

DAFTAR PUSTAKA

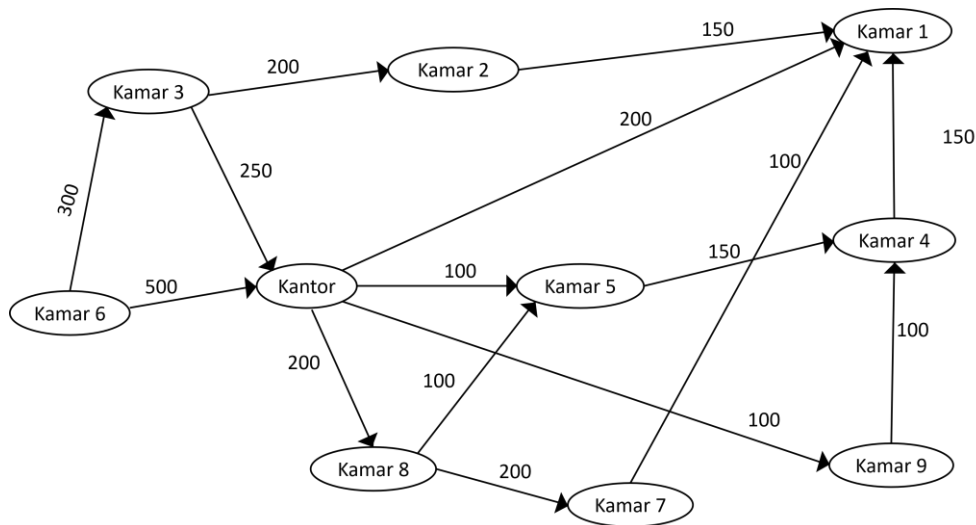
- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., & Orlin, J. B. (1993). *Network Flows*. New Jersey: Prentice-Hall inc.
- Alsalamy, O. M., & Rushdi, A. M. (2021). A Review of Flow Capacitated Networks: Algorithms, Techniques and Applications. *Asian Journal of Research in Computer Science*.
- Bagaskara, E. K. (2021). Menyelesaikan Masalah Aliran Maksimum dengan Menggunakan Algoritma Ford-Fulkerson dan Pemrograman Linear. *Karya Ilmiah*.
- Bhandari, P. P., & Khadka, S. R. (2021). Maximum Flow Evacuation Planning Problem with Non-Constraint. *International Annals of Science*, Vol 10, pp. 25-32.
- Bondy, J. A., & Murty, U. S. (1976). *Graph Theory With Applications*. Great Britain: The Macmillan Press Ltd.
- Chand, M. B., & Dhamala, T. N. (2022). A Brief Review on Maximum Flow in Network with Continuous Time Setting. *Journal of Advanced College of Engineering and Management*, Vol.7.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction To Algorithms Third Edition*. London: The MIT Press Cambridge.
- Dash, P., Rahman, M. M., & Akter, M. S. (2019). Developing Algorithm to Obtain the Maximum Flow in a Network Flow Problem. *Journal of Adv in Dynamical & Control System*, Vol.11.
- Dumlao, M. F., Banal, J. R., & Livara, A. E. (2021). Gap Analysis of Ford Fulkerson Algorithm and Edmonds-Karp Algorithm as Machine Learning Approach For Augmenting Path in the Maximum Flow Problem. *International Journal Information Technology in Governance, Education and Business*, vol 3. no 1.
- Edmonds, J., & Karp, R. M. (1972). Theoretical Improvements in Algorithmic Efficiency. *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol.19, No.2, pp. 248-264.
- Farizal, T., Suyitno, H., & Darmo. (2014). Pencarian Aliran Maksimum dengan Algoritma Ford-Fulkerson (Studi Kasus pada Jaringan Listrik Kota Tegal). *Unnes Journal of Mathematics*.
- Firet, J. (2022). *Acyclic Push-Relabel*. Radboud University: Radboud University.
- Ford, L. R., & Fulkerson, D. R. (1956). Maximal Flow Through a Network. *Canadian journal of mathematics*, 399-404.
- Goldberg, A. V., & Tarjan, R. E. (1986). A New Approach to the Maximum Flow Problem. *Proceedings of the Eighteenth Annual ACM Symposium*, 136-146.
- Kyi, M. T., & Naing, L. L. (2018). Application of Ford-Fulkerson Algorithm to Maximum Flow in Water Distribution Pipeline Network. *International Journal of Science and Research Publications*, Vol 8.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.
- Rahma, I. N., Permanasar, Y., & Respitawulan. (2016). Aplikasi Aliran Maksimum Pada Jaringan Listrik Menggunakan Metode Ford-Fulkerson. *Prosiding Matematika*, Volume 2, No.2.

- Talaie, M., Mousavi, A., & Sayadi, R. A. (2021). Highest Level Implementation of Push-Relabel Algorithm to Solve Ultimate Pit Limit Problem. *Journal of Mining and Environment*, Vol.12, No. 2.
- Ulya, R., Mulyono, & Suyitno, A. (2013). Menentukan Aliran Maksimum Dengan Algoritma Ford-Fulkerson dan Preflow-Push. *Unnes Journal of Mathematics*.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Menerapkan Algoritma Ford- Fulkerson pada network untuk $|V| = 10$

Pada pembangunan sebuah motel akan dibuat sistem saluran pipa air. Sistem saluran pipa air tersebut memiliki tandon yang terletak pada kamar 6 dan berakhir pada kamar 1. Besarnya kapasitas aliran (liter per menit) untuk setiap pipa berbeda-beda terlihat pada Gambar berikut.

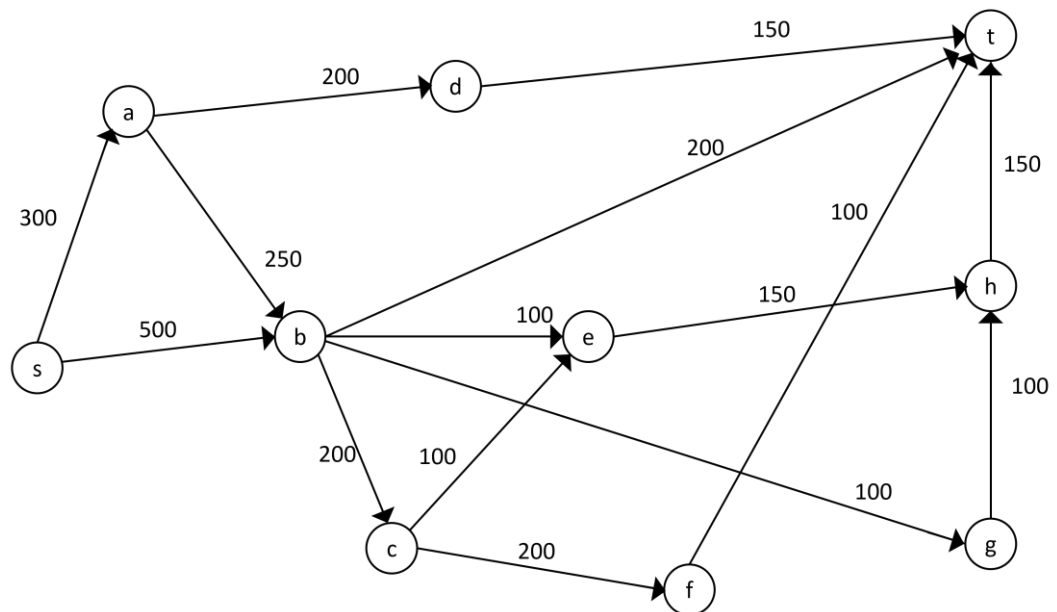


Gambar L.1.1 Kapasitas aliran air (liter per menit)

Dari Gambar diatas diasumsikan bahwa air akan mengalir dari kamar 6 ke 9 kamar lainnya termasuk kantor. Dari kamar 6 air dapat dialirkan ke kamar 3 dan kantor dengan kapasitas pipa dari kamar 6 ke kamar 3 adalah 300 liter per menit, dan dari kamar 6 ke kantor sebesar 500 liter per menit. Dari kamar 3 air dapat dialirkan ke kamar 2 dengan kapasitas pipa 200 liter per menit , ke kantor dengan kapasitas pipa 250 liter per menit dan dari kantor air dapat dialirkan ke kamar 1 dengan kapasitas pipa 200 liter per menit, ke kamar 5 dengan kapasitas 100 liter per menit, ke kamar 8 dengan kapasitas 200 liter per menit dan ke kamar 9 dengan kapasitas pipa 100 liter per menit. Dari kamar 8 air dapat dialirkan ke kamar 5 dan kamar 7 dengan kapasitas masing-masing 100 dan 200 liter per menit. Dari kamar 5 air dapat dialirkan ke kamar 4 dengan kapasitas pipa 150 liter per menit. Dari kamar 9 air dapat dialirkan ke kamar 4 dengan kapasitas pipa 100 liter pr menit.

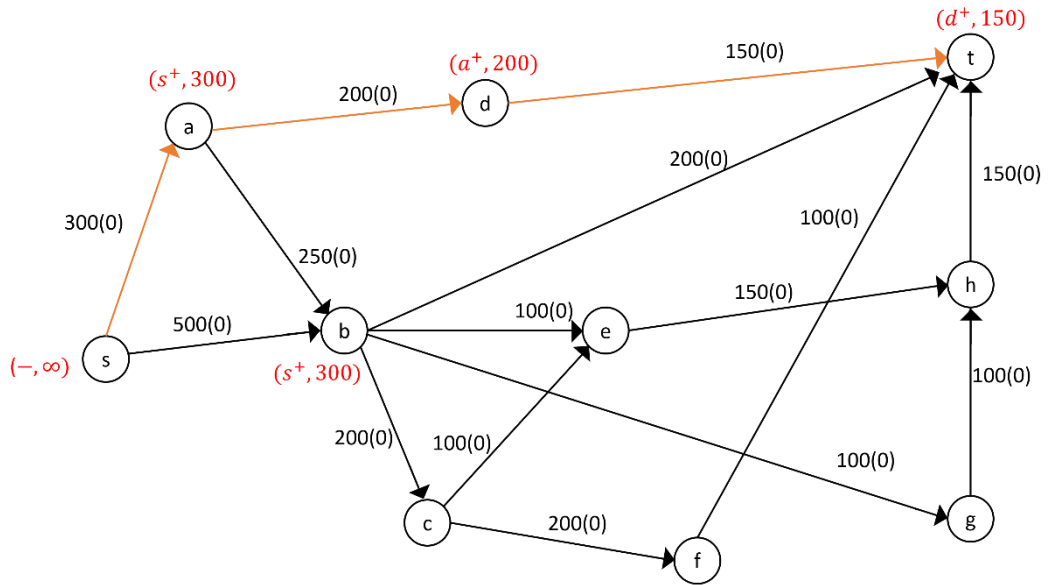
Dari kamar 7, kamar 4 dan kamar 2 air dapat dialirkan ke kamar 1 dengan kapasitas masing-masing pipa 100, 150 dan 150 liter per menit (Ulya dan Suyitno, 2013).

Misalkan, kamar 6 di beri simbol s, kamar 3 diberi simbol a, kantor diberi simbol b, kamar 8 diberi simbol c, kamar 2 diberi simbol d, kamar 5 diberi simbol e, kamar 7 diberi simbol f, kamar 9 diberi simbol g, kamar 4 diberi simbol h dan kamar 1 diberi simbol t. Sehingga diperoleh model network seperti pada Gambar 1.2



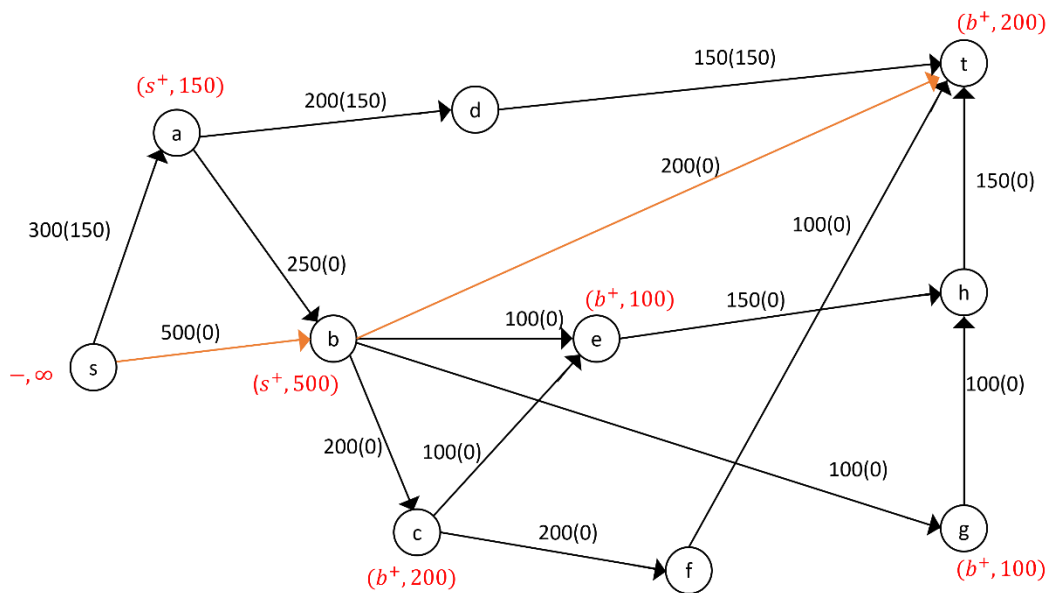
Gambar L.1.2 Network saluran air

Iterasi-1: inisialisasi flow sebesar nol, lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah yaitu $s - a - d - t$, ganti aliran lama dengan aliran baru sebesar 150 liter per menit.



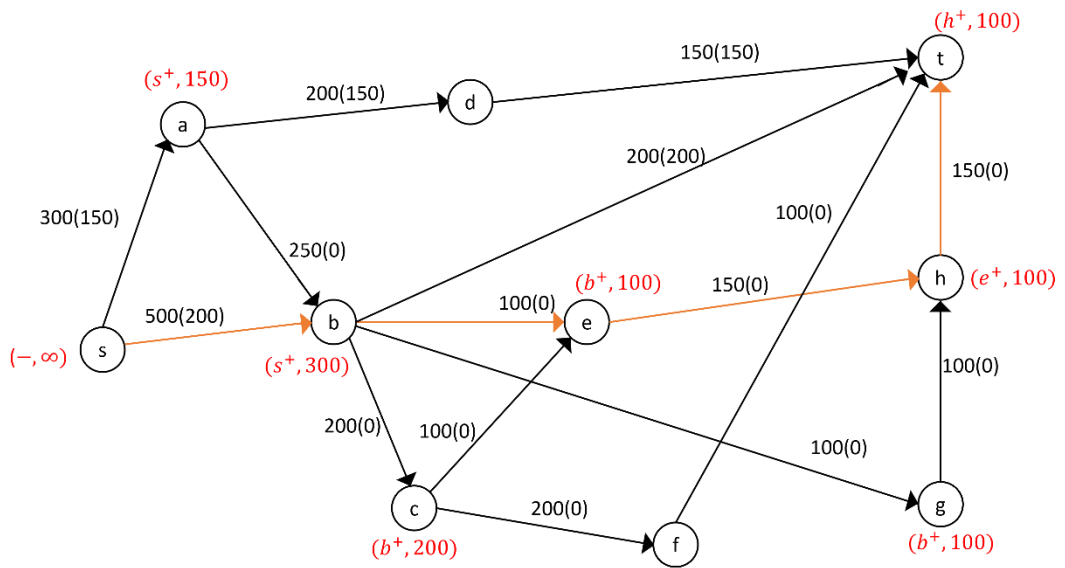
Gambar L.1.3 Pelabelan jalur penambah $s - a - d - t$

Iterasi-2: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - b - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 200 liter per menit.



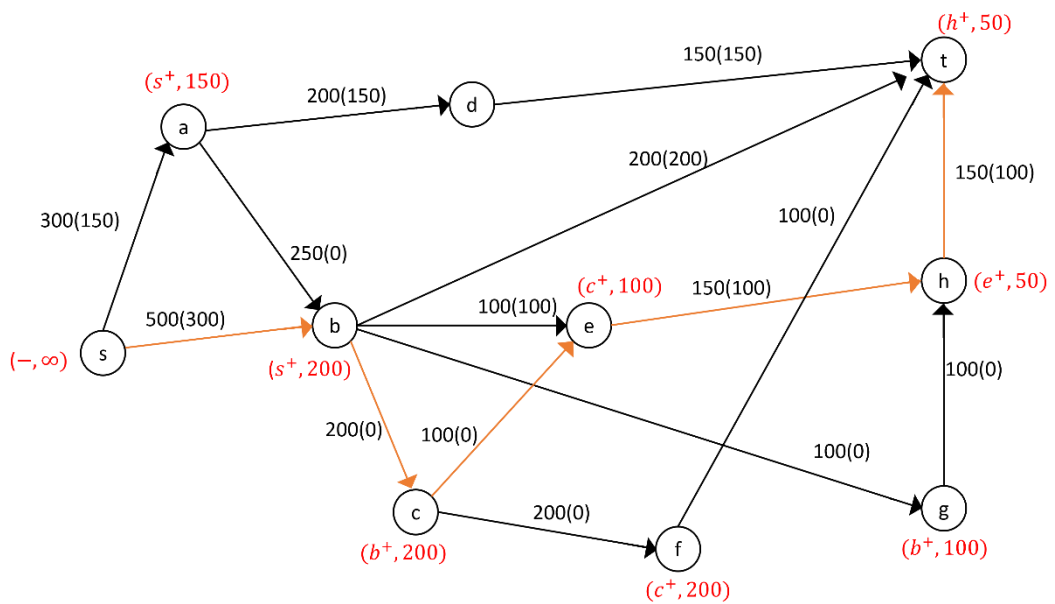
Gambar L.1.4 Pelabelan jalur penambah $s - b - t$

Iterasi-3: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - b - e - h - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 100 liter per menit.



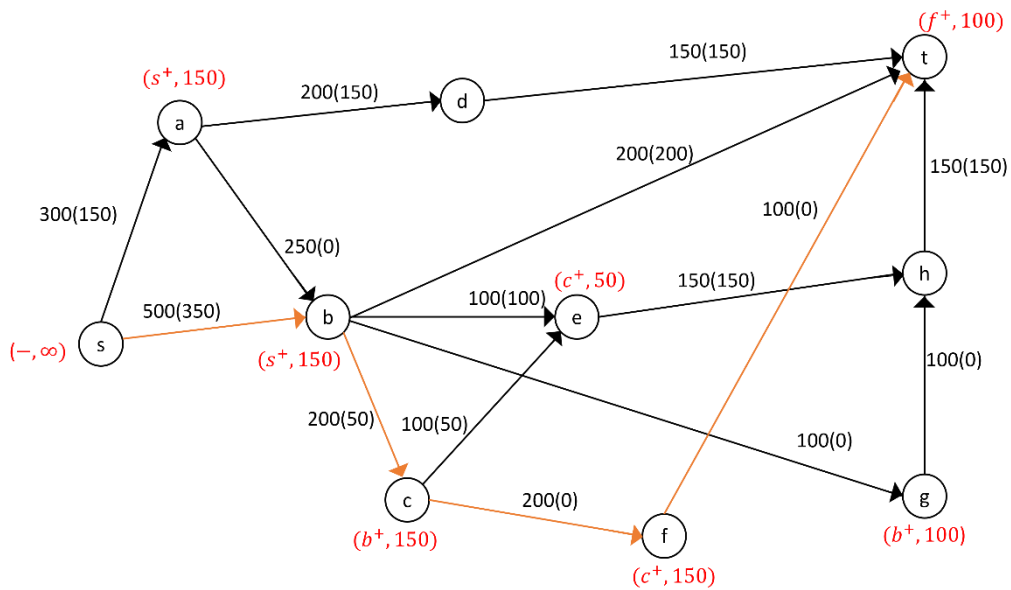
Gambar L.1.5 Pelabelan jalur penambah $s - b - e - h - t$

Iterasi-4: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - b - c - e - h - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 50 liter per menit.



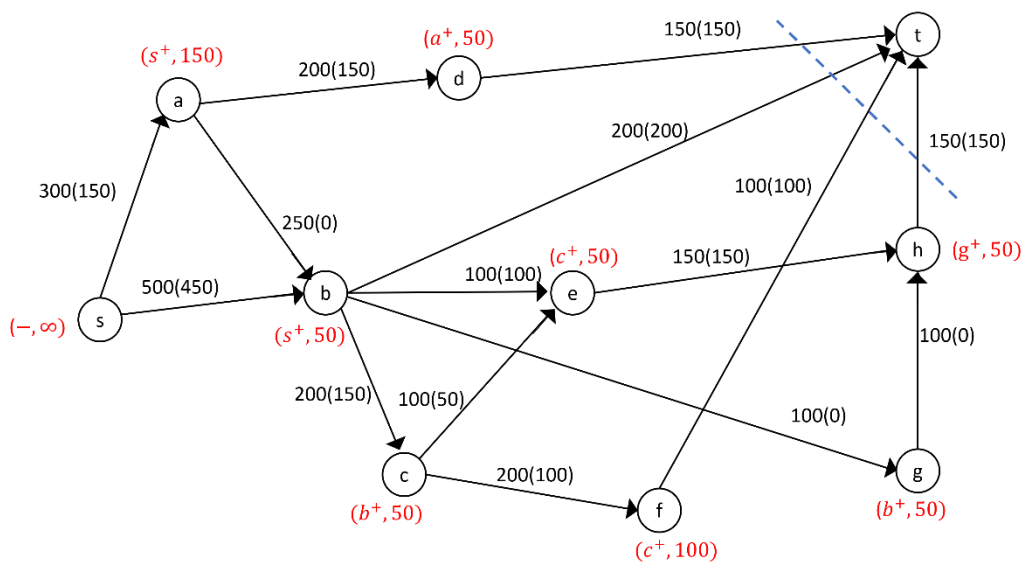
Gambar L.1.6 Pelabelan jalur penambah $s - b - c - e - h - t$

Iterasi-5: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - b - c - f - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 100 liter per menit.



Gambar L.1.7 Pelabelan jalur penambah $s - b - c - f - t$

Iterasi-6: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, karena tidak terdapat jalur penambah maka *flow* maksimum. Hitung maksimum *flow*-nya.



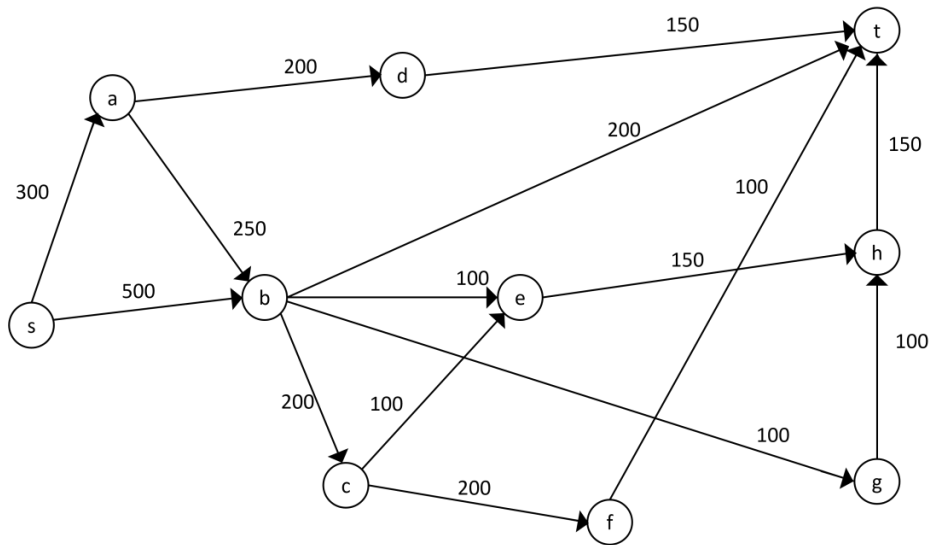
Gambar L.1.8 Network Hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$\begin{aligned}
 X &= \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \bar{X} = \{t\}, (X, \bar{X}) = \{(b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\} \\
 C(X, \bar{X}) &= C(b, t) + C(d, t) + C(f, t) + C(h, t) \\
 &= 200 + 150 + 100 + 150 = 600
 \end{aligned}$$

Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 600 liter per menit.

Lampiran 2 Menerapkan Algoritma Edmonds-Karp pada network untuk $|V| = 10$



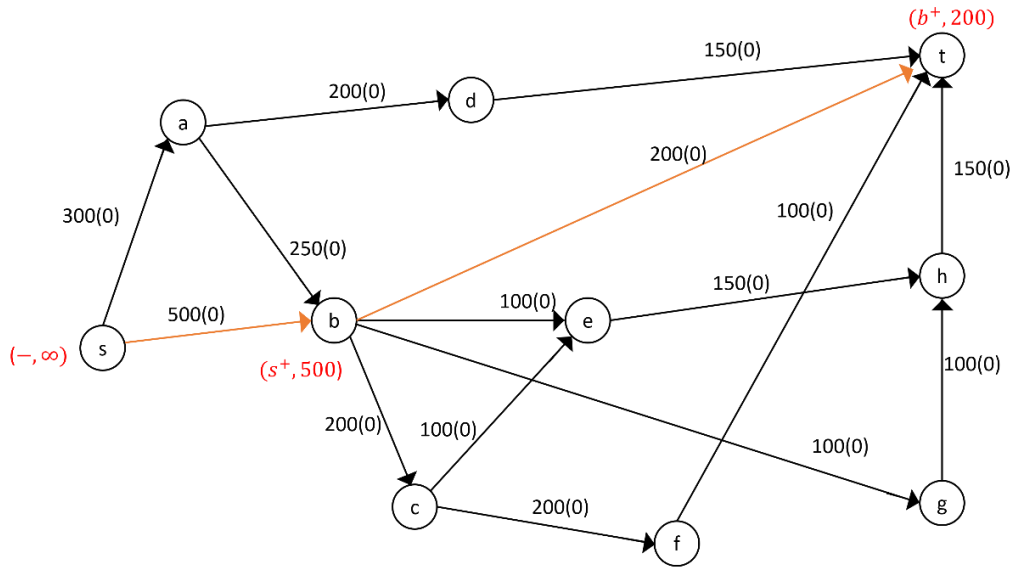
Gambar L.2.1 Network dengan 10 titik

Iterasi-1: inialisasi flow sebesar nol, selanjutnya cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.2.1. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.2.1 Pencarian jalur penambah *network* 10 titik dengan BFS iterasi 1

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>b a</i>	<i>b – s</i> <i>a – s</i>	<i>s b a</i>
<i>b</i>	<i>t</i>	<i>t – b</i>	<i>s b a t</i>
Jalur penambah <i>s – b – t</i>			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - b - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 200 liter per menit .



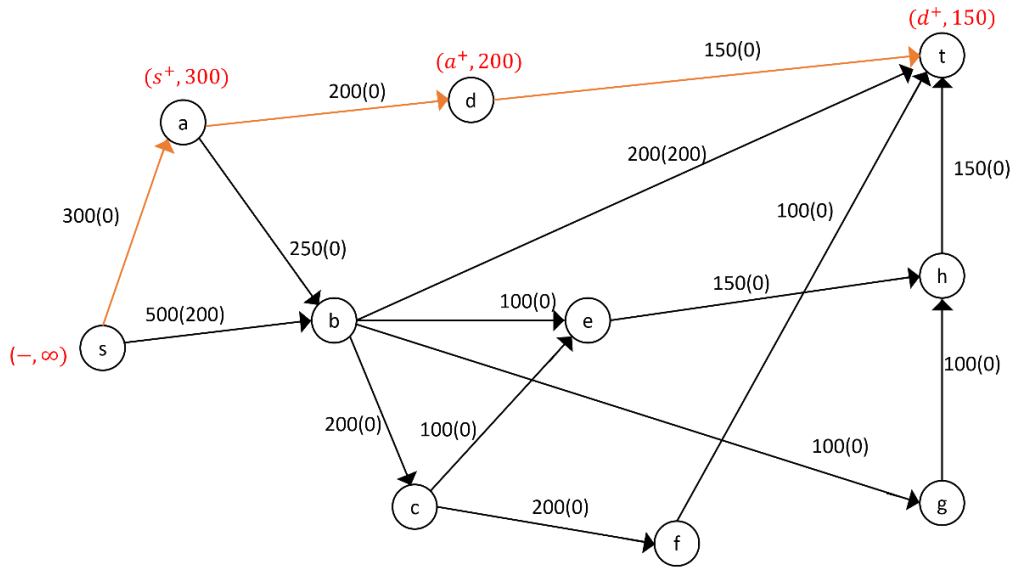
Gambar L.2.2 Pelabelan jalur penambah $s - b - t$

Iterasi-2: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.2.2. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.2.2 Pencarian jalur penambah *network* 10 titik dengan BFS iterasi 2

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	$b a$	$b - s$ $a - s$	$s b a$
b a	$c e g$ d	$c - b$ $e - b$ $g - b$ $d - a$	$s b a c e g d$
c e g d	f h h t	$f - c$ $h - e$ $h - g$ $t - d$	$s b a c e d g f h t$
Jalur penambah $s - a - d - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - a - d - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 150.



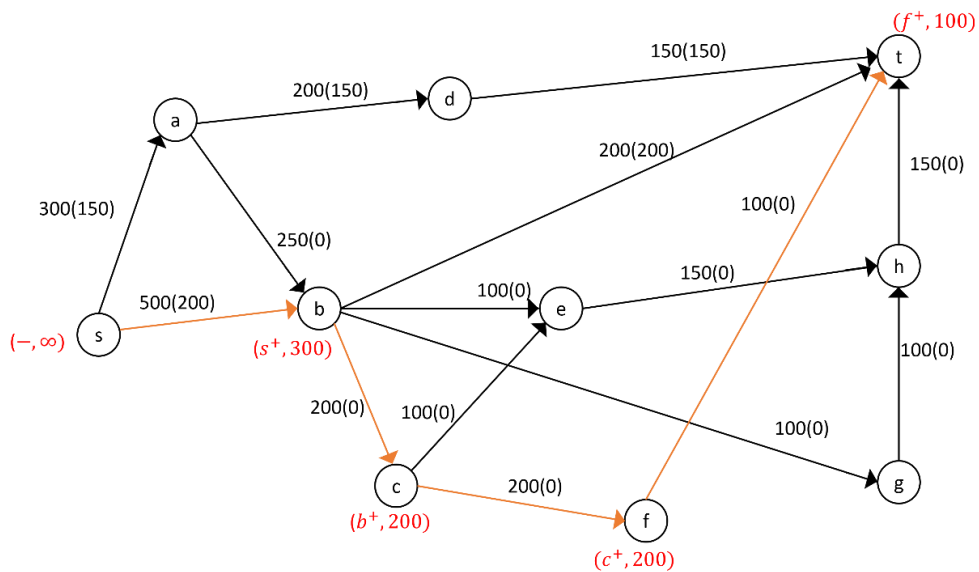
Gambar L.2.3 Pelabelan jalur penambah $s - a - d - t$

Iterasi-3: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.2.3. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.2.3 Pencarian jalur penambah *network* 10 titik dengan BFS iterasi 3

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>b a</i>	<i>b - s</i> <i>a - s</i>	<i>s b a</i>
<i>b</i> <i>a</i>	<i>c e g</i> <i>d</i>	<i>c - b</i> <i>e - b</i> <i>g - b</i> <i>d - a</i>	<i>s b a c e g d</i>
<i>c</i> <i>e</i> <i>g</i>	<i>f</i> <i>h</i> <i>h</i>	<i>f - c</i> <i>h - e</i> <i>h - g</i>	<i>s b a c e g d f h</i>
<i>f</i> <i>h</i>	<i>t</i> <i>h</i>	<i>t - f</i> <i>t - h</i>	<i>s b a c e g d f h t</i>
Jalur penambah $s - b - c - f - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - b - c - f - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 100 liter per menit.



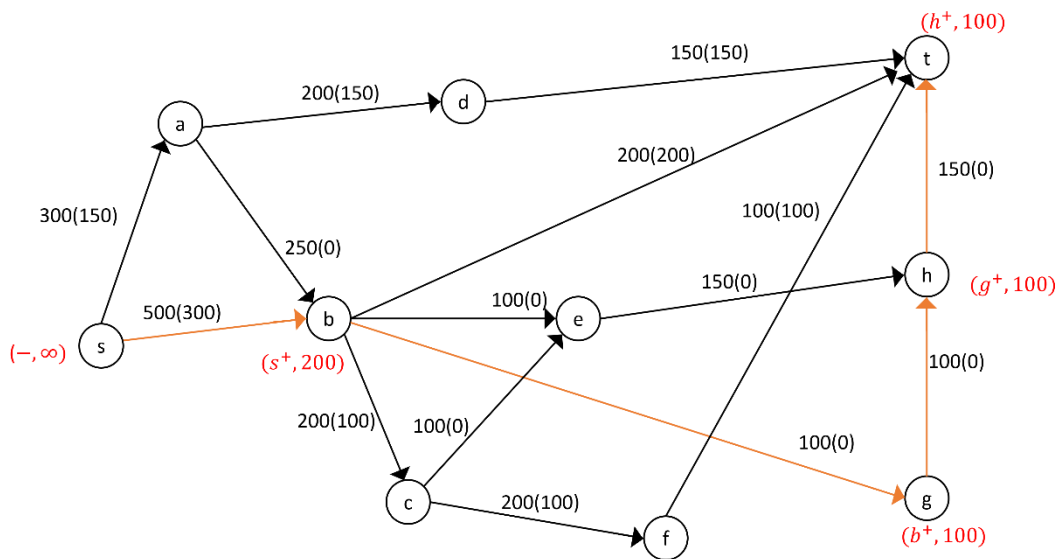
Gambar L.2.4 Pelabelan jalur penambah $s - b - c - f - t$

Iterasi-4: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.2.4. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.2.4 Pencarian jalur penambah *network* 10 titik dengan BFS iterasi 4

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>b a</i>	<i>b - s</i> <i>a - s</i>	<i>s b a</i>
<i>b</i> <i>a</i>	<i>c e g</i> <i>d</i>	<i>c - b</i> <i>e - b</i> <i>g - b</i> <i>d - a</i>	<i>s b a c e g d</i>
<i>c</i> <i>e</i> <i>g</i>	<i>f</i> <i>h</i> <i>h</i>	<i>f - c</i> <i>h - e</i> <i>h - e</i>	<i>s b a c e g d f h</i>
<i>h</i>	<i>t</i>	<i>t - f</i>	<i>s b a c e g d f h t</i>
Jalur penambah $s - b - g - h - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - b - g - h - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 100 liter per menit.



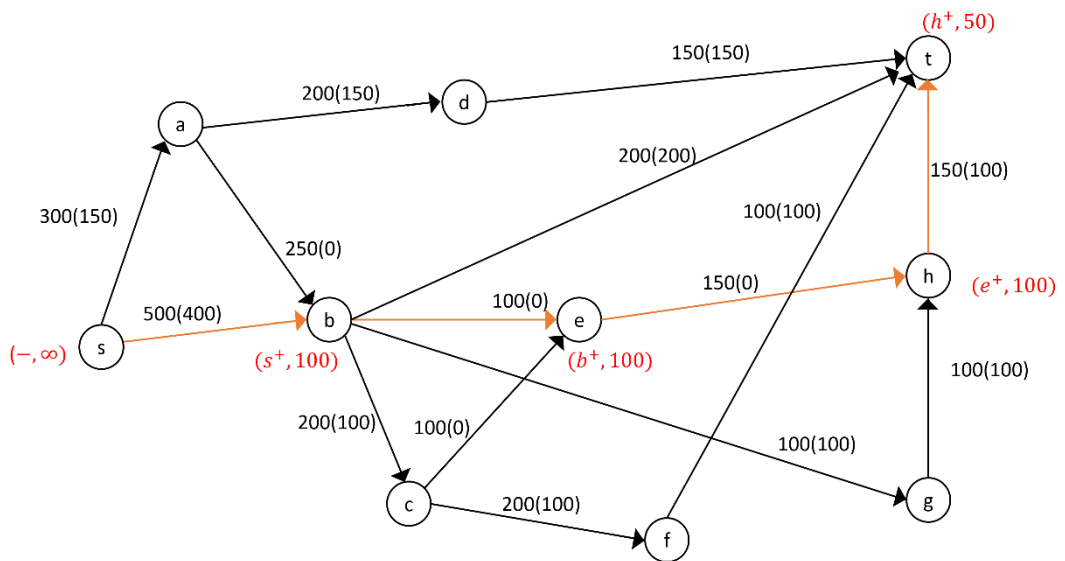
Gambar L.2.5 Pelabelan jalur penambah $s - b - g - h - t$

Iterasi-5: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.2.5. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.2.5 Pencarian jalur penambah *network* 10 titik dengan BFS iterasi 5

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>b a</i>	<i>b - s</i> <i>a - s</i>	<i>s b a</i>
<i>b</i> <i>a</i>	<i>c e</i> <i>d</i>	<i>c - b</i> <i>e - b</i> <i>d - a</i>	<i>s b a c e d</i>
<i>c</i> <i>e</i>	<i>f</i> <i>h</i>	<i>f - c</i> <i>h - e</i>	
<i>h</i>	<i>t</i>	<i>t - h</i>	<i>s b a c e d f h t</i>
Jalur penambah $s - b - e - h - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - b - e - h - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 50 liter per menit.

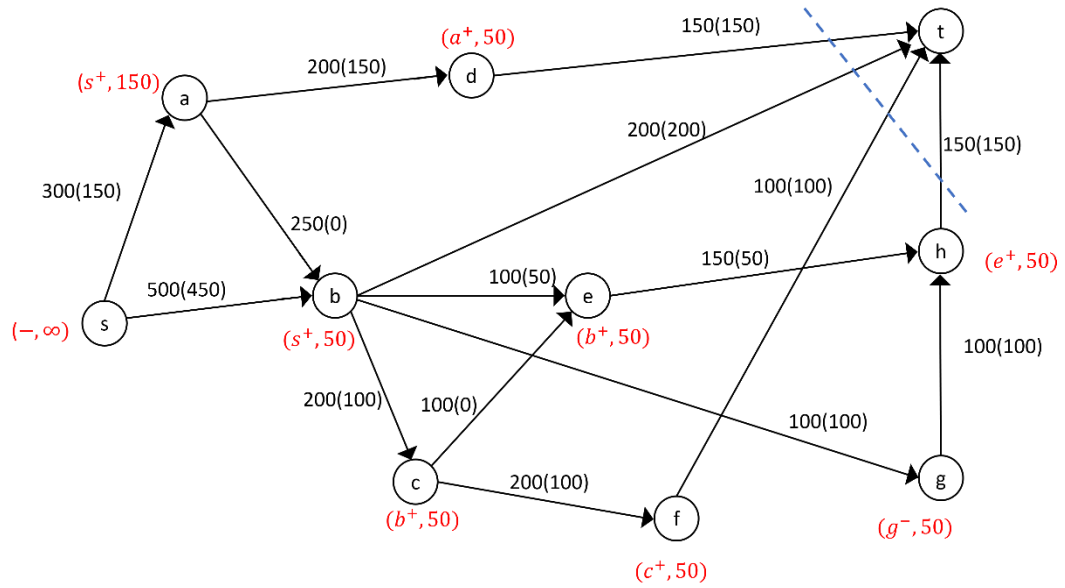


Gambar L.2.6 Pelabelan jalur penambah $s - b - e - h - t$

Iterasi-6: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.2.6. Karena tidak terdapat jalur penambah, *flow* maksimum.

Tabel L.2.6 Pencarian jalur penambah *network* 10 titik dengan BFS iterasi 6

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>b a</i>	<i>b - s</i> <i>a - s</i>	<i>s b a</i>
<i>b</i>	<i>c e</i>	<i>c - b</i> <i>e - b</i>	<i>s b a c e d</i>
<i>a</i>	<i>d</i>	<i>d - a</i>	
<i>c</i>	<i>f</i>	<i>f - c</i>	<i>s b a c e d f h</i>
<i>e</i>	<i>h</i>	<i>h - e</i>	
Tidak terdapat Jalur penambah			



Gambar L.2.7 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

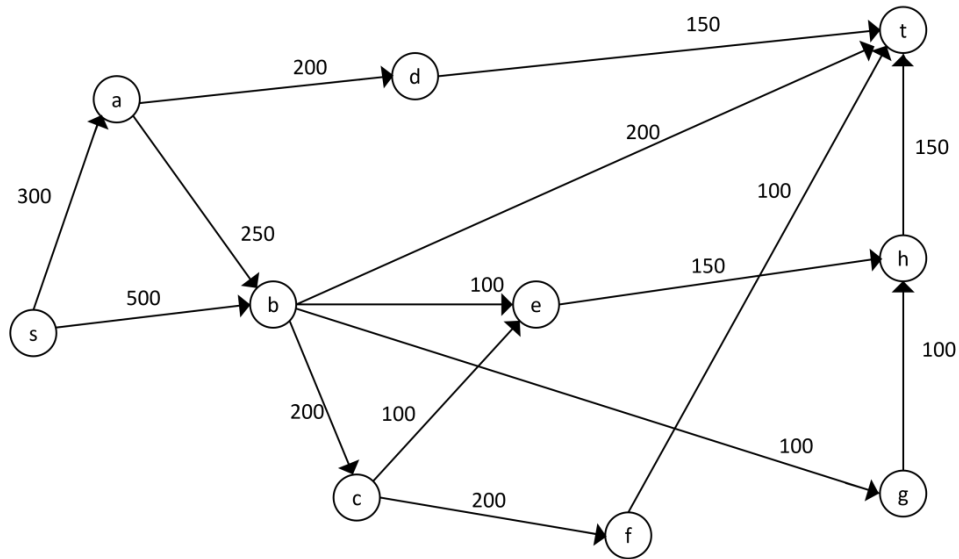
$$X = \{s, a, b, c, e, f, g, h\}, \bar{X} = \{t\}, (X, \bar{X}) = \{(b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(b, t) + C(d, t) + C(f, t) + C(h, t)$$

$$= 200 + 150 + 100 + 150 = 600$$

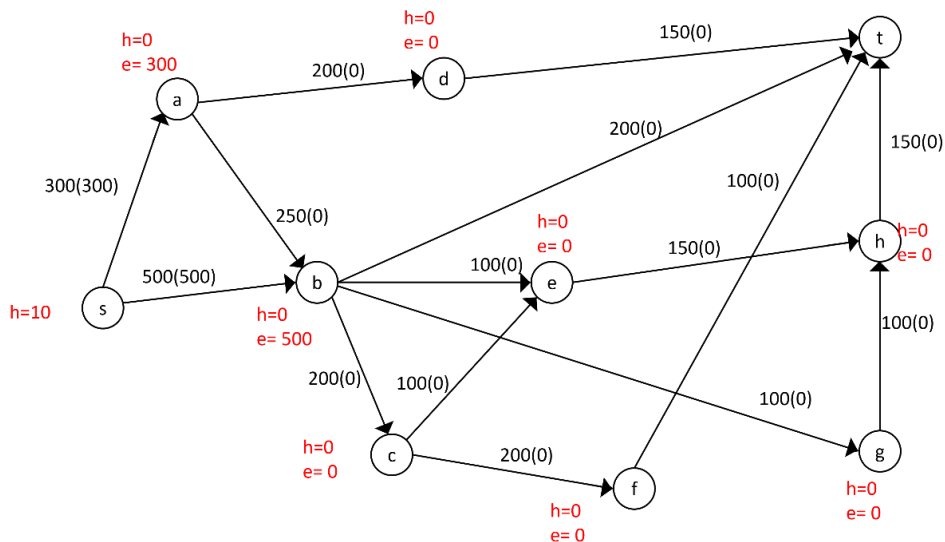
Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 600 liter per menit.

Lampiran 3 Menerapkan Algoritma Push-Relabel pada network untuk $|V| = 10$



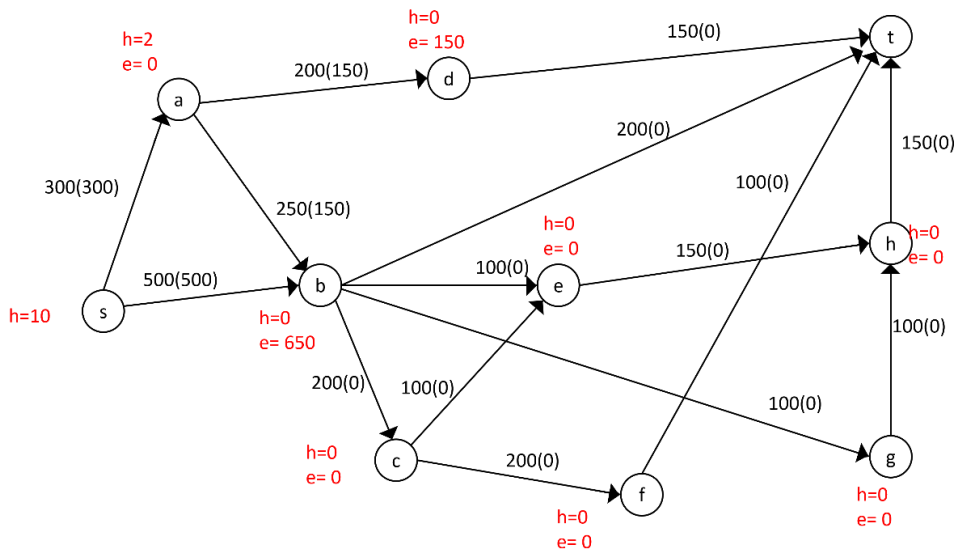
Gambar L.3.1 Network dengan 10 titik

Iterasi-1: inialisasi flow sebesar nol, berikan label fungsi ketinggian (h) dan kelebihan (e) pada setiap titik. Untuk titik s nilai h adalah total semua titik pada network. Selanjutnya alirkan 300 liter air dari s ke a sehingga $e(a) = 300$ liter air dan alirkan 500 liter air s ke b sehingga $e(b) = 500$ liter air.



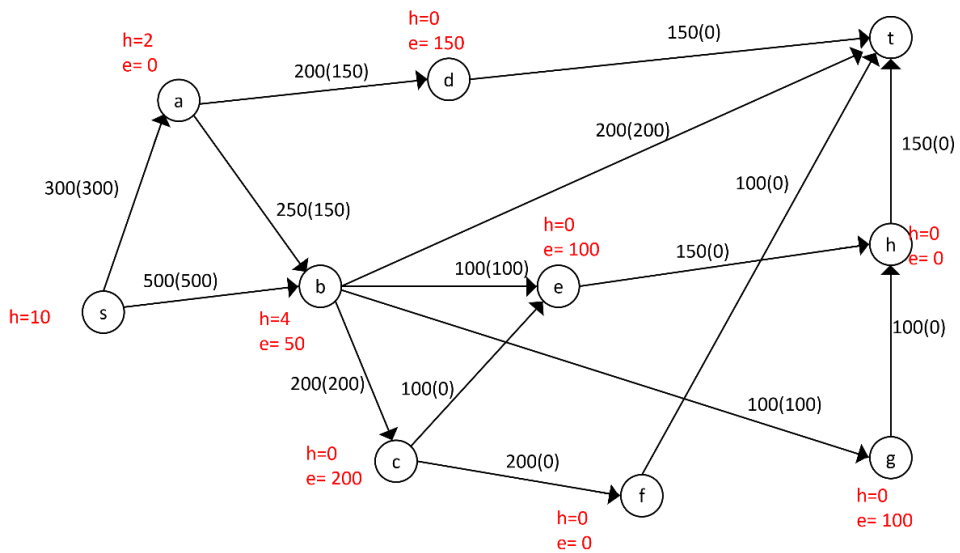
Gambar L.3.2 Push dari s ke a dan b

Iterasi-2: titik a dan b aktif, *Relabel* a setelah itu alirkan 150 liter air dari a ke d sehingga $e(d) = 150$ air dan alirkan 150 liter air dari a ke b sehingga $e(b) = 650$ liter air.



