST SCALE* UNTUK MENGATASI *OUTLIER* PADA RANCANGAN ACAK LENGKAP TIGA FAKTOR

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

MUHAMMAD ANUGRAH ARIANSYAH

H12115505

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

NOVEMBER 2022

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Penggunaan Metode *Robust Scale* Untuk Mengatasi *Outlier* Pada Rancangan Acak Lengkap Tiga Faktor

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 14 November 2022

SEPULUH RIBU RUPIAH 10000 METERAI TEMPEL 142E0AKX174984351

Mun. Anugrah Ariansyah

NIM H12115505

PENGGUNAAN METODE *ROBUST SCALE* UNTUK MENGATASI *OUTLIER* PADA RANCANGAN ACAK LENGKAP TIGA FAKTOR

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama	**Pembimbing Pendamping**
Annisa S.Si., M.Si.	**Dra. Nasrah Sirajang M.Si.**
NIP. 19730226 199802 2 001	**NIP. 19650519 199303 2 002**

Ketua Program Studi

Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.
NIP. 19720117 199703 2 002

Pada 15 Desember 2022

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama	:	Muh. Anugrah Ariansyah
NIM	:	H12115505
Program Studi	:	Statistika
Judul Skripsi	:	Penggunaan Metode *Robust Scale* Untuk Mengatasi *Outlier* Pada Rancangan Acak Lengkap Tiga Faktor

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Annisa, S.Si., M.Si. (..............................)
2. Sekretaris : Dra. Nasrah Sirajang, M.Si. (..............................)
3. Anggota : Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si. (..............................)
4. Anggota : Dr. Anna Islamiati, S.Si., M.Si. (..............................)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 15 Desember 2022

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah *Subhanahu Wata'ala* Al Fattaah dan Al Wahhaab, yang memberi rahmat dan karunia-NYA sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **"Penggunaan Metode *Robust Scale* Untuk Mengatasi *Outlier* Pada Rancangan Acak Lengkap Tiga Faktor"** Shalawat dan salam kepada Rasulullah Shalallahu Alaihi Wasallam yang senantiasa menjadi inspirasi dan teladan terbaik untuk umat manusia.

Skripsi ini dibuat sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Strata 1 di Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Selain itu, Skripsi ini juga dibuat sebagai bentuk manifestasi penelitian pada pada tri dharma perguruan tinggi dan implementasi dari ilmu yang didapatkan selama perkuliahan di Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini tidak akan dapat saya selesaikan tanpa doa dan dukungan dari berbagai pihak baik secara morl dan materil. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk orang tua penulis, Ayahanda dan Ibunda tercinta **Drs. Tajuddin Ranja** dan **Marwatiah S.Pd**, yang telah membesarkan dan mendidik dengan penuh cinta, kesabaran dan kasih sayang, serta dukungan dan doa yang tulus tanpa henti kepada penulis. Rasa terima kasih juga kepada saudari tersayang **Kurnia Nur Islami, Rezkia Nur Hikmah**, dan **Keluarga Besar** atas doa, dukungan, semangat, dan bantuannya kepada penulis.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.,** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si**. selaku Ketua Departemen Statistika, segenap Dosen Pengajar dan Staf Departemen Statistika yang telah membekali

ilmu dan kemudahan-kemudahan kepada Penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.

4. **Ibu Annisa, S.Si,. M.Si.** selaku Penasihat Akademik dan Pembimbing Utama atas saran, nasehat, motivasi, dukungan, arahan, pengetahuan dan meluangkan waktu untuk keluh kesah penulis selama menjadi mahasiswa
5. **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.** selaku Pembimbing Pertama yang telah ikhlas meluangkan waktu dan pemikirannya untuk memberikan arahan, pengetahuan, motivasi dan bimbingan telah diberikan kepada Penulis.
6. **Ibu Dr. Nurtiti Sanusi, S.SI,.M.Si.** dan **Dr. Anna Islamiati S.Si., M.Si.** selaku Tim Penguji atas saran, kritikan, dan masukan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan skripsi ini serta waktu yang telah diberikan kepada Penulis.
7. Teman-teman **Statistika 2015**, terima kasih atas kebersamaan, suka, dan duka selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika. Penulis senang mengenal kalian semua.
8. Keluarga besar **MIPA 2015** dan **SIMETR15**, terima kasih terus menemani masa mahasiswa, memberikan pelajaran, motivasi, canda, dan tawa yang menjadi pengalaman hidup bagi Penulis
9. **Keluarga Mahasiswa FMIPA Unhas** terkhusus anggota keluarga **Himatika FMIPA Unhas** dan **Himastat FMIPA Unhas**, terima kasih atas ilmu, pembelajaran hidup, dan telah menjadi keluarga selama penulis kuliah di Universitas Hasanuddin.
10. Teman-teman **KKN Tematik Atambua Gelombang 102**. Terima kasih telah menjadi rekan sekaligus keluarga selama sebulan lebih, semoga silaturahmi tetap terjalin.
11. **Asri, Asrul, Arman, Rahmat, Wingki, Mulif, Wiwin, Sofia, Dilla, Feby.** Terima kasih telah menjadi teman terdekat.
12. Terkhusus, Partner hidup **Andi Khairi Magfirah** sebagai *support system* Penulis.
13. Semua pihak yang telah banyak berpartisipasi, baik secara langsung maupun tidak langsung yang tak sempat penulis sebutkan satu per satu. Terima kasih untuk segala bantuan dan dukungannya.

Dalam penulisan dan penyusunan Skripsi ini, Penulis menyadari bahwa masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf atas kesalahan yang dilakukan. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan semua pihak khususnya teman-teman yang berhubungan dengan Statistika.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 15 Desember 2022

Muh Anugrah Ariansyah

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Muh Anugrah Ariansyah
NIM	: H12115505
Program Studi	: Statistika
Departemen	: Statistika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya	: Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-ekslusif** (***Non-exclusive Royalty- Free Right***) atas tugas akhir saya yang berjudul:

“Penggunaan Metode *Robust Scale* Untuk Mengatasi *Outlier* Pada Rancangan Acak Lengkap Tiga Faktor**”**

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.
Dibuat di Makassar pada tanggal 15 Desember 2022.

