APLIKASI METODE *FUZZY LINEAR PROGRAMMING* DAN *BRANCH AND BOUND* DALAM MENGOPTIMALKAN PERSEDIAN BAHAN BAKU PRODUKSI

(Studi Kasus: Kedai Kopi BRKH *Coffee*)

MUH.LUTFI

H011 18 1310

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR

2023

APLIKASI METODE *FUZZY LINEAR PROGRAMMING* DAN *BRANCH AND BOUND* DALAM MENGOPTIMALKAN PERSEDIAN BAHAN BAKU PRODUKSI

(Studi Kasus: Kedai Kopi BRKH *Coffee*)

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

MUH.LUTFI

H011 18 1310

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR

2023

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Muh.Lutfi
NIM	: H011181310
Program Studi	: Matematika
Jenjang	: S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

APLIKASI METODE *FUZZY LINEAR PROGRAMMING* DAN *BRANCH AND BOUND* DALAM MENGOPTIMALKAN PERSEDIAN BAHAN BAKU PRODUKSI

(Studi Kasus: Kedai Kopi BRKH *Coffee*)

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar meruapakan hasil karya saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagaian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 12 Januari 2023

Muh.Lutfi

H011181310

LEMBAR PENGESAHAN

APLIKASI METODE *FUZZY LINEAR PROGRAMMING* DAN *BRANCH AND BOUND* DALAM MENGOPTIMALKAN PERSEDIAN BAHAN BAKU PRODUKSI
(Studi Kasus: Kedai Kopi BRKH *Coffee*)

Disusun dan diajukan oleh
Muh.Lutfi
H011181310

Telah dipertahankan di hadapan panitia ujian yang dibentuk dalam rangka penyelesaiana studi program sarjana program studi matematika fakultas matematika dan ilmu pengetahuan alam uiversitas hasanuddin pada tanggal 24 januari 2023 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Disetujui oleh:

Pembimbing Utama,	Pembimbing Pertama,
Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S.	**Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.**
NIP. 19570705 190503 2 001	**NIP. 19850529 200812 1 002**

Ketua Program Studi Matematika

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS HASANUDDIN FAKULTAS M

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.
NIP. 197008072000031002

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains. Saya menyadari bahwa sulit untuk menyelesaikan skripsi ini tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan segala kerendahan hati penulis menyampaikan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada

1. Keluarga Penulis, ayahanda **Muhlis**, ibunda **Muhnom** atas segala dukungan, fasilitas serta doa yang selalu diberikan kepada penulis sehingga berhasil menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
2. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin.
3. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin, M.Si**. selaku Dekan FMIPA Universitas Hasanuddin
4. **Bapak Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si**. selaku Ketua Departemen Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin dan Ketua Program Studi Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin
5. **Ibu Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S.** selaku Pembimbing Utama yang senantiasa meluangkan waktu dan pikiran dalam penyusunan hingga selesainya skripsi ini
6. **Bapak Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.** selaku Pembimbing Pertama yang senantiasa meluangkan waktu dan pikiran dalam penyusunan hingga selesainya skripsi ini sekaligus dunia perkuliahan penulis.
7. **Bapak Dr. Khaeruddin, M.Sc.** selaku Penguji yang telah banyak memberi masukan demi tersusunnya skripsi ini yang lebih baik
8. **Ibu Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.** selaku Penguji yang telah banyak memberi masukan dalam penyusunan skripsi ini, dan selaku Penasihat Akademik yang telah membimbing penulis selama perkuliahan
9. Bapak/Ibu dosen Departemen Matematika FMIPA Unhas atas segala ilmu dan pengetahuan yang telah beliau berikan selama perkuliahan

10. Bapak/Ibu pegawai/staff departemen, fakultas, dan universitas yang telah banyak membantu selama perkuliahan dan penyusunan skripsi ini.
11. Kepada **Mutiara Hikmah Shabrina** yang selalu menemani, membantu, terus memberi semangat dan terus memotivasi untuk menyelesaikan Skripsi ini baik dalam suka maupun duka.
12. Kepada seluruh rekan-rekan **MATEMATIKA 2018** yang telah membantu serta memberikan kenangan yang baik selama proses perkuliahan
13. Kepada seluruh rekan-rekan **INTEGRAL 2018** yang telah membantu serta memberikan kenangan yang baik selama proses perkuliahan dan kegiatan organisasi
14. Keluarga Besar **Himatika FMIPA Unhas** terkhusus adik adik **POL19ON**, **HORI20NTAL** dan kaka-kaka yang sering penulis repotkan selama di himpunan, terima kasih atas seluruh pengalaman, pembelajaran serta menjadi keluarga penulis sampai kapanpun.
15. **Keluarga Mahasiswa FMIPA Unhas,** terkhusus **MIPA 2018, Pengurus BEM FMIPA Unhas priode 2021/2022** yang selalu menemanipenulis untuk terus berproses serta mencoba hal-hal baru di organisasi dan Lembaga di KM FMIPA Unhas, terluslah ada d
“ Takkan Pudar”
16. *Last but not least, I wanna thank me, I wanna thank me for believing in me, I wanna thank me for doing all these hard work, I wanna thank me for having no days off, I wanna thank me for never guitting, I wanna thank me for always being a giver and trying to do more than I receive. I wanna thank me for trying do more right than wrong, I wanna thank me for just being me all time.*