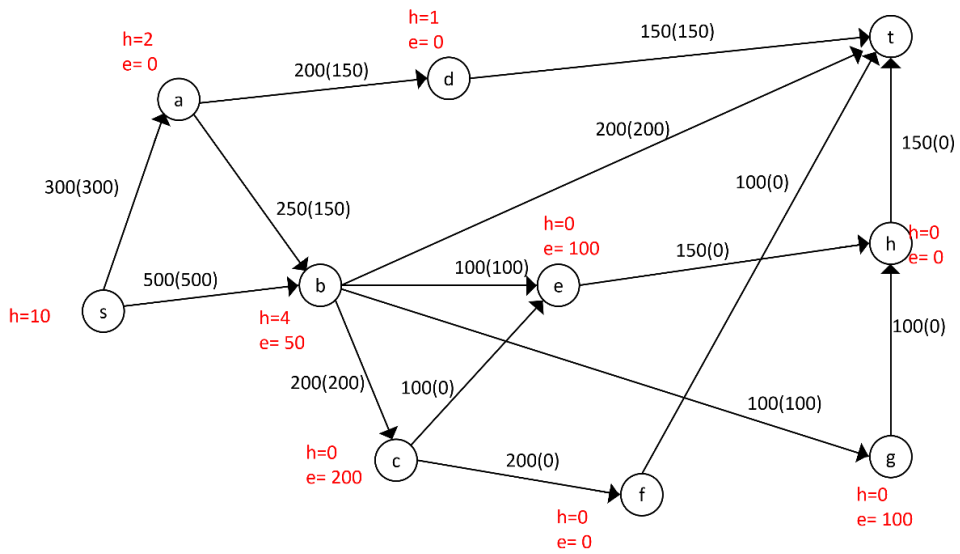
Gambar L.3.3 Relabel a, push dari a ke d dan b

Iterasi-3: titik b dan d aktif, *Relabel* b setelah itu alirkan 200 liter air dari b ke t, alirkan 100 liter air dari b ke e sehingga $e(e) = 100$ liter, alirkan 200 liter air dari b ke c sehingga $e(c) = 200$ liter air dan alirkan 100 liter air dari b ke g sehingga $e(g) = 100$ liter air.



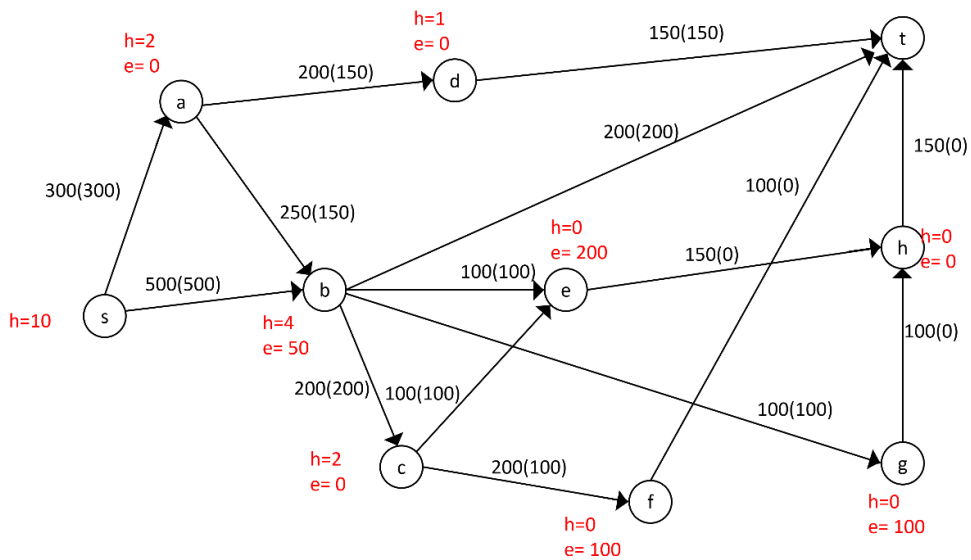
Gambar L.3.4 Relabel b, push dari b ke t, e, c dan g

Iterasi-4: titik b, d, c, e dan g aktif, *Relabel* d setelah itu alirkan 150 liter air dari d ke t.



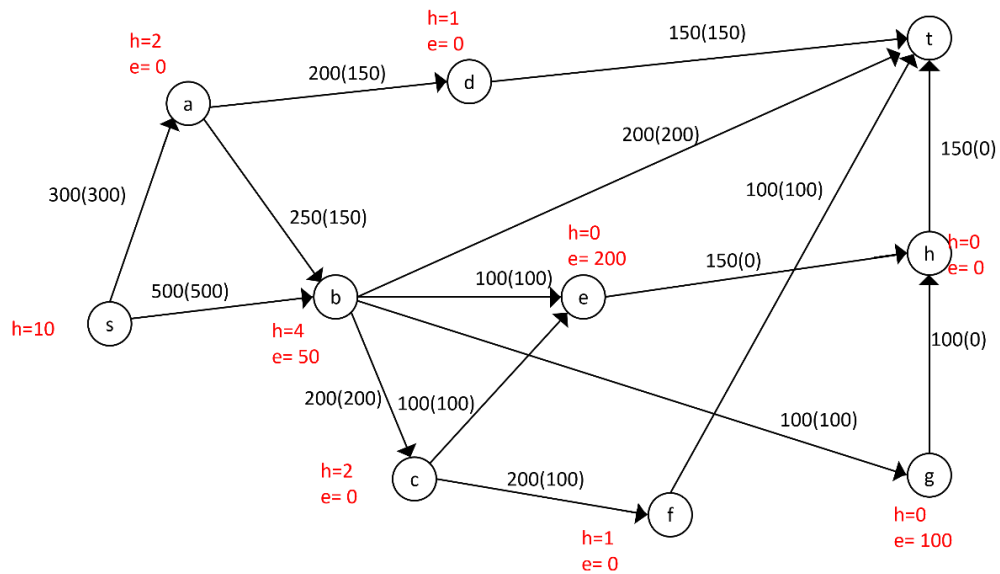
Gambar L.3.5 Relabel d, push dari d ke t

Iterasi-5: titik b, c, e dan g aktif, Relabel c setelah itu alirkan 100 liter air dari c ke e sehingga $e(e) = 200$ liter air, dan alirkan 100 liter air dari c ke f sehingga $e(f) = 100$ liter air.



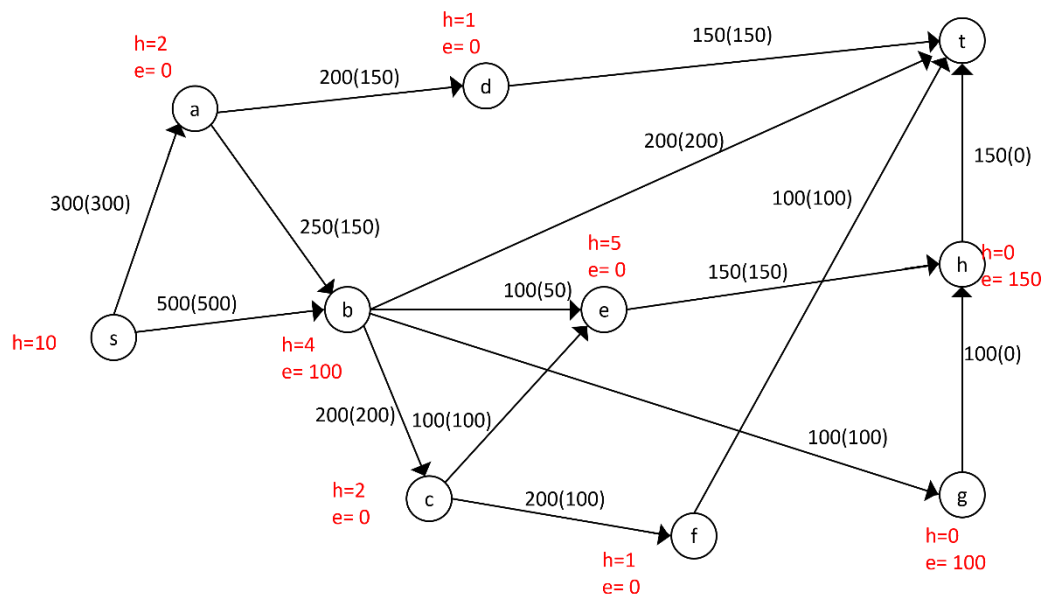
Gambar L.3.6 Relabel c, push dari c ke e dan f

Iterasi-6: titik b, e, f dan g aktif, Relabel f setelah itu alirkan 100 liter air dari f ke t



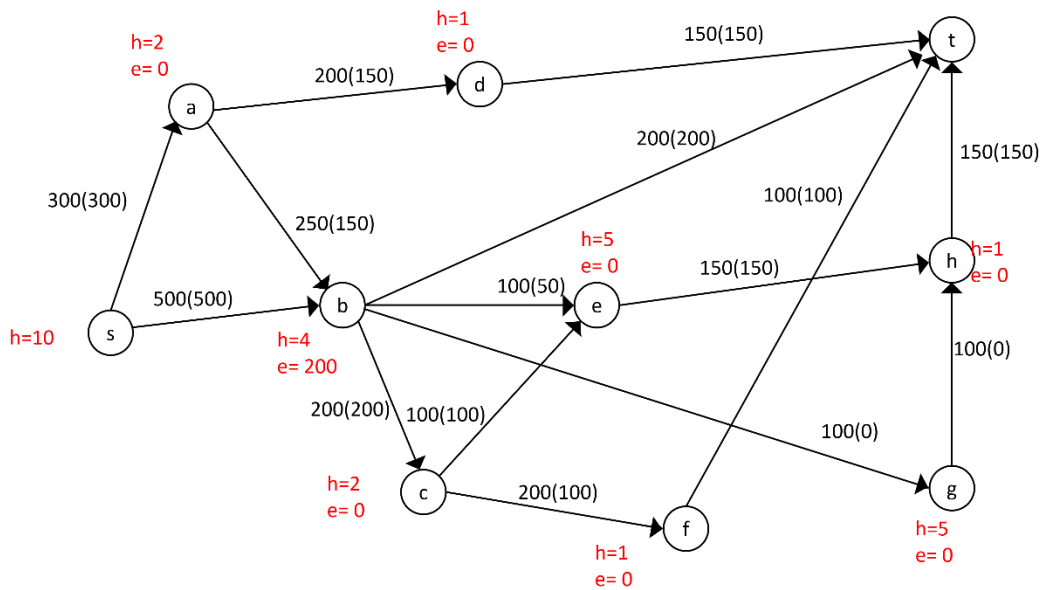
Gambar L.3.7 Relabel f, push dari f ke t

Iterasi-7: titik b, e dan g aktif, *Relabel* e setelah itu alirkan 150 liter air dari e ke h sehingga $e(h) = 150$ liter air, dan alirkan 50 liter air dari e ke b sehingga $e(b) = 100$ liter air .



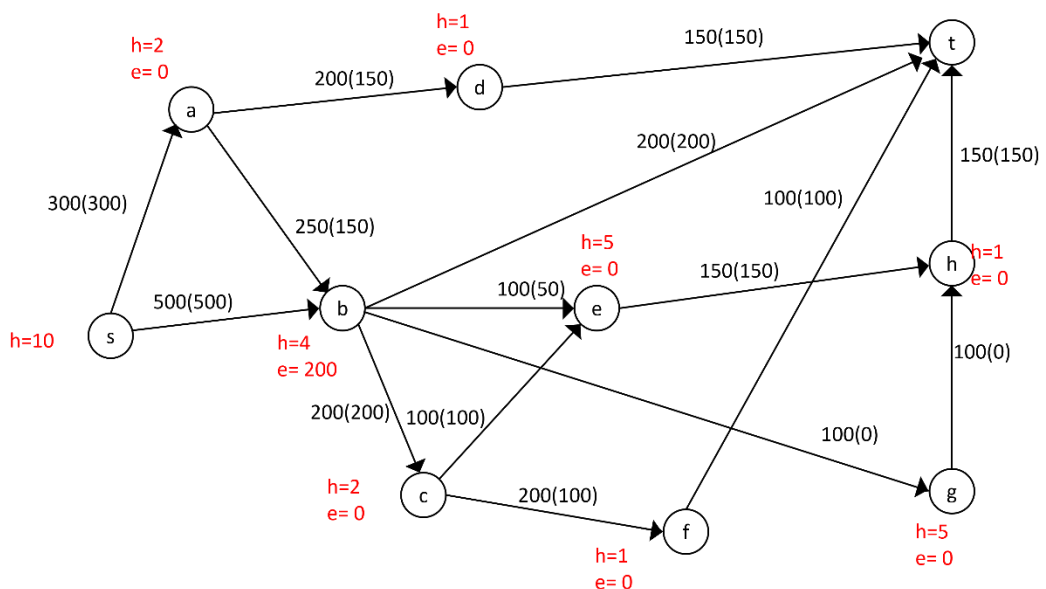
Gambar L.3.8 Relabel e, push dari e ke h dan b

Iterasi-8: titik b, h dan g aktif, *Relabel* h setelah itu alirkan 150 liter air dari h ke t



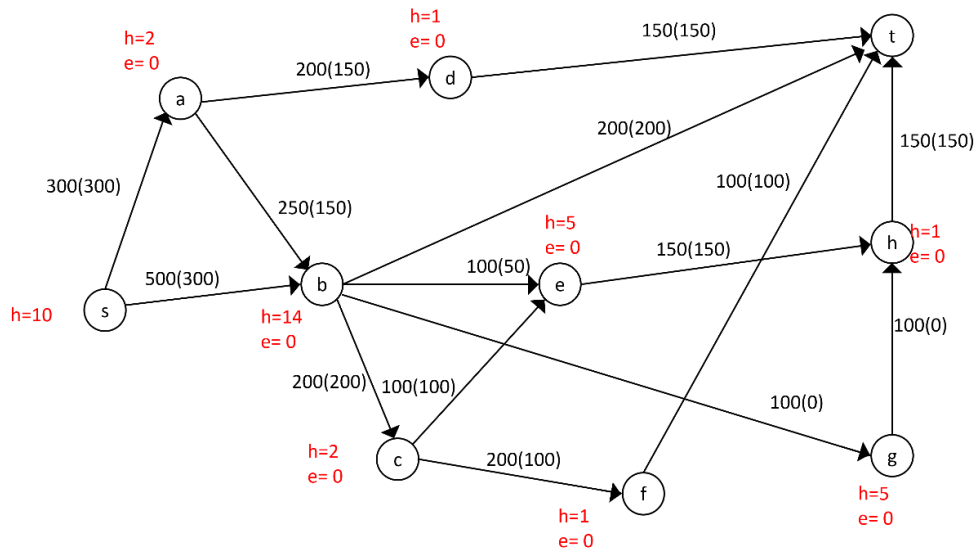
Gambar L.3.9 *Relabel* h, *push* dari h ke t

Iterasi-9: titik b dan g aktif, *Relabel* g setelah itu alirkan 100 liter air dari g ke b sehingga $e(b) = 200$ liter air.



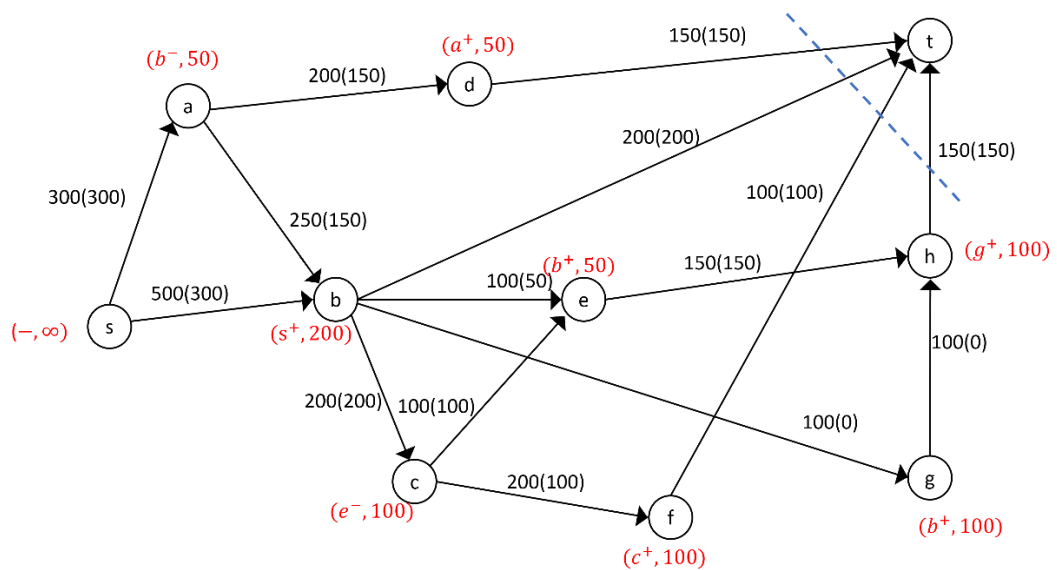
Gambar L.3.10 *Relabel* g, *push* dari g ke b

Iterasi-10: titik b aktif, *Relabel* b setelah itu alirkan 200 liter air dari b ke s



Gambar L.3.11 *Relabel* b, *push* dari b ke s

Iterasi-11: tidak ada lagi titik yang aktif aktif, cari *cut* dan hitung maksimum *flow* dari *network*-nya.



Gambar L.3.12 *Network* hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$\begin{aligned}
 X &= \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \bar{X} = \{t\}, (X, \bar{X}) = \{(b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\} \\
 C(X, \bar{X}) &= C(b, t) + C(d, t) + C(f, t) + C(h, t) \\
 &= 200 + 150 + 100 + 150 = 600
 \end{aligned}$$

Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 600 liter air.

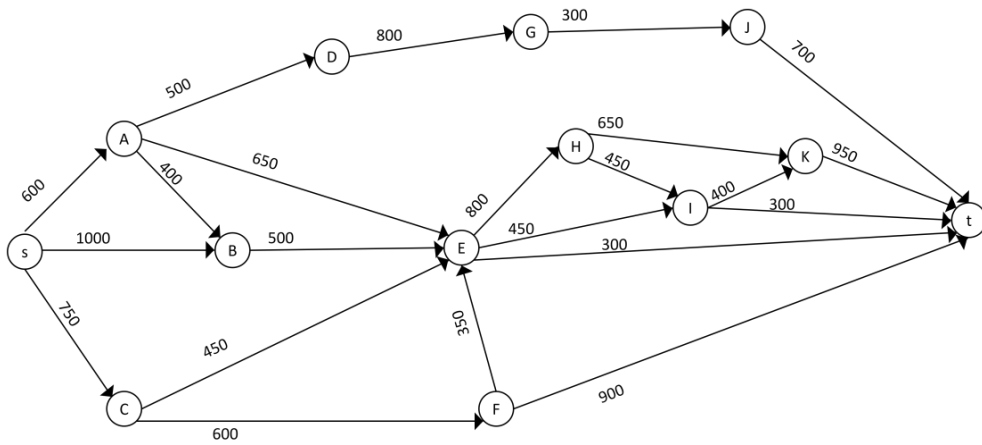
Lampiran 4 Menerapkan Algoritma Ford- Fulkerson pada network untuk $|V| = 13$

Network dengan 13 titik adalah network berupa jaringan listrik dengan gardu induk S akan mengalirkan 1850 Ampere ke Gardu T melewati 11 gardu dengan kapasitas kabel antar gardu berbeda-beda. Kapasitas kabel listrik dapat dilihat pada Tabel berikut.

Tabel L.4.1 Kabel kapasitas

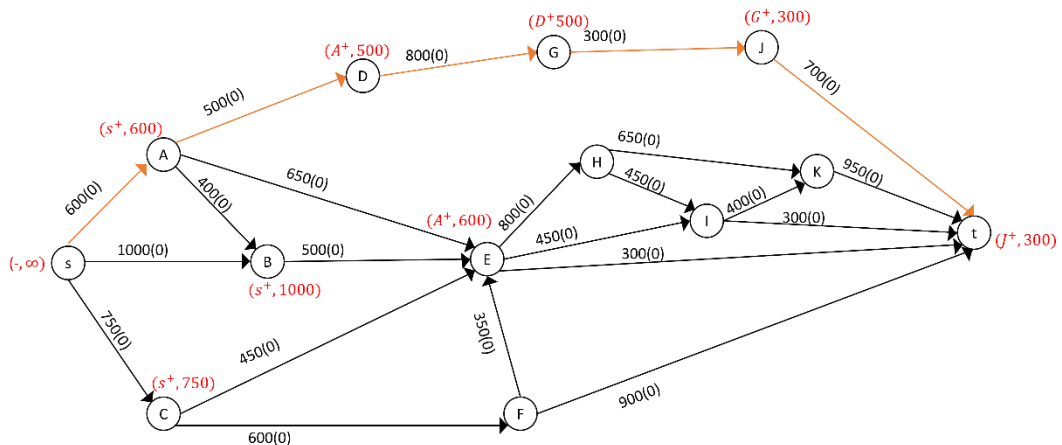
No	Kabel	Kapasitas
1	Gardu S – Gardu A	600 Ampere
2	Gardu S – Gardu B	1000 Ampere
3	Gardu S – Gardu C	750 Ampere
4	Gardu A– Gardu D	500 Ampere
5	Gardu D – Gardu G	800 Ampere
6	Gardu G – Gardu J	300 Ampere
7	Gardu J – Gardu T	700 Ampere
8	Gardu A – Gardu E	650 Ampere
9	Gardu E – Gardu H	800 Ampere
10	Gardu H – Gardu K	650 Ampere
11	Gardu K – Gardu T	950 Ampere
12	Gardu A – Gardu B	400 Ampere
13	Gardu B – Gardu E	500 Ampere
14	Gardu H – Gardu I	450 Ampere
15	Gardu E – Gardu I	450 Ampere
16	Gardu I – Gardu K	400 Ampere
17	Gardu I – Gardu T	300 Ampere
18	Gardu E – Gardu T	300 Ampere
19	Gardu C – Gardu E	450 Ampere
20	Gardu C – Gardu F	600 Ampere
21	Gardu F – Gardu E	350 Ampere
22	Gardu F – Gardu T	900 Ampere

Dari data diperoleh bahwa terdapat 13 titik dan 22 sisi, dengan titik menunjukkan gardu listrik dan sisi menunjukkan kabel yang menghubungkan tiang listrik. Aliran listrik dimulai dari gardu induk S yang kemudian disalurkan menuju 3 gardu listrik yaitu gardu A dengan kapasitas kabel 600, gardu B dengan kapasitas kabel 1000 Ampere dan gardu C dengan kapasitas kabel 750 Ampere. Selanjutnya dari gardu A, gardu B, dan gardu C akan disalurkan aliran listrik ke gardu-gardu yang terhubung sampai akan berakhir di gardu T (Permanasar dan Respitawulan, 2016).



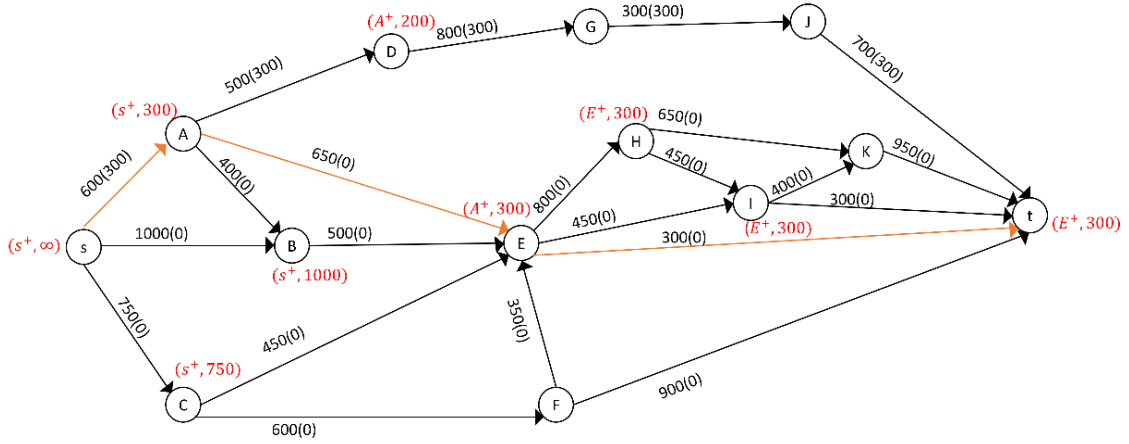
Gambar L.4.1 Network dengan 13 titik

Iterasi-1: inisialisasi flow sebesar nol, lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - A - D - G - J - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 300 Ampere.



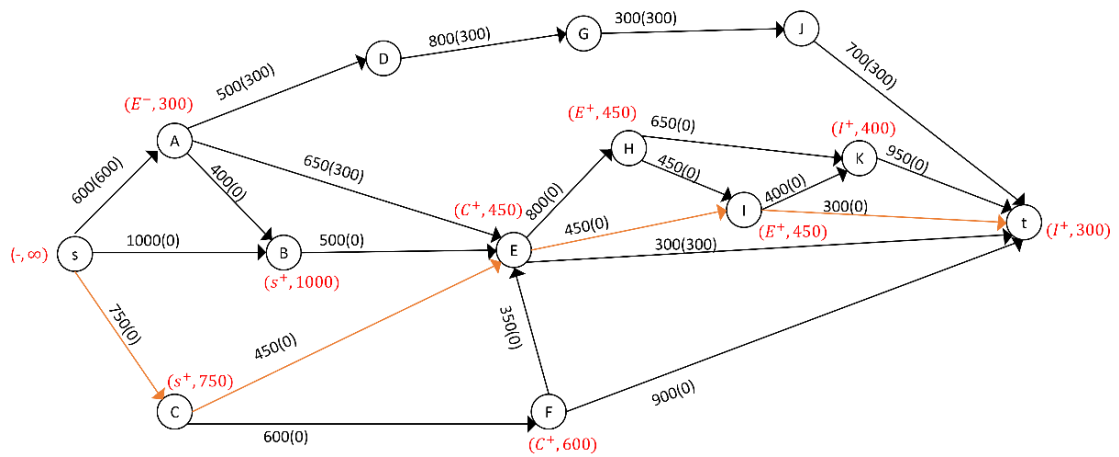
Gambar L.4.2 Pelabelan jalur penambah $s - A - D - G - J - t$

Iterasi-2: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - A - E - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 300 Ampere.



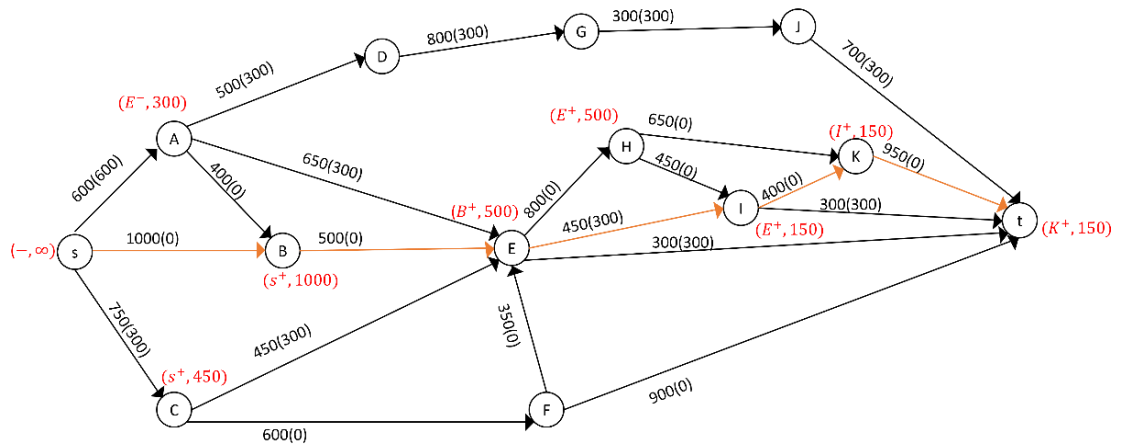
Gambar L.4.3 Pelabelan jalur penambah $s - A - E - t$

Iterasi-3: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - C - E - I - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 300 Ampere.



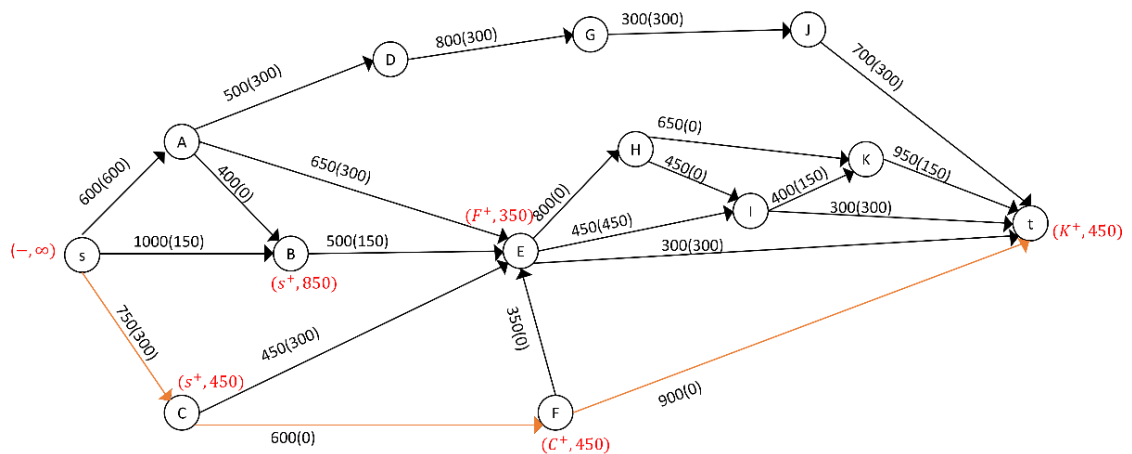
Gambar L.4.4 Pelabelan jalur penambah $s - C - E - I - t$

Iterasi-4: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - B - E - I - K - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 150 Ampere .



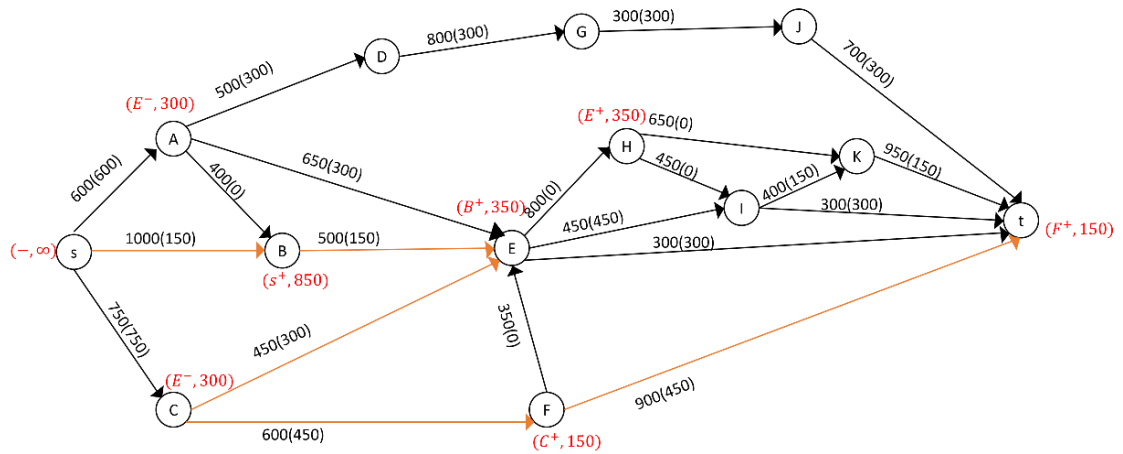
Gambar L.4.5 Pelabelan jalur penambah $s - B - E - I - K - t$

Iterasi-5: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - C - F - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 450 Ampere.



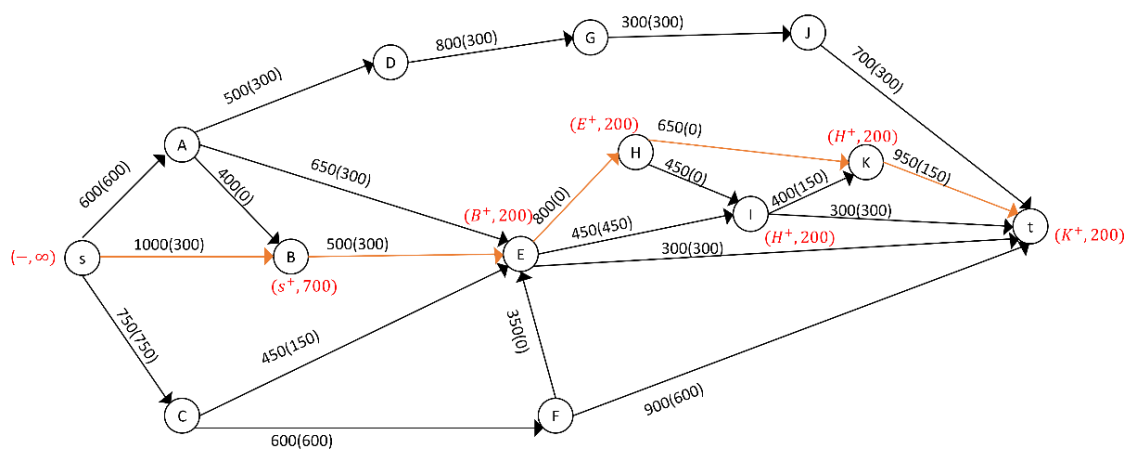
Gambar L.4.6 Pelabelan jalur penambah $s - C - F - t$

Iterasi-6: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - B - E - C - F - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 150 Ampere.



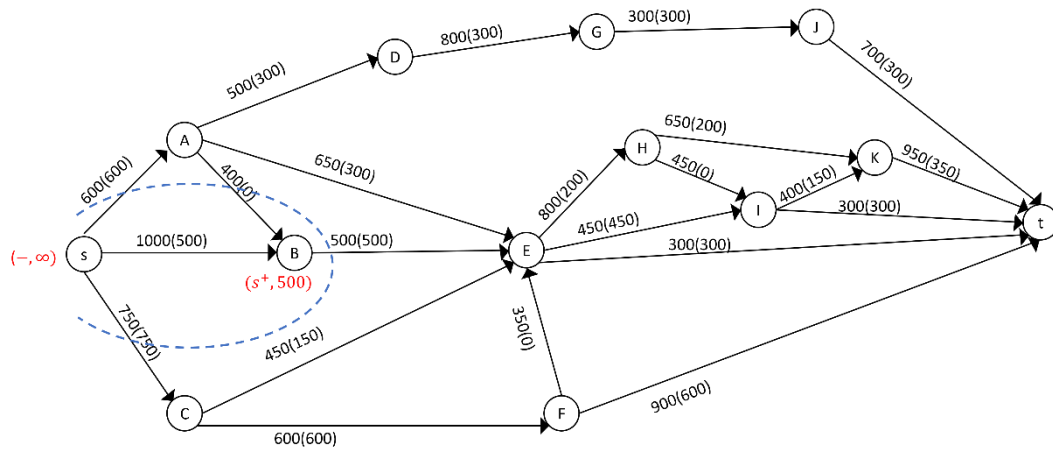
Gambar L.4.7 Pelabelan jalur penambah $s - B - E - C - F - t$

Iterasi-7: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - B - E - H - K - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 200 Ampere.



Gambar L.4.8 Pelabelan jalur penambah $s - B - E - H - K - t$

Iterasi-8: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, karena tidak terdapat jalur penambah maka *flow* maksimum. Hitung maksimum *flow*-nya.



Gambar L.4.9 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

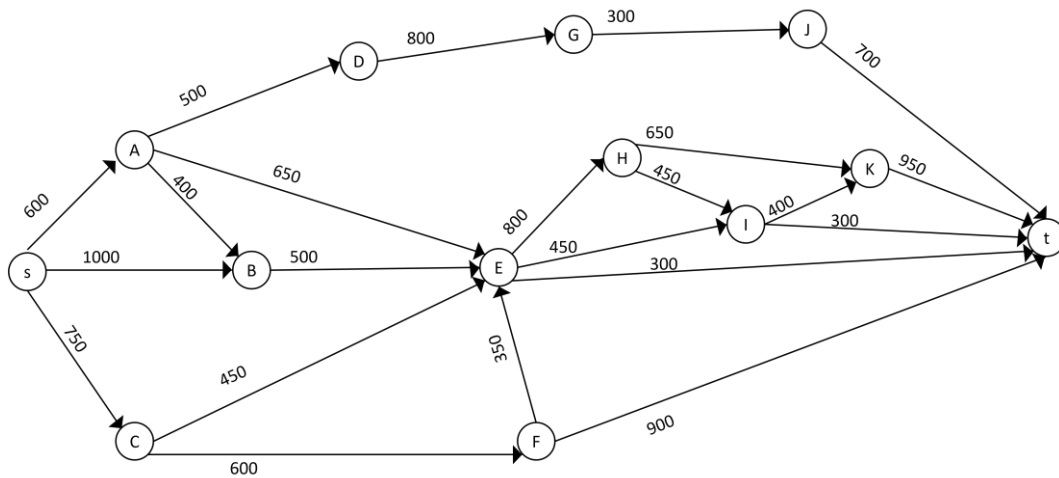
$$X = \{s, B\}, \bar{X} = \{A, C, D, E, F, G, H, I, J, K, t\}, (X, \bar{X}) = \{(s, A), (s, C), (B, E), \}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(s, A) + C(s, C) + C(B, E)$$

$$= 600 + 750 + 500 = 1850$$

Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 1850 Ampere.

Lampiran 5 Menerapkan Algoritma Edmonds-Karp pada network untuk $|V| = 13$



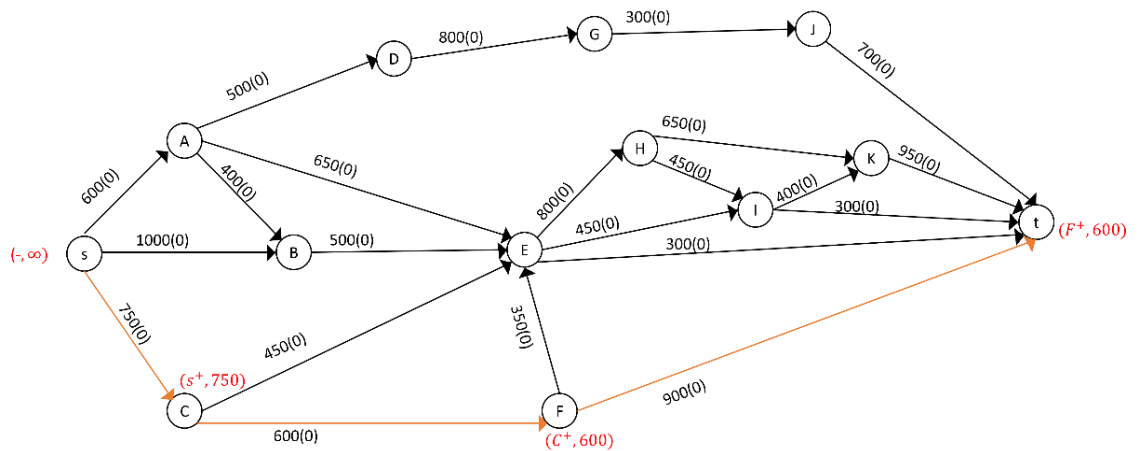
Gambar L.5.1 Network dengan 13 titik

Iterasi-1: inialisasi flow sebesar nol, selanjutnya cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.5.1. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.5.1 Pencarian jalur penambah network 13 titik dengan BFS iterasi 1

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	A B C	A – s B – s C – s	s A B C
A	D E	D – A E – A	s A B C D E F
B	E	E – B	
C	F, E	F – C E – C	
D	G	G – D	s A B C D E F G t
E	H, I, t	t – E	
F	t	t – F	
Jalur penambah $s - C - F - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - C - F - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 300 Ampere.



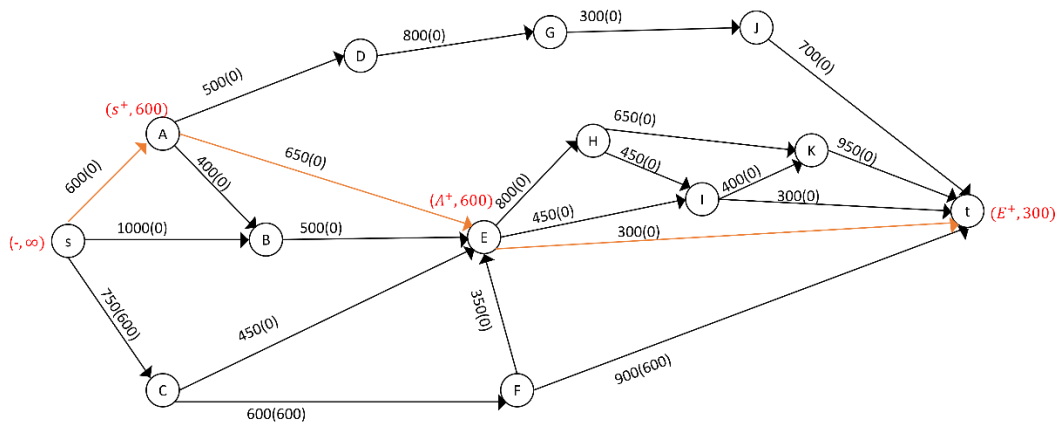
Gambar L.5.2 pelabelan jalur penambah $s - C - F - t$

Iterasi-2: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.5.2. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.5.2 Pencarian jalur penambah *network* 13 titik dengan BFS iterasi 2

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>A B C</i>	<i>A - s</i> <i>B - s</i> <i>C - s</i>	<i>s A B C</i>
<i>A</i> <i>B</i> <i>C</i>	<i>D E</i> <i>E</i> <i>E</i>	<i>D - A</i> <i>E - A</i> <i>E - B</i> <i>E - C</i>	<i>s A B C D E</i>
<i>D</i> <i>E</i>	<i>G</i> <i>H, I, t</i>	<i>G - D</i> <i>H - E</i> <i>I - E</i> <i>t - E</i>	<i>s A B C D E G H I t</i>
Jalur penambah $s - A - E - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - A - E - t$
 Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 600 Ampere.



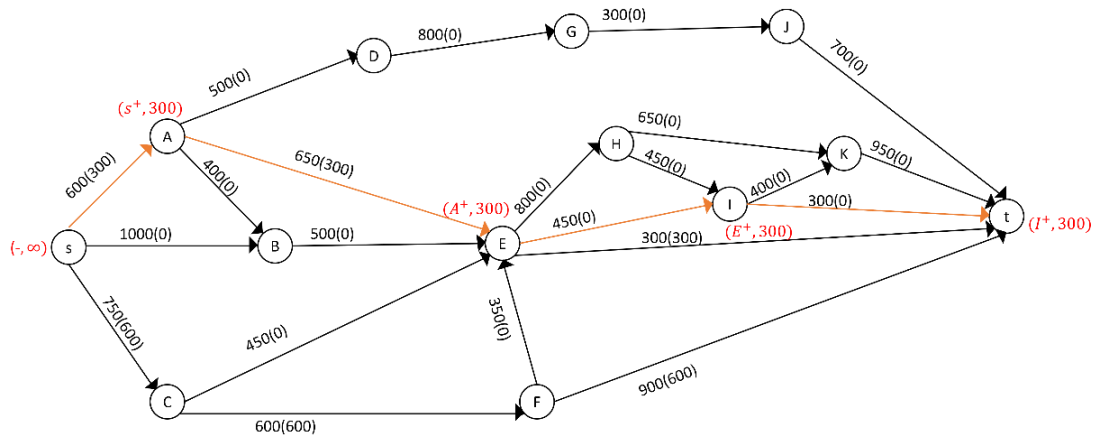
Gambar L.5.3 Pelabelan jalur penambah $s - A - E - t$

Iterasi-3: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.5.3. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.5.3 Pencarian jalur penambah *network* 13 titik dengan BFS iterasi 3

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>A B C</i>	<i>A - s</i> <i>B - s</i> <i>C - s</i>	<i>s A B C</i>
<i>A</i> <i>B</i> <i>C</i>	<i>D E</i> <i>E</i> <i>E</i>	<i>D - A</i> <i>E - A</i> <i>E - B</i> <i>E - C</i>	<i>s A B C D E</i>
<i>D</i> <i>E</i>	<i>G</i> <i>H, I</i>	<i>G - D</i> <i>H - E</i> <i>I - E</i>	<i>s A B C D E G H I</i>
<i>G</i> <i>H</i> <i>I</i>	<i>J</i> <i>K</i> <i>K, t</i>	<i>J - G</i> <i>K - H</i> <i>K - I</i> <i>t - I</i>	<i>s A B C D E G H I J K t</i>
Jalur penambah $s - A - E - I - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - A - E - I - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 300 Ampere .



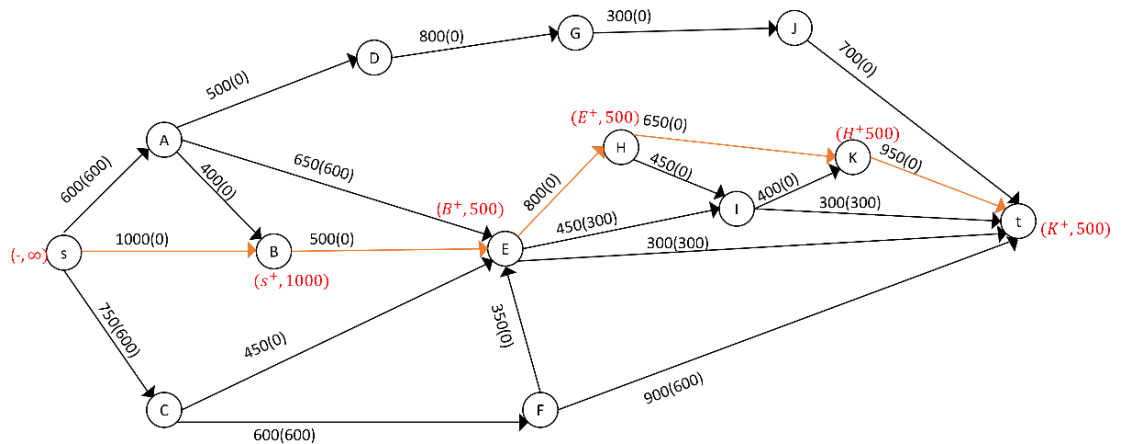
Gambar L.5.4 Pelabelan jalur penambah $s - A - E - I - t$

Iterasi-4: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L5.4. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.5.4 Pencarian jalur penambah *network* 13 titik dengan BFS iterasi 4

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	<i>B C</i>	<i>B - s</i> <i>C - s</i>	<i>s B C</i>
<i>B</i>	<i>E</i>	<i>E - B</i>	<i>s B C E</i>
<i>C</i>	<i>E</i>	<i>E - C</i>	
<i>E</i>	<i>H, I, A</i>	<i>H - E</i> <i>I - E</i> <i>A - E</i>	<i>s B C E H I A</i>
<i>H</i>	<i>K</i>	<i>K - H</i>	<i>s B C E H I A K D</i>
<i>I</i>	<i>K</i>	<i>K - I</i>	
<i>A</i>	<i>D</i>	<i>D - A</i>	
<i>K</i>	<i>t</i>	<i>t - K</i>	<i>s B C E H I A K D G t</i>
<i>D</i>	<i>G</i>	<i>G - D</i>	
Jalur penambah $s - B - E - H - K - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - B - E - H - K - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 500 Ampere.



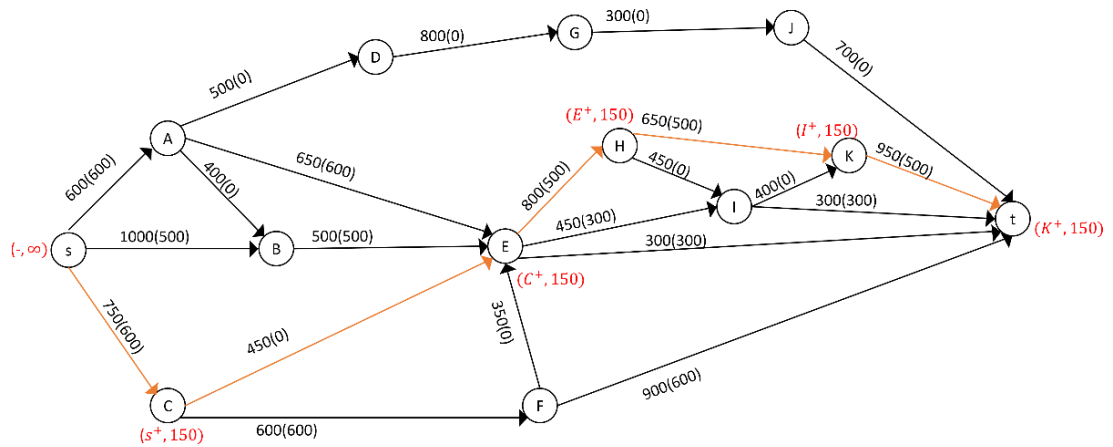
Gambar L.5.5 Pelabelan jalur penambah $s - B - E - H - K - t$

Iterasi-5 cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.5.5. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.5.5 Pencarian jalur penambah *network* 13 titik dengan BFS iterasi 5

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	$B C$	$B - s$ $C - s$	$s B C$
C	E	$E - C$	$s B C E$
E	H, I, A	$H - E$ $I - E$ $A - E$	$s B C E H I A$
H	K	$K - H$	$s B C E H I A K D$
I	K	$K - I$	
A	D	$D - A$	
K	t	$t - K$	$s B C E H I A K D G t$
D	G	$G - D$	
Jalur penambah $s - C - E - H - K - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - C - E - H - K - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 150 Ampere.