Yang menyatakan

(Muh Anugrah Ariansyah)

ABSTRAK

Rancangan percobaan adalah suatu rancangan yang dibuat untuk mendapatkan kesimpulan yang objektif. Pada Rancangan percobaan kadang kala terdapat data yang mengandung *outlier* yang menyebabkan varian data menjadi lebih besar, interval dan range menjadi lebar sehingga kesimpulan yang didapat kurang tepat. Jika terjadi *outlier* maka nilai datanya harus ditaksir atau melakukan percobaan ulang. Dalam penelitian ini bertujuan untuk mengatasi adanya *outlier* pada Rancangan acak lengkap tiga faktor menggunakan *robust scale* untuk mendapatkan nilai penduga parameter. Data yang digunakan memiliki tiga faktor yang masing masing memiliki dua taraf dan perulangan sebanyak Sembilan kali. Hasil dari penelitian setelah mengatasi *Outlier* dengan penduga parameter *robust scale* terjadi peningkatan terhadap R *Squared* sebanyak 18,8 %.

Kata Kunci: *Rancangan acak lengakap, Outlier, robust scale,*

ABSTRACT

Experimental design is a design that is made to get objective conclusions. In experimental designs, sometimes there are data that contain outliers which cause the data variance to be larger, the intervals and ranges to be wide so that the conclusions obtained are not precise. If an outlier occurs, the data value must be estimated or re-tried. In this study the aim was to overcome the presence of outliers in a three-factor completely randomized design using a robust scale to obtain parameter estimators. The data used has three factors, each of which has two levels and nine repetitions. The results of the research after overcoming Outliers with robust scale parameter estimators show an increase in R Squared of 18.8%.

Keywords: *Completely Randomized Designs, Outliers, Robust Scale*

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika adalah ilmu yang mempelajari bagaimana merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasi, dan mempresentasikan data. dalam tahapanya yang sistematis dan berkesinambungan hal penting yang perlu diperhatikan yaitu dalam mengumpulan data. Dalam mengumpulkan data ada berbagai banyak cara, salah satunya yaitu rancangan percobaan.

Rancangan percobaan adalah suatu rancangan yang dibuat untuk mendapatkan informasi yang diperlukan yang berhubungan dengan persoalan yang sedang diselidiki yang merupakan langkah-langkah lengkap sebelum percobaan yang dilakukan sehingga akan membawa penelitian kepada analisis dan kesimpulan yang objektif. Sir Ronald A. Fisher yang merupakan pelopor metode statistika dalam perancangan percobaan yang mengembangkan dan pertama kali menggunakan analisis ragam sebagai metode utama dari analisis statistika dalam perancangan percobaan.

Fisher mengatakan bahwa langkah-langkah terpenting dari suatu Rancangan percobaan adalah: (1) perencanaan, (2) pelaksanaan, (3) Analisa statistik. Rancangan percobaan sendiriterbagi atas beberapa bentuk, yaitu Rancangan Acak Lengkap (RAL), Rancangan Acak Kelompok (RAK), Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL), dan Rancangan Petak Terbagi (Made Susilawati, 2015).

Rancangan Acak Lengkap biasanya digunakan apabila pada suatu percobaan yang digunakan homogen atau tidak ada faktor lain yang mempengaruhi respon diluar faktor yang dicobakan atau diteliti, atau adanya faktor luar yang dapat berpengaruh pada percobaan dapat dikontrol. Pada rancangan acak sendiri sering kali menggunakan faktor lebih dari satu, sehingga terjadi interaksi pada faktor–faktor tersebut yang biasa dikenal dengan percobaan faktorial. Percobaan faktorial adalah rancangan percobaan yang terdiri dari dua faktor atau lebih. Keuntungan percobaan faktorial adalah mampu mendeteksi respon dari taraf masing-masing faktor (pengaruh utama) dan interaksi antara dua faktor (pengaruh sederhana). Rancangan faktorial dapat diterapkan pada rancangan lainya diantaranya yaitu RAL, dan disebut dengan Faktorial RAL. Jadi, faktorial RAL merupakan percobaan dua faktor atau lebih yang dapat diterapkan secara langsung terhadap seluruh unit-unit percobaan yang unit percobaanya relatif homogen.

Namun demikian, kesimpulan dari hasil rancangan percobaan kadang kurang tepat, dikarenakan adanya *outlier*. *Outlier* merupakan data yang menyimpang terlalu jauh dari data yang lainnya dalam suatu rangkaian data. *Outlier* berpengaruh terhadap nilai *mean* dan standar deviasi sehingga dapat menyebabkan varian data menjadi lebih besar, interval dan range menjadi lebar dan menyebabkan kesalahan dalam mengambil keputusan. Oleh karena itu, *outlier* harus diatasi.

Ada beberapa cara untuk mengatasi *outlier* salah satunya yaitu menggunakan metode regresi *robust*. Regresi *robust* pertama kali diperkenalkan oleh Andrews (1972), regresi *robust* kerap digunakan ketika distribusi dari eror tidak normal dan adanya beberapa *outlier* yang berpengaruh pada model (Ryan, 1997). Namun metode regresi *robust* belum banyak mendapat perhatian dalam konteks rancangan percobaan. Dalam regresi *robust* terdapat beberapa bentuk estimasi, antara lain estimasi M (*Maximum Likelihood Type*), estimasi LMS (*Least Median of Squares*), estimasi LTS (*Least Trimmed Squares*), estimasi S *(Scale)*, dan estimasi MM (*Method of Momen*). Setiap bentuk estimasi memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing.LMS, LTS, dan Estimasi S mempunyai *breakdown point* yang tinggi (BDP=0,5) namun memiliki efesiensi yang rendah atau metode M yang memiliki efisisensi yang tinggi namun memiliki nilai *breakdown point* nol.