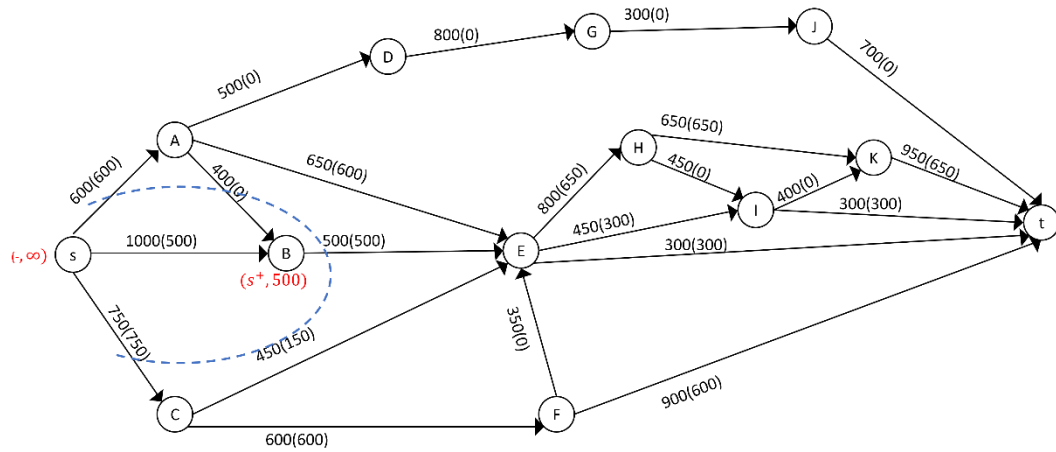


Gambar L.5.6 Pelabelan jalur penambah $s - C - E - H - K - t$

Iterasi-6: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel. Karena tidak terdapat jalur penambah maka *flow* maksimum.

Tabel L.5.6 Pencarian jalur penambah *network* 13 titik dengan BFS iterasi 6

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	B	B - s	s B
Tidak ada Jalur penambah			



Gambar L.5.7 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

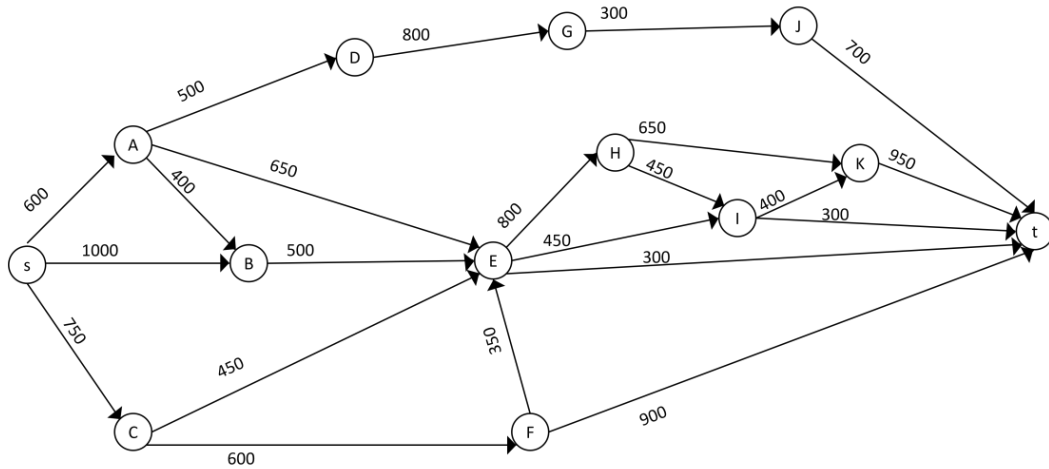
$$X = \{s, B\}, \bar{X} = \{A, C, D, E, F, G, H, I, J, K, t\}, (X, \bar{X}) = \{(s, A), (s, C), (B, E), \}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(s, A) + C(s, C) + C(B, E)$$

$$= 600 + 750 + 500 = 1850$$

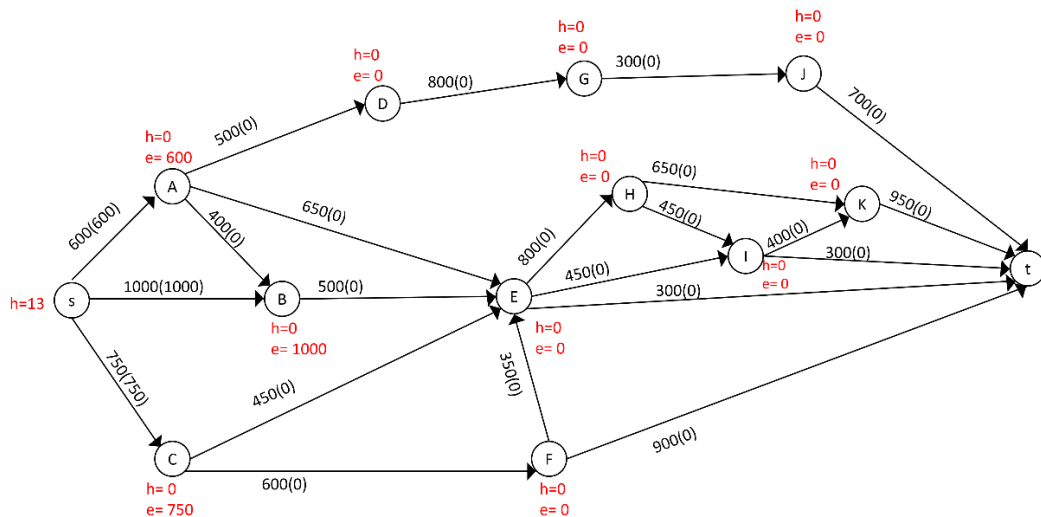
Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 1850 Ampere.

Lampiran 6 Menerapkan Algoritma Push-Relabel pada network untuk $|V| = 13$



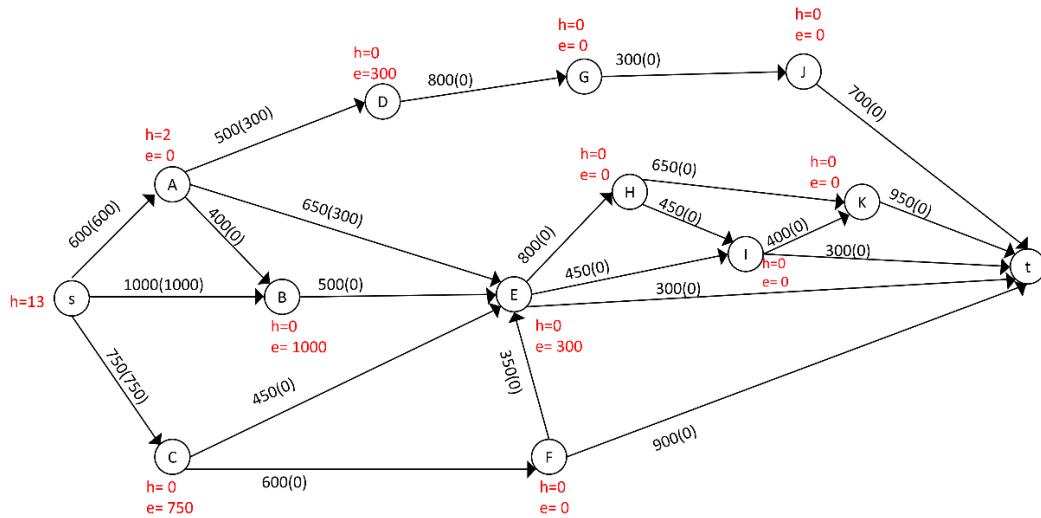
Gambar L.6.1 Network dengan 13 titik

Iterasi-1: inialisasi flow sebesar nol, berikan label fungsi ketinggian (h) dan kelebihan (e) pada setiap titik. Untuk titik s nilai h adalah total semua titik pada network. Selanjutnya alirkan arus listrik sebesar 600 Ampere dari s ke A sehingga $e(A) = 600$ Ampere, alirkan arus listrik sebesar 750 Ampere dari s ke C sehingga $e(C) = 750$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 1000 Ampere dari s ke B sehingga $e(B) = 1000$ Ampere.



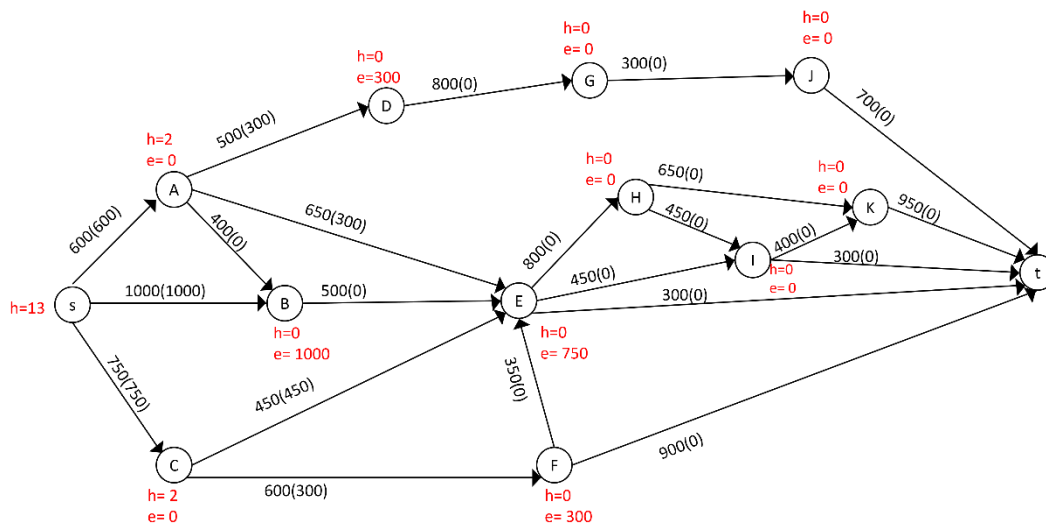
Gambar L.6.2 Push dari s ke A , B , dan C

Iterasi-2: titik $A, B,$ dan C aktif, *Relabel A*. Alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari A ke D sehingga $e(D) = 300$ Ampere, dan alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari A ke E sehingga $e(E) = 300$ Ampere.



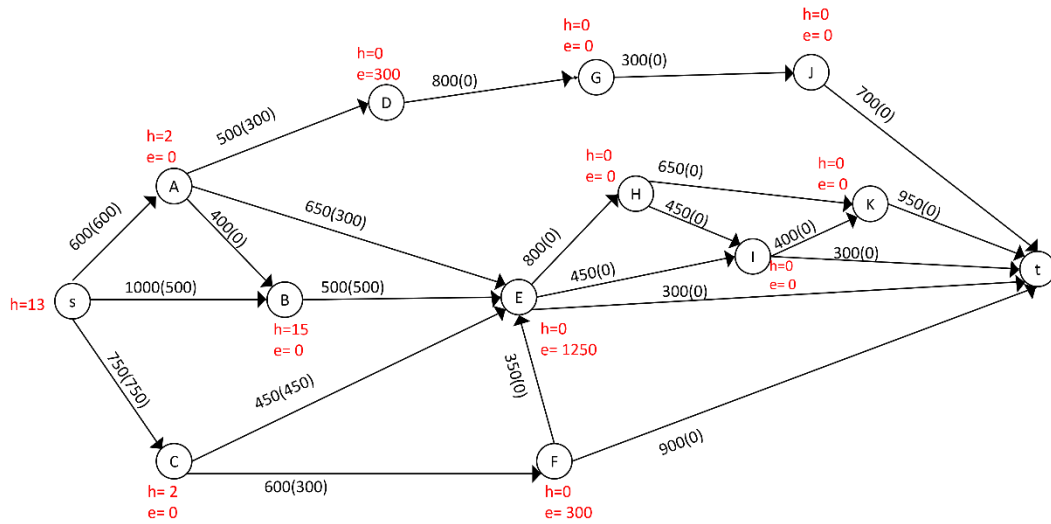
Gambar L.6.3 *Relabel C, push dari C ke D dan E*

Iterasi-3: titik B, C, D dan E aktif, *Relabel C*. Alirkan arus listrik sebesar 450 Ampere dari C ke E sehingga $e(E) = 750$ Ampere, dan alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari C ke F sehingga $e(F) = 300$ Ampere.



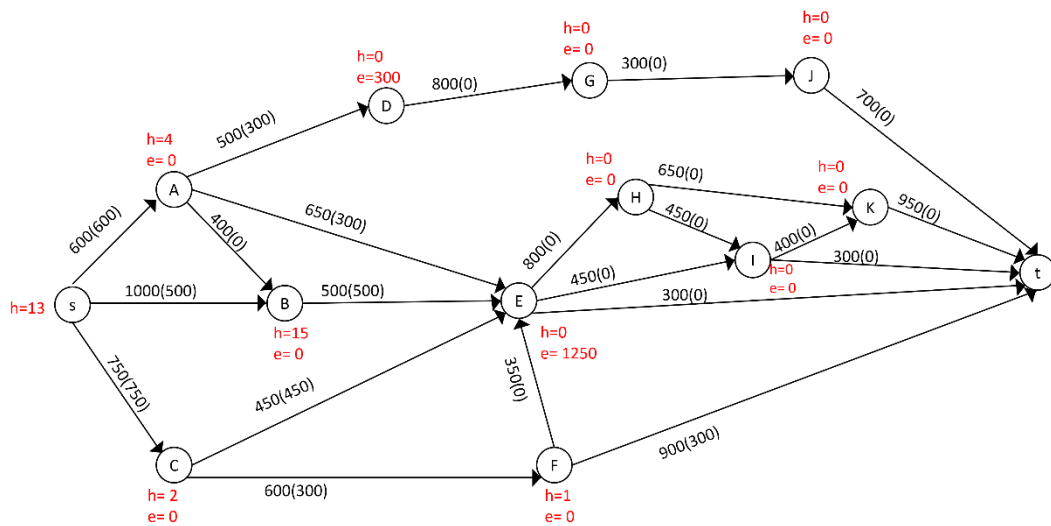
Gambar L.6.4 *Relabel C, push dari C ke F dan E*

Iterasi-4: titik B, D, E dan F aktif, *Relabel B*. Alirkan arus listrik sebesar 500 Ampere dari B ke E sehingga $e(E) = 1250$ Ampere, dan alirkan arus listrik sebesar 500 Ampere dari B ke s sehingga $e(B) = 0$.



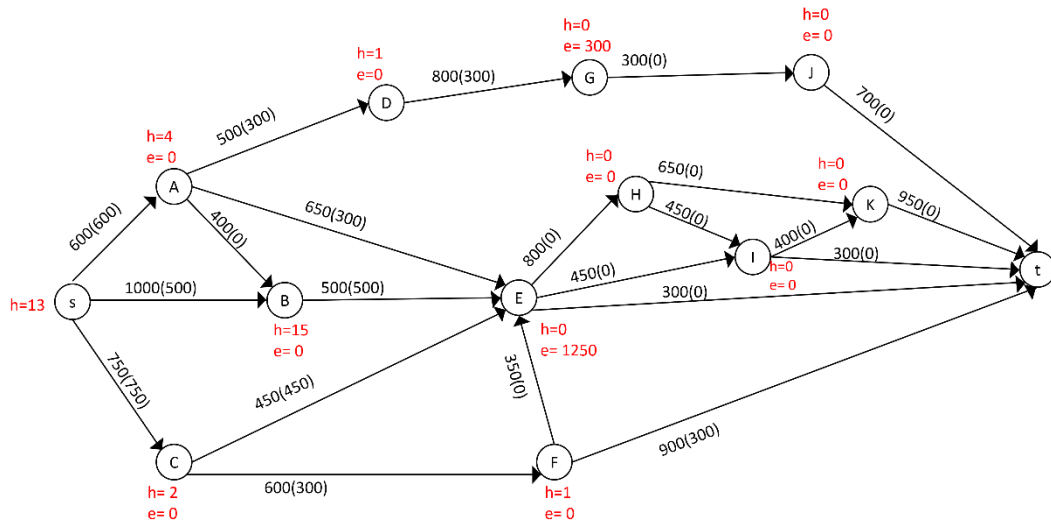
Gambar L.6.5 *Relabel B, push* dari B ke E dan s

Iterasi-5: titik D, E dan F aktif, *Relabel F*. Alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari F ke t sehingga $e(F) = 0$.



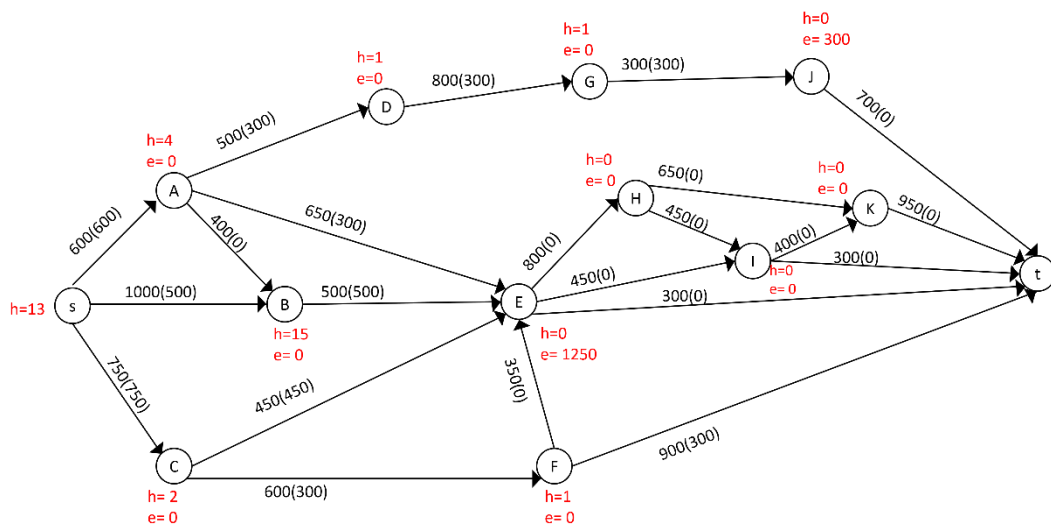
Gambar L.6.6 *Relabel F, push* dari F ke t

Iterasi-6: titik D dan E aktif, *Relabel D*. Alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari D ke G sehingga $e(G) = 300$ Ampere .



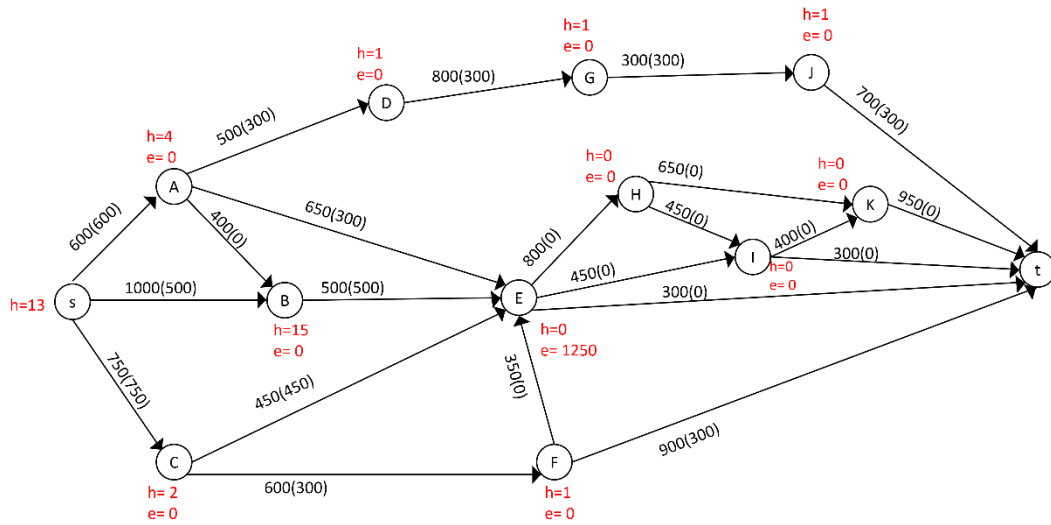
Gambar L.6.7 Relabel D, push dari D ke G

Iterasi-7: titik G dan E aktif, Relabel G. Alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari G ke J sehingga $e(J) = 300$ Ampere.



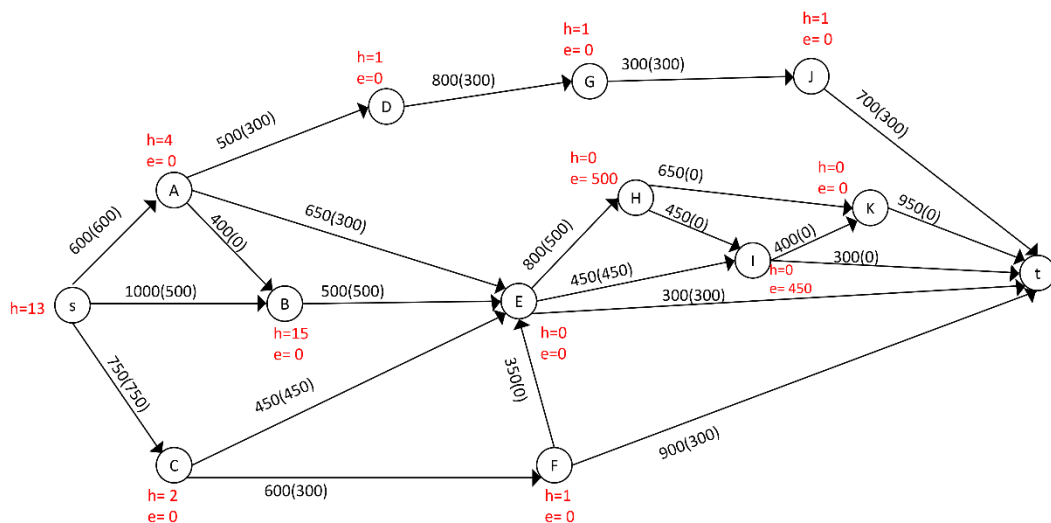
Gambar L.6.8 Relabel G, push dari G ke J

Iterasi-8: titik J dan E aktif, Relabel J. Alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari J ke t sehingga $e(J) = 0$.



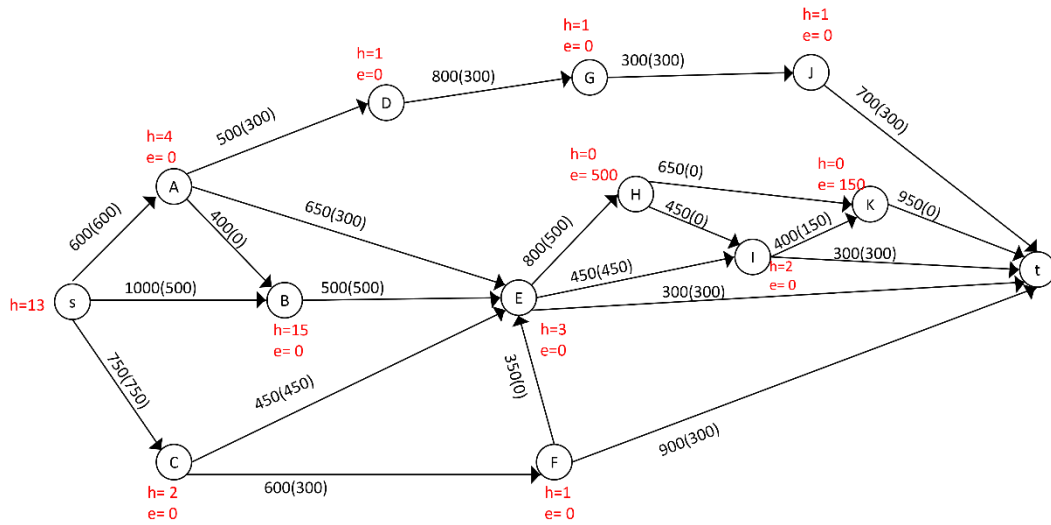
Gambar L.6.9 Relabel J, push dari J ke t

Iterasi-9: titik E aktif, Relabel E. Alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari E ke t, alirkan arus listrik sebesar 450 Ampere dari E ke I sehingga $e(I) = 450$ Ampere, dan alirkan arus listrik sebesar 500 Ampere dari E ke H sehingga $e(H) = 500$ Ampere.



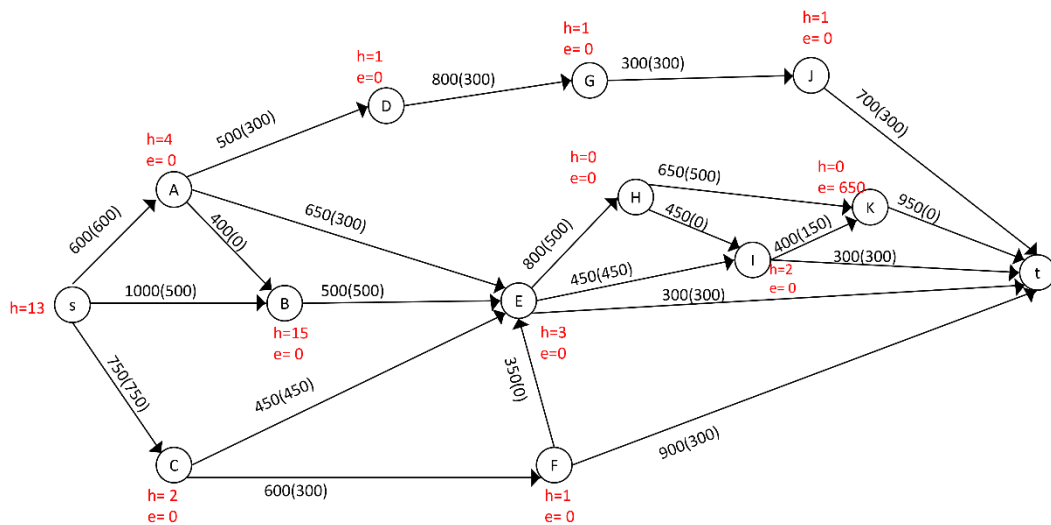
Gambar L.6.10 Relabel E, push dari E ke t, I dan H

Iterasi-10: titik I dan H aktif, Relabel I. Alirkan arus listrik sebesar 300 Ampere dari I ke t, dan alirkan arus listrik sebesar 150 Ampere dari I ke K sehingga $e(K) = 150$ Ampere.



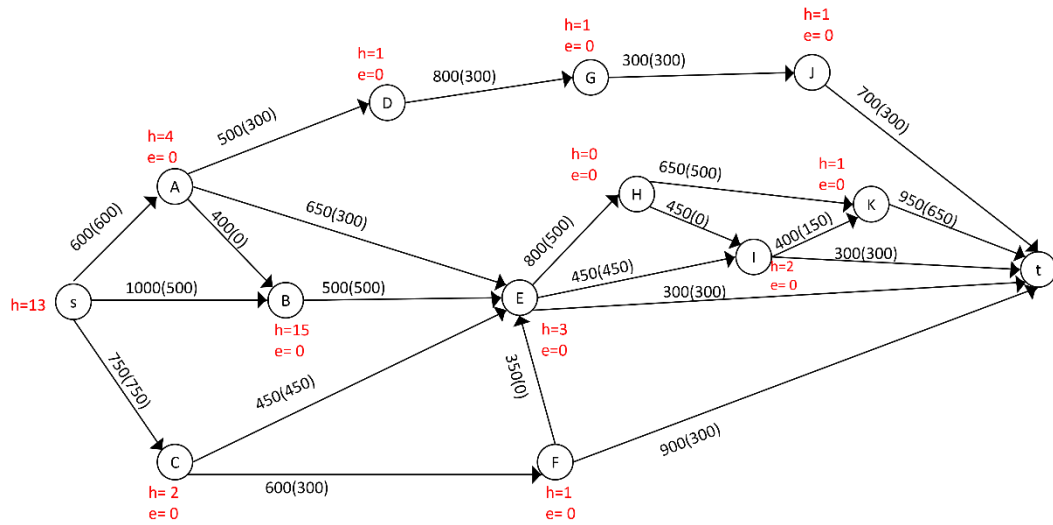
Gambar L.6.11 Relabel I, push dari I ke t dan K

Iterasi-11: titik H dan K aktif, Relabel H . Alirkan arus listrik sebesar 500 Ampere dari H ke K , sehingga $e(K) = 650$ Ampere.



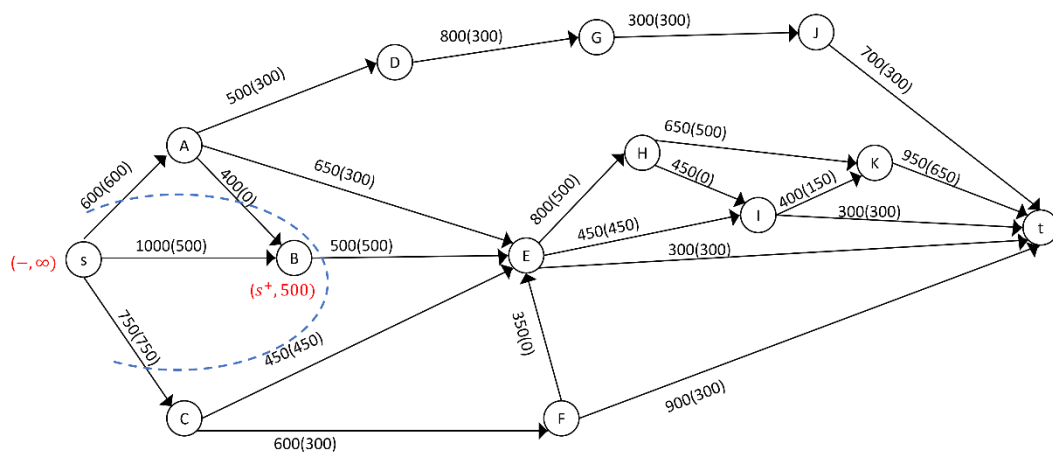
Gambar L.6.12 Relabel H, push dari H ke K

Iterasi-12: titik K aktif, Relabel K . Alirkan arus listrik sebesar 650 Ampere dari K ke t , sehingga $e(K) = 0$.



Gambar L.6.13 Relabel K, push dari K ke t

Iterasi-13: tidak ada lagi titik yang aktif, tentukan *cut* dan hitung *flow* maksimum *network* tersebut.



Gambar L.6.14 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$X = \{s, B\}, \bar{X} = \{A, C, D, E, F, G, H, I, J, K, t\}, (X, \bar{X}) = \{(s, A), (s, C), (B, E)\},$$

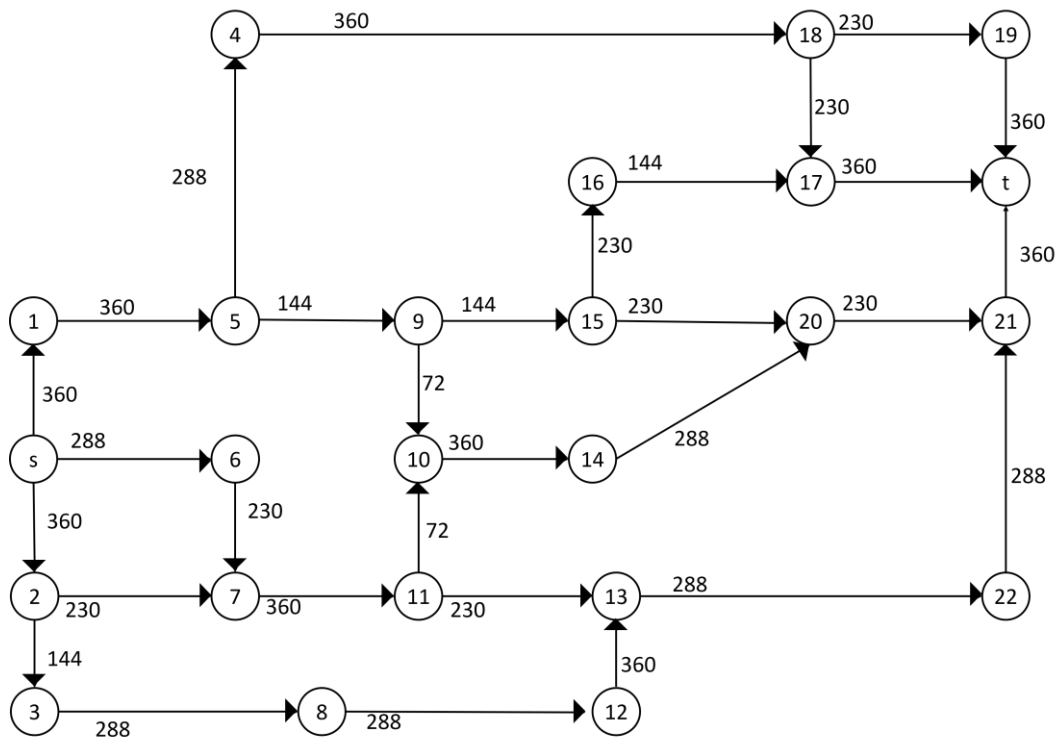
$$C(X, \bar{X}) = C(s, A) + C(s, C) + C(B, E)$$

$$= 600 + 750 + 500 = 1850$$

Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 1850 Ampere.

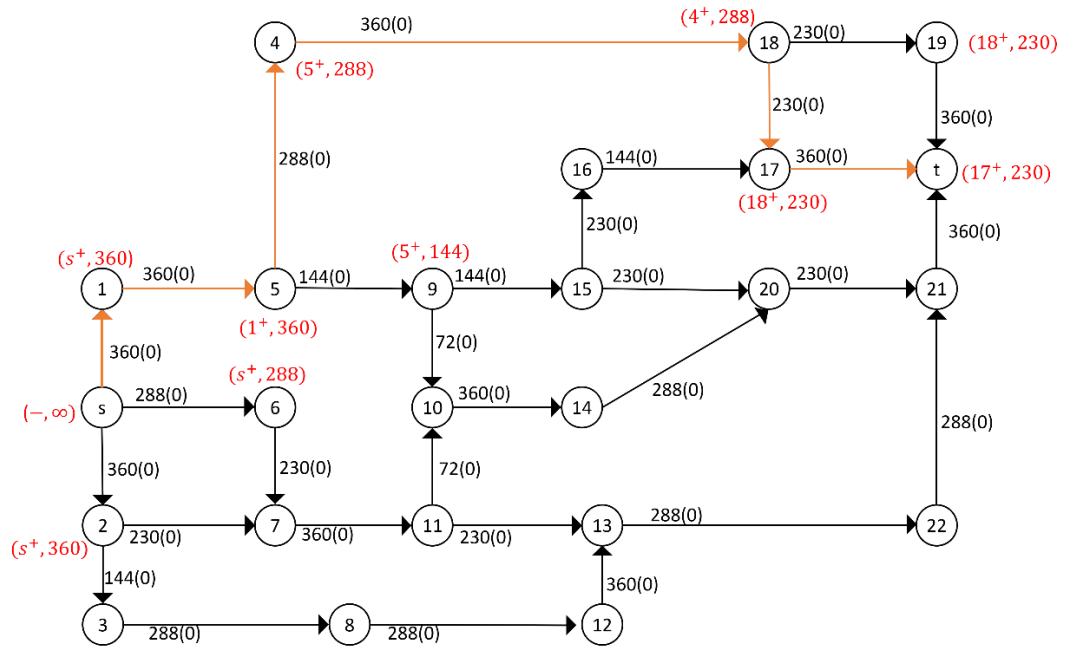
Lampiran 7 Menerapkan Algoritma Ford- Fulkerson pada network untuk $|V| = 24$

Network dengan 24 titik adalah network berupa jaringan listrik dengan gardu induk s yang akan mengalirkan arus listrik ke 23 gardu lainnya dan berakhir di gardu t dengan kapasitas kabel antar gardu berbeda-beda. Kapasitas kabel listrik dapat dilihat pada Gambar 1.58. Aliran listrik dimulai dari gardu induk s yang kemudian disalurkan menuju 3 gardu listrik yaitu gardu 1 dengan kapasitas kabel 360 Ampere, gardu 2 dengan kapasitas kabel 360 Ampere dan gardu 6 dengan kapasitas kabel 288 Ampere. Selanjutnya dari gardu 1, 2 dan 6 akan mengalirkan arus listrik ke gardu yang terhubung sampai berakhir di gardu t (Bagaskara, 2021).



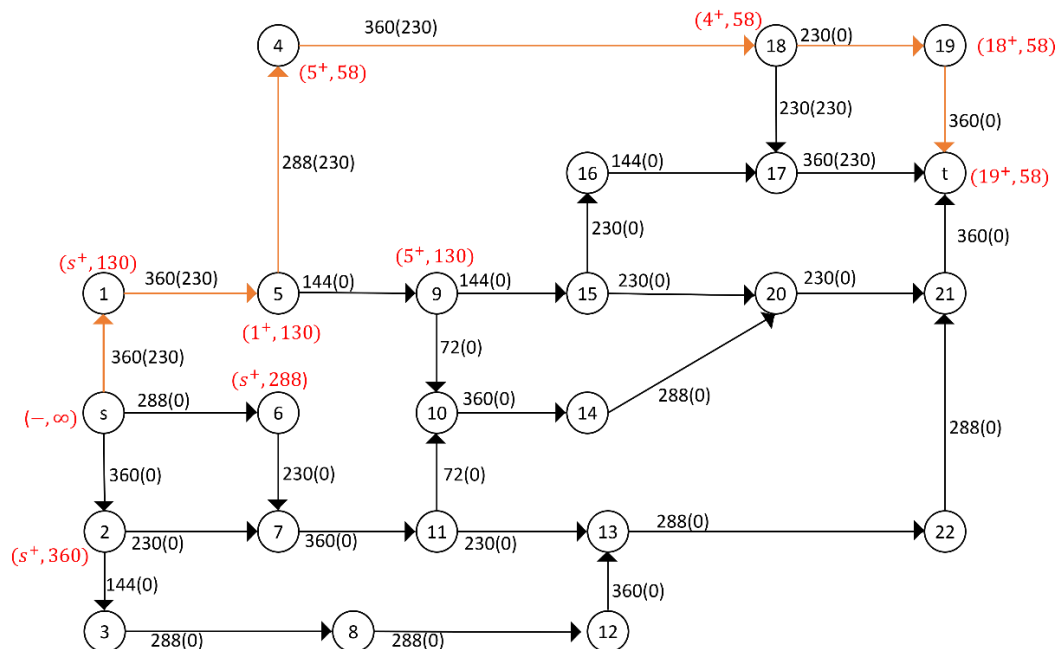
Gambar L.7.1 Network dengan 24 titik

Iterasi-1: inisialisasi flow sebesar nol, lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 17 - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 230 Ampere.



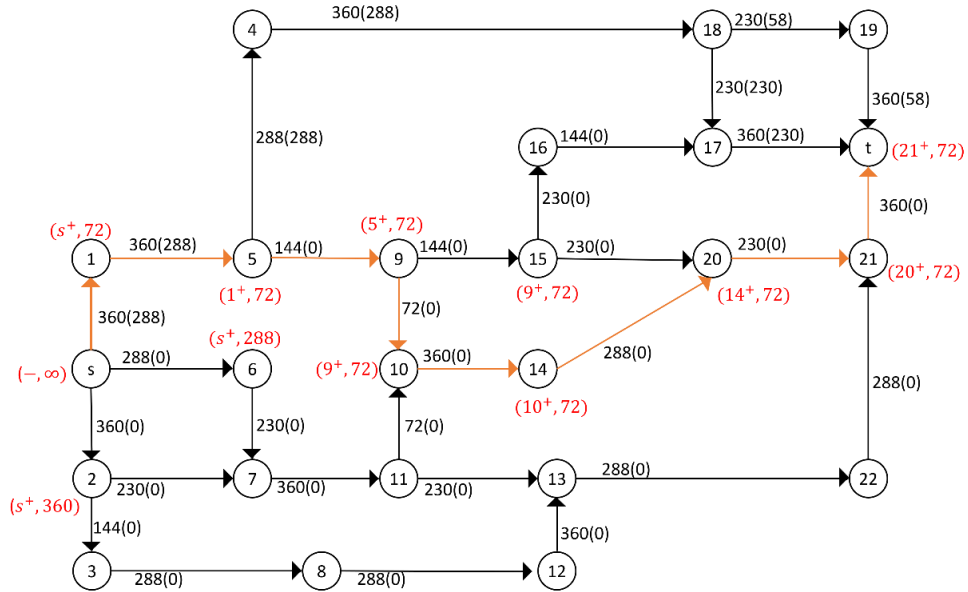
Gambar L.7.2 Pelabelan jalur penambah $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 17 - t$

Iterasi-2: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 19 - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 58 Ampere.



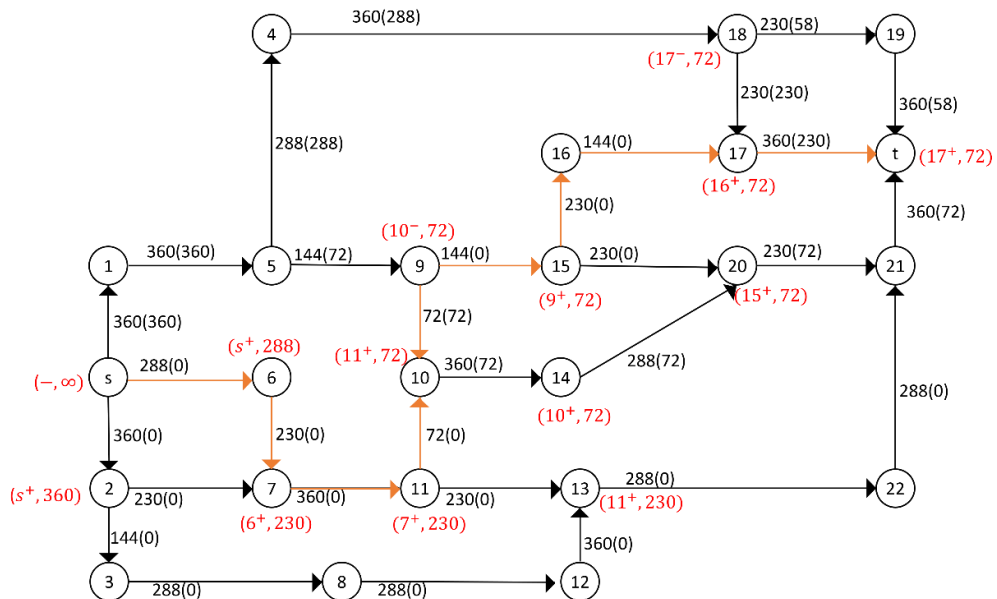
Gambar L.7.3 Pelabelan jalur penambah $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 19 - t$

Iterasi-3: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - 1 - 5 - 9 - 10 - 14 - 20 - 21 - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 72 Ampere.



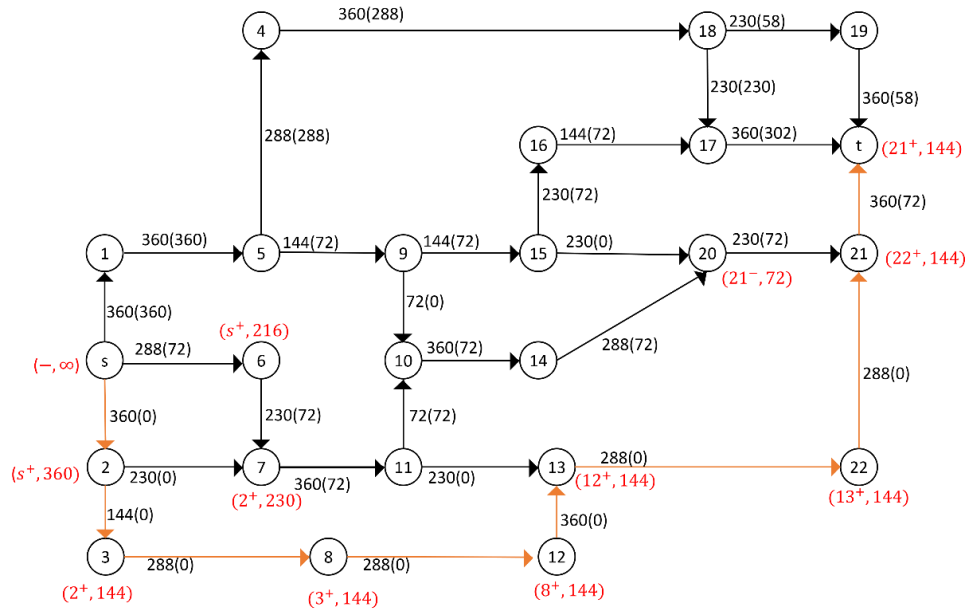
Gambar L.7.4 Pelabelan jalur penambah $s - 1 - 5 - 9 - 10 - 14 - 20 - 21 - t$

Iterasi-4: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - 6 - 7 - 11 - 10 - 9 - 15 - 16 - 17 - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 72 Ampere .



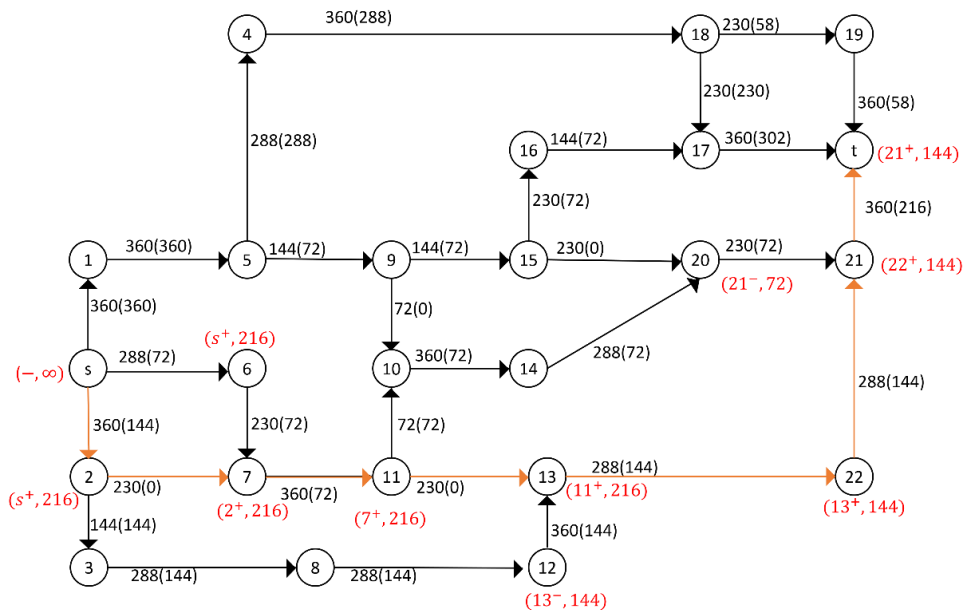
Gambar L.7.5 Pelabelan jalur penambah $s - 6 - 7 - 11 - 10 - 9 - 15 - 16 - 17 - t$

Iterasi-5: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - 2 - 3 - 8 - 12 - 13 - 22 - 21 - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 144 Ampere.



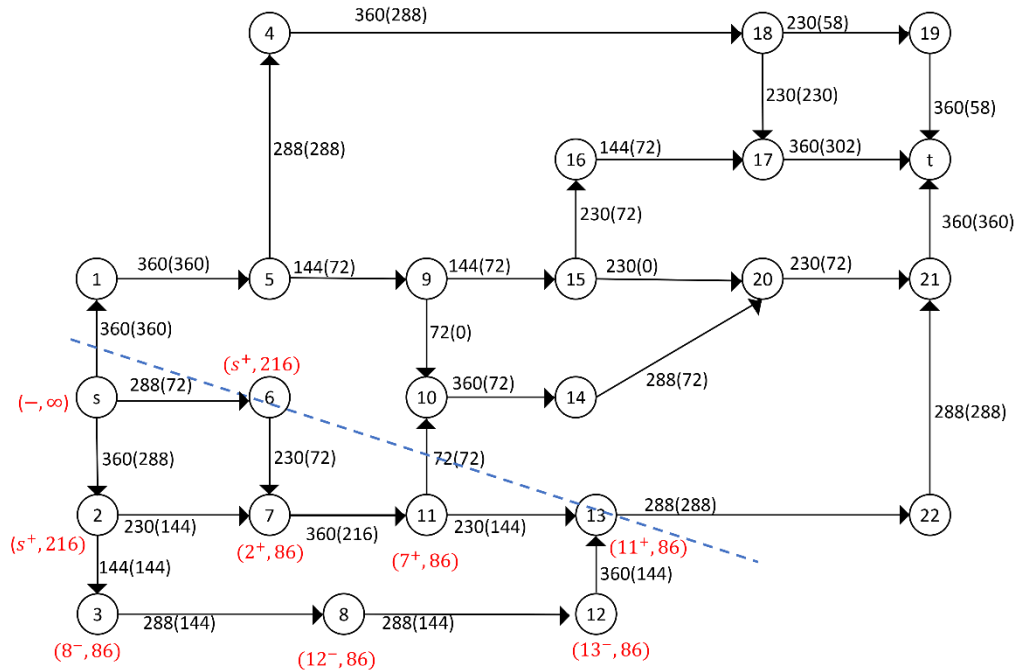
Gambar L.7.6 Pelabelan jalur penambah $s - 2 - 8 - 12 - 13 - 22 - 21 - t$

Iterasi-6: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu $s - 2 - 7 - 11 - 13 - 22 - 21 - t$. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 144 Ampere.



Gambar L.7.7 Pelabelan jalur penambah $s - 2 - 7 - 11 - 13 - 22 - 21 - t$

Iterasi-7: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, karena tidak terdapat jalur penambah maka *flow* maksimum. Hitung maksimum *flow*-nya.



Gambar L.7.8 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$X = \{s, 2, 3, 6, 7, 8, 11, 12, 13\}$$

$$\bar{X} = \{1, 5, 4, 9, 19, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, t\},$$

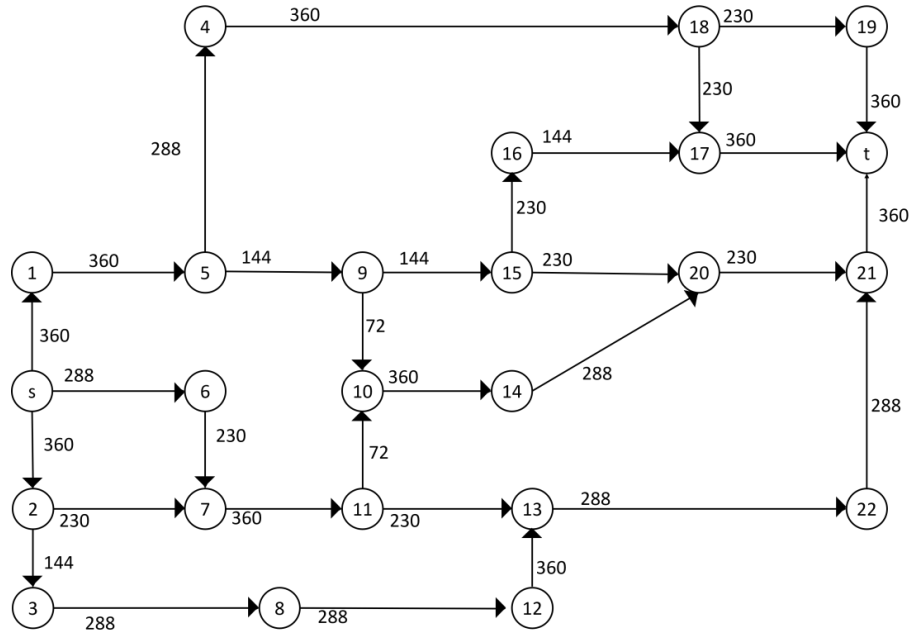
$$(X, \bar{X}) = \{(s, 1), (11, 10), (13, 22), \}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(s, 1) + C(11, 10) + C(13, 22)$$

$$= 360 + 72 + 288 = 720$$

Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 720 Ampere.

Lampiran 8 Menerapkan Algoritma Edmonds-Karp pada network untuk $|V| = 24$



Gambar L.8.1 Network dengan 24 titik

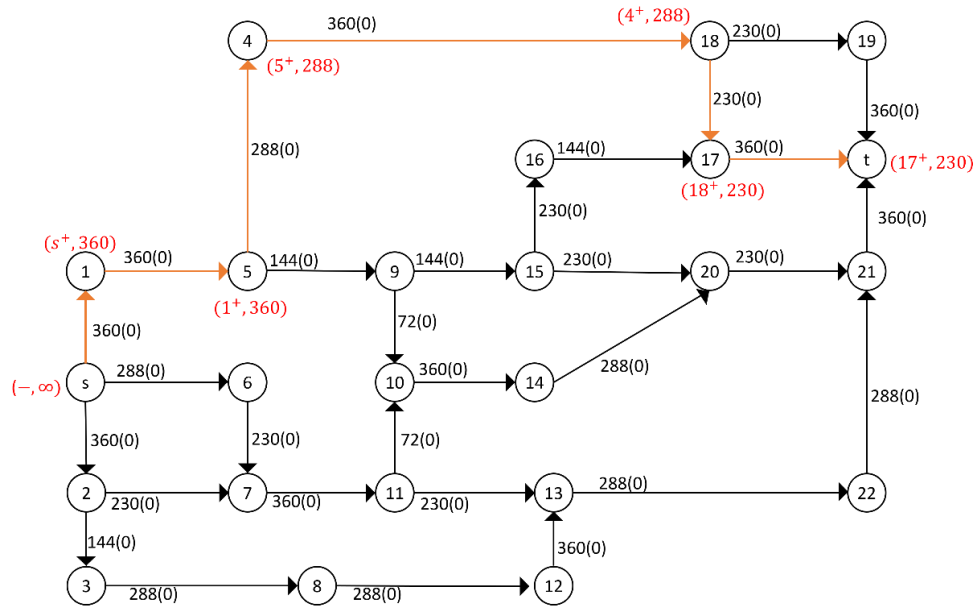
Iterasi-1: inialisasi flow sebesar nol, selanjutnya cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.8.1. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.8.1 Pencarian jalur penambah network 24 titik dengan BFS iterasi 1

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	1, 2, 6	1 – s 2 – s 6 – s	s, 1, 2, 6
1	5	5 – 1	s, 1, 2, 6, 5, 3, 7
2	3, 7	3 – 2	
6		7 – 2	

	7	7 – 6	
5	4,9	4 – 5	<i>s</i> , 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11
3		9 – 5	
7		8 – 3	
	11	11 – 7	
4	18	18 – 4	<i>s</i> , 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 18, 10, 15, 12, 13
9	10,15	10 – 9	
8		15 – 9	
11	12	12 – 8	
	10,13	13 – 11	
		10 – 11	
18	17,19	17 – 18	<i>s</i> , 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 18, 10, 15, 12, 13, 17, 19, 14, 16, 20, 22
10		19 – 18	
15	14	14 – 10	
13	16,20	16 – 15	
		20 – 15	
	22	22 – 13	
17	<i>t</i>	<i>t</i> – 17	<i>s</i> , 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 18, 10, 15, 12, 13, 17, 19, 14, 16, 20, 22, 21, <i>t</i>
19	<i>t</i>	<i>t</i> – 19	
20	21	21 – 20	
22	21	21 – 22	
Jalur penambah <i>s</i> – 1 – 5 – 4 – 18 – 17 – <i>t</i>			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 17 - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 230 Ampere.



Gambar L.8.2 Pelabelan jalur penambah $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 17 - t$

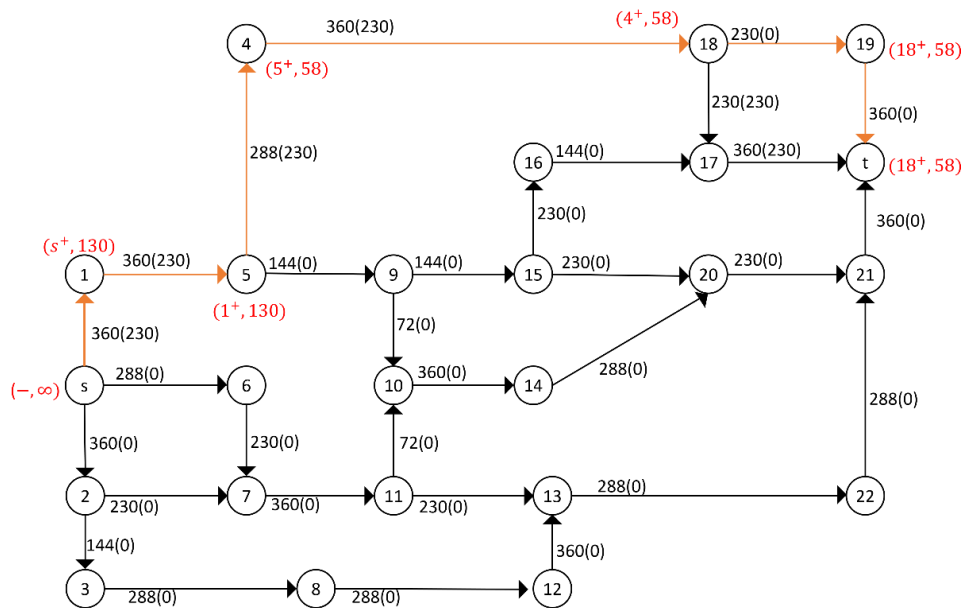
Iterasi-2: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.8.2. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.8.2 Pencarian jalur penambah *network* 24 titik dengan BFS iterasi 2

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	1, 2, 6	$1 - s$ $2 - s$ $6 - s$	$s, 1, 2, 6$
1	5	$5 - 1$	$s, 1, 2, 6, 5, 3, 7$
2	3, 7	$3 - 2$ $7 - 2$	
6	7	$7 - 6$	
5	4, 9	$4 - 5$ $9 - 5$	$s, 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11$
3	8	$8 - 3$	
7	11	$11 - 7$	

4	18	18 - 4	s, 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 18, 10, 15, 12, 13
9	10, 15	10 - 9 15 - 9	
8	12	12 - 8	
11	10, 13	13 - 11 10 - 11	
18	17, 19	17 - 18 19 - 18	s, 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 18, 10, 15, 12, 13, 17, 19, 14, 16, 20, 22
10	14	14 - 10	
15	16, 20	16 - 15 20 - 15	
13	22	22 - 13	
17	t	t - 17	s, 1, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 18, 10, 15, 12, 13, 17, 19, 14, 16, 20, 22, 21, t
19	t	t - 19	
20	21	21 - 20	
22	21	21 - 22	
Jalur penambah s - 1 - 5 - 4 - 18 - 17 - t			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 19 - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 58 Ampere.



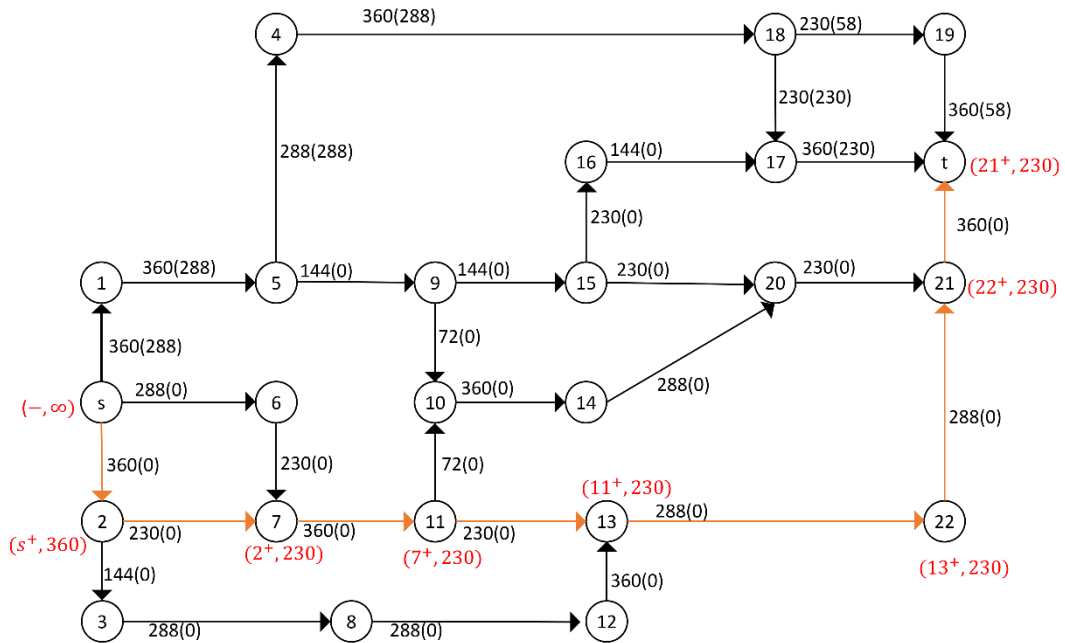
Gambar L.8.3 Pelabelan jalur penambah $s - 1 - 5 - 4 - 18 - 19 - t$

Iterasi-3: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.8.3. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.8.3 Pencarian jalur penambah *network* 24 titik dengan BFS iterasi 3

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	1, 2, 6	1 – s 2 – s 6 – s	s, 1, 2, 6
1	5	5 – 1	s, 1, 2, 6, 5, 3, 7
2	3, 7	3 – 2 7 – 2	
6	7	7 – 6	
5	9	9 – 5	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11
3	8	8 – 3	
7	11	11 – 7	
9	10, 15	10 – 9 15 – 9	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 10, 15, 12, 10, 13
8	12	12 – 8	
11	10, 13	13 – 11 10 – 11	
10	14	14 – 10	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 10, 15, 12, 10, 13, 14, 16, 20, 22
15	16, 20	16 – 15 20 – 15	
13	22	22 – 13	
16	17	17 – 16	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 10, 15, 12, 10, 13, 14, 16, 20, 22, 17, 21
20	21	21 – 20	
22	21	21 – 22	
17	t	t – 17	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 10, 15, 12, 10, 13, 14, 16, 20, 22, 17, 21, t
21	t	t – 21	
Jalur penambah s – 2 – 7 – 11 – 13 – 22 – 21 – t			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - 2 - 7 - 11 - 13 - 22 - 21 - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 72 Ampere.



Gambar L.8.4 Pelabelan jalur penambah $s - 2 - 7 - 11 - 13 - 22 - 21 - t$

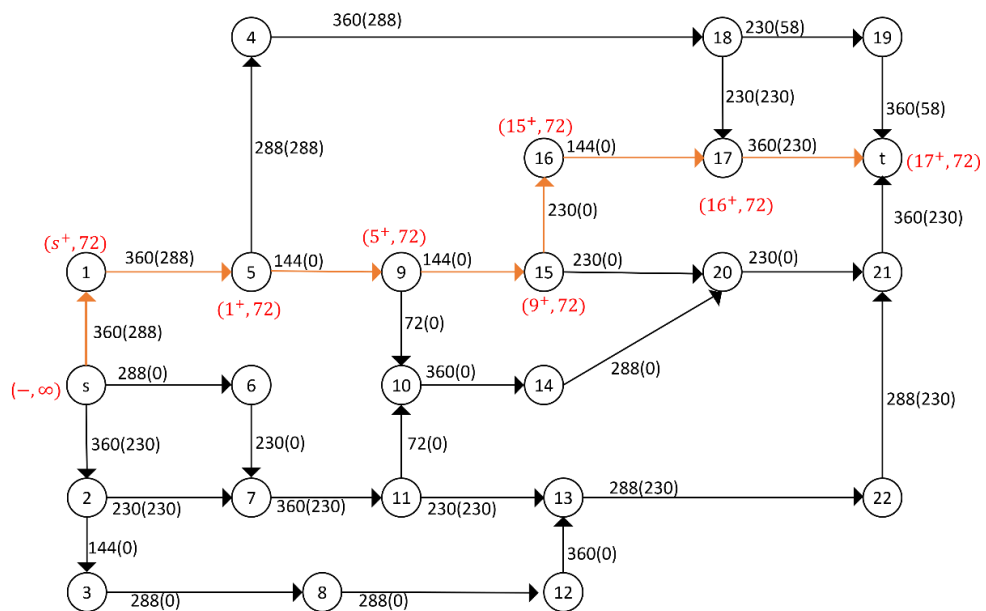
Iterasi-4: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.8.4. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.8.4 Pencarian jalur penambah *network* 24 titik dengan BFS iterasi 4

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	1, 2, 6	$1 - s$ $2 - s$ $6 - s$	$s, 1, 2, 6$
1	5	$5 - 1$	$s, 1, 2, 6, 5, 3, 7$
2	3	$3 - 2$	
6	7	$7 - 6$	
5	9	$9 - 5$	$s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11$

3	8	8 - 3	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 10, 15, 12, 10
7	11	11 - 7	
9	10, 15	10 - 9	
8	12	12 - 8	
11	10	10 - 11	
12	13	13 - 12	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 10, 15, 12, 10, 13 14, 16, 20
10	14	14 - 10	
15	16, 20	16 - 15 20 - 15	
13	22	22 - 13	s, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 10, 15, 12, 10, 13 14, 16, 20, 22, 17, 21
16	17	17 - 16	
20	21	21 - 20	
17	t	t - 17	
21	t	t - 21	
Jalur penambah s - 1 - 5 - 9 - 15 - 16 - 17 - t			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah s - 1 - 5 - 9 - 15 - 16 - 17 - t Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 230 Ampere



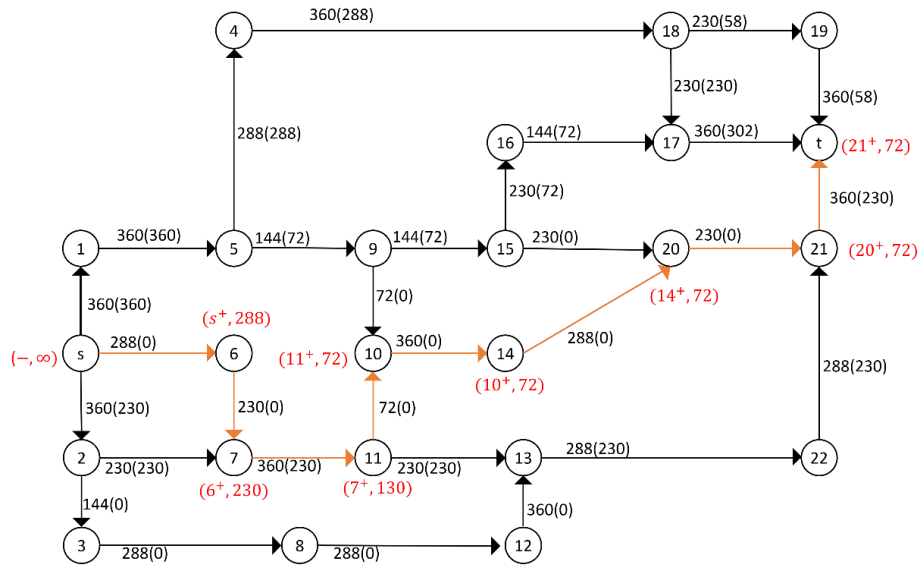
Gambar L.8.5 Pelabelan jalur penambah s - 1 - 5 - 9 - 15 - 16 - 17 - t

Iterasi-5: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.8.5. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.8.5 Pencarian jalur penambah *network* 24 titik dengan BFS iterasi 5

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
<i>s</i>	2, 6	2 – <i>s</i> 6 – <i>s</i>	<i>s</i> , 2, 6
2	3	3 – 2	<i>s</i> , 2, 6, 3, 7
6	7	7 – 6	
3	8	8 – 3	<i>s</i> , 2, 6, 3, 7, 8, 11
7	11	11 – 7	
8	12	12 – 8	<i>s</i> , 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 10
11	10	10 – 11	
12	13	13 – 12	<i>s</i> , 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 10, 13, 14
10	14	14 – 10	
13	22	22 – 13	<i>s</i> , 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 10, 13, 14, 22, 20
14	20	20 – 14	
22	21	21 – 22	<i>s</i> , 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 10, 13, 14, 22, 20, 21
20	21	21 – 20	
21	<i>t</i>	<i>t</i> – 21	<i>s</i> , 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 10, 13, 14, 22, 20, 21, <i>t</i>
Jalur penambah <i>s</i> – 6 – 7 – 11 – 10 – 14 – 20 – 21 – <i>t</i>			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah *s* – 6 – 7 – 11 – 10 – 14 – 20 – 21 – *t*, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 58 Ampere.



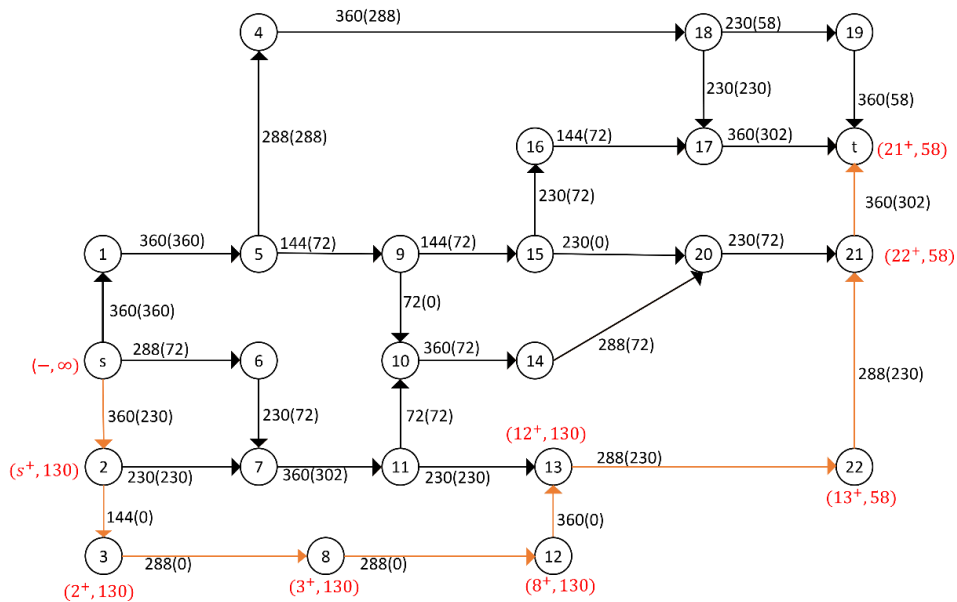
Gambar L.8.6 Pelabelan jalur penambah $s - 6 - 7 - 11 - 10 - 14 - 20 - 21 - t$

Iterasi-6: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.8.6. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.8.6 Pencarian jalur penambah *network* 24 titik dengan BFS iterasi 6

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	2, 6	$2 - s$ $6 - s$	$s, 2, 6$
2	3	$3 - 2$	$s, 2, 6, 3, 7$
6	7	$7 - 6$	
3	8	$8 - 3$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11$
7	11	$11 - 7$	
8	12	$12 - 8$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12$
12	13	$13 - 12$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 13$
13	22	$22 - 13$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 13, 22$
22	21	$21 - 22$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 13, 22, 21$
21	t	$t - 21$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 13, 22, 21, t$
Jalur penambah $s - 2 - 3 - 8 - 12 - 13 - 22 - 21 - t$			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah $s - 2 - 3 - 8 - 12 - 13 - 22 - 21 - t$, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 72 Ampere.

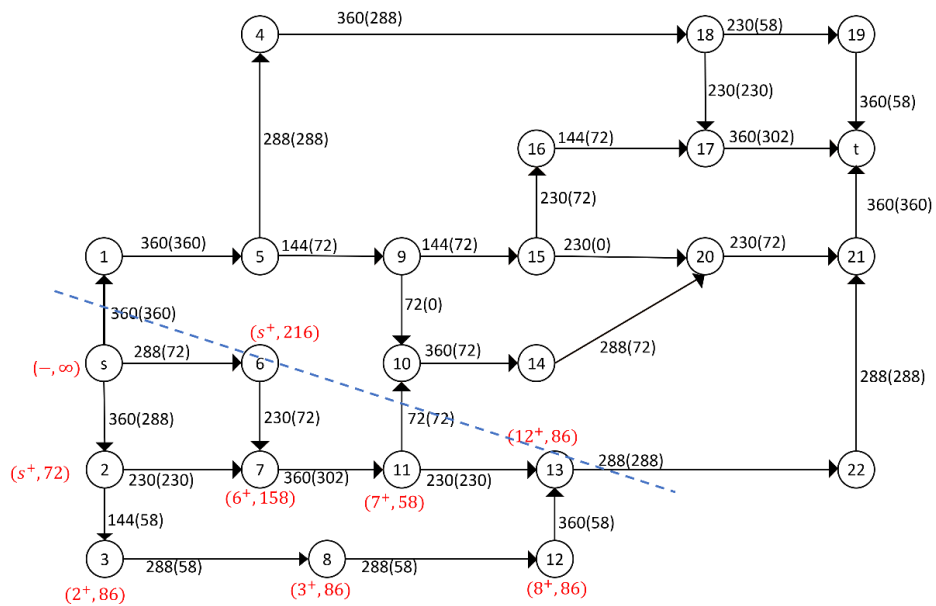


Gambar L.8.7 Pelabelan jalur penambah $s - 2 - 3 - 8 - 12 - 13 - 22 - 21 - t$

Iterasi-7: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.8.7. Karena tidak ada lagi jalur penambah yang ditemukan, maka *flow* maksimum.

Tabel L.8.7 Pencarian jalur penambah *network* 24 titik dengan BFS iterasi 7

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
s	2, 6	$2 - s$ $6 - s$	$s, 2, 6$
2	3	$3 - 2$	$s, 2, 6, 3, 7$
6	7	$7 - 6$	
3	8	$8 - 3$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11$
7	11	$11 - 7$	
8	12	$12 - 8$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12$
12	13	$13 - 12$	$s, 2, 6, 3, 7, 8, 11, 12, 13$
Tidak terdapat Jalur penambah $s - t$			



Gambar L.8.8 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$X = \{s, 2, 3, 6, 7, 8, 11, 12, 13\}$$

$$\bar{X} = \{1, 5, 4, 9, 19, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, t\},$$

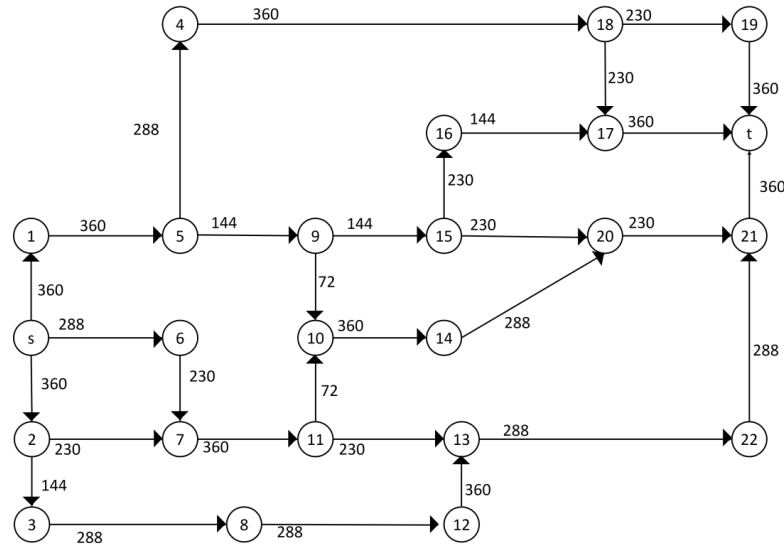
$$(X, \bar{X}) = \{(s, 1), (11, 10), (13, 22), \}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(s, 1) + C(11, 10) + C(13, 22)$$

$$= 360 + 72 + 288 = 720$$

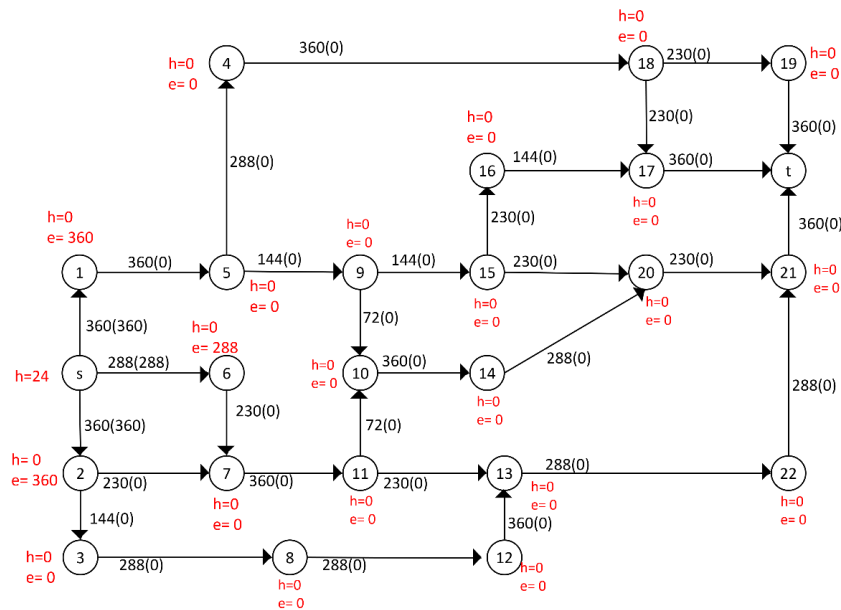
Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 720 Ampere.

Lampiran 9 Menerapkan Algoritma Push-Relabel pada network untuk $|V| = 24$



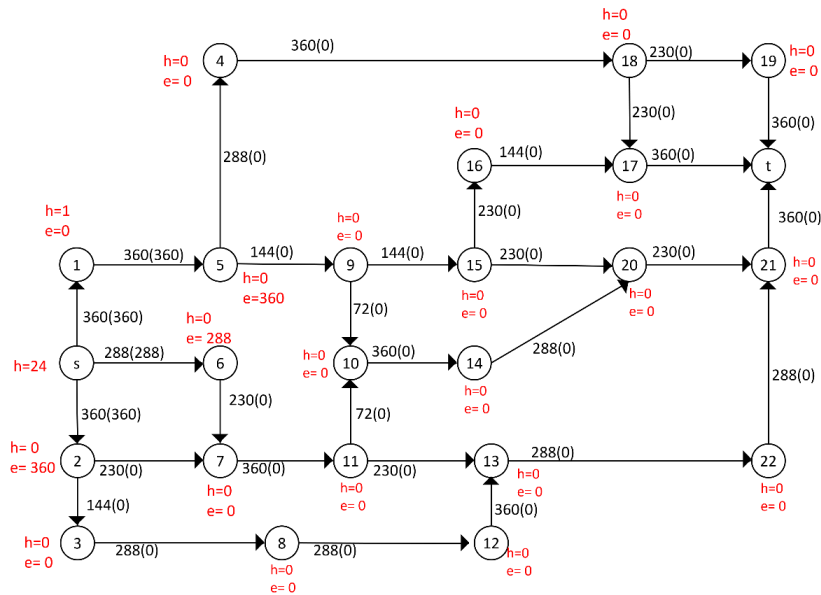
Gambar L.9.1 Network dengan 24 titik

Iterasi-1: inisialisasi flow sebesar nol, berikan label fungsi ketinggian (h) dan kelebihan (e) pada setiap titik. Untuk titik s nilai h adalah total semua titik pada network. Selanjutnya alirkan arus listrik sebesar 360 Ampere dari s ke 1 sehingga $e(1) = 360$ Ampere, alirkan arus listrik sebesar 288 Ampere dari s ke 6 sehingga $e(6) = 288$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 360 Ampere dari s ke 2 sehingga $e(2) = 360$ Ampere.



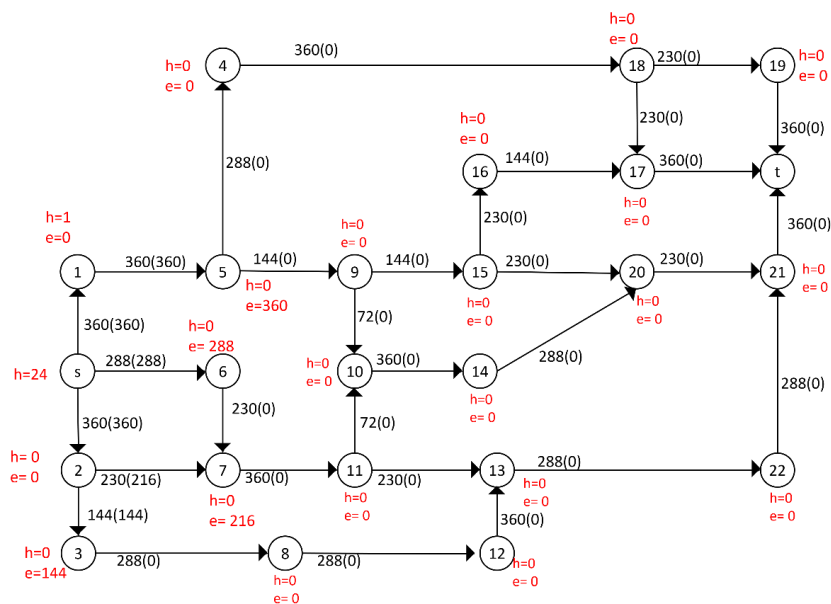
Gambar L.9.2 Push dari s ke 1, 2, dan 6

Iterasi-2: titik 1, 2 dan 6 aktif, *Relabel 1*. Alirkan arus listrik sebesar 360 Ampere dari 1 ke 5 sehingga $e(5) = 360$ Ampere.



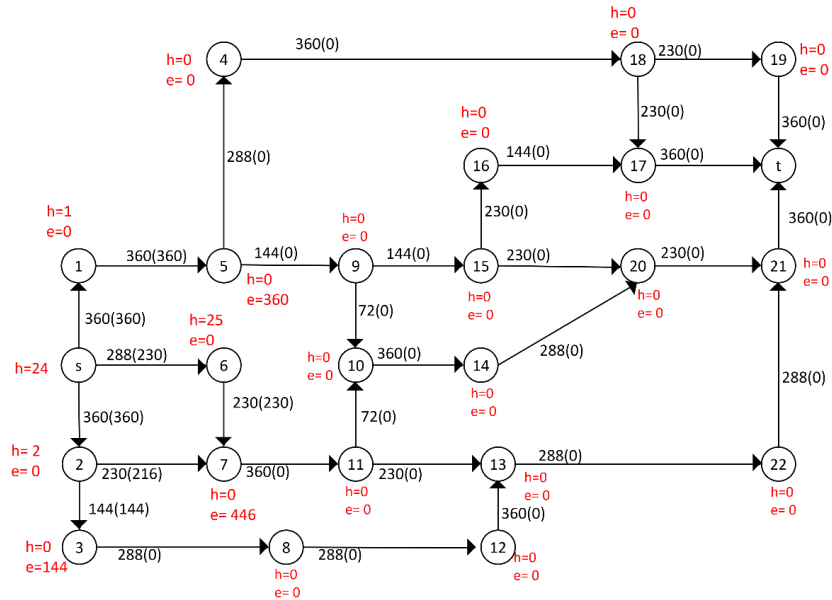
Gambar L.9.3 *Relabel 1*, push dari 1 ke 5

Iterasi-3: titik 2, 6 dan 5 aktif, *Relabel 2*. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 2 ke 3 sehingga $e(3) = 144$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 216 Ampere dari 2 ke 7 sehingga $e(7) = 216$ Ampere.



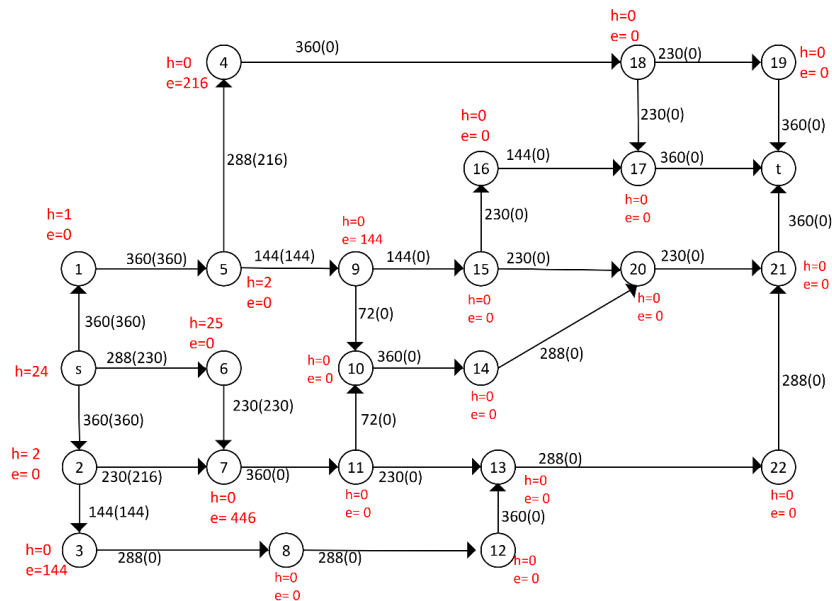
Gambar L.9.4 *Relabel 2*, push dari 2 ke 3 dan 7

Iterasi-4: titik 3, 5, 6, dan 7 aktif, *Relabel 6*. Alirkan arus listrik sebesar 230 Ampere dari 6 ke 7 sehingga $e(7) = 446$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 58 Ampere dari 6 ke s sehingga $e(6) = 0$.



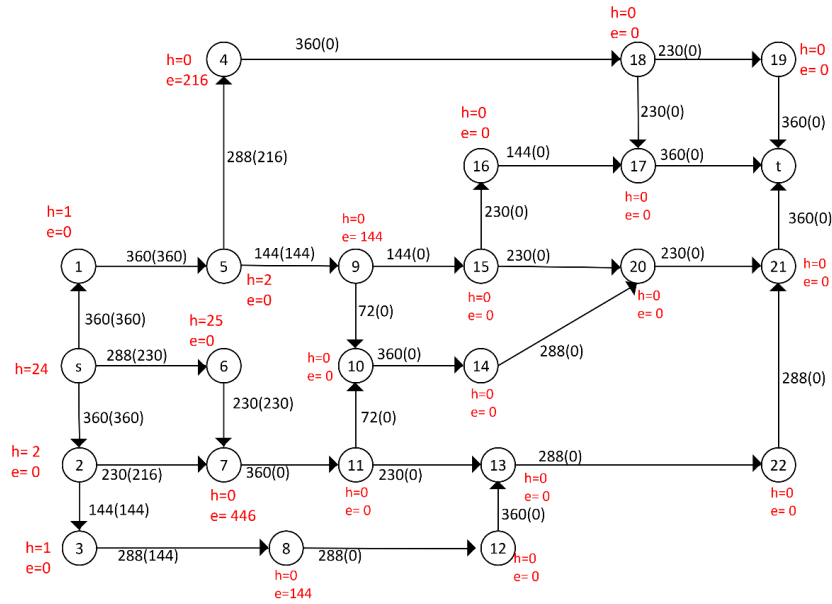
Gambar L.9.5 *Relabel 6*, push dari 6 ke 7 dan s

Iterasi-5: titik 3, 5, dan 7 aktif, *Relabel 5*. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 5 ke 9 sehingga $e(9) = 144$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 216 Ampere dari 5 ke 4 sehingga $e(4) = 216$ Ampere.



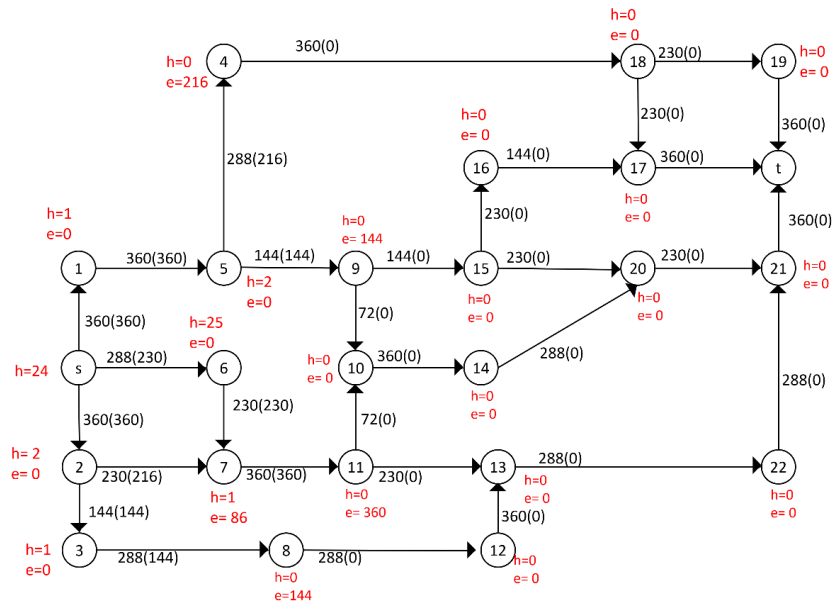
Gambar L.9.6 *Relabel 5*, push dari 5 ke 9 dan 4

Iterasi-6: titik 3, 4, 7, dan 9 aktif, *Relabel 3*. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 3 ke 8 sehingga $e(8) = 144$ Ampere.



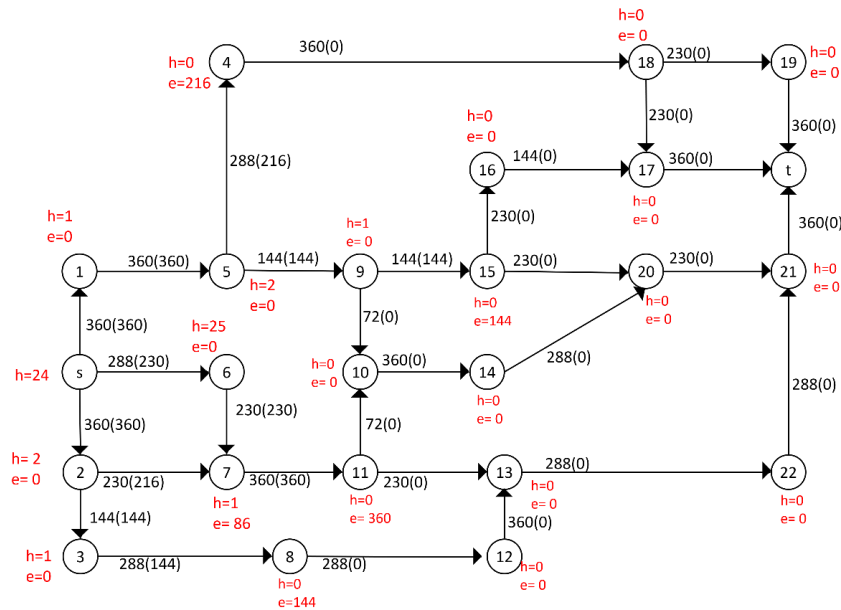
Gambar L.9.7 *Relabel 3*, push dari 3 ke 8

Iterasi-7: titik 4, 7, 8, dan 9 aktif, *Relabel 7*. Alirkan arus listrik sebesar 360 Ampere dari 7 ke 11 sehingga $e(11) = 360$ Ampere.



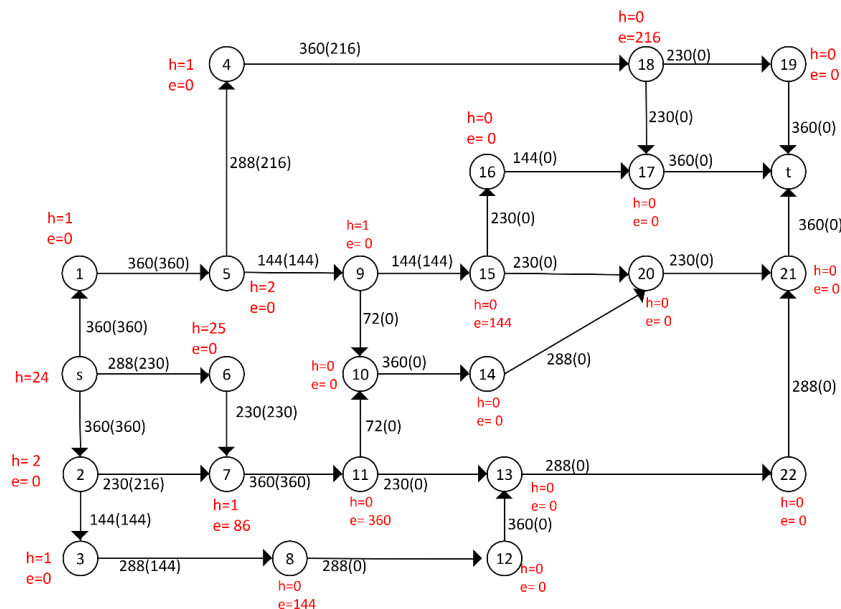
Gambar L.9.8 *Relabel 7*, push dari 7 ke 11

Iterasi-8: titik 4, 7, 8, 9, dan 11 aktif, *Relabel* 9. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 9 ke 15 sehingga $e(15) = 144$ Ampere .



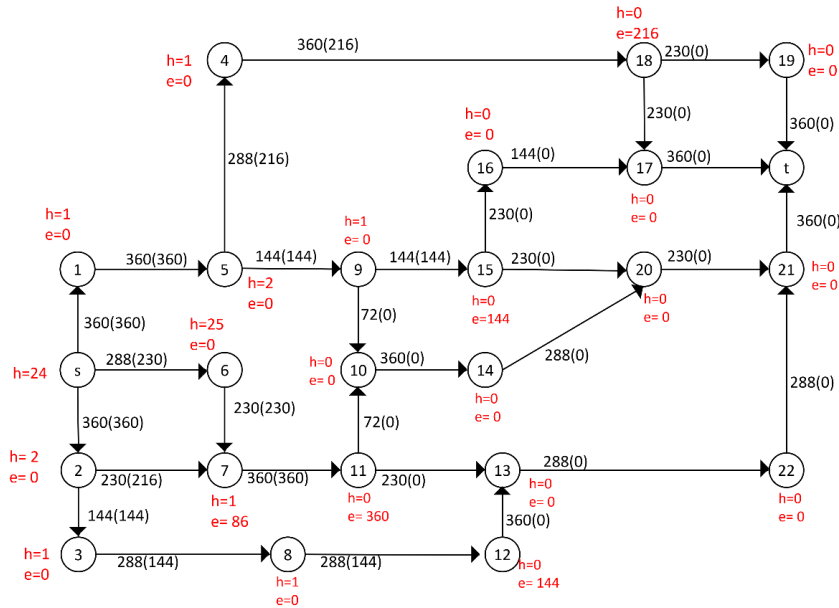
Gambar L.9.9 *Relabel* 9, *push* dari 9 ke 15

Iterasi-9: titik 4, 7, 8, 11 dan 15 aktif, *Relabel* 4. Alirkan arus listrik sebesar 216 Ampere dari 4 ke 18 sehingga $e(18) = 216$ Ampere .



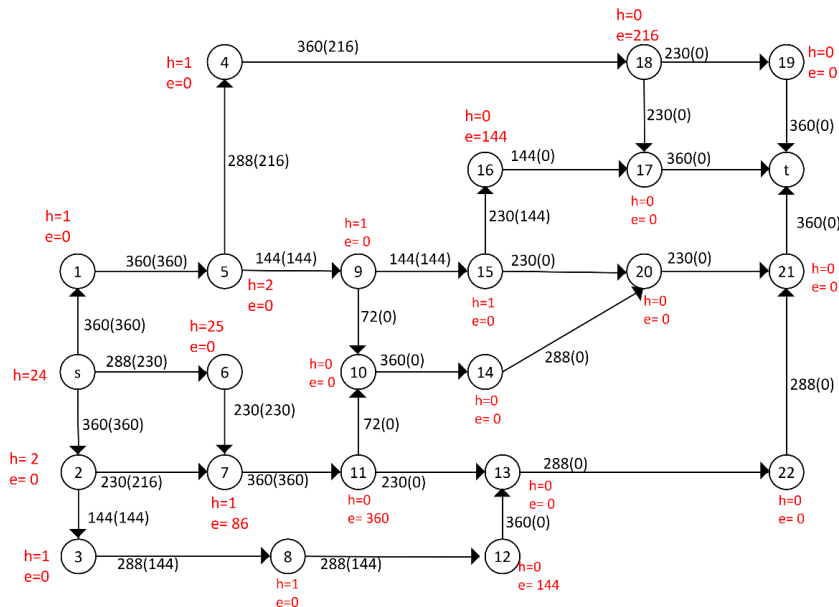
Gambar L.9.10 *Relabel* 4, *push* dari 4 ke 18

Iterasi-10: titik 7, 8, 11, 15 dan 18 aktif, *Relabel* 8. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 8 ke 12 sehingga $e(12) = 144$ Ampere .



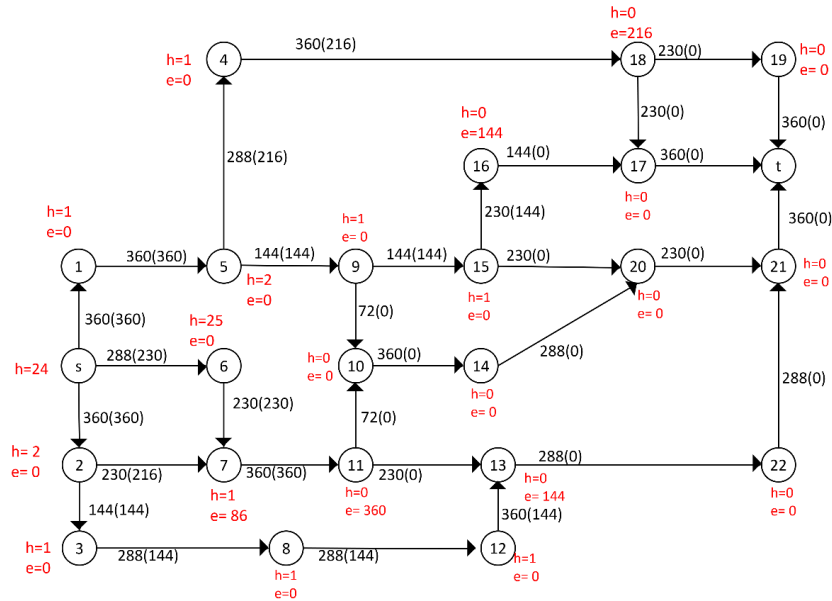
Gambar L.9.11 *Relabel* 8, *push* dari 8 ke 12

Iterasi-11: titik 7, 11, 12, 15 dan 18 aktif, *Relabel* 15. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 15 ke 16 sehingga $e(16) = 144$ Ampere.