Beberapa peneliti sebelumnya, telah mengkaji terkait estimasi parameter model dengan metode *robust* pada rancangan percobaan yang mengandung data hilang atau *outlier*. Fabiola (2016) mengestimasi parameter pada model RAK yang mengandung *outlier* dengan *robust* S. Masitah (2019) mengestimasi model Rancangan Acak Lengkap dengan menggunakan *robust* MM untuk menduga data pencilan. Nurkamalia (2021) melakukan estimasi model faktorial Rancangan Acak Lengkap yang mengandung *outlier* menggunakan metode momen. Oleh karena itu, pada penelitian ini penulis akan mengkaji terkait **"*Penggunaan Metode Robust Scale untuk mengatasi Outlier Pada Rancangan RAL Tiga Faktor*"**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana estimasi parameter model faktorial RAL Tiga faktor dengan metode *robust scale*?
2. Bagaimana penerapan hasil estimasi parameter model faktorial RAL Tiga faktor dengan metode *robust scale* pada data pertambahan jumlah daun kentang?

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini dibatasi pada penggunaan metode *robust scale* untuk mengestimasi parameter pada model faktorial RAL dengan tiga faktor yang masing-masing faktor α = 2 taraf, b = 2 taraf, faktor c = 2 taraf, pengulangan sebanyak 9 kali dan faktor bersifat tetap.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Mendapatkan estimasi parameter model faktorial RAL tiga faktor dengan metode *robust scale*.
2. Menerapkan hasil estimasi parameter model faktorial RAL tiga faktor dengan metode *robust scale* pada data pertambahan jumlah daun kentang.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kebermanfaatan kepada berbagai pihak dalam beberapa aspek diantaranya:

1. Menambah pengetahuan Statistika, khususnya tentang *outlier*.
2. Memberikan pengetahuan tentang metode *robust scale* pada rancangan faktorial tiga faktor dengan RAL yang mengandung *outlier*.
3. Sebagai bahan pertimbangan menggunakan metode *robust scale* dalam mengatasi *outlier* (data hilang) pada perancangan percobaan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Percobaan Faktorial Rancangan Acak Lengkap dengan Tiga faktor

Percobaan faktorial adalah percobaan yang perlakuannya terdiri atas semua kemungkinan kombinasitaraf dari beberapa faktor atau perlakuan (Steel&Torrie, 1989). Percobaan faktorial dapat diaplikasikan secara langsung terhadap unit–unit percobaan jika unit percobaan yang dilakukakan relatifseragam. Percobaan faktorial dengan rancangan dasar RAL sebagai rancangan percobaannya dikenal dengan faktorial RAL. Faktorial RAL adalah rancangan acak lengkap yang terdiri dari dua peubah bebas (faktor) dalam klasifikasi silang yaitu faktor A yang terdiri dari a taraf dan faktor B yang terdiri dari b taraf, dan kedua taraf diduga saling berinteraksi.

Secara umum, model faktorial RAL dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + y_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha y)_{ik} + (\beta y)_{jk} + (\alpha\beta y)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$

$i = 1, 2, \dots, a$; $j = 1, 2, \dots, b$; $k = 1,2, \dots, c$; $l = 1,2, \dots, r$ (2.1)

Dengan:

Y_{ijkl} = Respon perlakuan pada taraf ke-i faktor A, taraf ke-j faktor B, taraf ke – k dari faktor C pada perulangan ke-l

μ= Nilai tengah populasi (rata-rata yangsesungguhnya)

α_i= Pengaruh utama taraf ke-i dari faktorA.

β_j= Pengaruh utama taraf ke-j dari faktor B.

y_k = Pengaruh utama taraf ke–k dari faktor C

$(\alpha\beta)_{ij}$=Pengaruh interaksi taraf ke-i faktor A dan taraf ke-j faktor B.

$(\alpha y)_{ik}$ = Pengaruh interaksi taraf ke $-$ i faktor A dan taraf ke $-$ k faktor C

$(\beta y)_{jk}$ = Pengaruh interaksi taraf ke – j faktor B dan taraf ke – k faktor C

$(\alpha\beta y)_{ijk}$ = Pengaruh interaksi taraf ke-i faktor A, taraf ke-j faktor Bdan taraf ke–k faktor C

ε_{ijkl}= Pengaruh galat pada taraf ke-*i* faktor A, taraf ke-*j* faktor B, taraf ke–*k* faktor C ulangan ke-*k*.

a = Banyaknya taraf faktor A,

b = Banyaknya taraf faktor B.

c = Banyaknya taraf faktor C.

r = Banyaknya ulangan

Sebagai contoh asumsikan a = 2, $b = 2$, $c = 2$dan $r = 9$.

Pada Pers. (2.1), dapat dibuat dalam perkalian kronecker sehingga dapat ditulis:

$$\boldsymbol{Y} = (\mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{\mu} + (\boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{a} + (\mathbf{1_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{I_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{a\beta} + (\mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{y} + (\boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{ay} + (\mathbf{1_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{\beta y} + (\boldsymbol{I_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \mathbf{1_2} \otimes \mathbf{1_9})\boldsymbol{a\beta y} + (\boldsymbol{I_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \boldsymbol{I_2} \otimes \boldsymbol{I_9})\,\mathbf{e}$$

Sehingga persamaan dapat ditulis:

$$\boldsymbol{Y} = (\mathbf{1_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{\mu} + (\boldsymbol{I_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{a} + (\mathbf{1_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{I_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{a\beta} + (\mathbf{1_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{y} + (\boldsymbol{I_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{ay} + (\mathbf{1_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{\beta y} + (\boldsymbol{I_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r})\boldsymbol{a\beta y} + (\boldsymbol{I_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \boldsymbol{I_r})\boldsymbol{e} \tag{2.2}$$

Keterangan:

$\mathbf{1_a}$ **:** matriks kolom yang berukuran $a \times 1$

$\boldsymbol{I_a}$ **:** matriks identitas berukuran $a \times a$

$\mathbf{1_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times 1$

$\boldsymbol{I_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times a$

$\mathbf{1_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times b$

$\boldsymbol{I_a} \otimes \boldsymbol{I} \otimes \mathbf{1_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times ab$