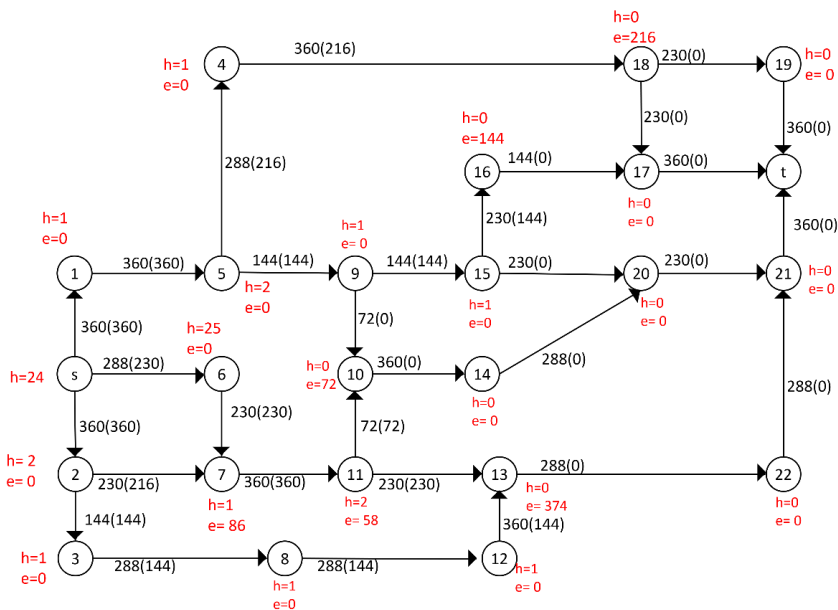
Gambar L.9.12 *Relabel* 15, *push* dari 15 ke 16

Iterasi-12: titik 7, 11, 12, 16 dan 18 aktif, *Relabel 12*. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 12 ke 13 sehingga $e(13) = 144$ Ampere .



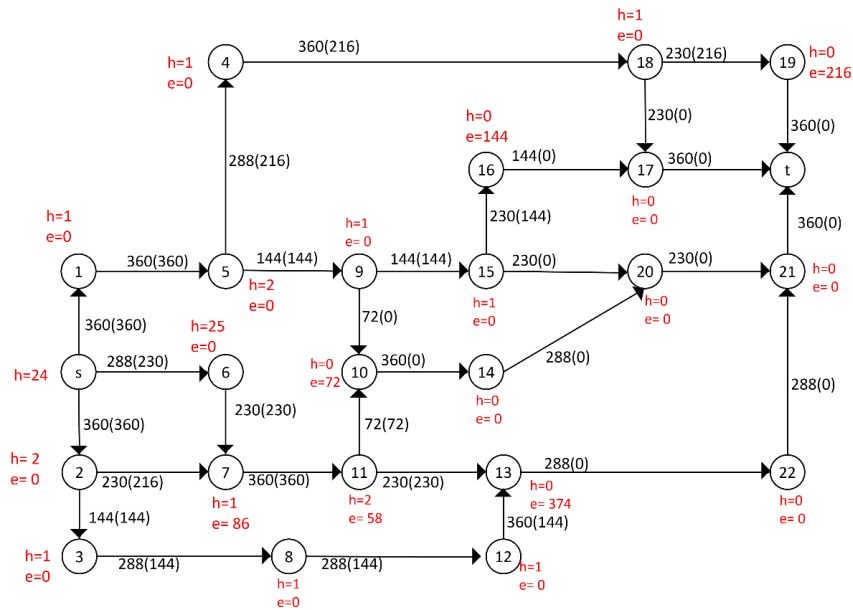
Gambar L.9.13 *Relabel 12, push* dari 12 ke 13

Iterasi-13: titik 7, 11, 13, 16 dan 18 aktif, *Relabel 11*. Alirkan arus listrik sebesar 72 Ampere dari 11 ke 10 sehingga $e(10) = 72$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 230 Ampere dari 11 ke 13 sehingga $e(13) = 374$ Ampere.



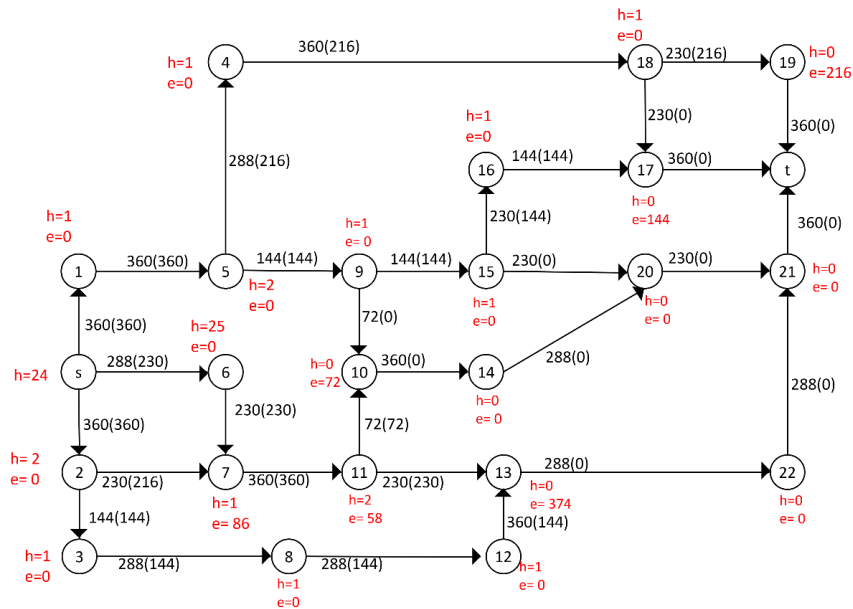
Gambar L.9.14 *Relabel 11, push* dari 11 ke 10 dan 13

Iterasi-14: titik 7, 11, 10, 13, 16 dan 18 aktif, *Relabel* 18. Alirkan arus listrik sebesar 216 Ampere dari 18 ke 19 sehingga $e(19) = 219$ Ampere .



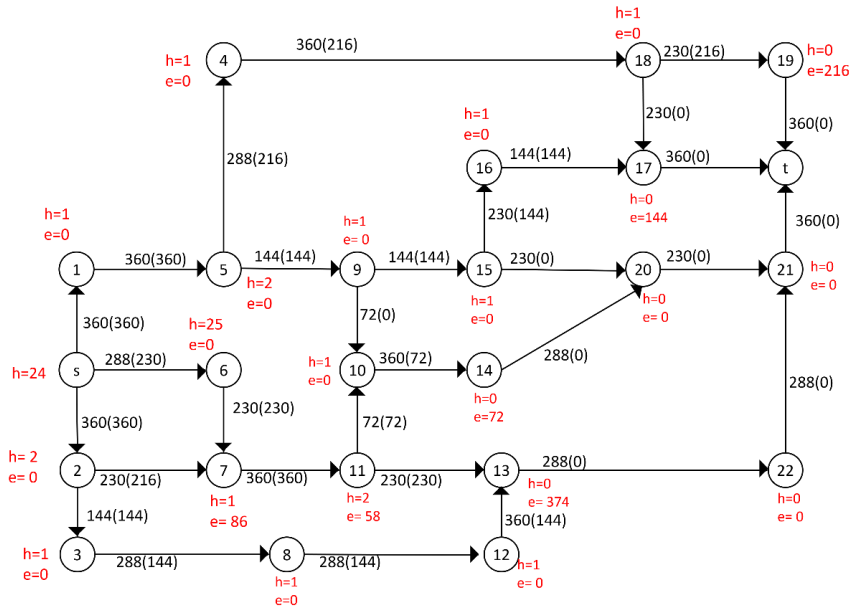
Gambar L.9.15 *Relabel* 18, *push* dari 18 ke 19

Iterasi-15: titik 7, 11, 13, 10, 16 dan 19 aktif, *Relabel* 16. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 16 ke 17 sehingga $e(17) = 144$ Ampere.



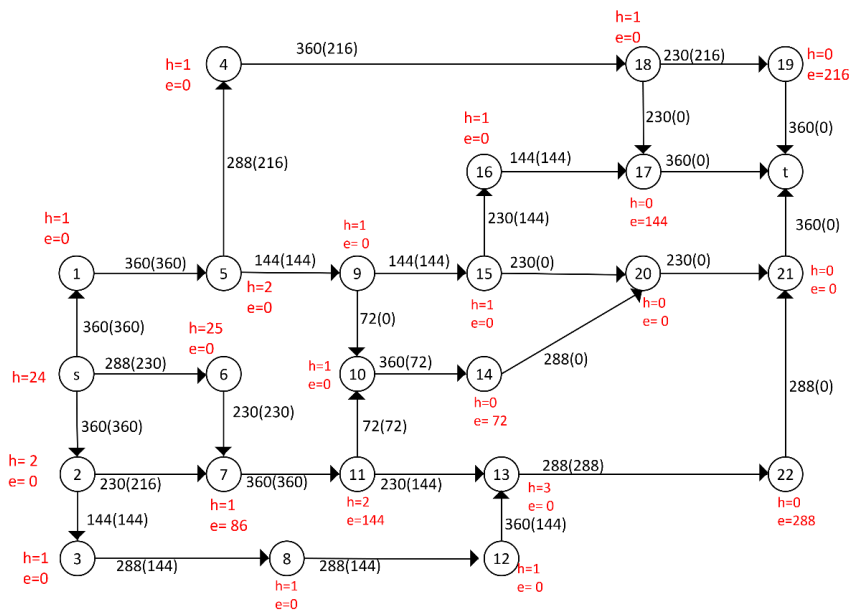
Gambar L.9.16 *Relabel* 16, *push* dari 16 ke 17

Iterasi-16: titik 7, 11, 13, 10, 17 dan 19 aktif, *Relabel* 10. Alirkan arus listrik sebesar 72 Ampere dari 10 ke 14 sehingga $e(14) = 72$ Ampere .



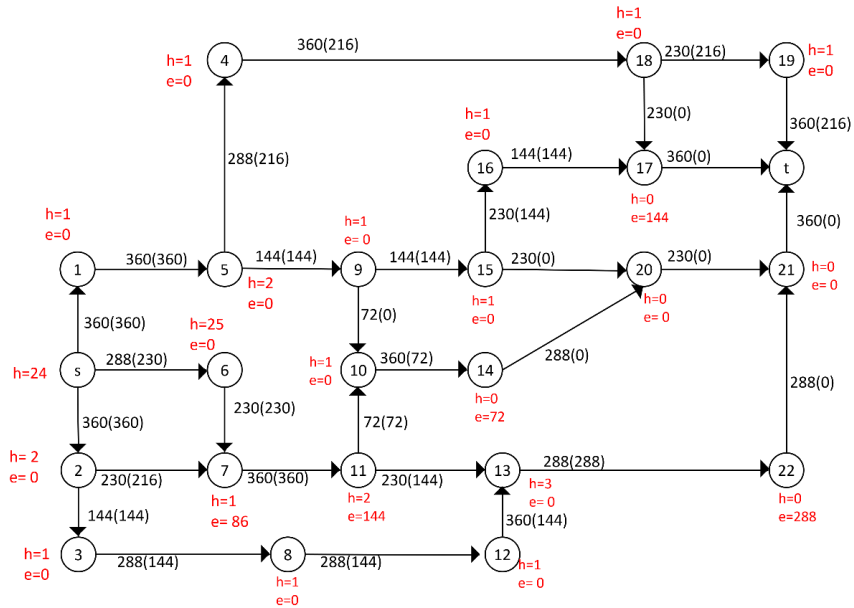
Gambar L.9.17 *Relabel* 10, *push* dari 10 ke 14

Iterasi-17: titik 7, 11, 13, 14, 17 dan 19 aktif, *Relabel* 13. Alirkan arus listrik sebesar 288 Ampere dari 13 ke 22 sehingga $e(22) = 288$ dan alirkan arus listrik sebesar 86 Ampere dari 13 ke 11 sehingga $e(11) = 144$ Ampere.



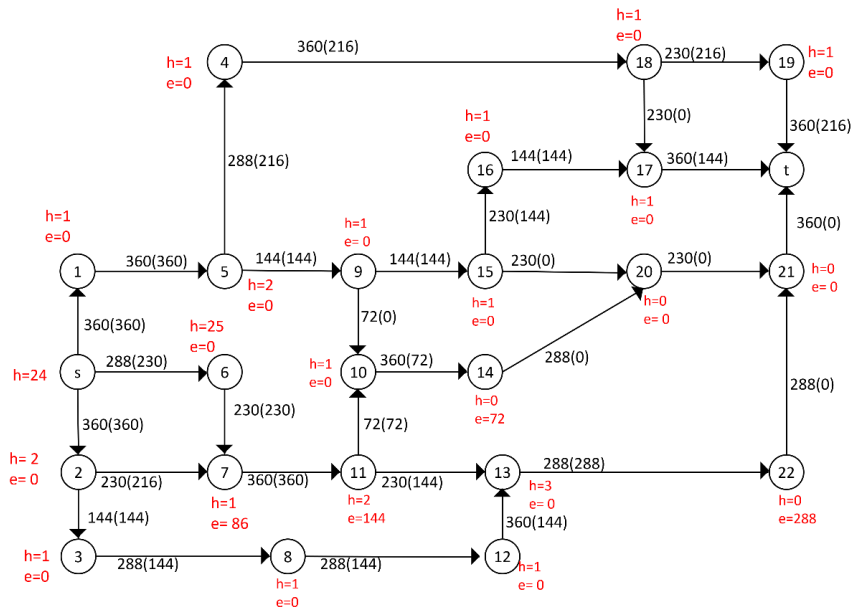
Gambar L.9.18 *Relabel* 13, *push* dari 13 ke 22 dan 11

Iterasi-18: titik 7, 11, 14, 17, 22 dan 19 aktif, *Relabel* 19. Alirkan arus listrik sebesar 216 Ampere dari 19 ke t sehingga $e(19) = 0$.



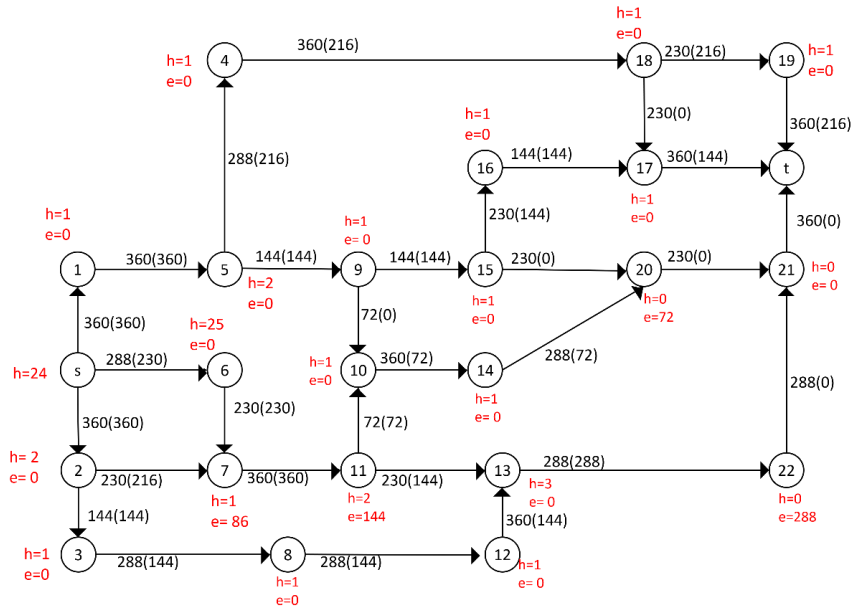
Gambar L.9.19 *Relabel* 19, *push* dari 19 ke t

Iterasi-19: titik 7, 11, 14, 17 dan 22 aktif, *Relabel* 17. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 17 ke t sehingga $e(17) = 0$.



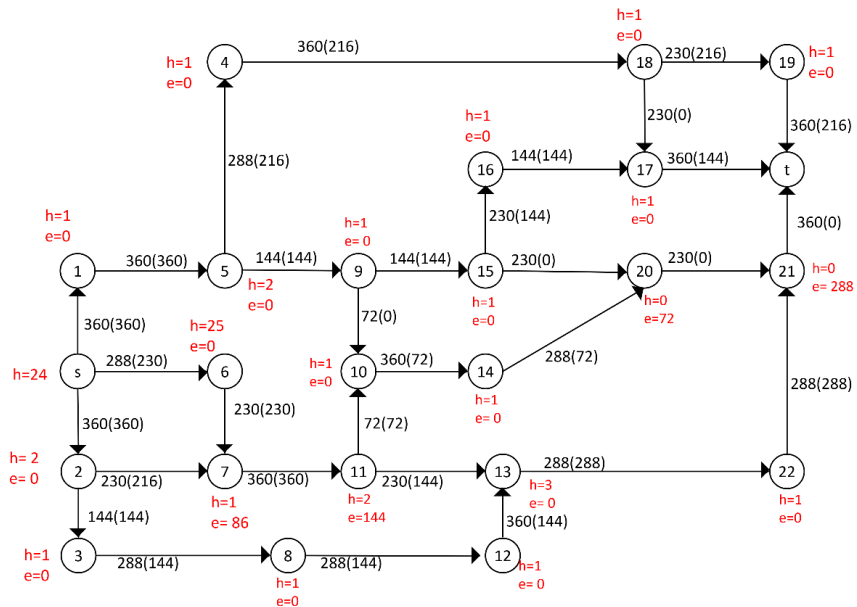
Gambar L.9.20 *Relabel* 17, *push* dari 17 ke t

Iterasi-20: titik 7, 11, 14, dan 22 aktif, *Relabel* 14. Alirkan arus listrik sebesar 72 Ampere dari 14 ke 20 sehingga $e(20) = 72$ Ampere.



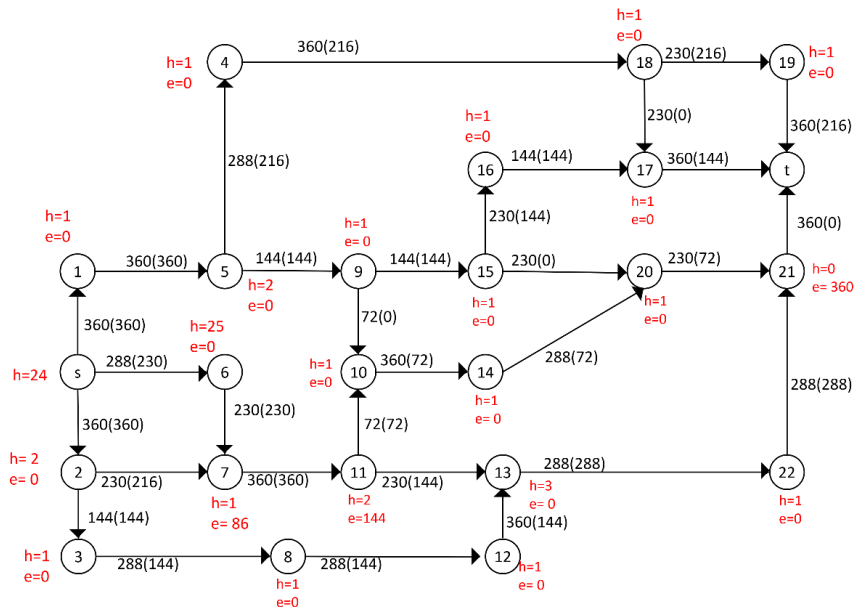
Gambar L.9.21 *Relabel* 14, *push* dari 14 ke 20

Iterasi-21: titik 7, 11, 20 dan 22 aktif, *Relabel* 22. Alirkan arus listrik sebesar 288 Ampere dari 22 ke 21 sehingga $e(21) = 288$ Ampere.



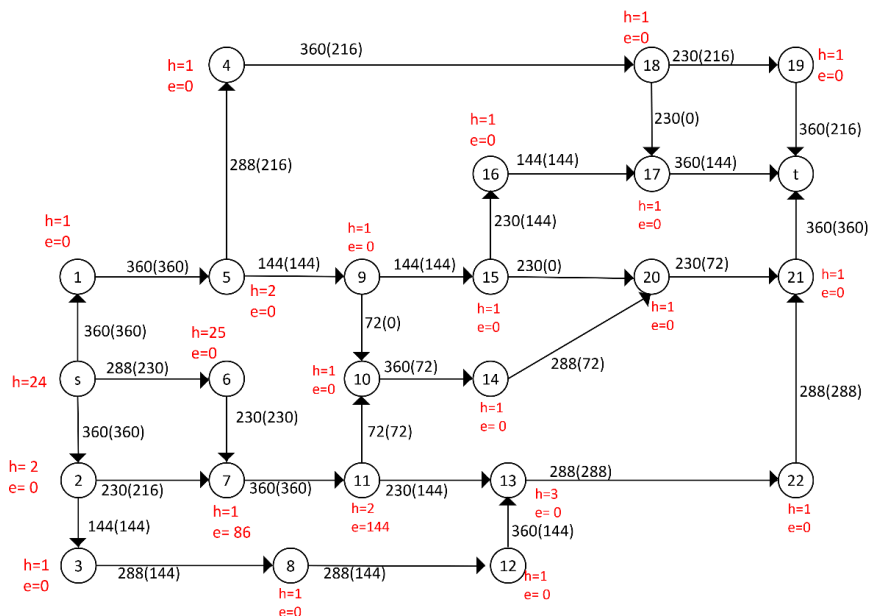
Gambar L.9.22 *Relabel* 22, *push* dari 22 ke 21

Iterasi-22: titik 7, 11, 20 dan 21 aktif, *Relabel* 20. Alirkan arus listrik sebesar 72 Ampere dari 20 ke 21 sehingga $e(21) = 360$ Ampere.



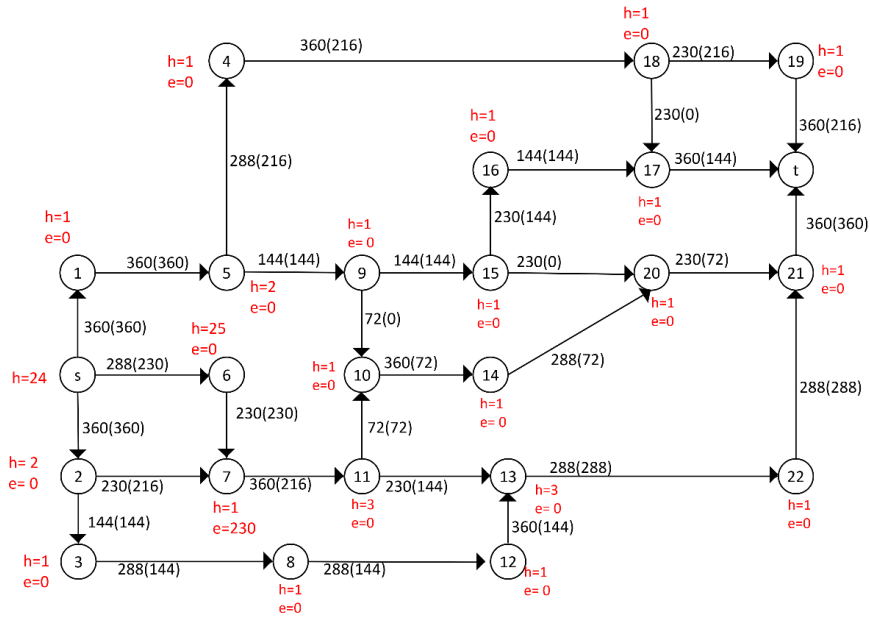
Gambar L.9.23 *Relabel* 20, *push* dari 20 ke 21

Iterasi-23: titik 7, 11, dan 21 aktif, *Relabel* 21. Alirkan arus listrik sebesar 360 Ampere dari 21 ke t sehingga $e(21) = 0$.



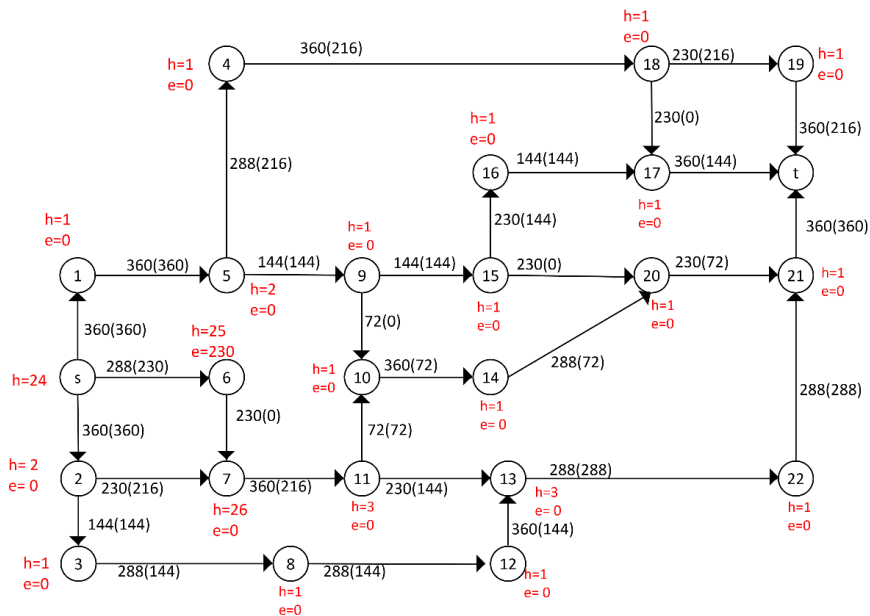
Gambar L.9.24 *Relabel* 21, *push* dari 21 ke t

Iterasi-24: titik 7 dan 11 aktif, *Relabel* 11. Alirkan arus listrik sebesar 144 Ampere dari 11 ke 7 sehingga $e(7) = 230$ Ampere.



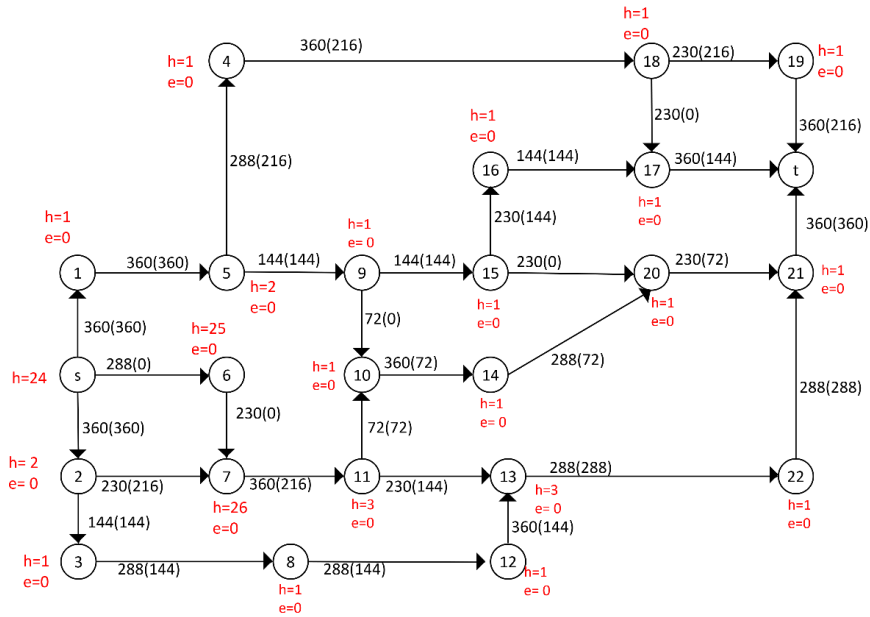
Gambar L.9.25 *Relabel* 11, *push* dari 11 ke 7

Iterasi-25: titik 7 aktif, *Relabel* 7. Alirkan arus listrik sebesar 230 Ampere dari 7 ke 6 sehingga $e(6) = 230$ Ampere.



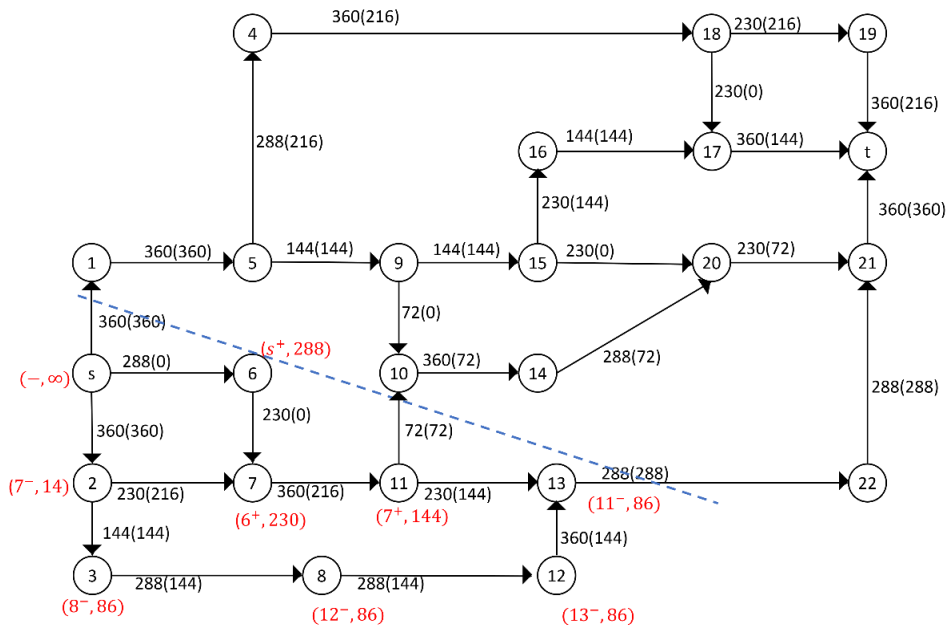
Gambar L.9.26 *Relabel* 7, *push* dari 7 ke 6

Iterasi-26: titik 6 aktif, *Relabel* 6. Alirkan arus listrik sebesar 230 Ampere dari 6 ke s sehingga $e(6) = 0$.



Gambar L.9.27 *Relabel* 6, *push* dari 6 ke s

Iterasi-27: tidak ada lagi titik yang aktif, sehingga *flow* maksimum, tentukan *cut* dan hitung maksimum *flow network* tersebut.



Gambar L.9.28 *Network* hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$X = \{s, 2, 3, 6, 7, 8, 11, 12, 13\}$$

$$\bar{X} = \{1, 5, 4, 9, 19, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, t\},$$

$$(X, \bar{X}) = \{(s, 1), (11, 10), (13, 22), \}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(s, 1) + C(11, 10) + C(13, 22)$$

$$= 360 + 72 + 288 = 720$$

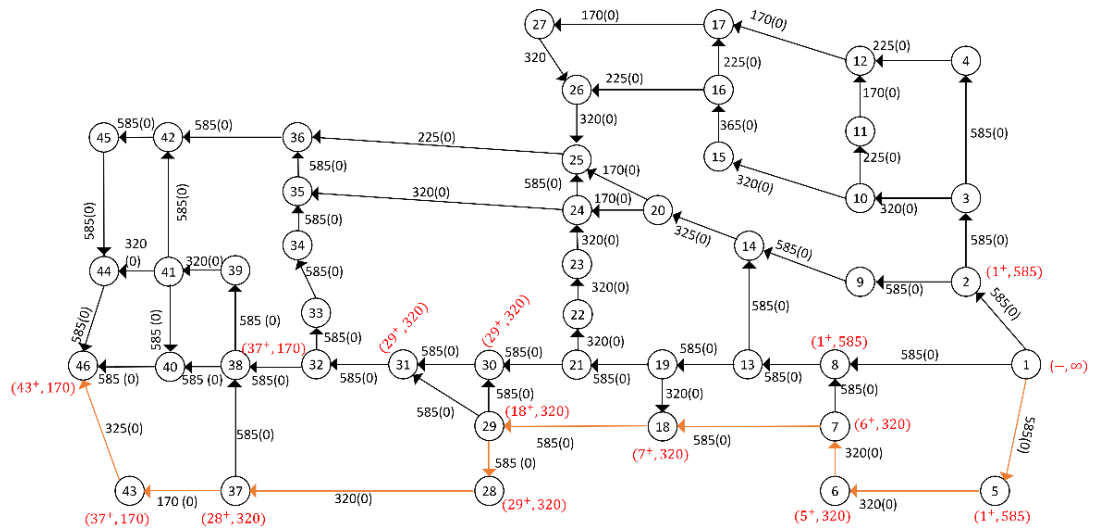
Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 720 Ampere .

Lampiran 10 Menerapkan Algoritma Ford- Fulkerson pada network untuk $|V| = 46$

Network dengan 46 titik adalah network berupa jaringan listrik wilayah distribusi Kebasen 11 di kota Tegal. Pada jaringan listrik ini titik sumbernya adalah gardu induk Kebasen di Jl. Raya Slawi 2 dan titik tujuan akhirnya adalah tiang listrik ke 46 di Jl. Jend Ahmad Yani. Daftar distribusi listrik dapat dilihat pada Tabel L.10.1 berikut (Farizal, Suyitno, dan Darmo 2014).

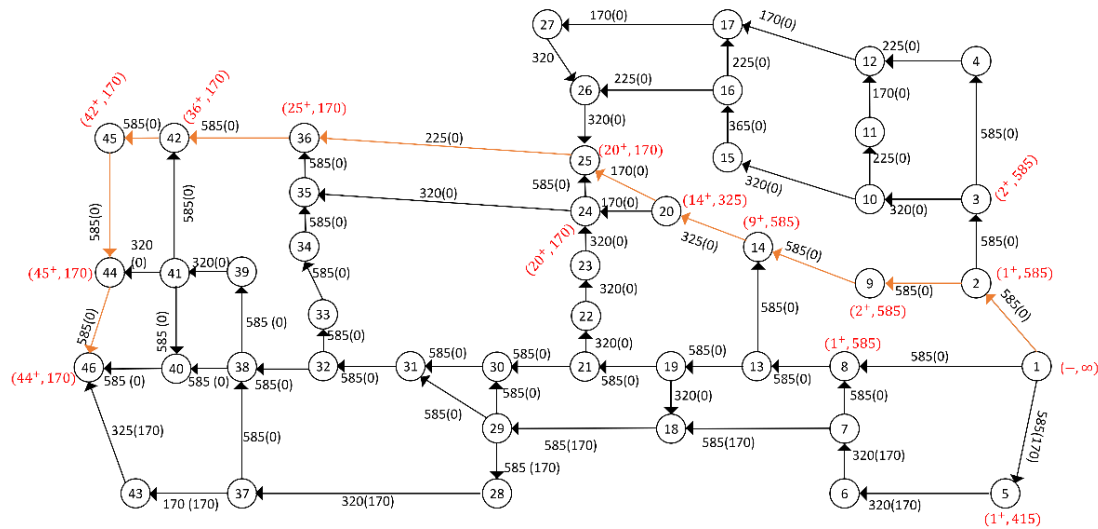
Tabel L.10.1 Tabel simpul

No	Keterangan	No	Keterangan
1	Gardu Induk	24	Tiang di Jl. Kartini
2	Tiang di Jl. Werkudara	25	Tiang di Jl. Kartini
3	Tiang di Jl. Werkudara	26	Tiang di Jl. Abimanyu
4	Tiang di Jl. Werkudara	27	Tiang di Jl. Abimanyu
5	Tiang di Jl. Ks Tuban	28	Tiang di Jl. Sudirman
6	Tiang di Jl. Merpati	29	Tiang di Jl. Sudirman
7	Tiang di Jl. Arigunting	30	Tiang di Jl. Diponegoro
8	Tiang di Jl. Ar. Halim	31	Tiang di Jl. Diponegoro
9	Tiang di Jl. Kemuning	32	Tiang di Jl. Diponegoro
10	Tiang di Jl. Wisangeni	33	Tiang di Jl. Pancasila
11	Tiang di Jl. Wisangeni	34	Tiang di Jl. Pancasila
12	Tiang di Jl. Wisangeni	35	Tiang di Jl. Pancasila
13	Tiang di Jl. Ar. Halim	36	Tiang di Jl. Pancasila
14	Tiang di Jl. Cempaka	37	Tiang di Jl. Hos Cokro Amita
15	Tiang di Jl. Nakula	38	Tiang di J. Jend Ahmad Yani
16	Tiang di Jl. Nakula	39	Tiang di Jl. KH Mukhlas
17	Tiang di Jl. Arjuna	40	Tiang di Jl. Jend Ahmad Yani
18	Tiang di Jl. Cendrawasih	41	Tiang di Jl. KH Zainal Arifin
19	Tiang di Jl. Ar. Halim	42	Tiang di Jl. Kol Sugiarto
20	Tiang di Jl. Cempaka	43	Tiang di Jl. D.I. Panjaitan
21	Tiang di Jl. Ar. Halim	44	Tiang di Jl. Setyo Budi
22	Tiang di Jl. Kartini	45	Tiang di Jl. Setyo Budi
23	Tiang di Jl. Kartini	46	Tiang di Jl. Jend Ahmad Yani



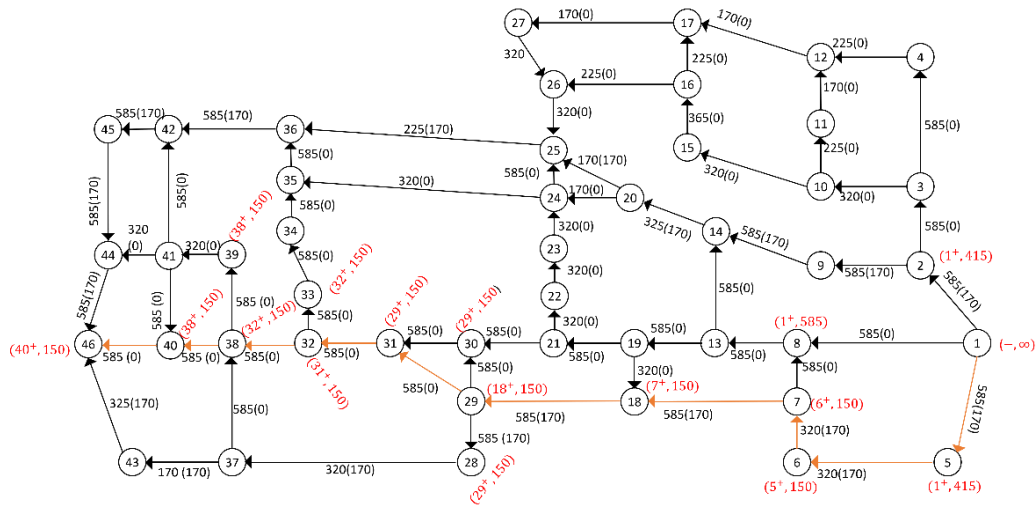
Gambar L.10.2 Pelabelan jalur penambah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 28 – 37 – 43 – 46

Iterasi-2: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 170 Ampere .



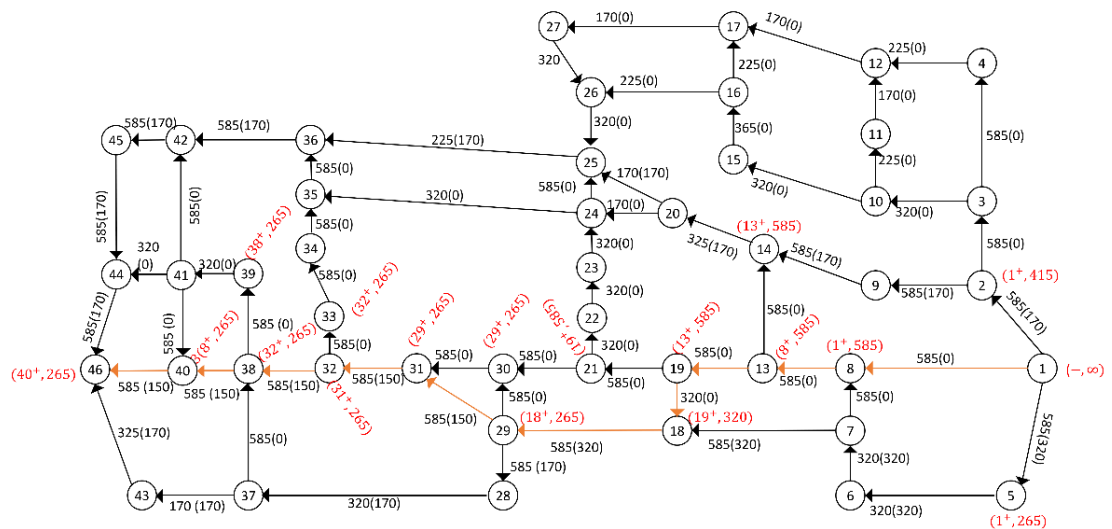
Gambar L.10.3 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-3: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 150 Ampere.



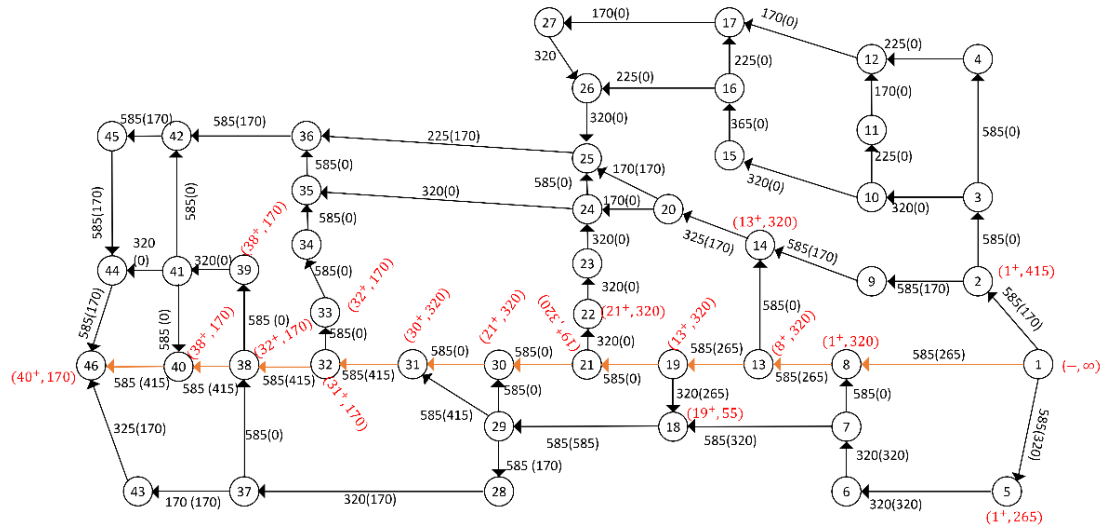
Gambar L.10.4 Pelabelan jalur penambah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46

Iterasi-4: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 8 – 13 – 19 – 18 – 29 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 265 Ampere.



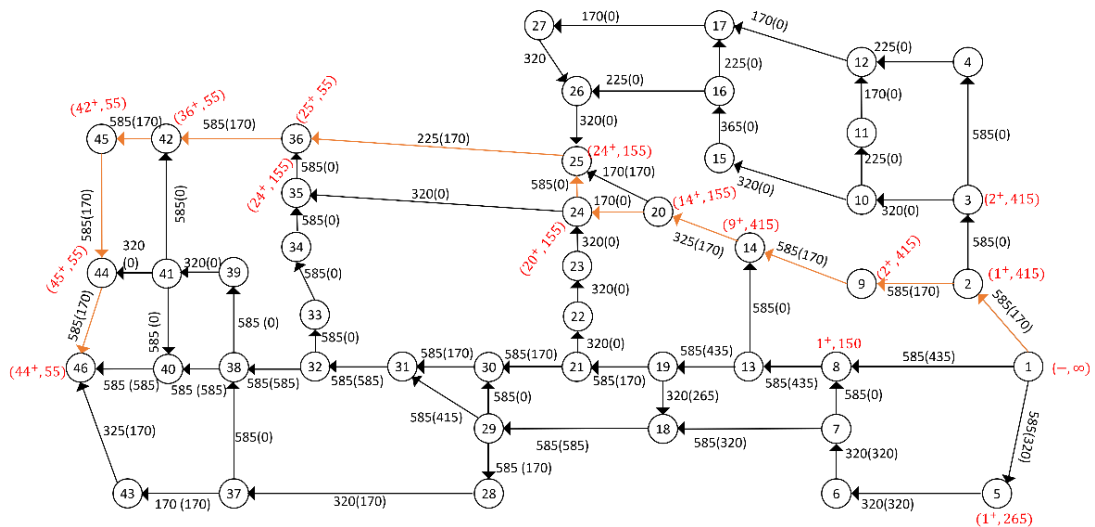
Gambar L.10.5 Pelabelan jalur penambah 1 – 8 – 13 – 19 – 18 – 29 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46

Iterasi-5: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 8 – 13 – 19 – 21 – 30 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 170 Ampere.



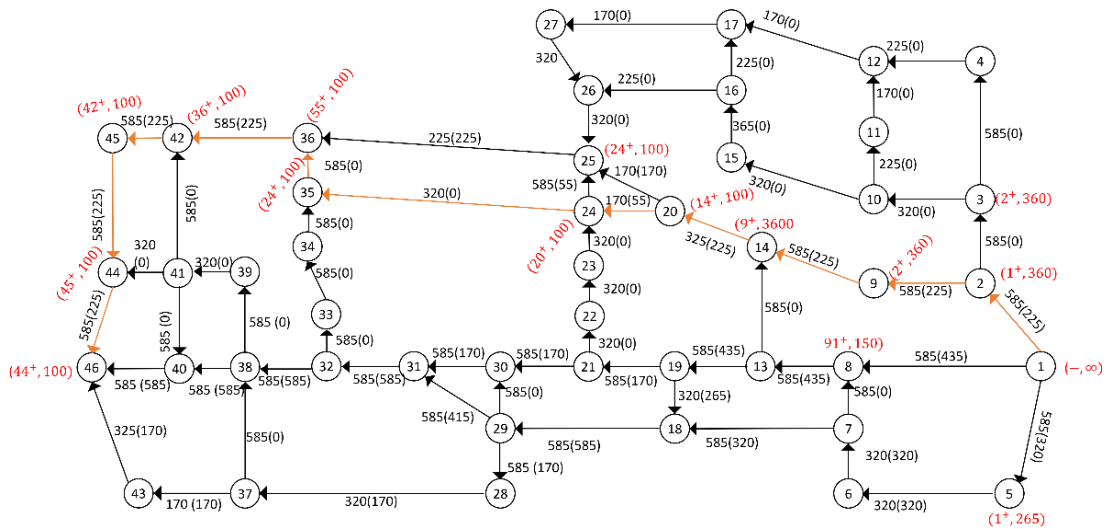
Gambar L.10.6 Pelabelan jalur penambah 1 – 8 – 13 – 19 – 21 – 30 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46

Iterasi-6: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 24 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 55 Ampere.



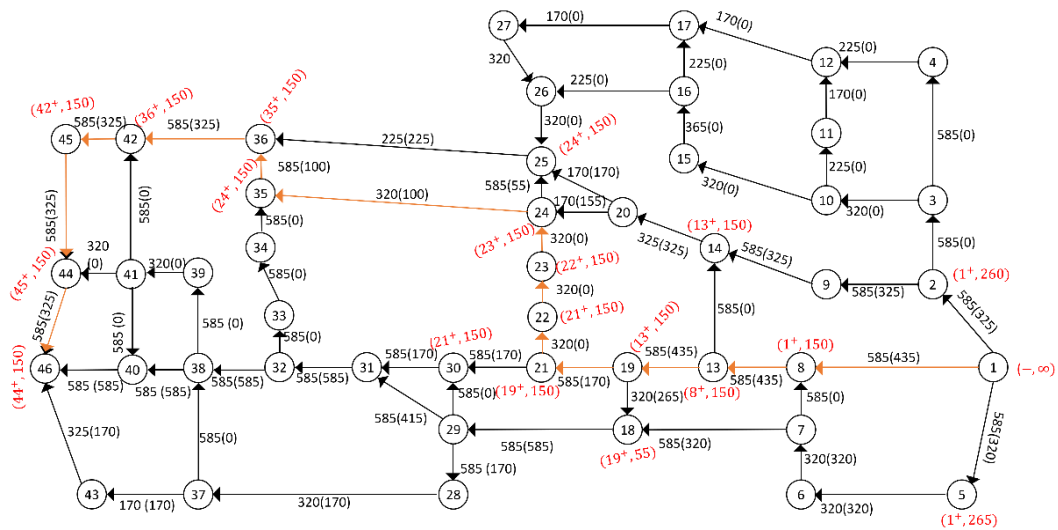
Gambar L.10.7 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 24 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-7: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 100 Ampere.



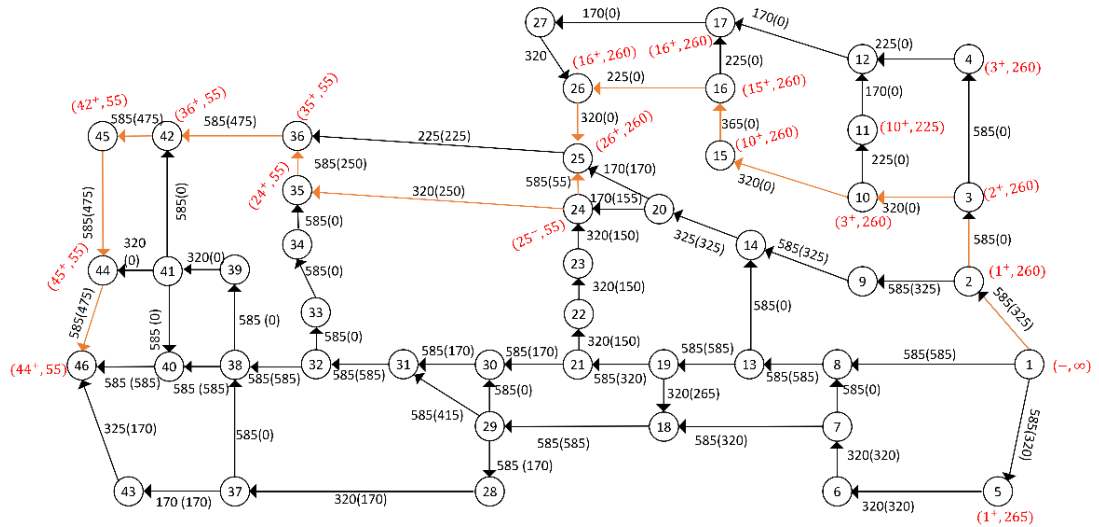
Gambar L.10.8 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-8: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 8 – 13 – 19 – 21 – 22 – 23 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 150 Ampere.



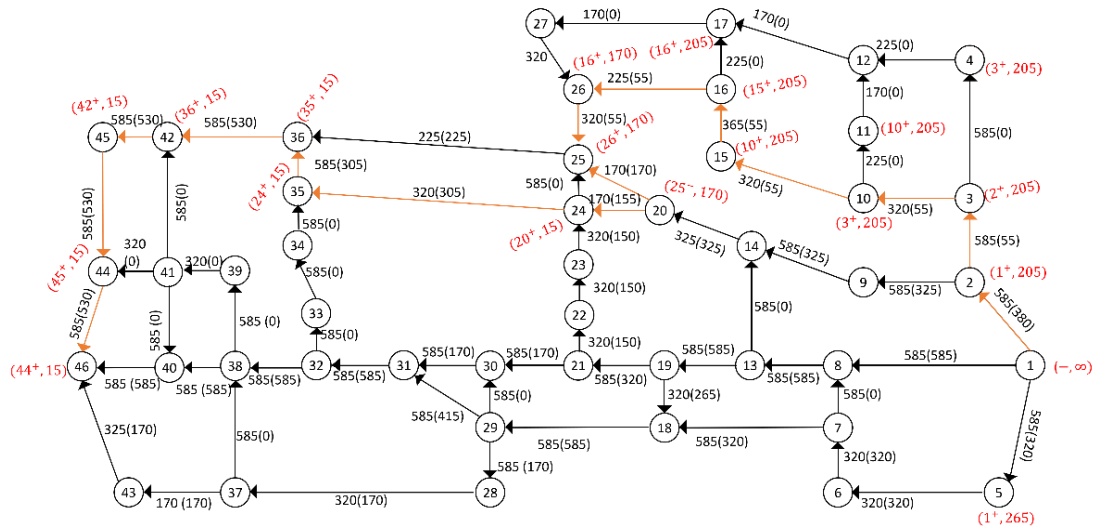
Gambar L.10.9 Pelabelan jalur penambah 1 – 8 – 13 – 19 – 21 – 22 – 23 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-9: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 55 Ampere .



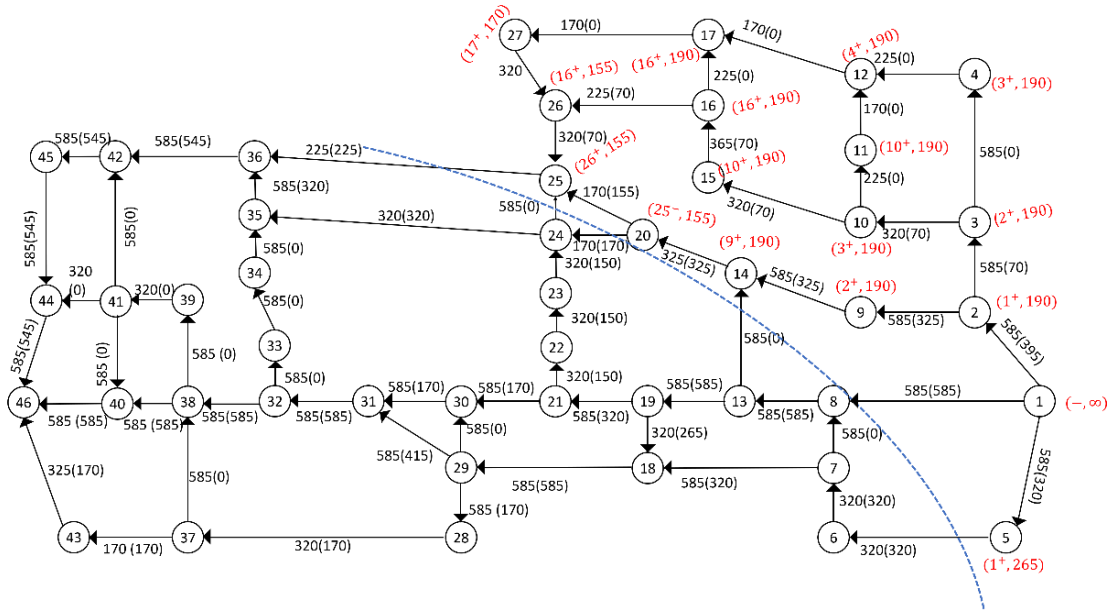
Gambar L.10.10 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-10: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, yaitu 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46. Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 15 Ampere.



Gambar L.10.11 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-11: lakukan proses pelabelan untuk mendapatkan jalur penambah, karena tidak terdapat jalur penambah maka *flow* maksimum. Hitung maksimum *flow*-nya.



Gambar L.10.12 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 20, 25, 26, 27\}$$

$$\bar{X} = \left\{ 6, 7, 8, 13, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, \right. \\ \left. 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 \right\}$$

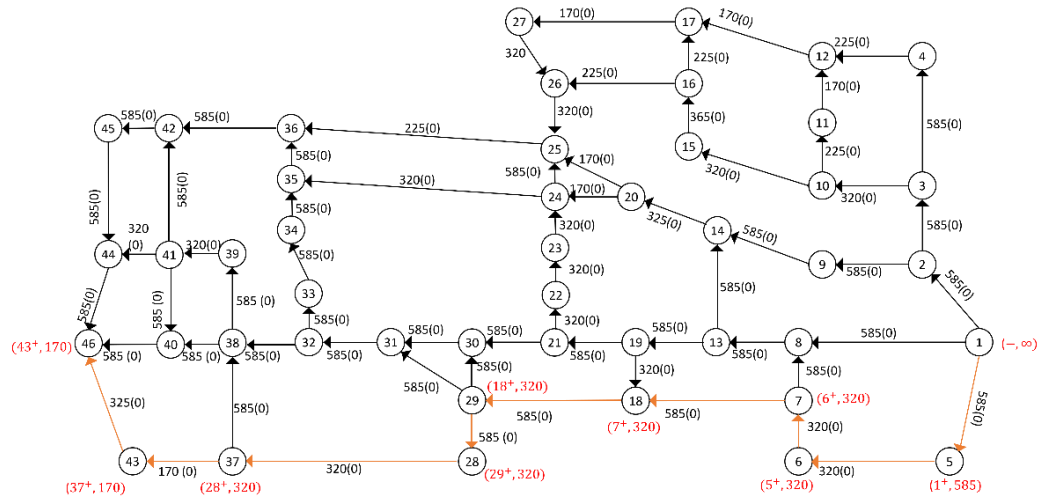
$$(X, \bar{X}) = \{(1,8), (5,6), (20,24), (25,36)\}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(1,8) + C(5,6) + C(20,24) + C(25,36) \\ = 585 + 320 + 170 + 225 = 1300$$

Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 1300 Ampere .

4	12	12 – 4	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21
10	11 15	11 – 10 15 – 10	
14	20	20 – 14	
7	18	18 – 7	
19	18, 21	18 – 19 21 – 19	
12	17	17 – 12	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30
15	16	16 – 15	
20	25, 24	25 – 20 24 – 20	
18	29	29 – 18	
21	22, 30	22 – 21 30 – 21	
17	27	27 – 17	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23
16	26	26 – 16	
25	36	36 – 25	
24	35	35 – 24	
29	31, 28	31 – 29 28 – 29	
22	23	23 – 22	
30	31	31 – 30	
36	42	42 – 36	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23, 42, 37, 32
28	37	37 – 28	
31	32	32 – 31	
42	45	45 – 42	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23, 42, 37, 32, 45, 38, 43, 33
37	38, 43	38 – 32 43 – 37	
32	33, 38	33 – 32 38 – 32	
45	44	44 – 45	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23, 42, 37, 32, 45, 38, 43, 33, 44, 39, 40, 46, 34
38	39, 40	39 – 38 40 – 38	
43	46	46 – 43	
33	34	34 – 33	
Jalur penambah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 28 – 37 – 43 – 46			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 28 – 37 – 43 – 46, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 170 Ampere



Gambar L.11.2 Pelabelan jalur penambah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 28 – 37 – 43 – 46

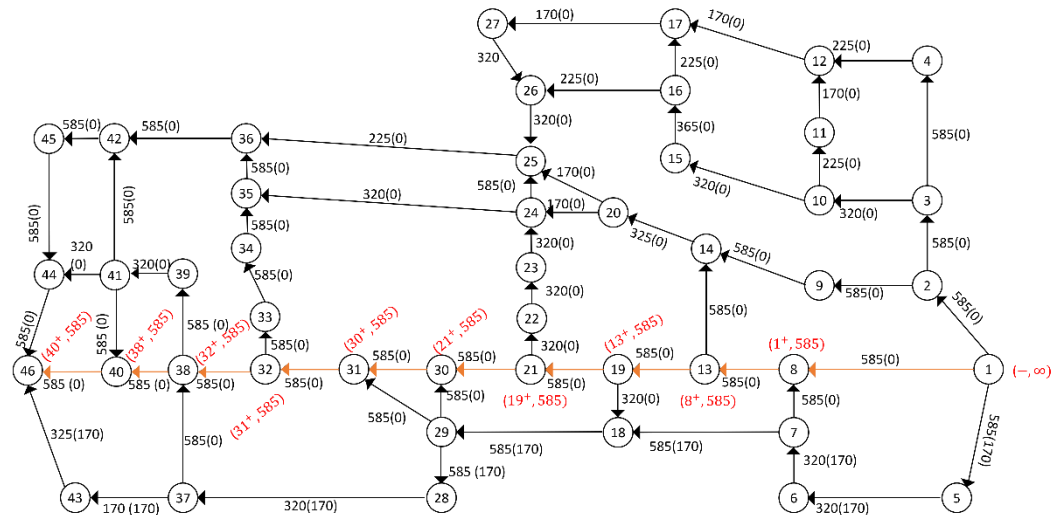
Iterasi-2: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.11.2. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.11.2 Pencarian jalur penambah *network* 46 titik dengan BFS iterasi 2

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
1	2, 8, 5	2 – 1 5 – 1 8 – 1	1, 2, 5, 8
2	3, 9	3 – 2 9 – 2	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13
8	13	13 – 8	
5	6	6 – 5	
3	4, 10	4 – 3 10 – 3	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19
9	14	14 – 9	
6	7	7 – 6	
13	14, 19	14 – 13 19 – 13	

4 10 14 7 19	12	12 – 4	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21
	11 15	11 – 10 15 – 10	
	20	20 – 14	
	18	18 – 7	
	18, 21	18 – 19 21 – 19	
12 15 20 18 21	17	17 – 12	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30
	16	16 – 15	
	25, 24	25 – 20 24 – 20	
	29	29 – 18	
	22, 30	22 – 21 30 – 21	
17 16 25 24 29 22 30	27	27 – 17	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23
	26	26 – 16	
	36	36 – 25	
	35	35 – 24	
	31, 28	31 – 29 28 – 29	
	23	23 – 22	
	31	31 – 30	
36 28 31	42	42 – 36	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23, 42, 37, 32
	37	37 – 28	
	32	32 – 31	
42 37 32	45	45 – 42	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23, 42, 37, 32, 45, 38, 33
	38	38 – 32	
	33, 38	33 – 32 38 – 32	
45 38 33	44	44 – 45	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23, 42, 37, 32, 45, 38, 43, 33, 44, 39, 40, 46, 34
	39, 40	39 – 38 40 – 38	
	34	34 – 33	
44 39 40	46	46 – 44	1, 2, 5, 8, 3, 9, 6, 13, 4, 10, 14, 7, 19, 12, 11, 15, 20, 18, 21, 17, 16, 25, 24, 29, 22, 30, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 23, 42, 37, 32, 45, 38, 43, 33, 44, 39, 40, 46, 34, 46, 41
	41	41 – 39	
	46	46 – 40	
Jalur penambah 1 – 8 – 13 – 19 – 21 – 30 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah 1 – 8 – 13 – 19 – 21 – 30 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 170 Ampere.



Gambar L.11.3 Pelabelan jalur penambah 1 – 8 – 13 – 19 – 21 – 30 – 31 – 32 – 38 – 40 – 46

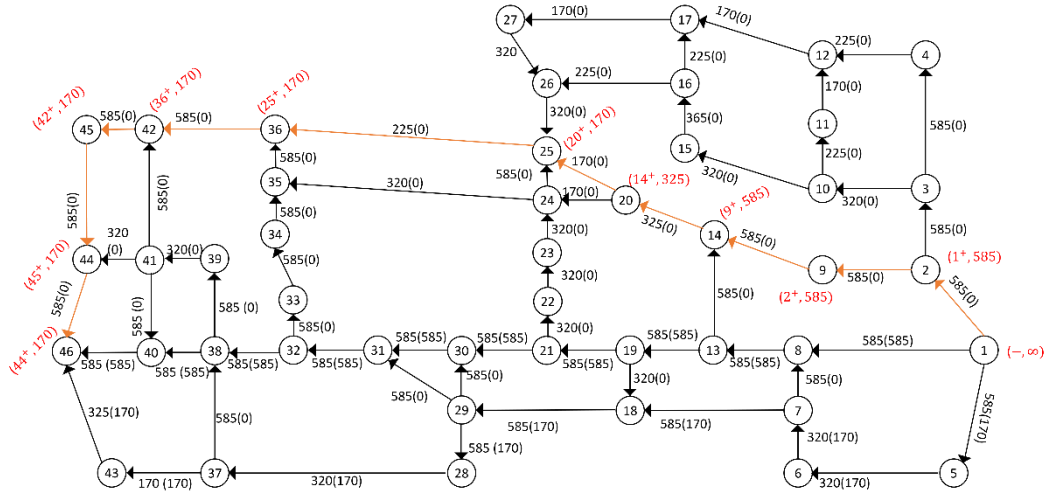
Iterasi-3: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.11.3. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.11.3 Pencarian jalur penambah *network* 46 titik dengan BFS iterasi 3

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
1	2, 5	2 – 1 5 – 1	1, 2, 5
2,5	3, 9	3 – 2 9 – 2	1, 2, 5, 3, 9, 6
	6	6 – 5	
3 9 6	4, 10	4 – 3 10 – 3	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7
	14	14 – 9	
	7	7 – 6	

4 10 14 7	12	12 – 4	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8
	11 15	11 – 10 15 – 10	
	20	20 – 14	
	8, 18	8 – 7 18 – 7	
12 15 20 18	17	17 – 12	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 25, 24, 29
	16	16 – 15	
	25, 24	25 – 20 24 – 20	
	29	29 – 18	
17 16 25 24 29	27	27 – 17	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 25, 24, 29, 27, 26, 36, 35, 31, 30, 28
	26	26 – 16	
	36	36 – 25	
	35	35 – 24	
	30, 31, 28	31 – 29 30 – 29 28 – 29	
36 28 30	42	42 – 36	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 25, 24, 29, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 30, 21, 42, 37, 30
	37	37 – 28	
	21	21 – 30	
42 37 21	45	45 – 42	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 25, 24, 29, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 30, 21, 42, 37, 30, 45, 38, 19, 22
	38	38 – 32	
	19, 22	22 – 21 19 – 21	
45 38 19 22	44	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 25, 24, 29, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 30, 21, 42, 37, 30, 45, 38, 19, 22, 44, 39 32, 13, 23
	39, 32	39 – 38 32 – 38	
	13	13 – 19	
	23	23 – 22	
44 39 32	46	46 – 44	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 25, 24, 29, 27, 26, 36, 35, 31, 28, 30, 21, 42, 37, 30, 45, 38, 19, 22, 44, 39 32, 13, 23, 46, 41, 33
	41	41 – 39	
	33	33 – 32	
Jalur penambah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 150 Ampere.



Gambar L.11.4 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

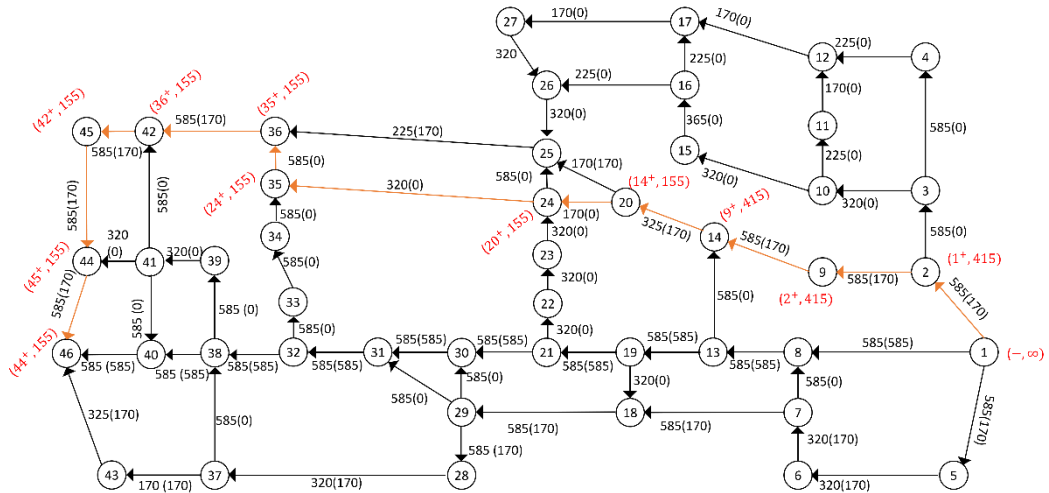
Iterasi-4: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.11.4. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.11.4 Pencarian jalur penambah *network* 46 titik dengan BFS iterasi 4

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
1	2, 5	2 – 1 5 – 1	1, 2, 5
2,5	3, 9	3 – 2 9 – 2	1, 2, 5, 3, 9, 6
	6	6 – 5	
3 9 6	4, 10	4 – 3 10 – 3	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7
	14	14 – 9	
	7	7 – 6	
4 10	12	12 – 4	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8
	11 15	11 – 10	

14 7		15 – 10	
	20	20 – 14	
	8, 18	8 – 7 18 – 7	
12 15 20 18	17	17 – 12	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 24, 29
	16	16 – 15	
	24	24 – 20	
	29	29 – 18	
17 16 24 29	27	27 – 17	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 24, 29, 27, 26, 35, 25, 30, 31, 28
	26	26 – 16	
	35, 25	35 – 24 25 – 24	
	30, 31, 28	30 – 29 31 – 29 28 – 29	
35 25 30 28	36	36 – 35	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 24, 29, 27, 26, 35, 25, 30, 31, 28, 36, 21, 37
	36	36 – 25	
	21	21 – 30	
	37	37 – 28	
36 21 37	42	42 – 36	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 24, 29, 27, 26, 35, 25, 30, 31, 28, 36, 19, 21, 37, 42, 22, 38
	19, 22	22 – 21 19 – 21	
	38	38 – 37	
42 22 19 38	45	45 – 42	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 24, 29, 27, 26, 35, 25, 30, 31, 28, 36, 19, 21, 37, 42, 22, 38, 45, 23, 13, 39, 32
	23	23 – 22	
	13	13 – 19	
	39, 32	39 – 38 32 – 38	
45 39 32	44	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 24, 29, 27, 26, 35, 25, 30, 31, 28, 36, 19, 21, 37, 42, 22, 38, 45, 23, 13, 39, 32 44, 41, 33
	41	41 – 39	
	33	33 – 32	
44 33	46	46 – 44	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 20, 18, 8, 17, 16, 24, 29, 27, 26, 35, 25, 30, 31, 28, 36, 19, 21, 37, 42, 22, 38, 45, 23, 13, 39, 32 44, 41, 33, 46, 34
	34	34 – 33	
Jalur penambah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46, Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 265 Ampere.



Gambar L.11.5 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 9 – 14 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

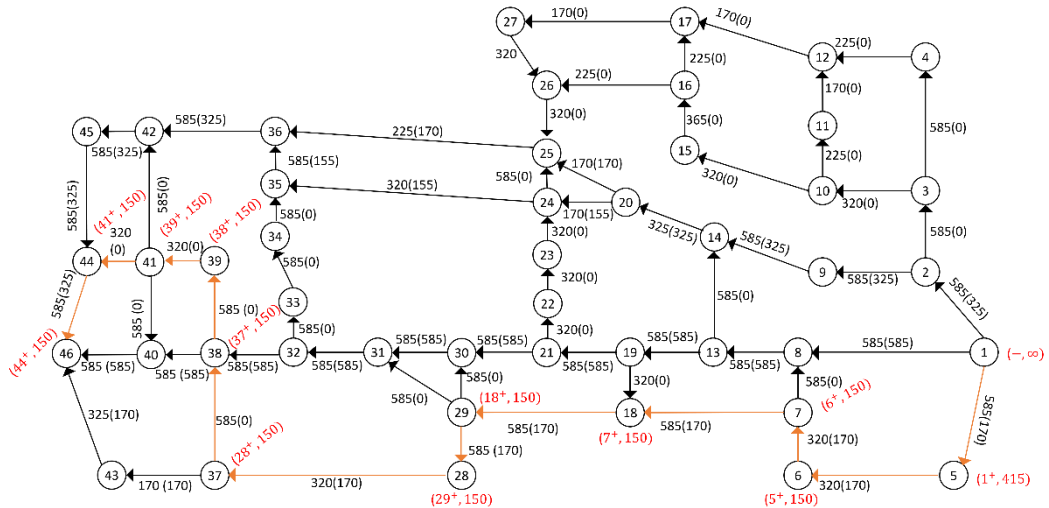
Iterasi-5: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.11.5. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.11.5 Pencarian jalur penambah *network* 46 titik dengan BFS iterasi 5

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
1	2, 5	2 – 1 5 – 1	1, 2, 5
2, 5	3, 9	3 – 2 9 – 2	1, 2, 5, 3, 9, 6
	6	6 – 5	
3 9 6	4, 10	4 – 3 10 – 3	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7
	14	14 – 9	
	7	7 – 6	
4 10 7	12	12 – 4	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8
	11, 15	11 – 10 15 – 10	
	8, 18	8 – 7 18 – 7	
12 15	17	17 – 12	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29
	16	16 – 15	

18	29	29 – 18	
17 16 29	27	27 – 17	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29, 27, 26, 30, 31, 28
	26	26 – 16	
	30, 31, 28	30 – 29	
		31 – 29 28 – 29	
26 30 28	25	25 – 26	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29, 27, 26, 30, 31, 28, 25, 21, 37
	21	21 – 30	
	37	37 – 28	
25 21 37	36, 20	36 – 25 20 – 25	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29, 27, 26, 30, 31, 28, 25, 21, 37 36, 20, 19, 22, 38
	19, 22	22 – 21 19 – 21	
	38	38 – 37	
36 20 22 19 38	42, 35	45 – 42 35 – 36	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29, 27, 26, 30, 31, 28, 25, 21, 37 36, 20, 19, 22, 38, 42, 35 14, 24, 23, 13, 39, 32
	14, 24	14 – 20 24 – 20	
	23	23 – 22	
	13	13 – 19	
	39, 32	39 – 38 32 – 38	
42 39 32	45	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29, 27, 26, 30, 31, 28, 25, 21, 37 36, 20, 19, 22, 38, 42, 35 14, 24, 23, 13, 39, 32, 45, 41, 33
	41	41 – 39	
	33	33 – 32	
45 41 33	44	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29, 27, 26, 30, 31, 28, 25, 21, 37 36, 20, 19, 22, 38, 42, 35 14, 24, 23, 13, 39, 32, 45, 41, 33, 44, 34
	44	44 – 41	
	34	34 – 33	
44	46	46 – 44	1, 2, 5, 3, 9, 6, 4, 10, 14, 7, 12, 11, 15, 18, 8, 17, 16, 29, 27, 26, 30, 31, 28, 25, 21, 37 36, 20, 19, 22, 38, 42, 35 14, 24, 23, 13, 39, 32, 45, 41, 33, 44, 34, 46
Jalur penambah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 28 – 37 – 38 – 38 – 41 – 44 – 46			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 28 – 37 – 38 – 38 – 41 – 44 – 46 Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 170 Ampere .



Gambar L.11.6 Pelabelan jalur penambah 1 – 5 – 6 – 7 – 18 – 29 – 28 – 37 – 38 – 38 – 41 – 44 – 46

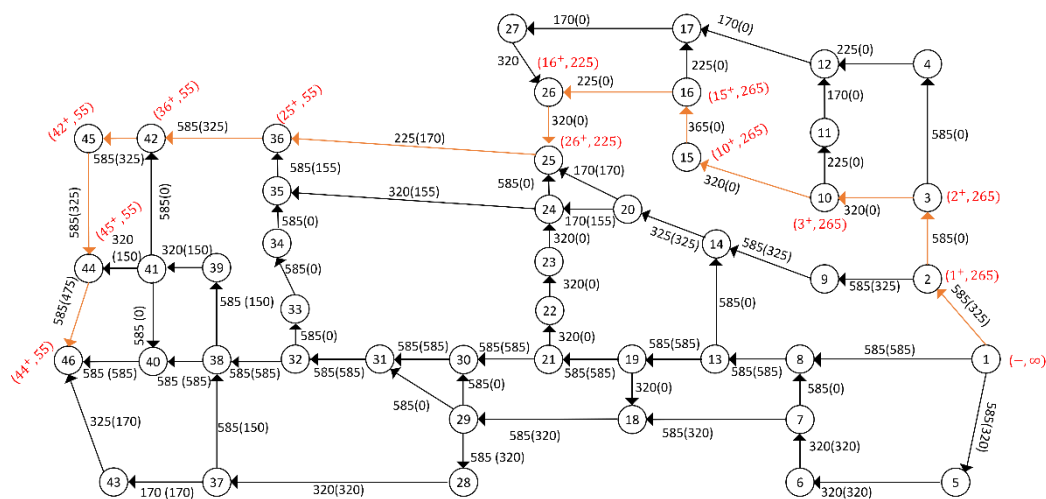
Iterasi-6: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.11.6. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.11.6 Pencarian jalur penambah *network* 46 titik dengan BFS iterasi 6

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
1	2, 5	2 – 1 5 – 1	1, 2, 5
2	3, 9	3 – 2 9 – 2	1, 2, 5, 3, 9
3	4, 10	4 – 3 10 – 3	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14
9	14	14 – 9	
4	12	12 – 4	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15
10	11 15	11 – 10 15 – 10	
12	17	17 – 12	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16
15	16	16 – 15	
17	27	27 – 17	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26
16	26	26 – 16	

26	25	25 – 26	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25
25	36, 20	36 – 25 20 – 25	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 36, 20
36 20	42, 35	45 – 42 35 – 36	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 36, 20, 42, 35, 14, 24
	14, 24	14 – 20 24 – 20	
42	45	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 36, 20, 42, 35, 14, 24, 45
45	44	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 36, 20, 42, 35, 14, 24, 45, 44
44	46	46 – 44	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 36, 20, 42, 35, 14, 24, 45, 44, 46
Jalur penambah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46 , Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 55 Ampere.



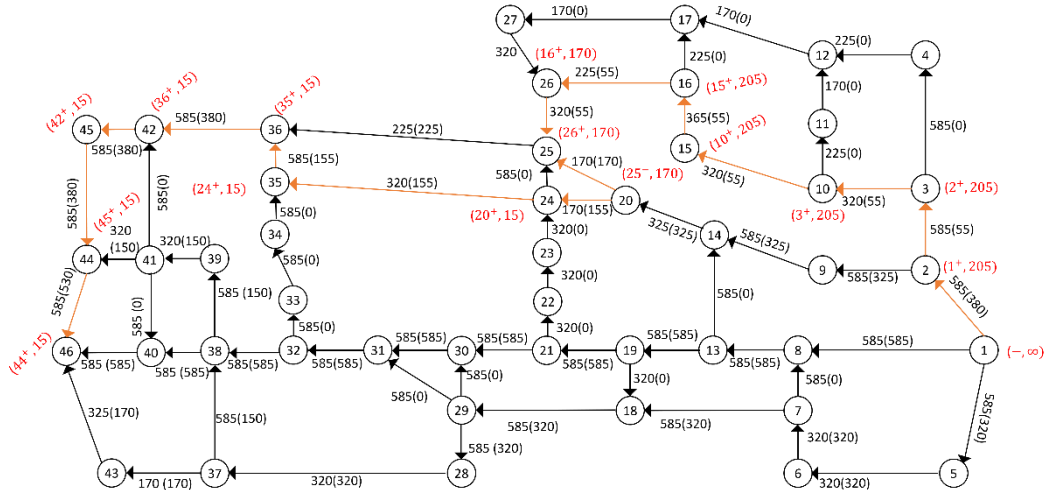
Gambar L.11.7 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-7: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.11.7. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.11.7 Pencarian jalur penambah *network* 46 titik dengan BFS iterasi 7

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
1	2, 5	2 – 1 5 – 1	1, 2, 5
2	3, 9	3 – 2 9 – 2	1, 2, 5, 3, 9
3 9	4, 10 14	4 – 3 10 – 3 14 – 9	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14
4 10	12 11 15	12 – 4 11 – 10 15 – 10	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15
12 15	17 16	17 – 12 16 – 15	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16
17 16	27 26	27 – 17 26 – 16	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26
26	25	25 – 26	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25
25	20	20 – 25	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20
20	14, 24	14 – 20 24 – 20	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14, 24
24	35	35 – 24	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14, 24, 35
35	36	36 – 35	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14, 24, 35, 36
36	42	42 – 36	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14, 24, 35, 36, 42
42	45	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14, 24, 35, 36, 42, 45
45	44	44 – 45	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14, 24, 35, 36, 42, 45, 44
44	46	46 – 44	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14, 24, 35, 36, 42, 45, 44, 46
Jalur penambah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46			

Dapat dilihat pada Gambar jalur penambahnya adalah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46 , Ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut sebesar 100 Ampere .



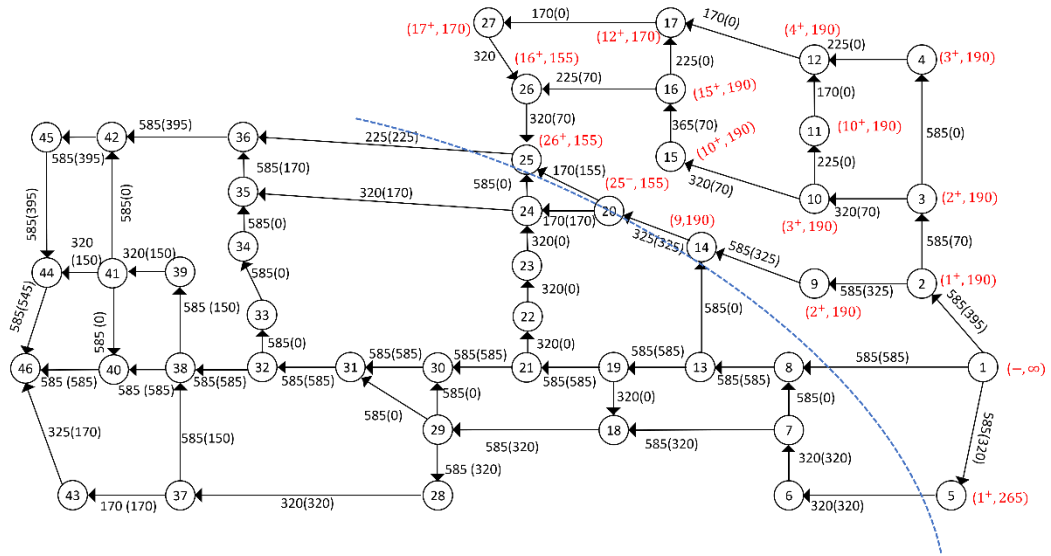
Gambar L.11.8 Pelabelan jalur penambah 1 – 2 – 3 – 10 – 15 – 16 – 26 – 25 – 20 – 24 – 35 – 36 – 42 – 45 – 44 – 46

Iterasi-8: cari jalur penambah dengan menggunakan algoritma BFS seperti pada Tabel L.11.8. Setelah jalur penambah diperoleh lakukan proses pelabelan, kemudian ganti aliran lama dengan aliran baru pada jalur tersebut.

Tabel L.11.8 Pencarian jalur penambah *network* 46 titik dengan BFS iterasi 8

Antrian	Simpul bertetangga yang dapat dikunjungi	Parent map (<i>path</i>)	Simpul yang telah dikunjungi
1	2, 5	2 – 1 5 – 1	1, 2, 5
2	3, 9	3 – 2 9 – 2	1, 2, 5, 3, 9
3	4, 10	4 – 3 10 – 3	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14
9	14	14 – 9	
4	12	12 – 4	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15
10	11 15	11 – 10 15 – 10	

12	17	17 – 12	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16
15	16	16 – 15	
17	27	27 – 17	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26
16	26	26 – 16	
26	25	25 – 26	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25
25	20	20 – 25	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20
20	14	14 – 20	1, 2, 5, 3, 9, 4, 10, 14, 12, 11, 15, 17, 16, 27, 26, 25, 20, 14
Tidak ada Jalur penambah			



Gambar L.11.9 Network Hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 20, 25, 26, 27\}$$

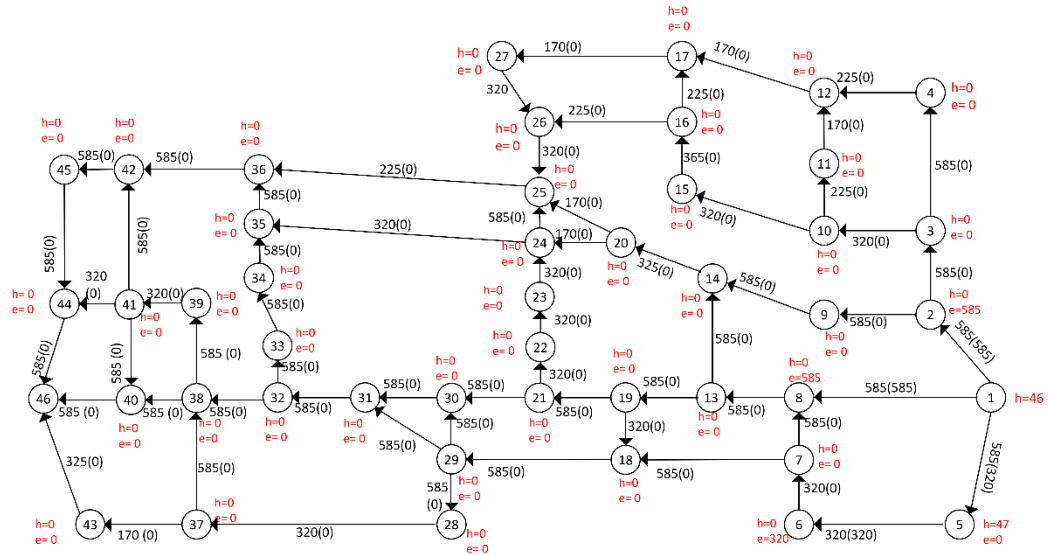
$$\bar{X} = \left\{ \begin{array}{l} 6, 7, 8, 13, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, \\ 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 \end{array} \right\}$$

$$(X, \bar{X}) = \{(1,8), (5,6), (20,24), (25,36)\}$$

$$\begin{aligned} C(X, \bar{X}) &= C(1,8) + C(5,6) + C(20,24) + C(25,36) \\ &= 585 + 320 + 170 + 225 = 1300 \end{aligned}$$

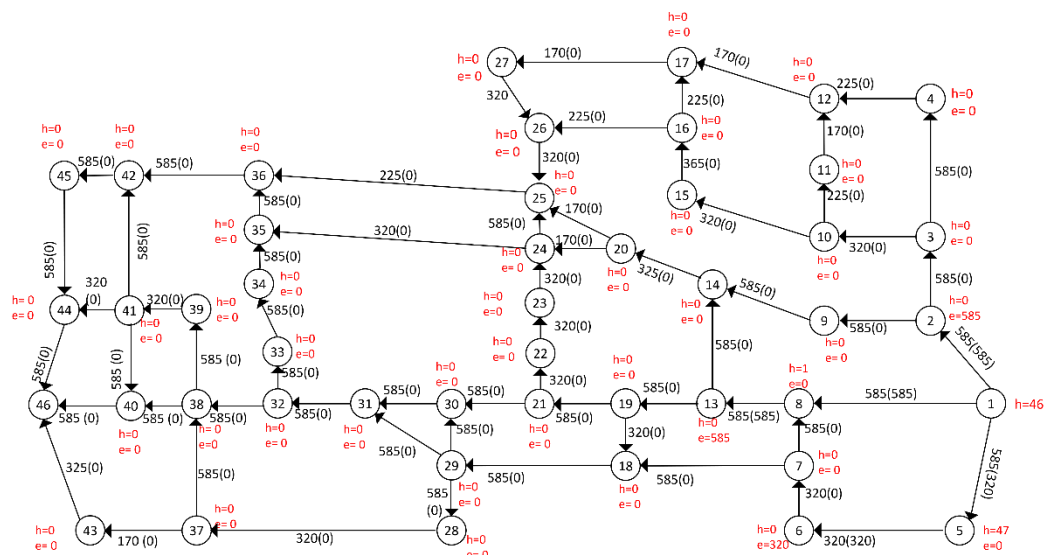
Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 1300 Ampere.

Iterasi-2: titik 2,5, dan 8 aktif, *Relabel 5*. Alirkan arus listrik sebesar 320 Ampere dari 5 ke 6 sehingga $e(6) = 320$ Ampere, dan alirkan arus listrik sebesar 265 Ampere dari 5 ke 1 sehingga $e(5) = 0$.



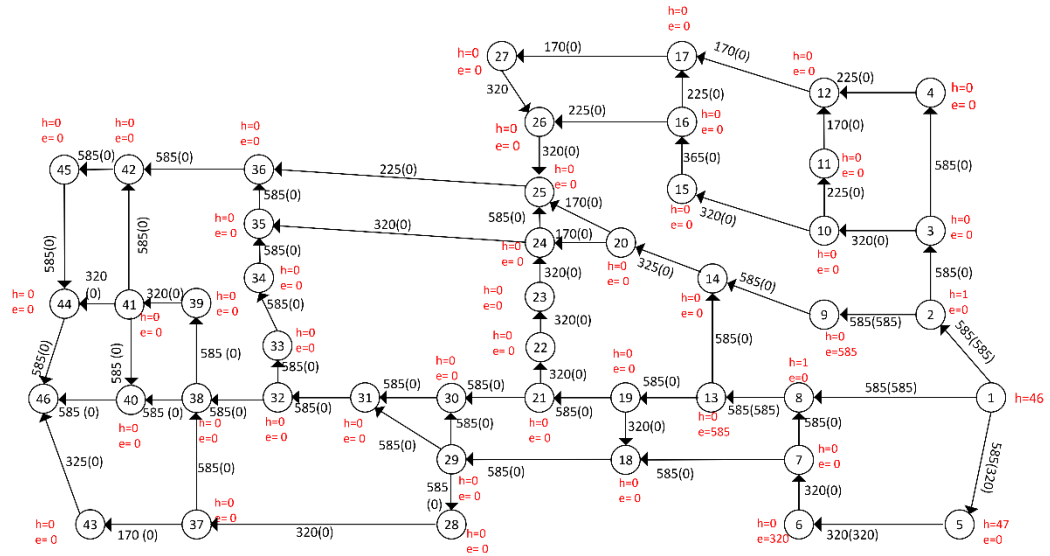
Gambar L.12.3 *Relabel 5*, push dari 5 ke 6 dan 1

Iterasi-3: titik 2,6, dan 8 aktif, *Relabel 8*. Alirkan arus listrik sebesar 585 dari 8 ke 13 sehingga $e(13) = 585$ Ampere.



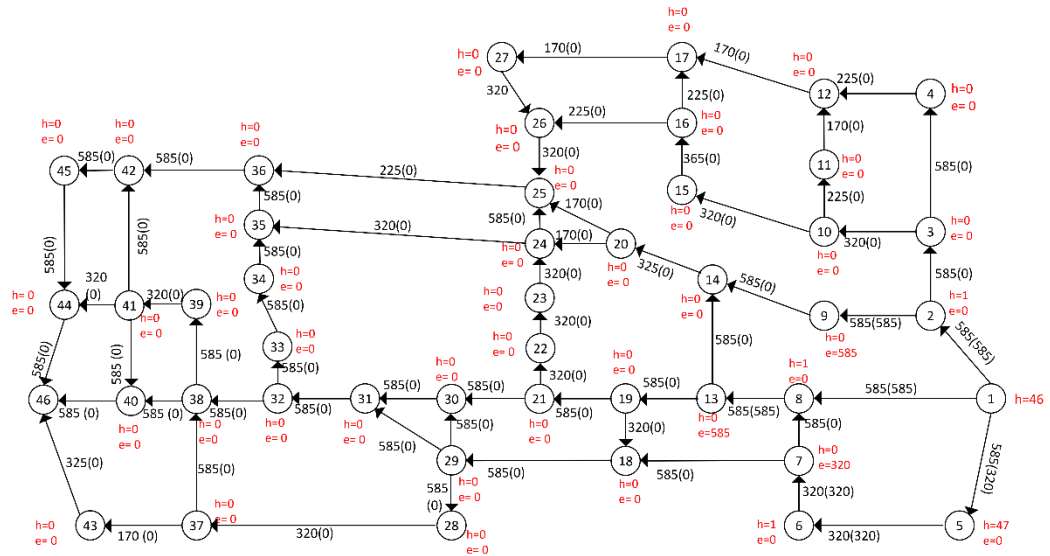
Gambar L.12.4 *Relabel 8*, push dari 8 ke 13

Iterasi-4: titik 2, 6, dan 13 aktif, *Relabel 2*. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 2 ke 9 sehingga $e(9) = 585$ Ampere.



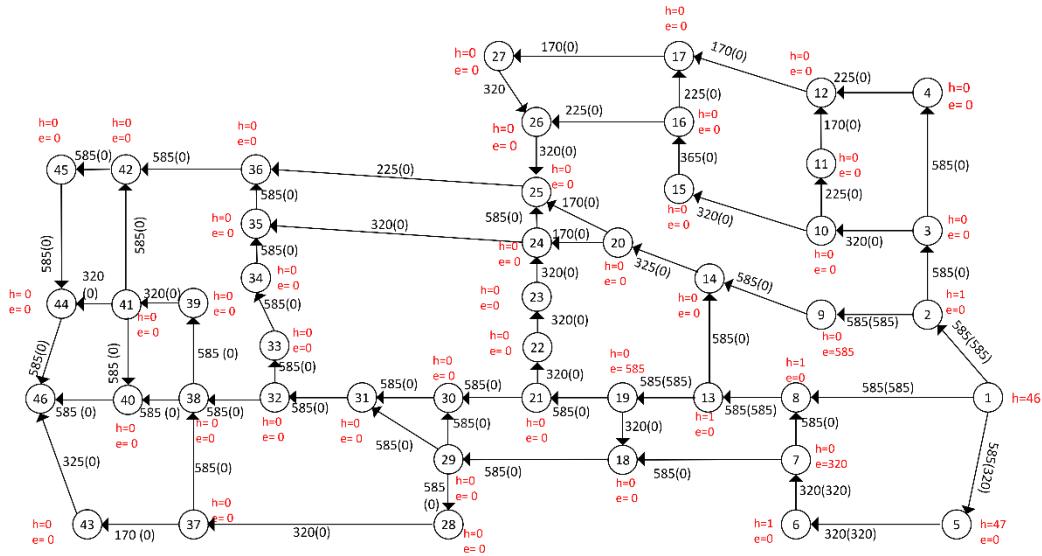
Gambar L.12.5 *Relabel 2*, push dari 2 ke 9

Iterasi-5: titik 9, 6, dan 13 aktif, *Relabel 6*. Alirkan arus listrik sebesar 320 Ampere dari 6 ke 7 sehingga $e(7)=320$ Ampere.



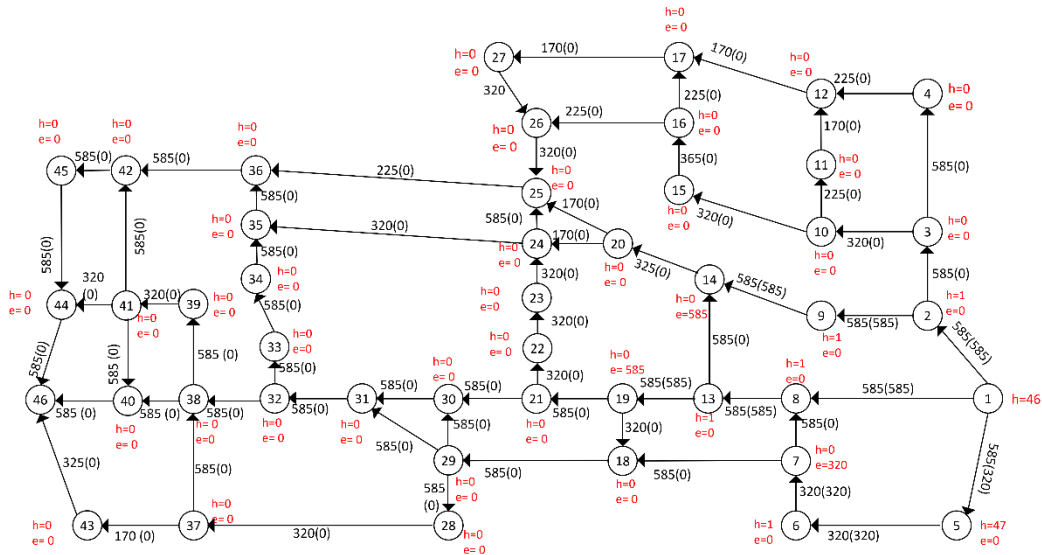
Gambar L.12.6 *Relabel 6*, push dari 6 ke 7

Iterasi-6: titik 7, 13, dan 9 aktif, *Relabel 13*. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 13 ke 19 sehingga $e(19) = 585$ ampere.



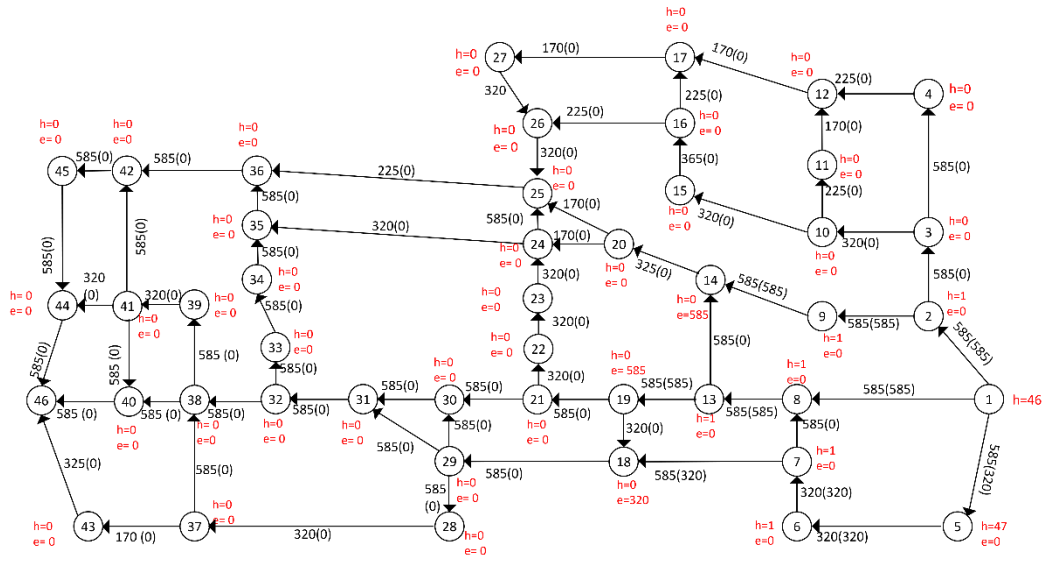
Gambar L.12.7 *Relabel 13, push* dari 13 ke 19

Iterasi-7: titik 7, 19, dan 9 aktif, *Relabel 9*. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 9 ke 14 sehingga $e(14) = 585$ Ampere.