$\mathbf{1_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times c$

$\boldsymbol{I_a} \otimes \mathbf{1_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times ac$

$\mathbf{1_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times bc$

$\boldsymbol{I_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \mathbf{1_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times abc$

$\boldsymbol{I_a} \otimes \boldsymbol{I_b} \otimes \boldsymbol{I_c} \otimes \boldsymbol{I_r}$ **:** matriks dengan ukuran $abcr \times 1$

Dengan demikian, model linier umum bagi suatu rancangan percobaan dapat disederhanakan menjadi:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.3}$$

Dengan

$\boldsymbol{Y}$: Variabel respon berukuran $abcr \times 1$

$\boldsymbol{X}$: Rancangan nilai observasi berukuran $abr \times (1 + a + b + ab + c + ac + bc + abc)$

$\boldsymbol{\beta}$: Vektor yang berukuran $(1 + a + b + ab) \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Vektor galat berukuran $abr \times 1$.

Asumsi yang digunakan pada model persamaam (2.3) adalah galat percobaan ε_{ijk} harus diambil secara acak, menyebar secara bebas dan normal dengan nilai tengah sama dengan nol dan ragam σ^2 atau dituliskan sebagai $\varepsilon_{ijk} \sim IN\ (0, \sigma^2)$ (Gaspersz, 1991). Selain asumsi kenormalan dari komponen acak masih terdapat asumsi-asumsi lain yang juga harus dipenuhi pada rancangan faktorial RAL. Asumsi yang digunakan jika faktor A dengan a taraf bersifat tetap, faktor B dengan b taraf bersifat tetap, dan faktor C dengan c taraf bersifat tetap sebagai berikut:

$$\sum_{i=1} \alpha_i = \sum_{j=1} \beta_j = \sum_{k=1} \gamma_k = \sum_{i=1} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{i=1} (\alpha\gamma)_{ik} =$$
$$\sum_{k=1} (\alpha\gamma)_{ik} = \sum_{j=1} (\beta\gamma)_{jk} = \sum_{k=1} (\beta\gamma)_{jk} = \sum_{i=1} (\alpha\beta\gamma)_{ijk} = \sum_{j=1} (\alpha\beta\gamma)_{ijk} =$$
$$\sum_{k=1} (\alpha\beta\gamma)_{ijk} = 0$$

Asumsi model tetap adalah suatu model yang terbentuk dari taraf – taraf faktor yang bersifat tetap. Jika faktor A dengan a taraf acak, faktor B dengan b taraf acak dan faktor C dengan c taraf acak, maka model tersebut adalah model acak. Sedangkan, jika faktor A dengan a taraf tetap, faktor B dengan b taraf acak dan faktor C dengan c taraf atau sebaliknya, maka disebut model campuran. Tabulasi data pengamatan pada rancangan acak lengkap pada tabel (2.1):

Tabel 2.1 Struktur Data Faktorial RAL Tiga Faktor

Faktor A	Faktor B	Faktor C	Ulangan				Total Baris ($y_{ijk.}$)
			1	2	...	R	
1	1	1	y_{1111}	y_{1112}	...	y_{111r}	$y_{111.}$
		⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮
		C	y_{11c1}	y_{11c2}	...	y_{11cr}	$y_{11c.}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮
	B	1	y_{1b11}	y_{1b12}	...	y_{1b1r}	$y_{1b1.}$
		…	⋮	⋮	...	⋮	⋮
		C	y_{1bc1}	y_{1bc2}	...	y_{1bcr}	$y_{1bc.}$
2	1	1	⋮	⋮	...	⋮	⋮
		…	⋮	⋮	...	⋮	⋮
		C	y_{21c1}	y_{21c2}	...	y_{21cr}	$y_{21c.}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮
	B	1	y_{2b11}	y_{2b12}	...	y_{2b1r}	$y_{2b1.}$
		…	⋮	⋮	...	⋮	⋮
		C	y_{2bc1}	y_{2bc2}	...	y_{2bcr}	$y_{2bc.}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮
A	1	1	y_{a111}	y_{a112}	...	y_{a11r}	$y_{a11.}$
		…	⋮	⋮	...	⋮	⋮
		C	y_{a1c1}	y_{a1c2}	...	y_{a1cr}	$y_{a1c.}$
	⋮		⋮	⋮		⋮	⋮
	B	1	y_{ab11}	y_{ab12}	...	y_{ab1r}	$y_{ab1.}$
		…	⋮	⋮	...	⋮	⋮
		C	y_{abc1}	y_{abc2}	...	y_{abcr}	$y_{abc.}$
Total Kolom		($y_{...r}$)	$y_{...1}$	$y_{...2}$	...	$y_{...r}$	$y_{....}$

Sumber: Vincent Gaspersz, 1991.

2.2 Uji Asumsi

Menurut Gasperz (1991) beberapa asumsi dalam rancangan percobaan sebagai berikut:

1) Uji Kenormalan Galat

Uji Normalitas bertujuan untuk menentukan data yang telah dikumpulkan berdistribusi normal atau diambil dari populasi normal. Salah satu uji yang dapat digunakan yaitu Liliefors. Sebelum dilakukan pengujian, terlebih dahulu data diurutkan dari nilai terkecil ke nilai yang terbesar. Kemudian langkah-langkah pengujiannya sebagai berikut:

a. Pengujian Hipotesis:

   H_0 : data berdistribusi normal

   H_1 : data tidak berdistribusi normal

b. Taraf signifikansi α: 5% Statistik Uji:

c. Statistik Uji

$$L_0 = \text{selisih terbesar dari } |F(z_i) - S(z_i)|$$

$$z_i = \frac{Y_i - \bar{Y}}{SD}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}}$$

$$S(z_i) = \frac{banyaknya\ z_1, z_2, \ldots, z_n \ \leq \ z_i}{n}$$

   z_i merupakan transformasi dari angka ke notasi pada distribusi normal $F(z_i)$ adalah peluang komulatif normal, $S(z_i)$ peluang komulatif empiris, dan *n* adalah banyaknya pengamatan.

d. Kriteria Keputusan

   Tolak H_0 jika $L_0 > L_{\alpha(n)}$,dimana $L_{\alpha(n)}$adalah titik kritis uji Liliefors

2) Kehomogenan Variansi

Pengujian homegenitas variansi adalah suatu teknik anaisis untuk menguji apakah data berasal dari populasi yang homogen atau tidak. Ada dua acara untuk menguji homogenitas varians yaitu uji F dan Uji Barlett. Untuk menguji homogenitas varians dua kelompok sampel dapat dilakukan uji F sedangkan untuk homogenitas varians terhadap tiga kelompok sampel atau lebih dapat dilakukan uji Barlett. Adapun langkah-langkah uji Barlett sebagai berikut:

a. Pengujian Hipotesis:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$(variansi dari tiap perlakuan sama)

$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 , i, j = 1,2, \dots , k$ (paling sedikit ada sepasang perlakuan tidak sama)

b. Taraf signifikansi α: 5%

c. Statistik Uji:

$$\chi^2_{hitung} = (\ln 10)\ [B - (\sum(n_i - 1) \log s_i^2)] \qquad (2.4)$$

dengan

$$B = (\log s^2) \sum_{i=1}^{r} (n_i - 1)$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} (n_i - 1) \log s_i^2}{\sum_{i=1}^{r} (n_i - 1)}$$

$$s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{i=1}^{r} (Y - \bar{Y}_i)^2$$

B merupakan nilai Bartlett, s^2 adalah variansi gabungan, s_i^2 adalah variansi ulangan ke-i, n_i adalah banyaknya amatan ke-i.

d. Kriteria Keputusan

TerimaH_0 jika $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{(r-1);\alpha}$, berarti kelompok sampel memiliki varians yang homogen.

3) Kebebasan galat

Kebebasan galat merupakan suatu pengamatan yang memiliki nilai tertentu tidak bergantung dari nilai-nilai galat pengamatan lainnya. Pengujian asumsi kebebasan galat pengamatan dilakukan dengan membuat plot antara nilai galat dengan nilai dugaan pengamatan. Dikatakan memenuhi asumsi kebebasan galat apabila tidak terbentuk pola tertentu pada galat atau galat percobaan menyebar secara acak.

2.3 Analisis Varians pada Rancangan Acak Lengkap Faktorial

Analisis varians pertama kali diperkenalkan oleh Sir Roland fisher yang biasanya digunakan untuk menguji hipotesis lebih dari dua populasi. Berdasarkan tabel 2.1 diatas dapat dibuat prosedur pengujian anava dan analisis ragam untuk faktorial RAL tiga faktor sebagai berikut:

Hipotesis:

a) Pengaruh utama faktor A

   $H_0 :\ \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_a = 0$ (faktor A tidak berpengaruh)

   H_1 : paling sedikit ada satu i dimana $\alpha_i \neq 0$ untuk $i = 1,2, \ldots, a$

b) Pengaruh utama faktor B

   $H_0 :\ \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$ (faktor B tidak berpengaruh)

   H_1 : paling sedikit ada satu j dimana $\beta_j \neq 0$ untuk $j = 1,2, \ldots, b$

c) Pengaruh Interaksi faktor A dengan faktor B

   $H_0 :\ (\alpha\beta)_{11} = \cdots = (\alpha\beta)_{ab} = 0$ (Interaksi faktor A dan Faktor B tidak berpengaruh)

   H_1 : paling sedikit ada sepasang $(i.j)$ yang mana $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$

d) Pengaruh Interaksi Faktor C

   H_0: $\gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_c = 0$ (faktor B tidak berpengaruh)

   H_1: paling sedikit ada satu k dengan $\gamma_k \neq 0$ untuk $k = 1, 2, ..., c$

e) Pengaruh Interaksi Faktor A dan C

   H_0: $(\alpha\gamma)_{11} = \cdots = (\alpha\gamma)_{ac} = 0$ (interaksi faktor A dan faktor C tidak berpengaruh)

   H_1: paling sedikit ada sepasang (i.k) dengan $(\alpha\gamma)_{ik} \neq 0$

f) Pengaruh Interaksi faktor B dan C

   H_0: $(\beta\gamma)_{11} = \cdots = (\beta\gamma)_{bc} = 0$ (interaksi faktor B dan faktor C tidak berpengaruh)

   H_1: paling sedikit ada sepasang (j.k) dengan $(\beta\gamma)_{jk} \neq 0$

g) Pengaruh Interaksi Faktor A, faktor B, dan faktor C

   H_0: $(\alpha\beta\gamma)_{111} = \cdots = (\alpha\beta\gamma)_{abc} = 0$ (interaksi faktor A, faktor B, faktor C tidak berpengaruh)

H_1: paling sedikit ada sepasang (i.j.k) dengan $(\alpha\beta\gamma)_{ijk} \neq 0$

Adapun Langkah-Langkah Analisis sebagai berikut:

1) Menentukan derajat kebebasan (db)

a. Faktor A : $a-1$

b. Faktor B : $b-1$

c. Faktor C : $c-1$

d. Perlakuan : $abc-1$

e. Interaksi AB : $(a-1)(b-1)$

f. Interaksi AC : $(a-1)(c-1)$

g. Interaksi BC : $(b-1)(c-1)$

h. Interaksi ABC : $(a-1)(b-1)(c-1)$

i. Galat : $abc\,(r-1)$

j. Total : $abcr-1$

2) Rumus hitung FK, JKT, JKP JKG

a) Faktor Koreksi (FK):

$$FK = \frac{Y_{\dots}^2}{abcr}$$

b) Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \sum_{l=1}^{r} (Y_{ijkl} - \bar{Y})^2$$

c) Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \sum_{l=1}^{r} (\bar{Y}_{ijkl} - \bar{Y})^2$$

d. Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = JKT - JKP$$

3) Rumus hitung jumlah kuadrat faktor utama dan interaksi

a) Jumlah Kuadrat Faktor A (JKA)

$$JKA = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \sum_{l=1}^{r} (\bar{Y}_{i\dots} - \bar{Y}_{\dots})^2 = \sum_{i=1}^{a} \frac{Y_{i\dots}^2}{bcr} - \text{FK}$$