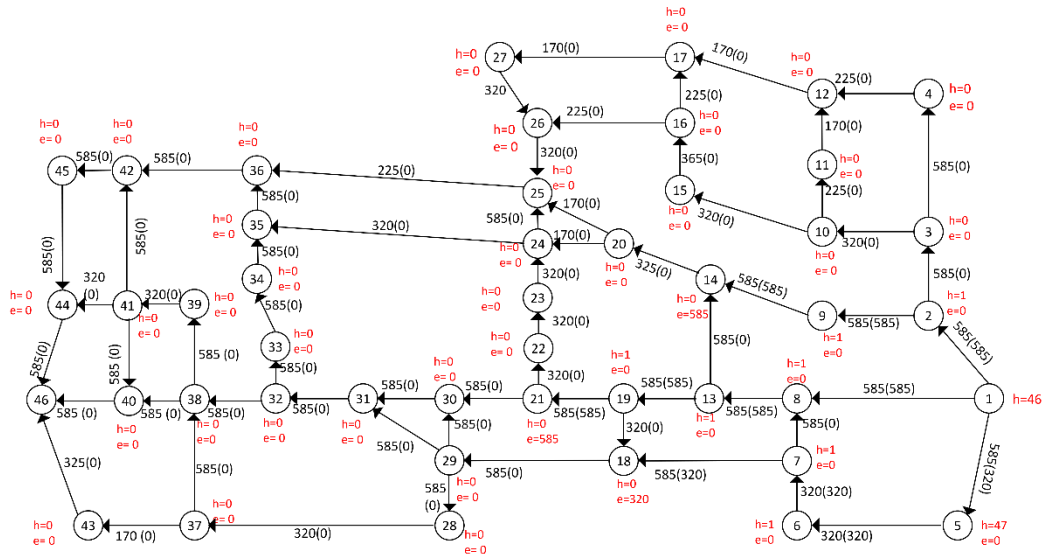
Gambar L.12.8 *Relabel 9, push* dari 9 ke 14

Iterasi-8: titik 7, 14, dan 19 aktif, *Relabel 7*. Alirkan arus listrik sebesar 320 Ampere dari 7 ke 18 sehingga $e(18) = 320$ Ampere.



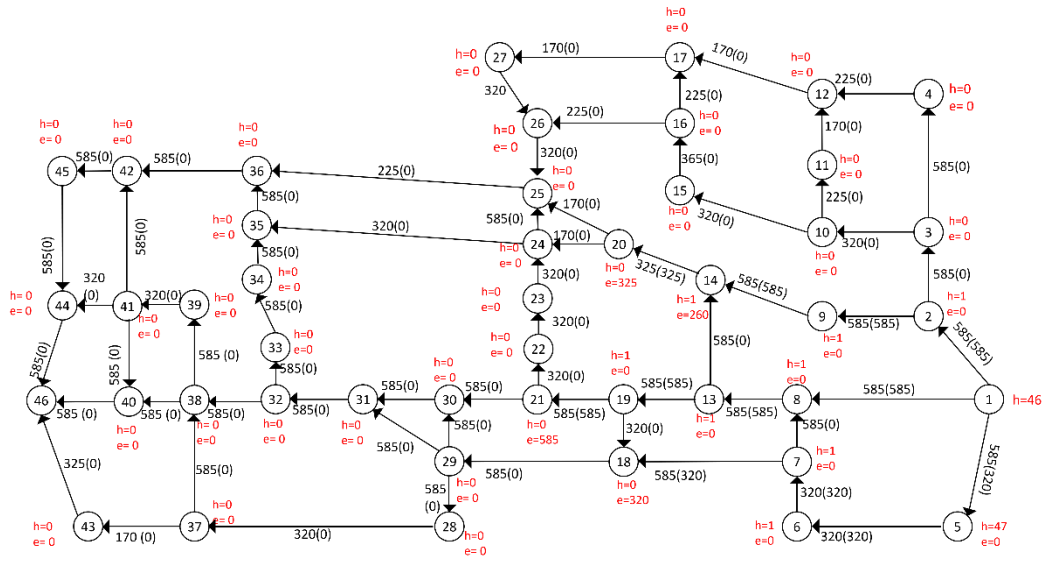
Gambar L.12.8 Relabel 7, push dari 7 ke 18

Iterasi-9: titik 14, 18 dan 19 aktif, Relabel 19. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 19 ke 21 sehingga $e(21) = 585$ Ampere.



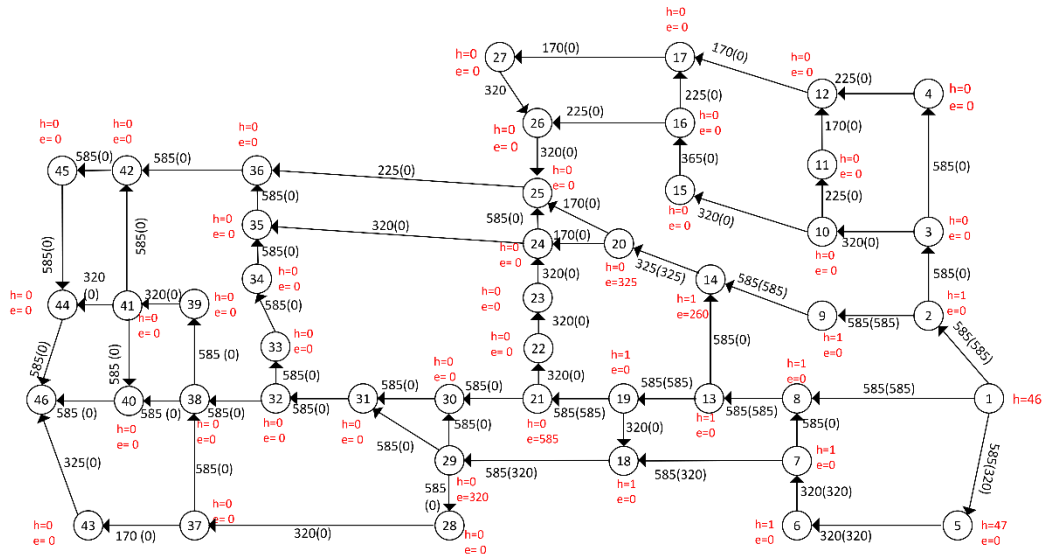
Gambar L.12.10 Relabel 19, push dari 19 ke 21

Iterasi-10: titik 14, 18 dan 21 aktif, Relabel 14. Alirkan arus listrik sebesar 325 Ampere dari 14 ke 20 sehingga $e(20) = 325$ Ampere.



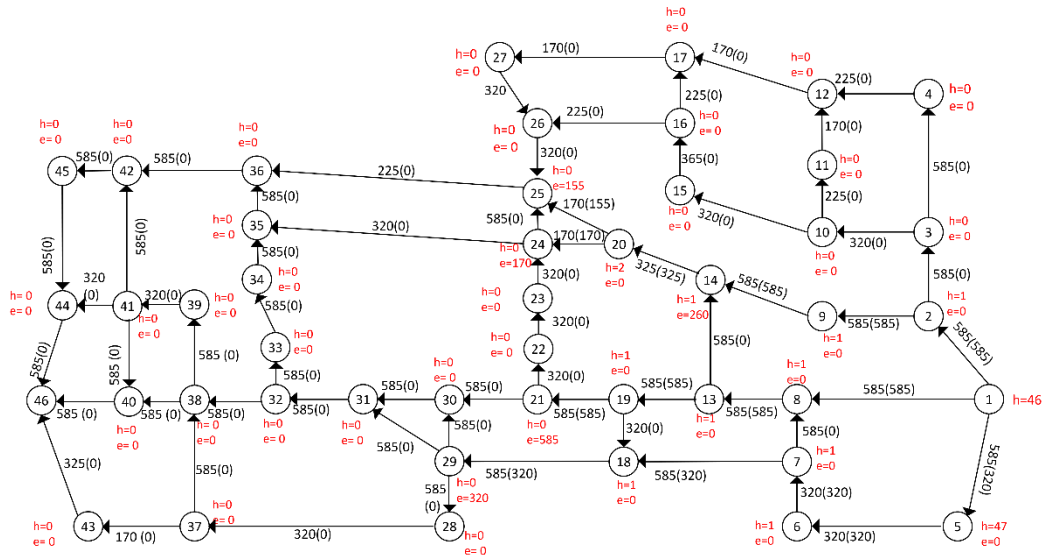
Gambar L.12.11 Relabel 14, push dari 14 ke 20

Iterasi-11: titik 14, 18, 20 dan 21 aktif, Relabel 18. Alirkan arus listrik sebesar 320 Ampere dari 18 ke 29 sehingga $e(29) = 320$ Ampere.



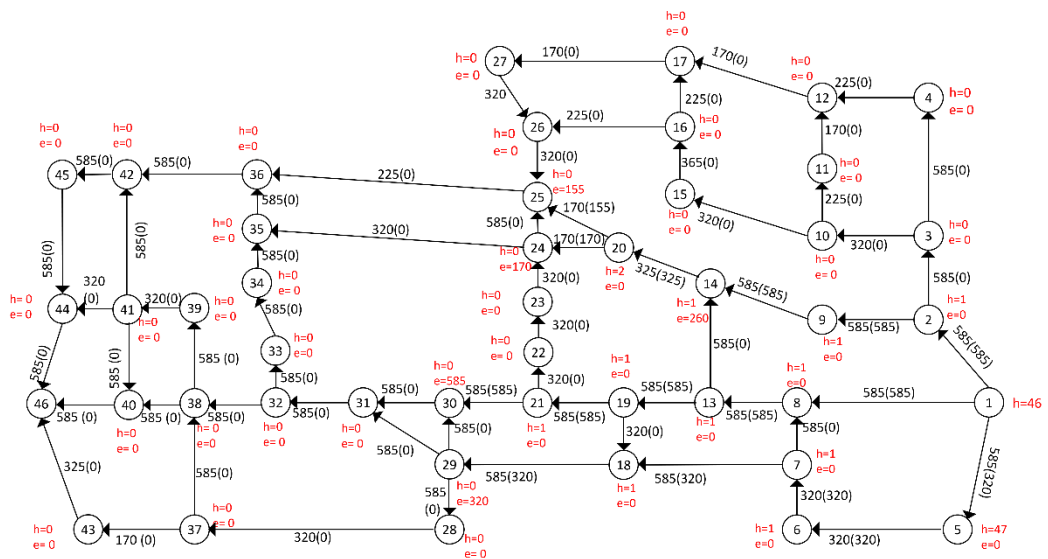
Gambar L.12.12 Relabel 18, push dari 18 ke 29

Iterasi-12: titik 14, 20, 29 dan 21 aktif, Relabel 20. Alirkan arus listrik sebesar 170 Ampere dari 20 ke 24 sehingga $e(24) = 170$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 155 Ampere dari 20 ke 25 sehingga $e(25) = 155$ Ampere.



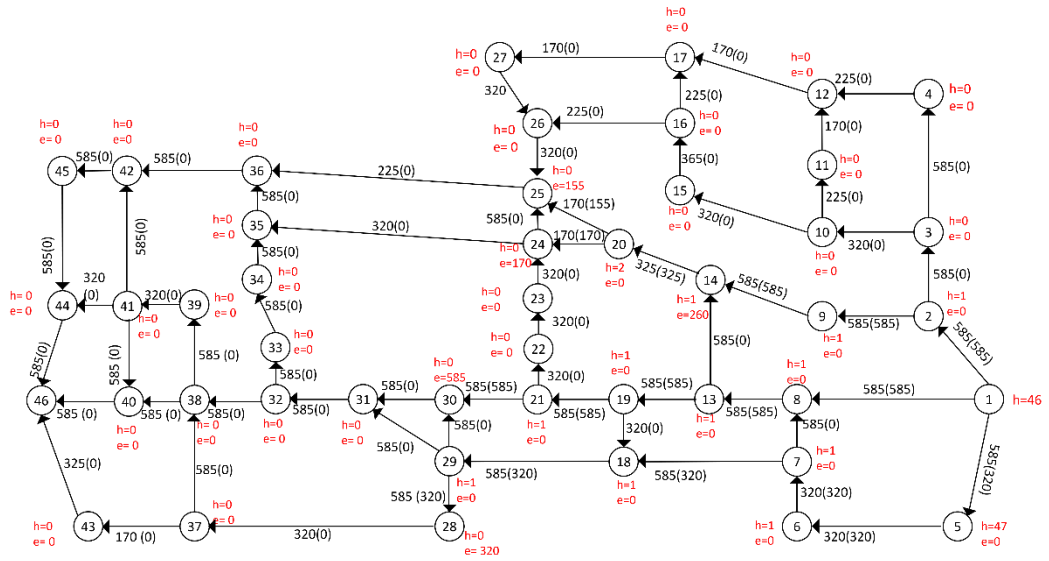
Gambar L.12.13 Relabel 20, *push* dari 20 ke 24 dan 25

Iterasi-13: titik 14, 21, 24, 25 dan 29 aktif, *Relabel 21*. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 21 ke 30 sehingga $e(30) = 585$ Ampere.



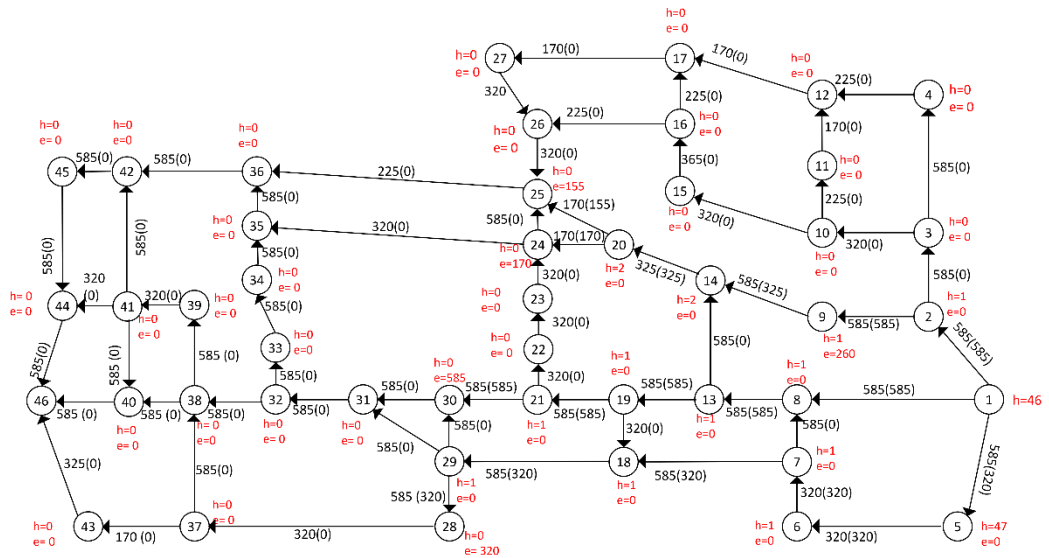
Gambar L.12.14 Relabel 21, *push* dari 21 ke 30

Iterasi-14: titik 14, 24, 25, 29 dan 30 aktif, *Relabel 29*. Alirkan arus listrik sebesar 320 Ampere dari 29 ke 28 sehingga $e(28) = 320$ Ampere.



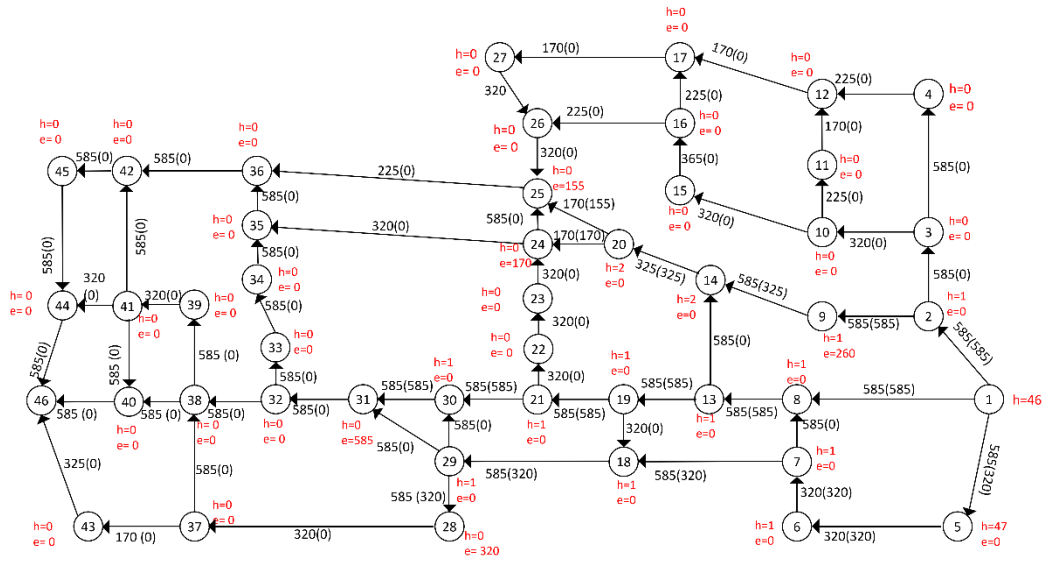
Gambar L.12.15 Relabel 29, push dari 29 ke 28

Iterasi-15: titik 14, 24, 25, 28 dan 30 aktif, Relabel 14. Alirkan arus listrik sebesar 260 Ampere dari 14 ke 9 sehingga $e(9) = 260$ Ampere.



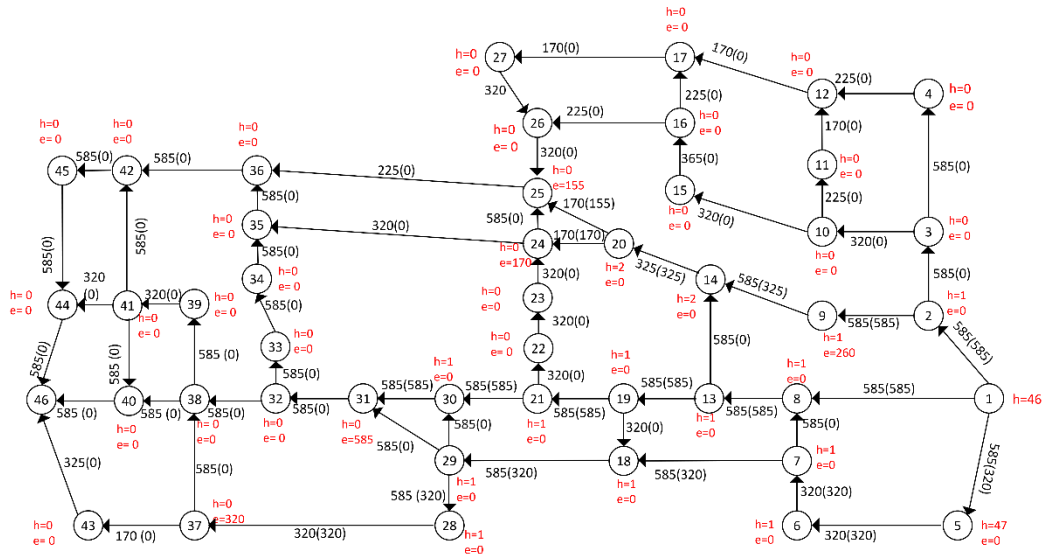
Gambar L.12.16 Relabel 14, push dari 14 ke 9

Iterasi-16: titik 9, 24, 25, 28 dan 30 aktif, Relabel 30. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 30 ke 31 sehingga $e(31) = 585$ Ampere.



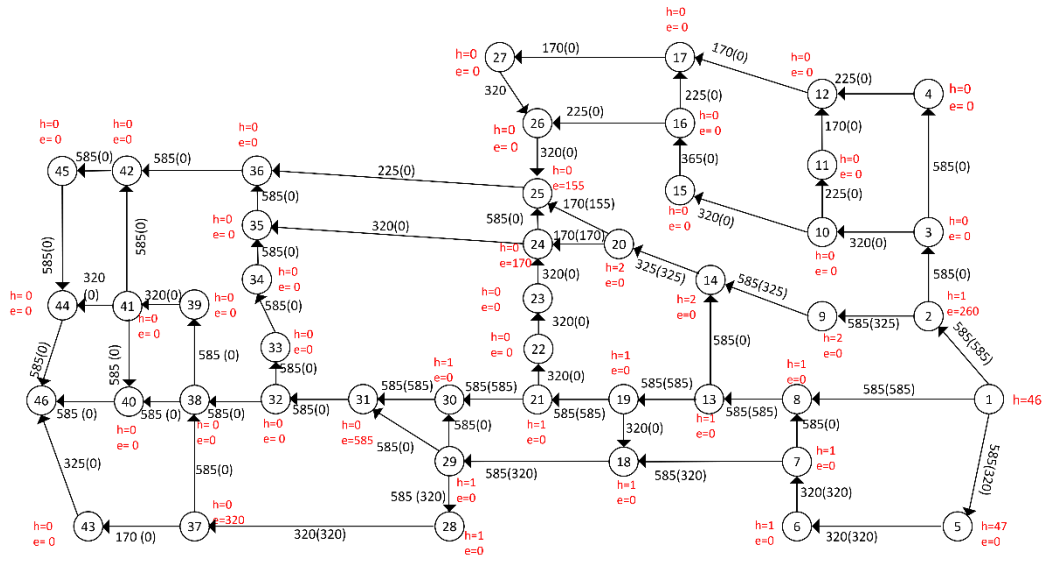
Gambar L.12.17 Relabel 30, push dari 30 ke 31

Iterasi-17: titik 9, 24, 25, 28 dan 31 aktif, Relabel 28. Alirkan arus listrik sebesar 320 Ampere dari 28 ke 37 sehingga $e(37) = 320$ Ampere.



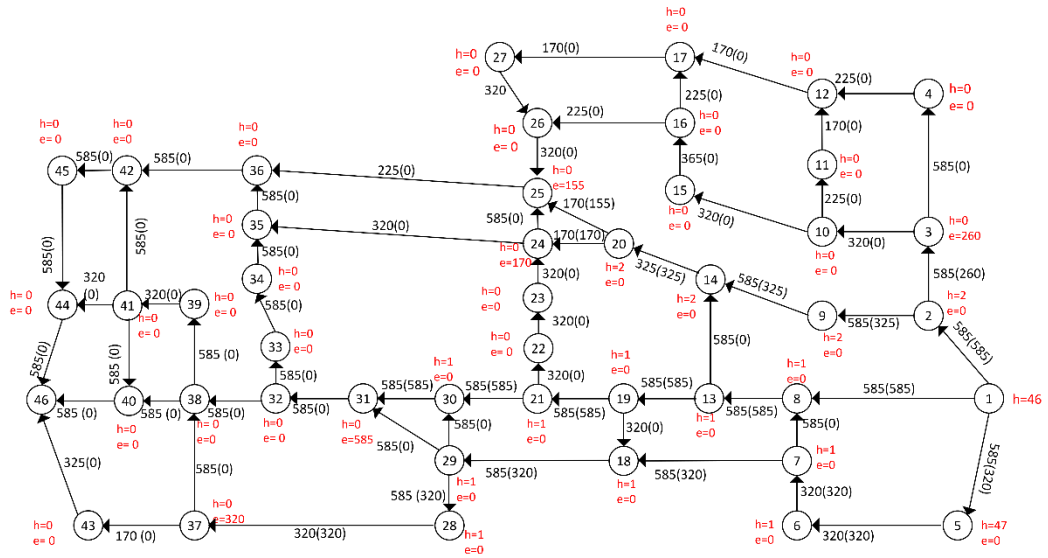
Gambar L.12.18 Relabel 28, push dari 28 ke 37

Iterasi-18: titik 9, 24, 25, 31 dan 37 aktif, Relabel 9. Alirkan arus listrik sebesar 260 Ampere dari 9 ke 2 sehingga $e(2) = 260$ Ampere.



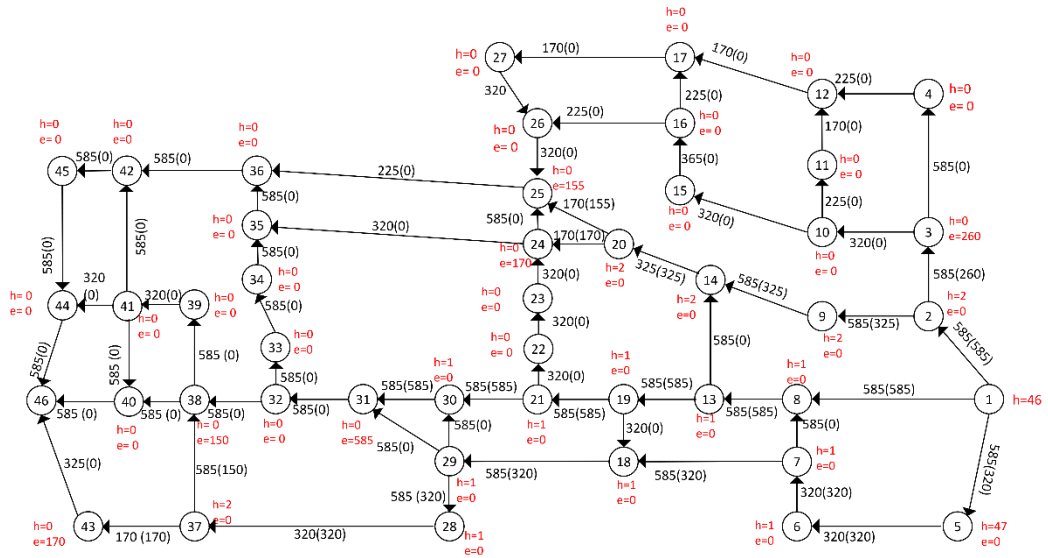
Gambar L.12.19 Relabel 9, push dari 9 ke 2

Iterasi-19: titik 2, 24, 25, 31 dan 37 aktif, Relabel 2. Alirkan arus listrik sebesar 260 Ampere dari 2 ke 3 sehingga $e(3) = 260$ Ampere.



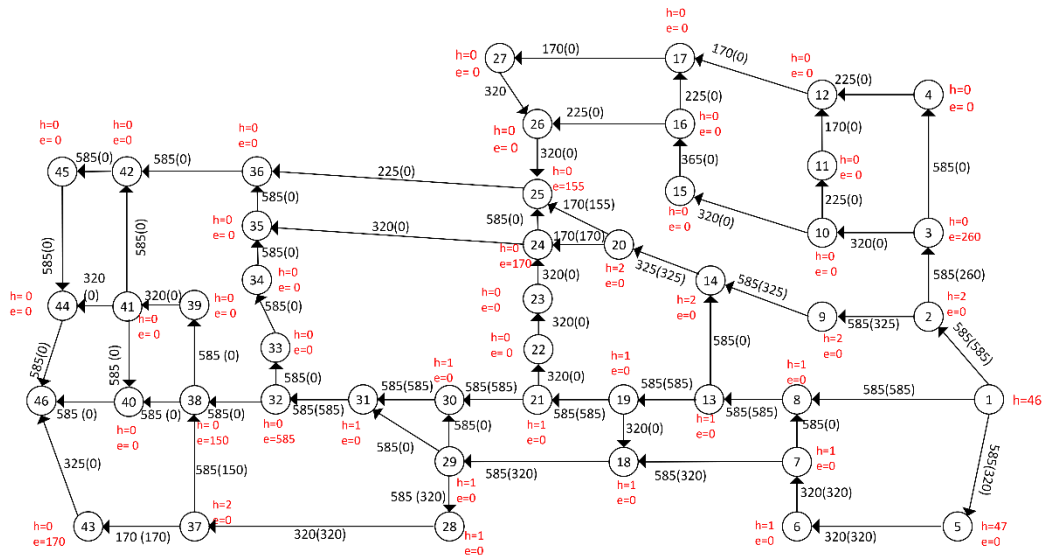
Gambar L.12.20 Relabel 2, push dari 2 ke 3

Iterasi-20: titik 3, 24, 25, 31 dan 37 aktif, Relabel 37. Alirkan arus listrik sebesar 170 Ampere dari 37 ke 43 sehingga $e(43) = 170$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 150 Ampere dari 37 ke 38 sehingga $e(38) = 150$ Ampere.



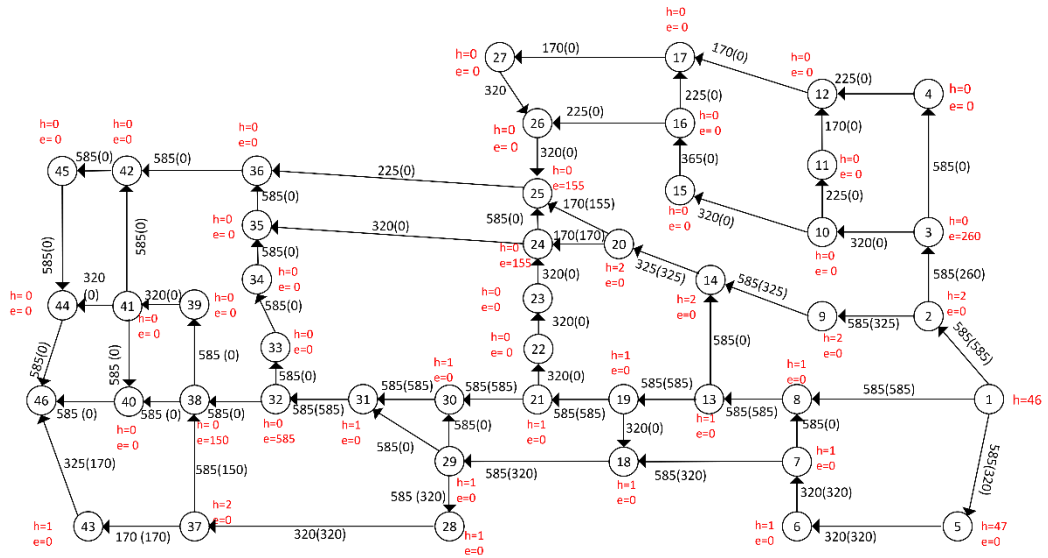
Gambar L.12.21 Relabel 37, push dari 37 ke 43 dan 38

Iterasi-21: titik 3, 24, 25, 31, 38 dan 43 aktif, Relabel 31. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 31 ke 32 sehingga $e(32) = 585$ Ampere.



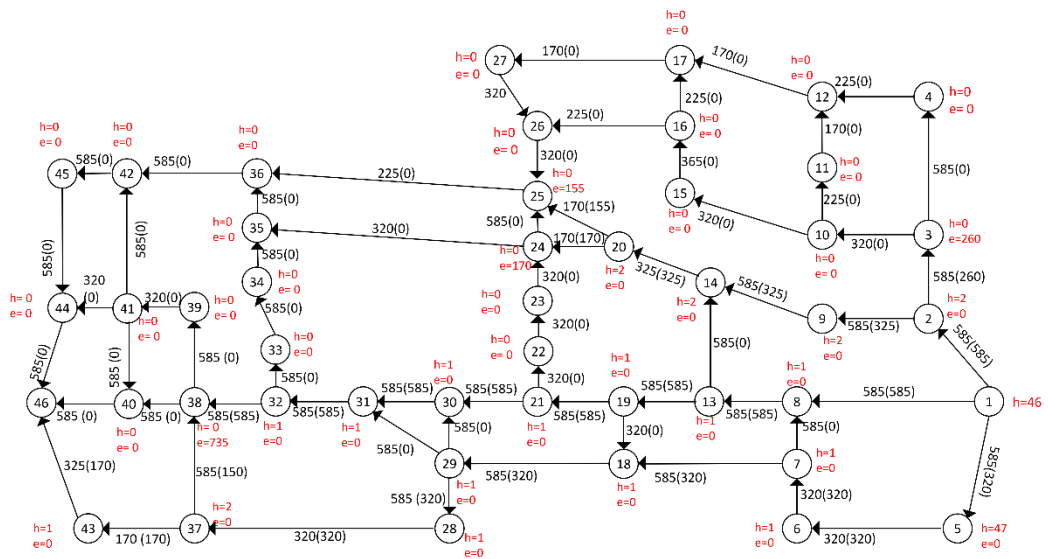
Gambar L.12.22 Relabel 31, push dari 31 ke 32

Iterasi-22: titik 3, 24, 25, 32, 38 dan 43 aktif, Relabel 43. Alirkan arus listrik sebesar 170 Ampere dari 43 ke 46 sehingga $e(43) = 0$.



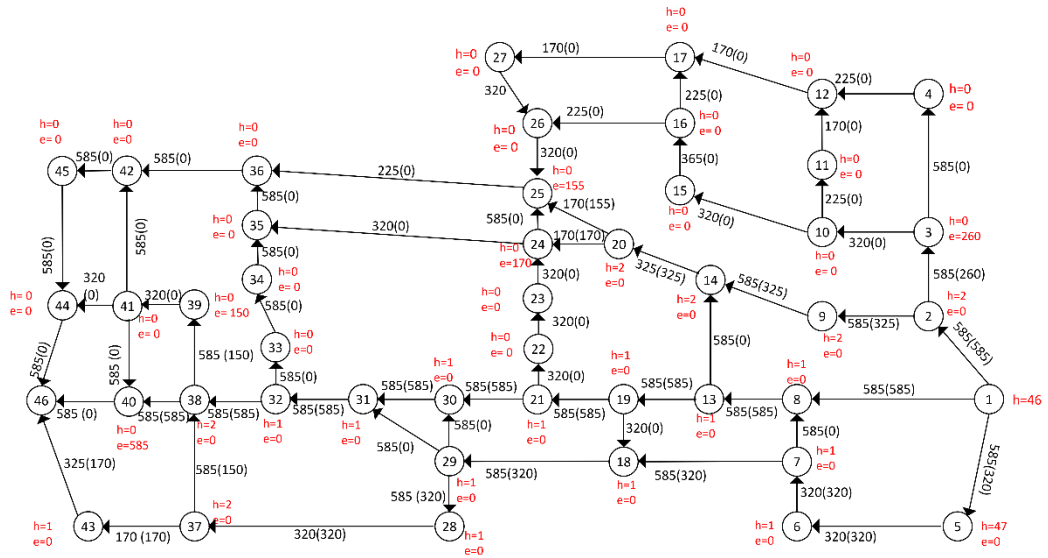
Gambar L.12.23 Relabel 43, push dari 43 ke 46

Iterasi-23: titik 3, 24, 25, 32, dan 38 aktif, Relabel 32. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 32 ke 38 sehingga $e(38) = 735$ Ampere.



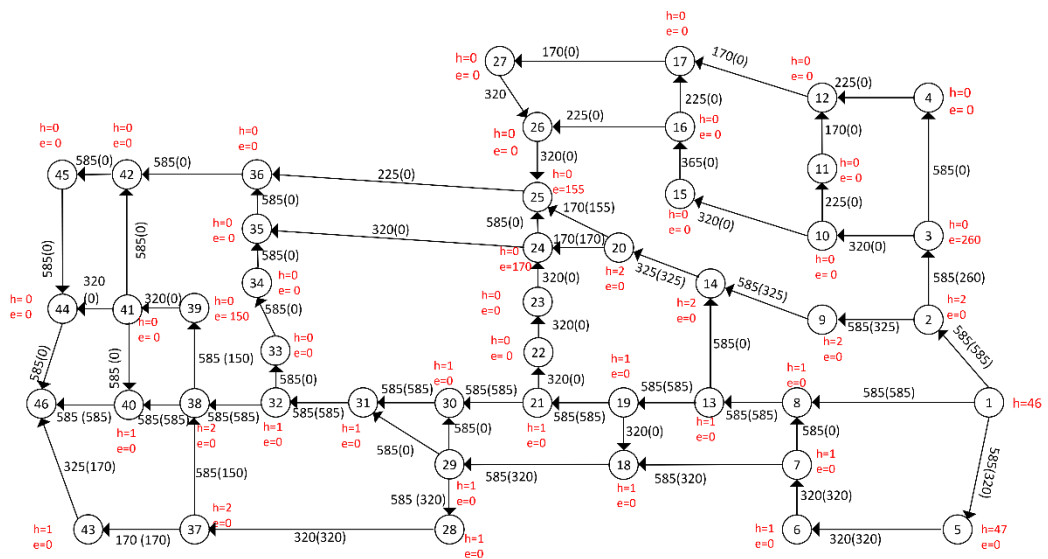
Gambar L.12.24 Relabel 32, push dari 32 ke 38

Iterasi-24: titik 3, 24, 25, dan 38 aktif, Relabel 38. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 38 ke 40 sehingga $e(40) = 585$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 150 Ampere dari 38 ke 39 sehingga $e(39) = 150$ Ampere.



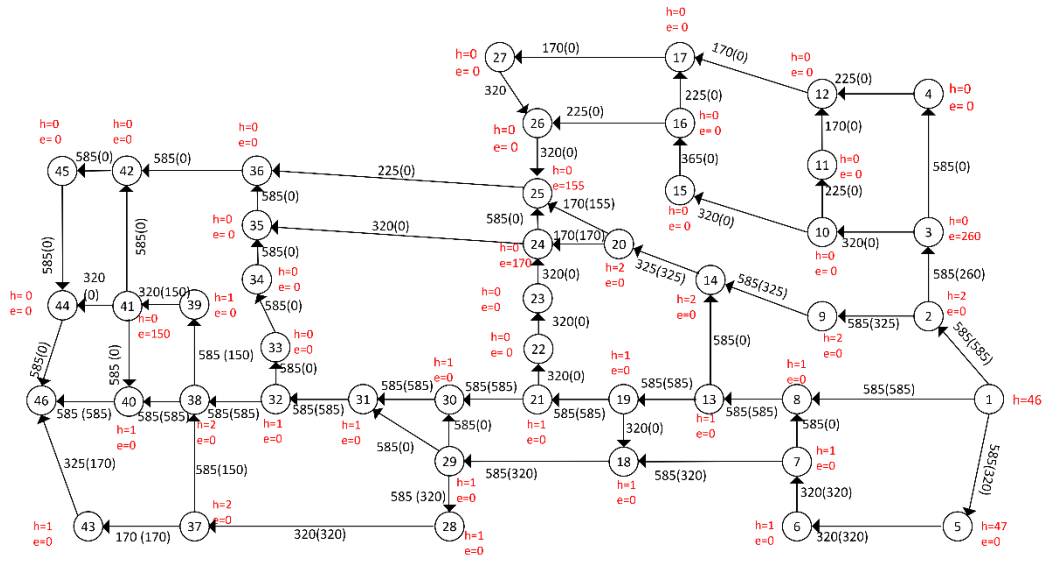
Gambar L.12.25 Relabel 38, *push* dari 38 ke 39 dan 40

Iterasi-25: titik 3, 24, 25, 40 dan 39 aktif, *Relabel* 40. Alirkan arus listrik sebesar 585 Ampere dari 40 ke 46 sehingga $e(40) = 0$.



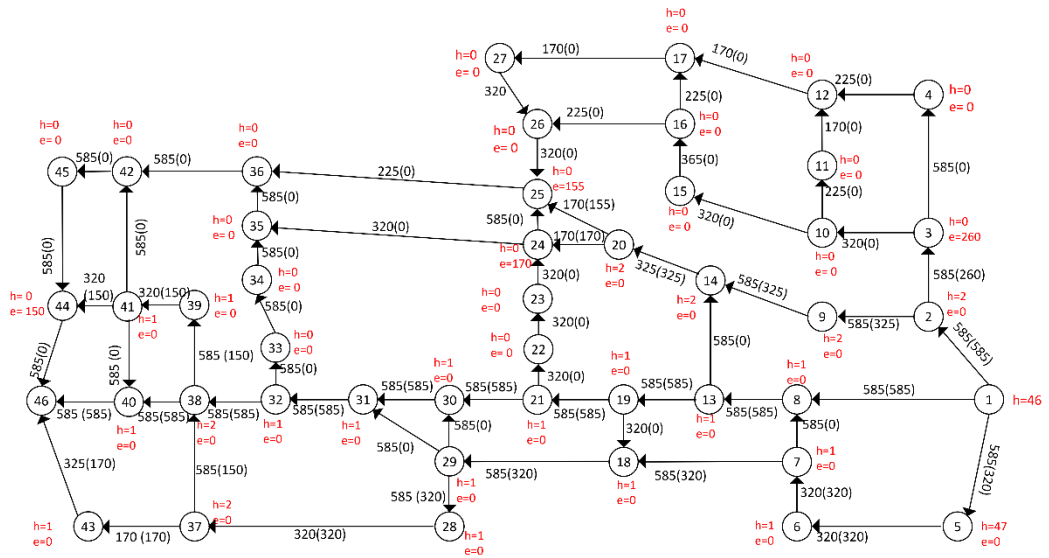
Gambar L.12.26 Relabel 40, *push* dari 40 ke 46

Iterasi-26: titik 3, 24, 25, dan 39 aktif, *Relabel* 39. Alirkan arus listrik sebesar 150 Ampere dari 39 ke 41 sehingga $e(41) = 150$ Ampere.



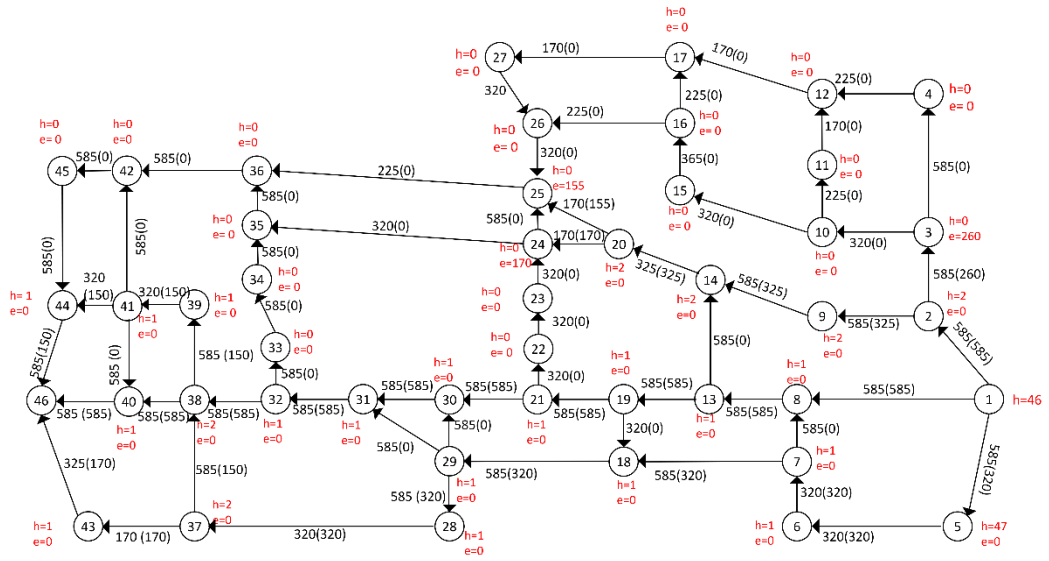
Gambar L.12.27 Relabel 39, push dari 39 ke 41

Iterasi-27: titik 3, 24, 25, dan 41 aktif, Relabel 41. Alirkan arus listrik sebesar 150 Ampere dari 41 ke 44 sehingga $e(44) = 150$ Ampere.



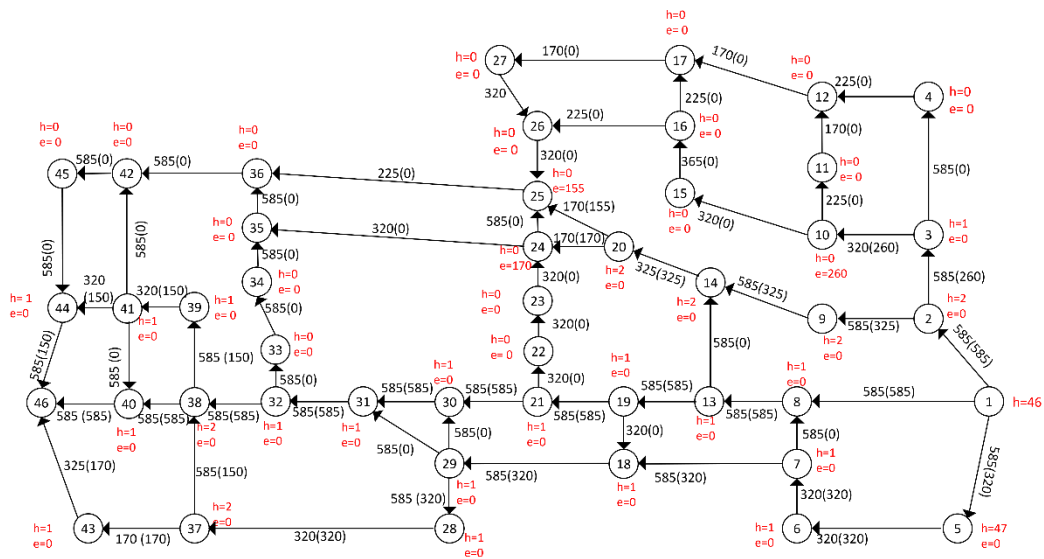
Gambar L.12.28 Relabel 41, push dari 41 ke 44

Iterasi-28: titik 3, 24, 25, dan 44 aktif, Relabel 44. Alirkan arus listrik sebesar 150 Ampere dari 44 ke 46 sehingga $e(44) = 0$.



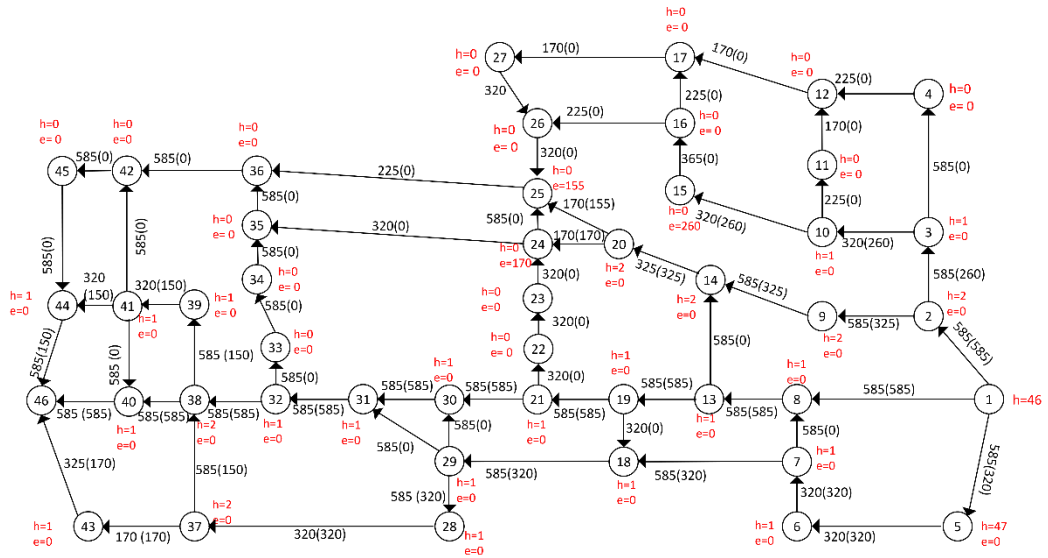
Gambar L.12.29 Relabel 44, push dari 44 ke 46

Iterasi-29: titik 3, 24, dan 25 aktif, Relabel 3. Alirkan arus listrik sebesar 260 Ampere dari 3 ke 10 sehingga $e(10) = 260$ Ampere.



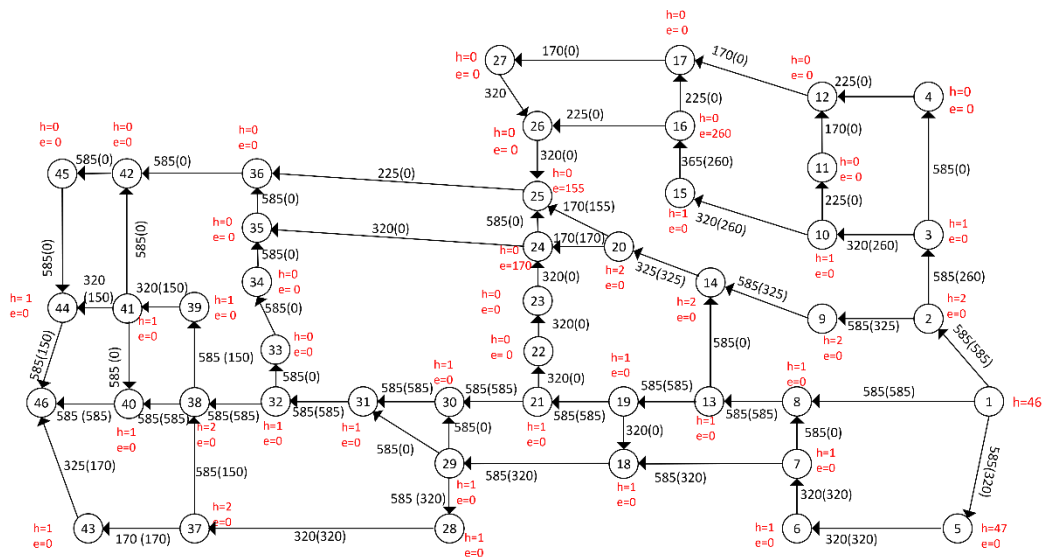
Gambar L.12.30 Relabel 3, push dari 3 ke 10

Iterasi-30: titik 10, 24, dan 25 aktif, Relabel 10. Alirkan arus listrik sebesar 260 Ampere dari 10 ke 15 sehingga $e(15) = 260$ Ampere.