b) Jumlah Kuadrat Faktor B (JKB)

$$JKB = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \sum_{l=1}^{r} (\bar{Y}_{j\dots} - \bar{Y}_{\dots})^2 = \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{j\dots}^2}{acr} - \text{FK}$$

c) Jumlah Kuadrat Faktor C (JKC)

$$JKC = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \sum_{l=1}^{r} (\bar{Y}_{k...} - \bar{Y}_{...})^2 = \sum_{k=1}^{c} \frac{Y_{k...}^2}{abr} - \mathrm{FK}$$

d) Jumlah Kuadrat Interaksi A dan B

$$JKAB = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{ij..}^2}{cr} - FK - JKA - JKB$$

e) Jumlah Kuadrat Interaksi A dan C

$$JKAC = \sum_{i=1}^{a} \sum_{k=1}^{c} \frac{Y_{ik..}^2}{br} - FK - JKA - JKC$$

f) Jumlah Kuadrat Interaksi B dan C

$$JKBC = = \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \frac{Y_{jk..}^2}{ar} - FK - JKB - JKC$$

g) Jumlah Kuadrat Interaksi Faktor A, Faktor B, dan Faktor C

$$JKABC = JKP - JKA - JKB - JKC - JKAB - JKAC - JKBC$$

4) Rumus Hitung Kuadrat Tengah

a) Kuadrat Tengah Faktor A

$$KTA = \frac{JKA}{a-1}$$

b) Kuadrat Tengah Faktor B

$$KTB = \frac{JKB}{b-1}$$

c) Kuadrat Tengah Faktor C

$$KTC = \frac{JKC}{c-1}$$

d) Kuadrat Tengah Faktor AB

$$KTAB = \frac{JKAB}{(a-1)(b-1)}$$

e) Kuadrat Tengah Faktor AC

$$KTAC = \frac{JKAC}{(a-1)(c-1)}$$

f) Kuadrat Tengah Faktor BC

$$KTBC = \frac{JKBC}{(b-1)(c-1)}$$

g) Kuadrat Tengah Faktor ABC

$$KTABC = \frac{JKABC}{(a-1)(b-1)(c-1)}$$

h) Kuadrat Tengah Galat

$$KTG = \frac{JKG}{abc(r-1)}$$

5) Rumus F_{hitung}

a) Pengaruh Utama Faktor A

$$F_{hitung}\ (A) = \frac{\frac{JKA}{a-1}}{\frac{JKG}{abc(r-1)}} = \frac{KTA}{KTG}\ ; F_{tabel} = F_{\propto(dbA,dbG)}$$

b) Pengaruh Utama Faktor B

$$F_{hitung}\ (B) = \frac{\frac{JKB}{b-1}}{\frac{JKG}{abc(r-1)}} = \frac{KTB}{KTG}\ ; F_{tabel} = F_{\propto(dbB,dbG)}$$

c) Pengaruh Utama Faktor C

$$F_{hitung}\ (C) = \frac{\frac{JKC}{c-1}}{\frac{JKG}{abc(r-1)}} = \frac{KTC}{KTG}\ ; F_{tabel} = F_{\propto(dbC,dbG)}$$

d) Pengaruh Interaksi Faktor A dengan Faktor B

$$F_{hitung}\ (AB) = \frac{\frac{JKAB}{(a-1)(b-1)}}{\frac{JKG}{abc(r-1)}} = \frac{KTAB}{KTG}\ ; F_{tabel} = F_{\propto(dbAB,dbG)}$$

e) Pengaruh Interaksi Faktor A dengan Faktor C

$$F_{hitung}\ (AC) = \frac{\frac{JKAC}{(a-1)(c-1)}}{\frac{JKG}{abc(r-1)}} = \frac{KTAC}{KTG}\ ; F_{tabel} = F_{\propto(dbAC,dbG)}$$

f) Pengaruh Interaksi Faktor B dengan Faktor C

$$F_{hitung}\ (BC) = \frac{\frac{JKBC}{(b-1)(c-1)}}{\frac{JKG}{abc(r-1)}} = \frac{KTBC}{KTG}\ ; F_{tabel} = F_{\propto(dbBC,dbG)}$$

g) Pengaruh Interaksi Faktor A, Faktor B dan Faktor C

$$F_{hitung}\ (ABC) = \frac{\frac{JKABC}{(a-1)(b-1)(c-1)}}{\frac{JKG}{abc(r-1)}} = \frac{KTABC}{KTG}$$

Dengan dbA merupakan derajat bebas faktor A, dbB adalah derajat bebas faktor B, dbC adalah derajat bebas faktor C, $dbABC$ adalah derajat bebas interaksi faktor A, B dan Cdan dbG adalah derajat bebas galat.

6) Pengujian Hipotesis

a. Jika $F_{hitung}\ (A) > F_{a(dbA,dbG)}$, maka keputusan H_0 ditolak, artinya terdapat pengaruh faktor A.

b. Jika $F_{hitung}\ (B) > F_{a(dbB,dbG)}$, maka keputusan H_0 ditolak, artinya terdapat pengaruh faktor B.

c. Jika $F_{hitung}\ (C) > F_{a(dbC,dbG)}$, maka keputusan H_0 ditolak, artinya terdapat pengaruh faktor C.

d. Jika $F_{hitung}\ (AB) > F_{a(dbAB,dbG)}$, maka keputusan H_0 ditolak, artinya terdapat pengaruh interaksi faktor A dan faktor B.

e. Jika $F_{hitung}\ (AC) > F_{a(dbAC,dbG)}$, maka keputusan H_0 ditolak, artinya terdapat pengaruh interaksi faktor A dan faktor C.

f. Jika $F_{hitung}\ (BC) > F_{a(dbBC,dbG)}$, maka keputusan H_0 ditolak, artinya terdapat pengaruh interaksi faktor B dan faktor C.

g. Jika $F_{hitung}\ (ABC) > F_{a(dbABC,dbG)}$, maka keputusan H_0 ditolak, artinya terdapat pengaruh interaksi faktor A, faktor B, dan faktor C.

Untuk percobaan faktorial dimana ketiga faktornya tetap, tabel ANAVA-nya sebagai berikut:

Tabel 2.2 Stuktur Tabel ANAVA Faktorial RAL tiga Faktor

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F_{hitung}
A	$a-1$	JKA	KTA	$\frac{KTA}{KTG}$
B	$b-1$	JKB	KTB	$\frac{KTB}{KTG}$
C	$c-1$	JKC	KTC	$\frac{KTC}{KTG}$
AB	$(a-1)\ (b-1)$	$JKAB$	$KTAB$	$\frac{KTAB}{KTG}$
AC	$(a-1)\ (c-1)$	$JKAC$	$KTAC$	$\frac{KTAC}{KTG}$
BC	$(b-1)\ (c-1)$	$JKBC$	$KTBC$	$\frac{KTBC}{KTG}$
ABC	$(a-1)\ (b-1)\ (c-1)$	$JKABC$	$KTABC$	$\frac{KTABC}{KTG}$
Galat	$abc\ (r-1)$	JKG	KTG	
Total	$abcr-1$	JKT		

2.4 *Outlier* dalam Rancangan Percobaan

Outlier merupakan sesuatu yang langka atau observasi yang tidak biasa yang muncul pada salah satu titik ekstrim dari sebagian besar data (Kleinbum, 2008). Titik ekstrim dalam suatu observasi adalah nilai yang jauh atau beda sama sekali dengan sebagian besar nilai lain dalam kelompok. hal lain yang tidak diinginkan peneliti salah satunya adalah hilangnya data percobaan, misalnya dalam kasus percobaaan domba, terdapat domba yang mati atau sakit sehingga data dari domba tersebut tidak mungkin digunakan (Gaspersz, 1991). Pada keadaan ini, analisis tidak dapat dilakukan jika terdapat data hilang dalam data kecuali apabila data tersebut diganti 0, yang jika nilainya cukup jauh dari nilai pengamatan lain maka biasa disebut pencilan (Siswanto,2014).

Dalam rancangan percobaan, sebelum melakukan analisis perlu dilakukan pengujian asumsi. Asumsi tersebut mencakup aditifitas, normalitas, independensi, dan homoskedastisitas. Pengujian asumsi normalitas dan homoskedastitas seringkali tidak terpenuhi ketika data mengandung pencilan. Pada praktiknya, sangat jarang ditemukan sebaran nilai pengamatan yang memiliki bentuk ideal. Bentuk data yang tidak ideal bisa disebakan karena adanya *outlier*. Adanya satu atau lebih *outlier* dalam data dapat menyebabkan tidak terpenuhinya satu atau lebih asumsi yang disyaratkan.

Outlier biasanya terjadi karena adanya kesalahan, terutama kesalahan dalam mengentri data, salah dalam pemberian kode, kesalahan partisipan dalam mengikuti instruksi, dan lain sebagainya. Apabila penyimpangan disebabkan oleh adanya *outlier*, makacara paling mudah untuk mengatasinya adalah dengan meniadakan pengamatan yang dianggap *outlier* tersebut (Yutnosumarto,1991) atau lebih dikenal dengan transformasi. Namun sering kali transformasi yang dilakukan terhadap data tidak dapat memperkecil *leverage* pencilan yang akibatnya membiaskan parameter. Dalam kasus ini diperlukan suatu metode untuk mengestimasi adanya pencilan, salah satu metode yang sering digunakan pada penelitian untuk melakukan estimasi parameter yang sesuai untuk data yang mengandung pencilan adalah metode *robust scale*.

2.5 Metode untuk Mengidentifikasi Outlier

Menurut Mattjik dan Sumaertajaya (2000), beberapa metode untuk mengidentifikasi adanya *outlier* antara lain:

2.5.1 Metode Grafis

Kelebihan pada metode ini yaitu mudah dipahami karena menampilkan data secara grafis (gambar) tanpa melibatkan perhitungan yang rumit. Sedangkan, kekurangan metode ini terletak pada keputusan yang memperlihatkan ada tidaknya *outlier* pada data tergantung pada kebijakan (*judgement*) peneliti karena hanya mengandalkan visualisasi gambar.

a) *Boxplot*

Metode ini mempergunakan nilai kuartil dan jangkauan yang mendeteksi *outlier*. Kuartil 1, 2 dan 3 membagi data menjadi beberapa bagian yang telah diurutkan sebelumnya.

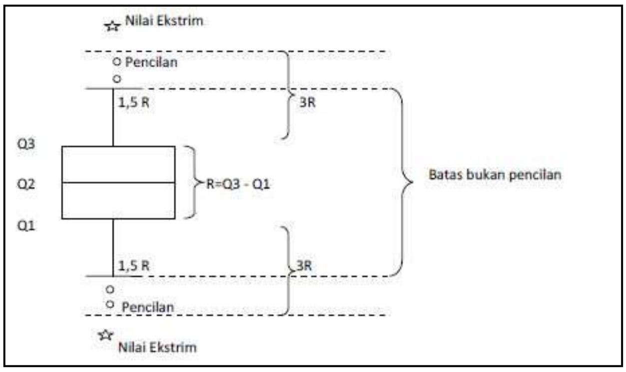
$$IQR = Q3 - Q1$$

keterangan:

$Q1$: Kuartil ke 1

$Q3$: Kuartil ke 3

IQR : Jangkauan



Gambar 2.5 Skema identifikasi *outlier* dengan *Boxplot*

Pada Gambar 2.5 Jangkauan *Interquartile Range* (IQR) merupakan selisih kuartil 1 terhadap kuartil 3, atau IQR = Q3 – Q1. Data *outlier* yaitu nilai yang kurang dari Q1 + 1.5 IQR dan nilai yang lebih dari Q3 + 1.5 IQR disimbolkan dengan (o) untuk data *outlier* dan ($*$) untuk *outlier* ekstrem.

b) Diagram Pencar (*Scatter Plot*)

Metode ini dilakukan dengan cara melakukan plot data pada observasi ke-i ($i = 1, 2, \dots, a$). Jika model rancangannya telah diperoleh, maka langkah selanjutnya yaitu membuat plot antara galat dengan nilai prediksi Y. Apabila terdapat satu atau lebih data yang terletak berjauhan dari pola data keseluruhan, maka hal ini mengindikasikan adanya pengaruh *outlier* atau pencilan pada data. Dalam metode ini dibutuhkan seorang yang berpengalaman dalam memahami dan menginterpretasikan plot tersebut agar kesalahan dapat diantisipasi.