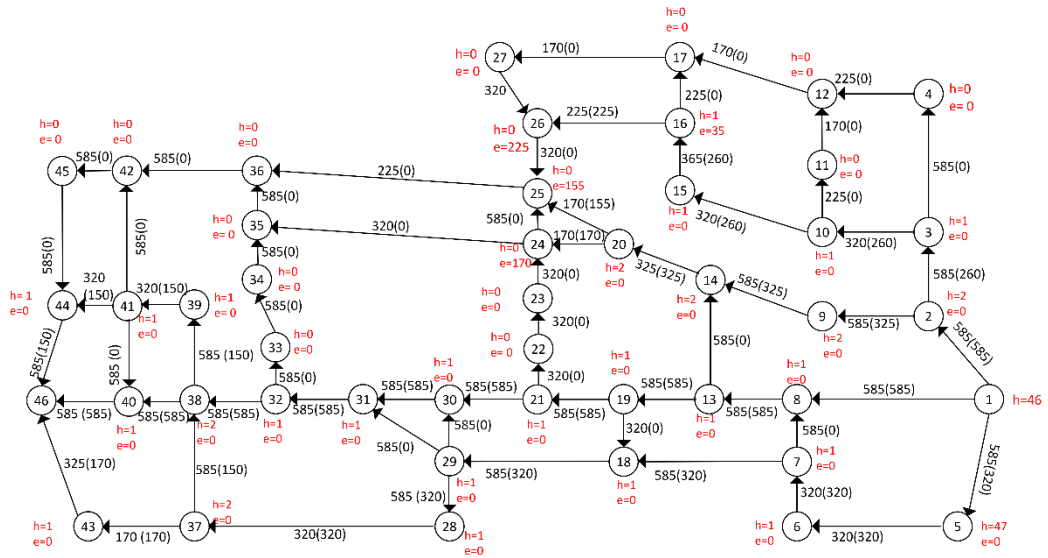
Gambar L.12.31 Relabel 10, push dari 10 ke 15

Iterasi-31: titik 15, 24, dan 25 aktif, Relabel 15. Alirkan arus listrik sebesar 260 Ampere dari 15 ke 16 sehingga $e(16) = 260$ Ampere.



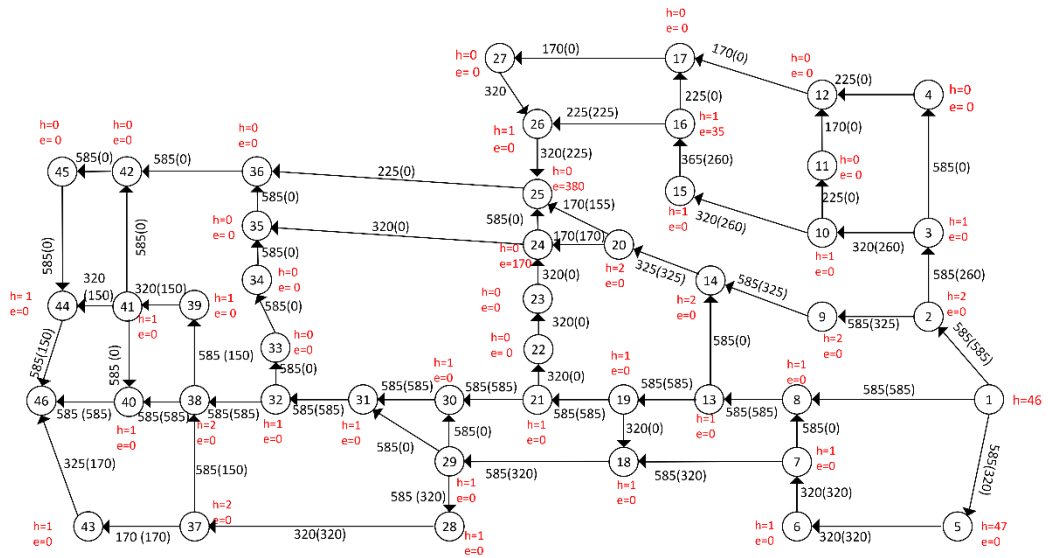
Gambar L.12.32 Relabel 15, push dari 15 ke 16

Iterasi-32: titik 16, 24, dan 25 aktif, Relabel 16. Alirkan arus listrik sebesar 255 Ampere dari 16 ke 26 sehingga $e(26) = 255$ Ampere.



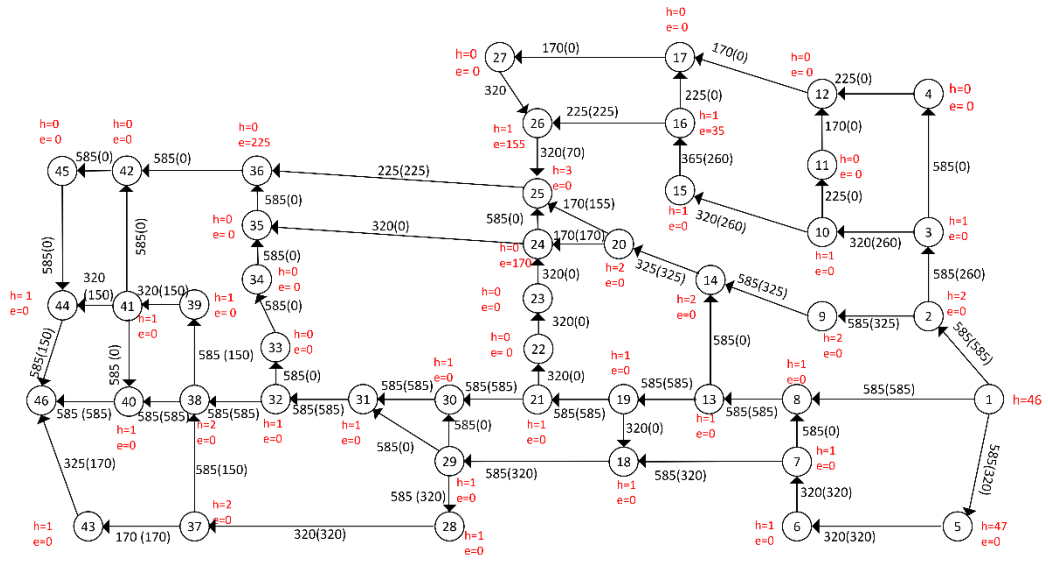
Gambar L.12.33 Relabel 16, push dari 16 ke 26

Iterasi-33: titik 16, 26, 24, dan 25 aktif, Relabel 26. Alirkan arus listrik sebesar 255 Ampere dari 26 ke 25 sehingga $e(25) = 380$ Ampere.



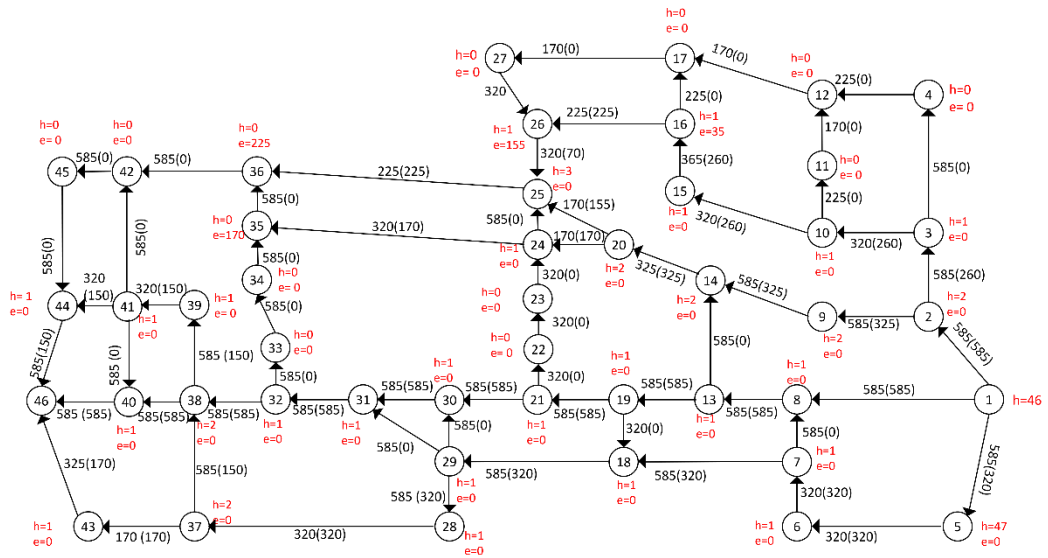
Gambar L.12.34 Relabel 26, push dari 26 ke 25

Iterasi-34: titik 16, 24, dan 25 aktif, Relabel 25. Alirkan arus listrik sebesar 255 Ampere dari 25 ke 36 sehingga $e(36) = 255$ Ampere dan alirkan arus listrik sebesar 155 Ampere dari 25 ke 26 sehingga $e(26) = 155$ Ampere.



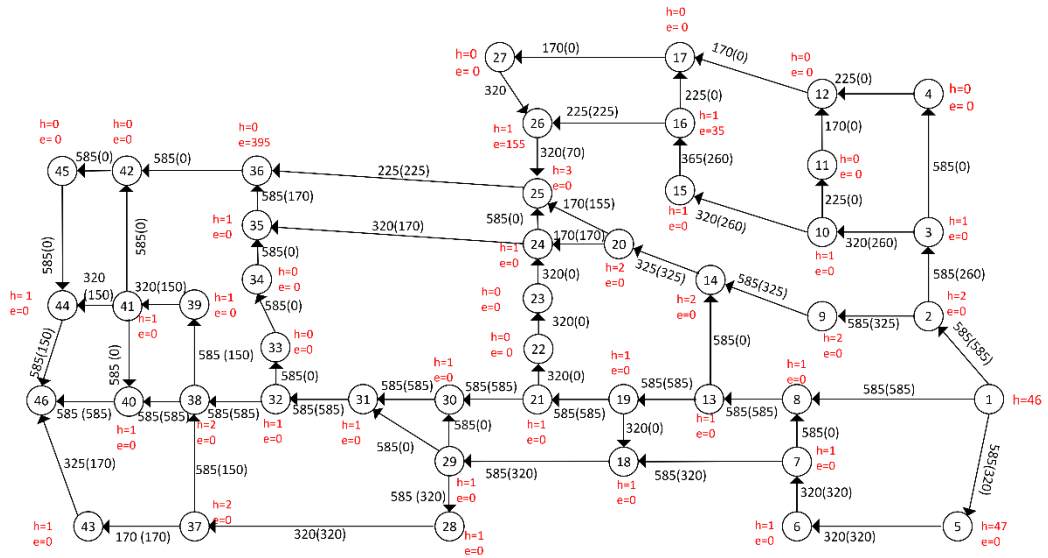
Gambar L.12.35 Relabel 25, push dari 25 ke 36 dan 26

Iterasi-35: titik 16, 24, 36 dan 26 aktif, Relabel 24. Alirkan arus listrik sebesar 170 dari 24 ke 35 sehingga $e(35) = 170$ Ampere.



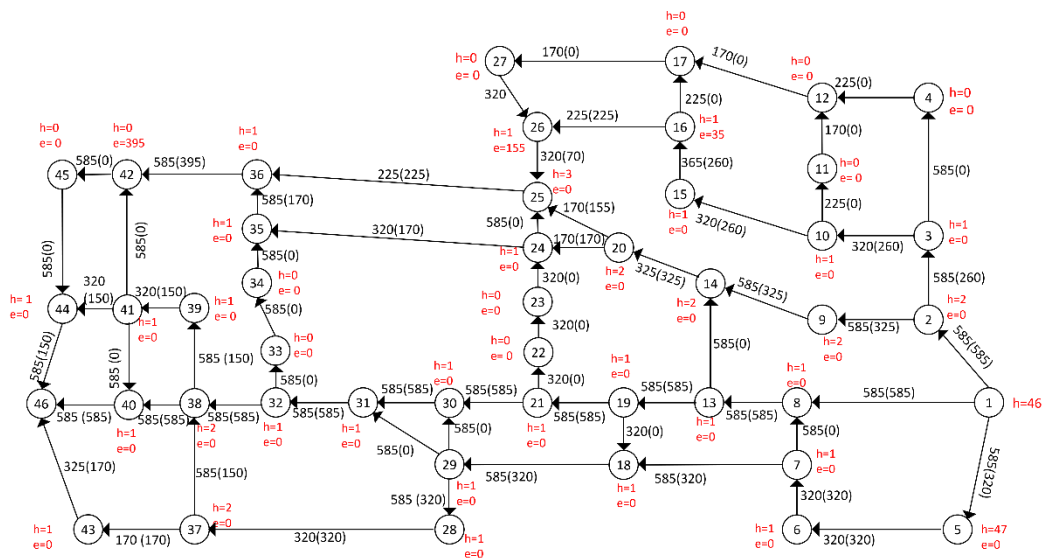
Gambar L.12.36 Relabel 24, push dari 24 ke 35

Iterasi-36: titik 16, 26, 35 dan 36 aktif, Relabel 3. Alirkan arus listrik sebesar 170 Ampere dari 35 ke 36 sehingga $e(36) = 395$ Ampere.



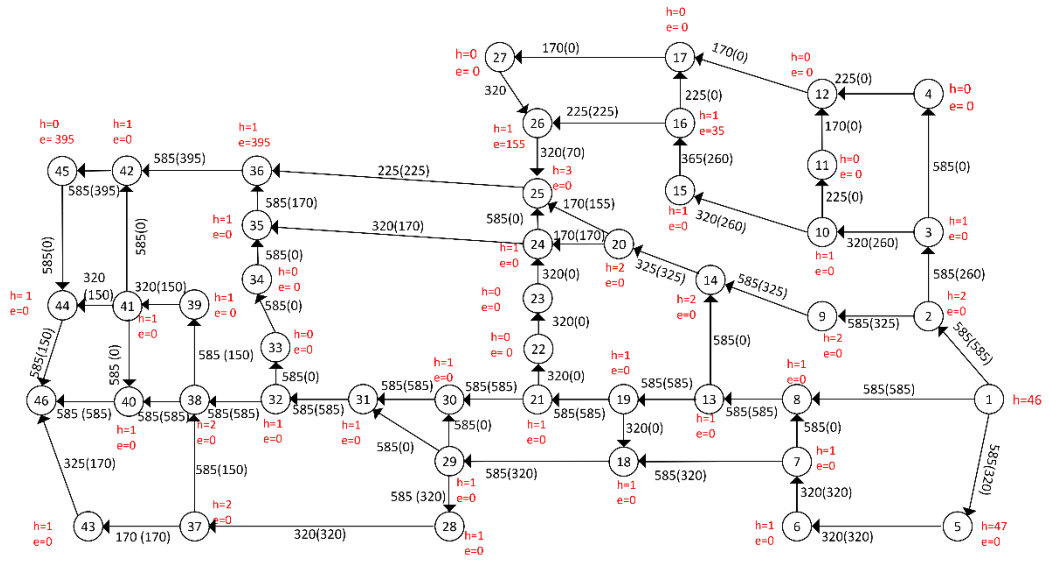
Gambar L.12.37 Relabel 35, push dari 35 ke 36

Iterasi-37: titik 16, 26 dan 36 aktif, Relabel 36. Alirkan arus listrik sebesar 395 Ampere dari 36 ke 42 sehingga $e(42) = 395$ Ampere.



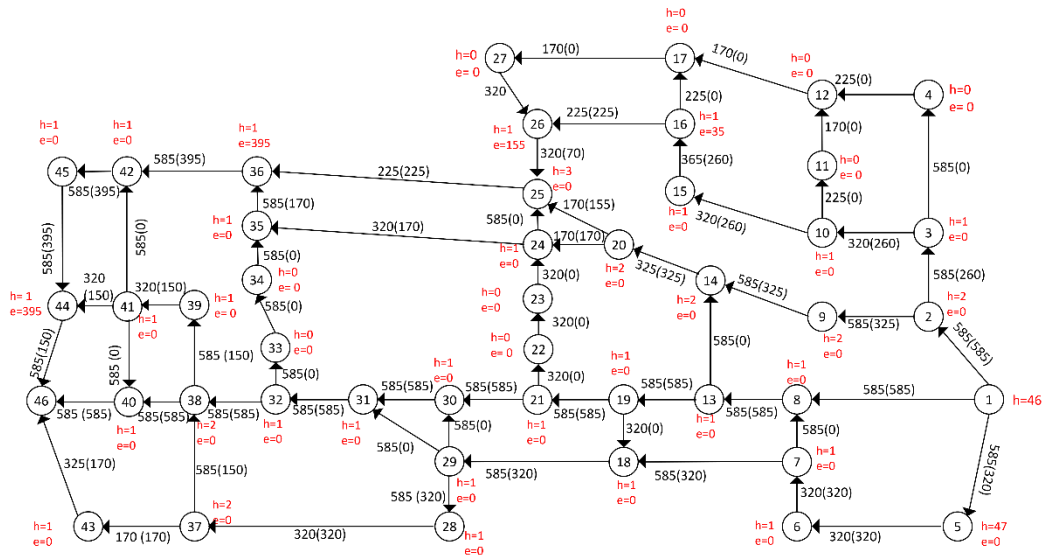
Gambar L.12.38 Relabel 36, push dari 36 ke 42

Iterasi-38: titik 16, 26 dan 42 aktif, Relabel 42. Alirkan arus listrik sebesar 395 Ampere dari 42 ke 45 sehingga $e(45) = 395$ Ampere.



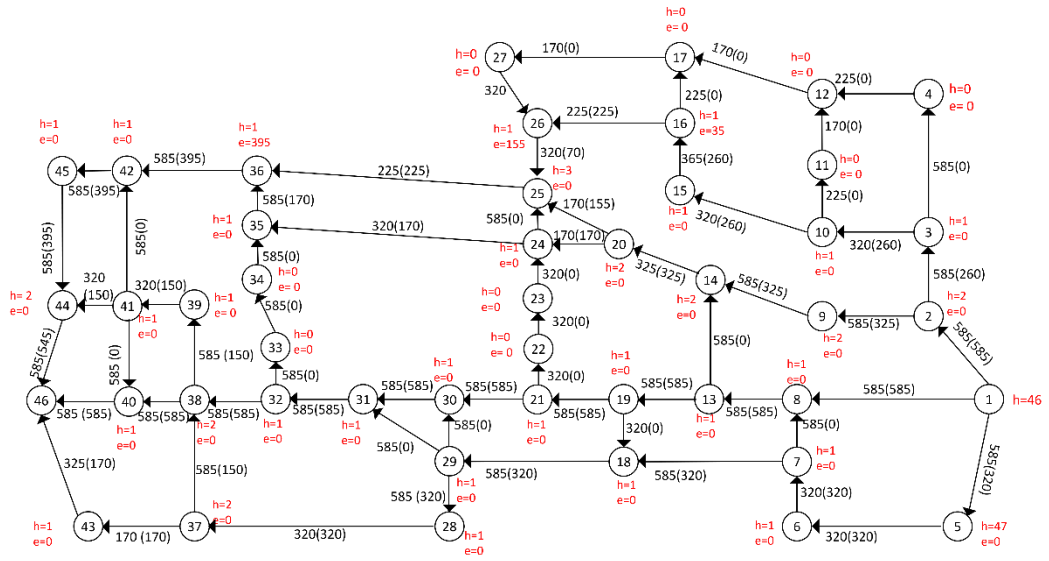
Gambar L.12.39 Relabel 42, push dari 42 ke 45

Iterasi-39: titik 16, 26 dan 45 aktif, Relabel 45. Alirkan arus listrik sebesar 395 Ampere dari 45 ke 44 sehingga $e(44) = 395$ Ampere.



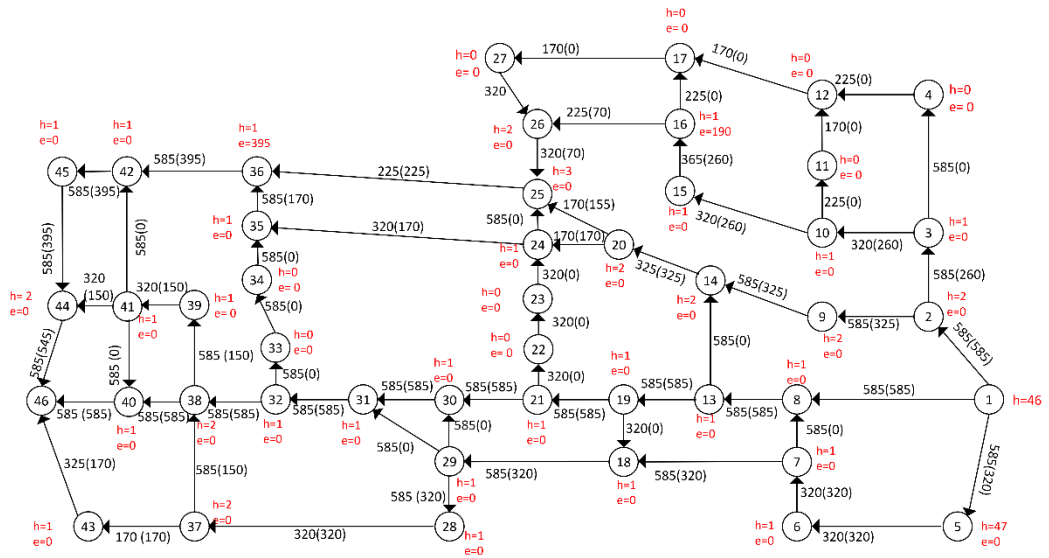
Gambar L.12.40 Relabel 45 push dari 45 ke 44

Iterasi-40: titik 16, 26 dan 44 aktif, Relabel 44. Alirkan arus listrik sebesar 395 Ampere dari 44 ke 46 sehingga $e(44) = 0$.



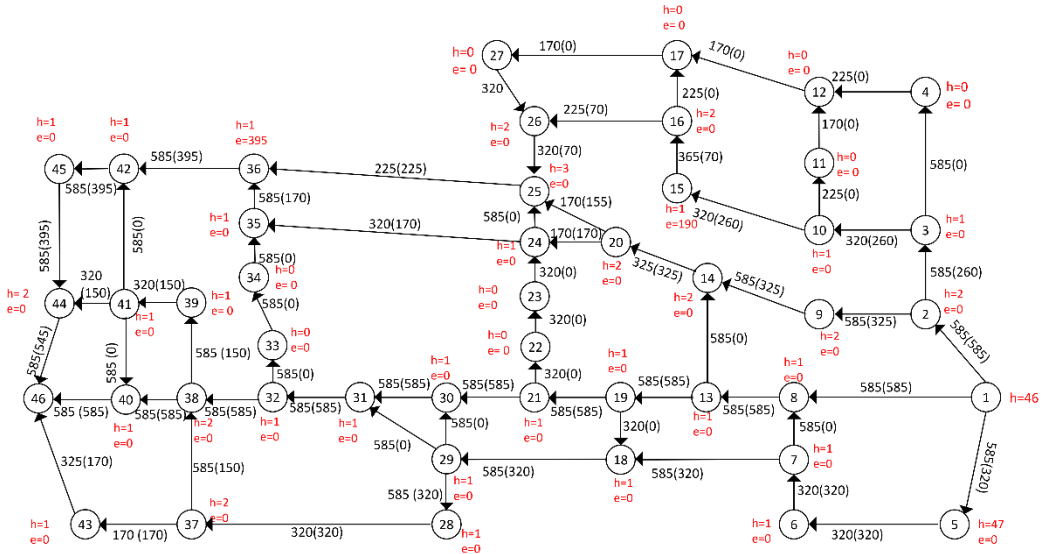
Gambar L.12.41 Relabel 44, push dari 44 ke 46

Iterasi-41: titik 26 aktif, Relabel 26. Alirkan arus listrik sebesar 155 Ampere dari 26 ke 16 sehingga $e(16) = 190$ Ampere.



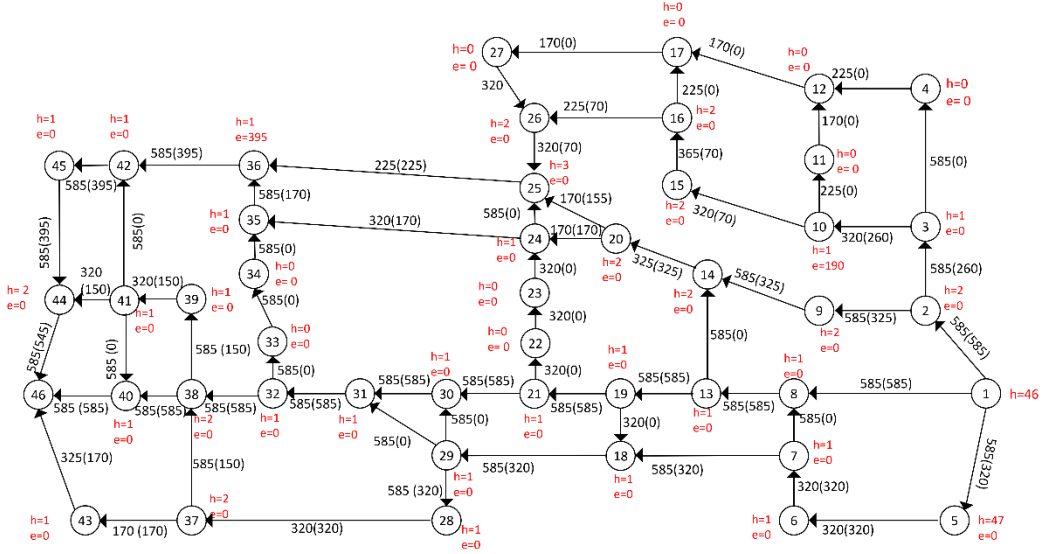
Gambar L.12.42 Relabel 16, push dari 26 ke 16

Iterasi-42: titik 16 aktif, Relabel 16. Alirkan arus listrik sebesar 190 Ampere dari 16 ke 15 sehingga $e(15) = 190$ Ampere.



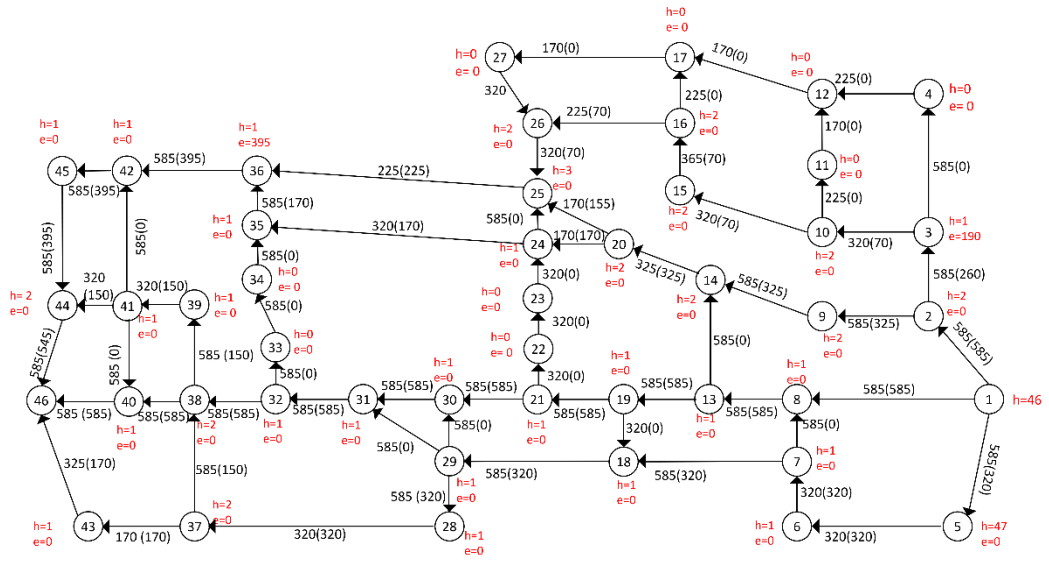
Gambar L.12.43 Relabel 16, push dari 16 ke 15

Iterasi-43: titik 15 aktif, Relabel 15. Alirkan arus listrik sebesar 190 Ampere dari 15 ke 10 sehingga $e(10) = 190$ Ampere.



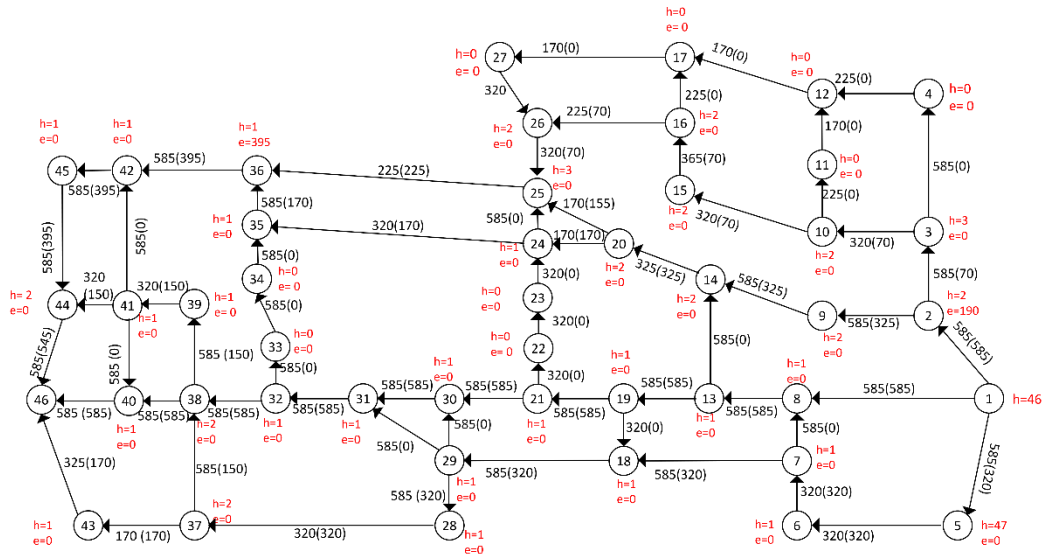
Gambar l.12.44 Relabel 15, push dari 15 ke 10

Iterasi-44: titik 10 aktif, Relabel 10. Alirkan arus listrik sebesar 190 Ampere dari 10 ke 3 sehingga $e(3) = 190$ Ampere.



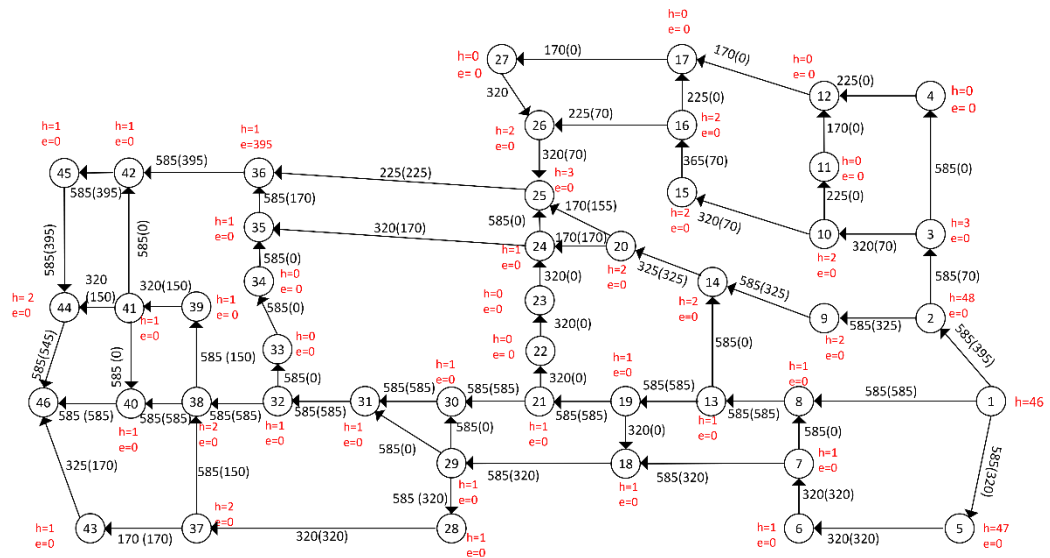
Gambar L.12.45 Relabel 10, push dari 10 ke 3

Iterasi-45: titik 3 aktif, Relabel 3. Alirkan arus listrik sebesar 190 Ampere dari 3 ke 2 sehingga $e(2) = 190$ Ampere.



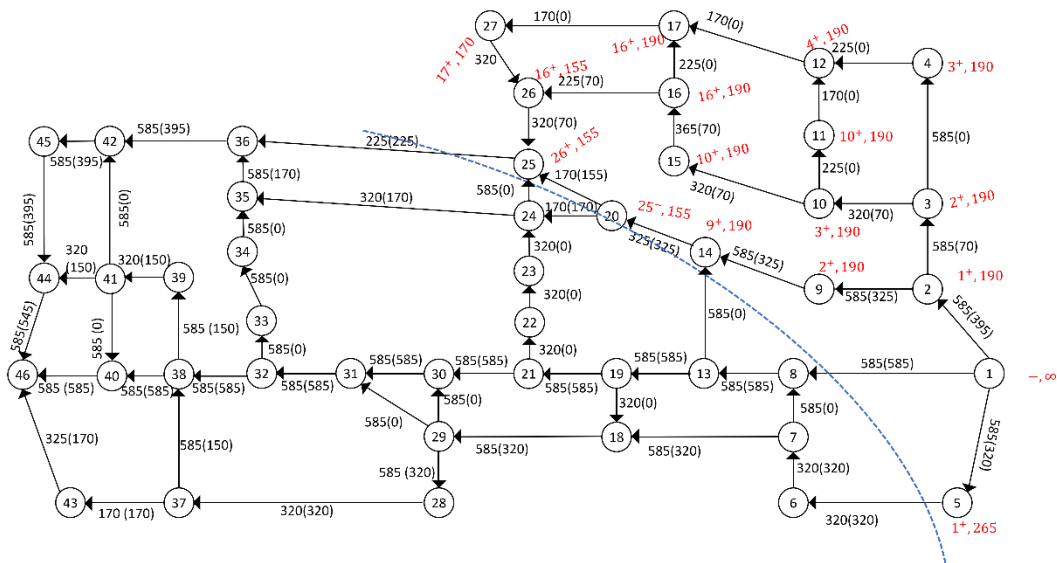
Gambar L.12.46 Relabel 3, push dari 3 ke 2

Iterasi-46: titik 2 aktif, Relabel 2. Alirkan arus listrik sebesar 190 Ampere dari 2 ke 1 sehingga $e(2) = 0$.



Gambar L.12.47 Relabel 2, push dari 2 ke 1

Iterasi-47: tidak ada lagi titik yang aktif, *flow* maksimum. Tentukan *cut* dan hitung maksimum *flow network* tersebut.



Gambar L.12.48 Network hasil

Dari Gambar tersebut diperoleh minimum *cut* jaringannya yaitu:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 20, 25, 26, 27\}$$

$$\bar{X} = \left\{ \begin{array}{l} 6, 7, 8, 13, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, \\ 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 \end{array} \right\}$$

$$(X, \bar{X}) = \{(1,8), (5,6), (20,24), (25,36)\}$$

$$C(X, \bar{X}) = C(1,8) + C(5,6) + C(20,24) + C(25,36)$$

$$= 585 + 320 + 170 + 225 = 1300$$

Jadi minimum *cut* = maksimum *flow* jaringan tersebut adalah 1300 Ampere.

Lampiran 13 Program python Algoritma Ford- Fulkerson pada network untuk $|V| = 13$

```

from collections import defaultdict
class Graph:
    def __init__(self, graph):
        self.graph = graph
        self.ROW = len(graph)

    def dfs(self, u, t, parent, visited):
        visited[u] = True
        if u == t:
            return True

        for ind, val in enumerate(self.graph[u]):
            if not visited[ind] and val > 0:
                parent[ind] = u
                if self.dfs(ind, t, parent, visited):
                    return True
        return False

    def ford_fulkerson(self, source, sink):
        parent = [-1] * self.ROW
        max_flow = 0

        while self.dfs(source, sink, parent, [False] * self.ROW):
            path_flow = float("Inf")
            s = sink
            while s != source:
                path_flow = min(path_flow, self.graph[parent[s]][s])
                s = parent[s]
            max_flow += path_flow
            v = sink
            while v != source:
                u = parent[v]
                self.graph[u][v] -= path_flow
                self.graph[v][u] += path_flow
                v = parent[v]
        return max_flow

graph = [[0, 600, 0, 750, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 400, 0, 500, 650, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 500, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 450, 600, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 800, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 800, 450, 0, 0, 300, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 350, 0, 0, 0, 0, 0, 900, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 300, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 450, 0, 650, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 400, 300, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 700],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 950, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

g = Graph(graph)
source = 0
sink = 12
max_flow = g.ford_fulkerson(source, sink)
print("Aliran maksimum adalah:", max_flow)

```

```

Output:
Aliran maksimum: 1850

```

Lampiran 14 Program python Algoritma Ford- Fulkerson pada network untuk $|V| = 24$

```
from collections import defaultdict

class Graph:
    def __init__(self, graph):
        self.graph = graph
        self.ROW = len(graph)

    def dfs(self, u, t, parent, visited):
        visited[u] = True
        if u == t:
            return True

        for ind, val in enumerate(self.graph[u]):
            if not visited[ind] and val > 0:
                parent[ind] = u
                if self.dfs(ind, t, parent, visited):
                    return True
        return False

    def ford_fulkerson(self, source, sink):
        parent = [-1] * self.ROW
        max_flow = 0

        while self.dfs(source, sink, parent, [False] * self.ROW):
            path_flow = float("Inf")
            s = sink
            while s != source:
                path_flow = min(path_flow, self.graph[parent[s]][s])
                s = parent[s]
            max_flow += path_flow
            v = sink
            while v != source:
                u = parent[v]
                self.graph[u][v] -= path_flow
                self.graph[v][u] += path_flow
                v = parent[v]

        return max_flow
```


Lampiran 15 Program python Algoritma Ford- Fulkerson pada network untuk $|V| = 46$

```
from collections import defaultdict

class Graph:
    def __init__(self, graph):
        self.graph = graph
        self.ROW = len(graph)

    def dfs(self, u, t, parent, visited):
        visited[u] = True
        if u == t:
            return True

        for ind, val in enumerate(self.graph[u]):
            if not visited[ind] and val > 0:
                parent[ind] = u
                if self.dfs(ind, t, parent, visited):
                    return True
        return False

    def ford_fulkerson(self, source, sink):
        parent = [-1] * self.ROW
        max_flow = 0

        while self.dfs(source, sink, parent, [False] * self.ROW):
            path_flow = float("Inf")
            s = sink
            while s != source:
                path_flow = min(path_flow, self.graph[parent[s]][s])
                s = parent[s]
            max_flow += path_flow
            v = sink
            while v != source:
                u = parent[v]
                self.graph[u][v] -= path_flow
                self.graph[v][u] += path_flow
                v = parent[v]

        return max_flow
```


Lampiran 16 Program python Algoritma Edmonds-Karp pada network untuk $|V| = 13$

```

def bfs(graph, start, end, parent):
    visited = [False] * len(graph)
    queue = [start]
    visited[start] = True
    while queue:
        u = queue.pop(0)
        for ind, val in enumerate(graph[u]):
            if not visited[ind] and val > 0:
                queue.append(ind)
                visited[ind] = True
                parent[ind] = u
    return True if visited[end] else False

def edmonds_karp(graph, source, sink):
    parent = [-1] * len(graph)
    max_flow = 0
    while bfs(graph, source, sink, parent):
        path_flow = float("Inf")
        s = sink
        while s != source:
            path_flow = min(path_flow, graph[parent[s]][s])
            s = parent[s]
        max_flow += path_flow
        v = sink
        while v != source:
            u = parent[v]
            graph[u][v] -= path_flow
            graph[v][u] += path_flow
            v = parent[v]
    return max_flow

graph = [[0, 600, 1000, 750, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 400, 0, 500, 650, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 500, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 450, 600, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 800, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 800, 450, 0, 0, 300],
         [0, 0, 0, 0, 0, 350, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 900],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 300, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 450, 0, 650, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 400, 300],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 700],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 950],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

source = 0
sink = 12
print("Aliran maksimum: %d" % edmonds_karp(graph, source, sink))

```

```

Output:
Aliran maksimum: 1850

```

Lampiran 17 Program python Algoritma Edmonds-Karp pada network untuk $|V| = 24$

```
def bfs(graph, start, end, parent):
    visited = [False] * len(graph)
    queue = [start]
    visited[start] = True
    while queue:
        u = queue.pop(0)
        for ind, val in enumerate(graph[u]):
            if not visited[ind] and val > 0:
                queue.append(ind)
                visited[ind] = True
                parent[ind] = u
    return True if visited[end] else False

def edmonds_karp(graph, source, sink):
    parent = [-1] * len(graph)
    max_flow = 0
    while bfs(graph, source, sink, parent):
        path_flow = float("Inf")
        s = sink
        while s != source:
            path_flow = min(path_flow, graph[parent[s]][s])
            s = parent[s]
        max_flow += path_flow
        v = sink
        while v != source:
            u = parent[v]
            graph[u][v] -= path_flow
            graph[v][u] += path_flow
            v = parent[v]
    return max_flow
```

```

graph = [[0, 360, 360, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 72, 0, 0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 72, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 230, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

source = 0
sink = 23
print("Aliran maksimum: %d" % edmonds_karp(graph, source, sink))

```

```

Output:
Aliran maksimum: 720

```

Lampiran 18 Program python Algoritma Edmonds-Karp pada network untuk $|V| = 46$

```
def bfs(graph, start, end, parent):
    visited = [False] * len(graph)
    queue = [start]
    visited[start] = True
    while queue:
        u = queue.pop(0)
        for ind, val in enumerate(graph[u]):
            if not visited[ind] and val > 0:
                queue.append(ind)
                visited[ind] = True
                parent[ind] = u
    return True if visited[end] else False

def edmonds_karp(graph, source, sink):
    parent = [-1] * len(graph)
    max_flow = 0
    while bfs(graph, source, sink, parent):
        path_flow = float("Inf")
        s = sink
        while s != source:
            path_flow = min(path_flow, graph[parent[s]][s])
            s = parent[s]
        max_flow += path_flow
        v = sink
        while v != source:
            u = parent[v]
            graph[u][v] -= path_flow
            graph[v][u] += path_flow
            v = parent[v]
    return max_flow
```


Lampiran 19 Program python Algoritma Push-Relabel pada network untuk $|V| = 13$

```

class PushRelabel:
    def __init__(self, matrix):
        self.matrix = matrix
        self.n = len(matrix)
        self.height = [0] * self.n
        self.excess = [0] * self.n
        self.flow = [[0] * self.n for _ in range(self.n)]

    def push(self, u, v):
        delta = min(self.excess[u], self.matrix[u][v] - self.flow[u][v])
        self.flow[u][v] += delta
        self.flow[v][u] -= delta
        self.excess[u] -= delta
        self.excess[v] += delta

    def Relabel(self, u):
        min_height = float("inf")
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[u][v] - self.flow[u][v] > 0:
                min_height = min(min_height, self.height[v])
            self.height[u] = min_height + 1

    def get_max_flow(self, s, t):
        self.height[s] = self.n
        self.excess[s] = float("inf")
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[s][v] > 0:
                self.flow[s][v] = self.matrix[s][v]
                self.flow[v][s] = -self.matrix[s][v]
                self.excess[v] = self.matrix[s][v]
                self.excess[s] -= self.matrix[s][v]

        nodes = [i for i in range(self.n) if i != s and i != t]
        i = 0
        while i < len(nodes):
            u = nodes[i]
            old_height = self.height[u]
            self.discharge(u)
            if self.height[u] > old_height:
                nodes.insert(0, nodes.pop(i))
                i = 0
            else:
                i += 1

        return sum(self.flow[s][i] for i in range(self.n))

```

```

def discharge(self, u):
    while self.excess[u] > 0:
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[u][v] - self.flow[u][v] > 0 and self.height[u] == self.height[v] + 1:
                self.push(u, v)
                if self.excess[u] == 0:
                    break
        else:
            self.Relabel(u)
graph = [[0, 600, 1000, 750, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 400, 0, 500, 650, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 500, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 450, 600, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 800, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 800, 450, 0, 0, 300],
         [0, 0, 0, 0, 0, 350, 0, 0, 0, 0, 0, 900],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 300, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 450, 0, 650],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 400, 300],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 700],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 950],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

pr = PushRelabel(graph)
max_flow = pr.get_max_flow(0, 12)
print("Aliran maksimum:", max_flow)

```

```

Output:
Aliran maksimum: 1850

```

Lampiran 20 Program python Algoritma Push-Relabel pada network untuk $|V| = 24$

```

class PushRelabel:
    def __init__(self, matrix):
        self.matrix = matrix
        self.n = len(matrix)
        self.height = [0] * self.n
        self.excess = [0] * self.n
        self.flow = [[0] * self.n for _ in range(self.n)]

    def push(self, u, v):
        delta = min(self.excess[u], self.matrix[u][v] - self.flow[u][v])
        self.flow[u][v] += delta
        self.flow[v][u] -= delta
        self.excess[u] -= delta
        self.excess[v] += delta

    def Relabel(self, u):
        min_height = float("inf")
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[u][v] - self.flow[u][v] > 0:
                min_height = min(min_height, self.height[v])
            self.height[u] = min_height + 1

    def get_max_flow(self, s, t):
        self.height[s] = self.n
        self.excess[s] = float("inf")
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[s][v] > 0:
                self.flow[s][v] = self.matrix[s][v]
                self.flow[v][s] = -self.matrix[s][v]
                self.excess[v] = self.matrix[s][v]
                self.excess[s] -= self.matrix[s][v]

        nodes = [i for i in range(self.n) if i != s and i != t]
        i = 0
        while i < len(nodes):
            u = nodes[i]
            old_height = self.height[u]
            self.discharge(u)
            if self.height[u] > old_height:
                nodes.insert(0, nodes.pop(i))
                i = 0
            else:
                i += 1

        return sum(self.flow[s][i] for i in range(self.n))

```

```

def discharge(self, u):
    while self.excess[u] > 0:
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[u][v] - self.flow[u][v] > 0 and self.height[u] == self.height[v] + 1:
                self.push(u, v)
                if self.excess[u] == 0:
                    break
        else:
            self.Relabel(u)
graph = [[0, 360, 360, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 72, 0, 0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 72, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 144, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 230, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 230, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 360, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 288, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

pr = PushRelabel(graph)
max_flow = pr.get_max_flow(0, 23)
print("Aliran maksimum:", max_flow)

```

```

Output:
Aliran maksimum: 720

```

Lampiran 21 Program python Algoritma Push-Relabel pada network untuk $|V| = 46$

```

class PushRelabel:
    def __init__(self, matrix):
        self.matrix = matrix
        self.n = len(matrix)
        self.height = [0] * self.n
        self.excess = [0] * self.n
        self.flow = [[0] * self.n for _ in range(self.n)]

    def push(self, u, v):
        delta = min(self.excess[u], self.matrix[u][v] - self.flow[u][v])
        self.flow[u][v] += delta
        self.flow[v][u] -= delta
        self.excess[u] -= delta
        self.excess[v] += delta

    def Relabel(self, u):
        min_height = float("inf")
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[u][v] - self.flow[u][v] > 0:
                min_height = min(min_height, self.height[v])
            self.height[u] = min_height + 1

    def get_max_flow(self, s, t):
        self.height[s] = self.n
        self.excess[s] = float("inf")
        for v in range(self.n):
            if self.matrix[s][v] > 0:
                self.flow[s][v] = self.matrix[s][v]
                self.flow[v][s] = -self.matrix[s][v]
                self.excess[v] = self.matrix[s][v]
                self.excess[s] -= self.matrix[s][v]

        nodes = [i for i in range(self.n) if i != s and i != t]
        i = 0
        while i < len(nodes):
            u = nodes[i]
            old_height = self.height[u]
            self.discharge(u)
            if self.height[u] > old_height:
                nodes.insert(0, nodes.pop(i))
                i = 0
            else:
                i += 1

        return sum(self.flow[s][i] for i in range(self.n))

```