2.6 Metode Kuadrat Terkecil

MKT adalah salah satu metode penaksiran parameter dengan tujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat. Misalkan $\mu, \alpha_i, \beta_j,$ dan $(\alpha\beta)_{ij}$ adalah parameter yang akan ditaksir, maka prosedur MKTyang digunakan adalah (Sambiring, 1995):

1. Membentuk jumlah kuadrat galat

$$L = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} \varepsilon_{ijk}^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - (\alpha\beta)_{ij}\right)^2 \qquad (2.6)$$

2. Mendefinisikan s secara parsial terhadap μ, α_i, β_j,dan$(\alpha\beta)_{ij}$ kemudian disamakan dengan 0

Penggunaaan OLS memerlukan beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi oleh komponen sisaan atau galat dalam model yang diberikan. Beberapa asumsi yang harus terpenuhi antara lain asumsi kenormalan, kehomogenan ragam, dan tidak terjadi autokorelasi. Apabila asumsi tidak terpenuhi, maka metode OLS tidak dapat bekerja. Salah satu penyebab tidak terpenuhinya asumsi karena ada *outlier* dalam suatu pengamatan. Sebagai alternatif, metode penduga parameter lain yang dapat mengatasi adanya *outlier* dalam data amatan adalah dengan menggunakan metode *robust* (Cahyawati, dkk, 2009).

2.7 Estimasi *Scale*

Estimasi *Scale* pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohaipada tahun 1984. Wilcox (2005) estimasi S merupakan solusi dengan kemungkinan terkecil dari penyebaran residual, karena dapat meminimumkan varians dan residual. Estimasi *Scale* memiliki nilai *breakdown* point yang paling tinggi diantara metode *robust* lainnya sebesar 0,5.

Huber (1981) *breakdown point* adalah faksi terkecil atau presentase dari *outlier* yang dapat menyebabkan nilai estimator menjadi besar. *Breakdown point* digunakan untuk menjelaskan nilai ke*robust*an dari teknik *robust*. Estimasi *Scale* didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_s = \min \hat{\sigma}_s(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$$

Dengan $\hat{\beta}$ adalah estimator koefisien regresi,$\hat{\sigma}_s$ adalah estimator skala *robust*, dan $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ merupakan sisaan. Estimasi *Scale* memiliki beberapa fungsi pembobot diantaranya adalah *Welsch* dan *Tukey bisquare*, yang digunakan untuk menghasilkan nilai skala pembobot yang diperoleh dengan cara melakukan iterasi hingga estimator yang diperoleh konvergen. Adapun fungsi *tukey bisquare* yang digunakan sebagai berikut:

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6}\left[1 - \left(1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^3\right] |u_i| \le c \\ , \\ \frac{c^2}{6} |u_i| > c \end{cases}$$

Dimana c adalah nilai *tuning constan*sebesar1,547. $u_i$adalah *error* yang distandarisasikan, sehinga $u_i = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}$. Sedangkan $\hat{\sigma}_s = \frac{median|\varepsilon_i - median(\varepsilon_i)|}{0{,}6745}$.

$\psi = \rho'$, ψ merupakan turunan dari ρ, maka untuk meminimumkan persamaan (2.7) dapat dibentuk persamaan berikut ini:

$$\psi(u_i) = \rho'(u_i) = \frac{\partial(\rho(u_i))}{\partial u_i} = \begin{cases} u_i\left(1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2, & |u_i| \le c \\ 0 & |u_i| > c \end{cases}$$

$\psi(u_i)$ merupakan fungsi *influence* (pengaruh)yang digunakan dalam memperoleh pembobot (*weight*). Maka diperoleh fungsi pembobot sebagai berikut:

$$w_i = w_i(u_i) = \frac{\psi(u_i)}{u_i} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2 & |u_i| \le c \\ , \\ 0 & |u_i| > c \end{cases}$$

Adapun langkah–langkah estimasi S dapat diuraikan sebagai berikut (Susanti, 2014):

a) Menentukan sisaan awal dari penduga parameter regresi $\hat{\beta}$ dengan OLS.

$$\varepsilon_i = Y_i - \widehat{Y_i}$$

Sisaan ini kemudian berguna sebagai estimasi $\hat{\beta}_s{}^1$ awal.

b) Menentukan nilai $\hat{\sigma}_s$

$$\hat{\sigma}_s = \begin{cases} \dfrac{median|e_i - median(e_i)|}{0.6745}, & iterasi = 1 \\ \sqrt{\dfrac{1}{nK}\sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i^2}, & iterasi > 1 \end{cases}$$

K merupakan nilai konstanta sebesar 0,1995.

c) Menentukan nilai u_i

$$u_i = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}$$

d) Menentukan nilai pembobot ($c = 1{,}547$)

$$w_i = \begin{cases} \left(1 - \left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right)^2, & |u_i| \le c \\ 0 & |u_i| > c \end{cases}$$

e) Menentukan parameter $\hat{\beta}_s{}^1$ menggunakan metode IRLS dengan pembobot $w_i{}^0$.

f) Mengulang langkah $b - f$ sampai diperoleh nilai $\sum_{i=1}^{n} |\, \varepsilon_i{}^s|$ yang konvergen ke suatu nilai tertentu dimana

$$\left|\sum_{i=1}^{n} |\, \varepsilon_i{}^s - \sum_{i=1}^{n} |\, \varepsilon_i{}^{s-1}\right| < 0.0001$$

Dengan $\varepsilon_i{}^s$ merupakan residual pada estimasi S pada pengamatan ke-i.