Akhir kata, penulis berharap semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan berniali ibadah dan mendapat balasan dari allah *Subhanahu Wa Ta’ala.* Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 24 Januari 2023

Muh.Lutfi

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Muh.Lutfi
NIM	: H011181310
Program Studi	: Matematika
Departemen	: Matematika

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalyi Noneklsusif (*Non-exclusive Royalyi-Free Right)*** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

APLIKASI METODE *FUZZY LINEAR PROGRAMMING* DAN *BRANCH AND BOUND* DALAM MENGOPTIMALKAN PERSEDIAN BAHAN BAKU PRODUKSI (Studi Kasus: Kedai Kopi BRKH *Coffee*)

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data *(database)*, merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya
Dibuat Di Makassar pada tanggal 24 Januari 2023
Yang menyatakan,

Muh.Lutfi

ABSTRAK

BRKH *Coffee* adalah kedai kopi yang memproduksi berbagai jenis minuman yaitu red velvet, matcha, coklat , taro, dan coklat caramel. BRKH *Coffee* sering mengalami ketidakstabilan pembelian terhadap produksi minuman yang tidak menentu menimbulkan kendala bagi BRKH *Coffee* dalam memformulasikan jumlah tiap jenis minuman yang akan di produksi, perlu adanya perencanaan produksi agar semua sumber daya yang ada dapat digunakan secara optimal dengan menggunakan metode *Fuzzy Linear Programming* dan *Branch and Bound* dengan bantuan *Software* LINDO. *Fuzzy Linear Programming* bertujuan untuk mencari solusi yang dapat diterima berdasarkan fungsi tujuan dan fungsi kendala. Berdasarkan hasil yang diperoleh dengan menggunakan metode *Fuzzy Linear Programming* yang masih berupa bilangan desimal dapat diubah menjadi bilangan bulat, berdasarkan hasil dari metode *Fuzzy Linear Programming* dan *Branch and Bound* dapat meningkatkan keuntungan BRKH Coffee sebesar 9,7% atau sebesar Rp 346.000 dari keuntungan perusahaan dengan nilai $\lambda\ adalah\ 0{,}6$. Dan untuk penambahan setiap bahan baku sebesar 0,4.

Kata Kunci : Program Linier, *Fuzzy Linear Programming*, *Branch and Bound ,Software LINDO.*

ABSTRACT

BRKH Coffee is a coffee shop that produces various types of drinks, namely red velvet, matcha, chocolate, taro, and caramel chocolate. BRKH Coffee often experiences unstable purchases of uncertain beverage production, which creates obstacles for BRKH Coffee in formulating the amount of each type of drink to be produced. There is a need for production planning so that all available resources can be used optimally using the Fuzzy Linear Programming and Branch methods. and Bound with the help of LINDO Software. Fuzzy Linear Programming aims to find acceptable solutions based on the objective function and constraint function. Based on the results obtained using the Fuzzy Linear Programming method which is still in the form of decimal numbers can be converted into integers, based on the results of the Fuzzy Linear Programming and Branch and Bound methods can increase BRKH Coffee's profits by 9.7% or Rp. 346,000 from the company's profits by the value of λ is 0.6. And for the addition of each raw material by 0.4.

Keywords: *Linear Programming, Fuzzy Linear Programming, Branch and Bound, LINDO Software.*

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .... **i**
PERNYATAAN KEASLIAN .... **ii**
LEMBAR PENGESAHAN .... **iii**
KATA PENGANTAR .... **iv**
ABSTRAK .... **vii**
DAFTAR ISI .... **ix**
DAFTAR GAMBAR .... **xi**
DAFTAR TABEL .... **xii**
DAFTAR LAMPIRAN **1**
BAB I PENDAHULUAN **2**
1.1 Latar Belakang 2
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Batasan Masalah 4
1.4 Tujuan Penelitian 4
1.5 Manfaat Penelitian 5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA **6**
2.1 Penelitian Terdahulu 6
2.2 Program Linear 7
2.2.1. Definisi Program Linear 7
2.2.2. Karakteristik Program Linear 8
2.2.3. Model Program Linear 9
2.3 *Fuzzy* 12
2.3.1. Himpunan *Fuzzy* 12
2.3.2. *Fuzzy Linear Programming* 13
2.4 *Fuzzyfikasi* 16
2.5 *Defuzzyfikasi* 17
2.6 *Integer Linear Programming* 20
2.6.1. Metode *Branch and Bound* 21
2.6.2. Algoritma Metode *Branch and Bound* 22
2.7 *Software* LINDO 27
BAB III METODOLOGI PENELITIAN **28**
3.1 Lokasi dan Waktu Penelitian 28
3.2 Sumber Data 28

3.3 Metode Pengumpulan Data 28
3.4 Metode Pengolahan Data 29
3.5 Alur Kerja Penelitian 31
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 32
4.1. Pengumpulan Data 32
4.2. Model Matematika 34
4.2.1. Penentuan Variabel 34
4.2.2. Fungsi Tujuan dan kendala 34
4.3 Pengolahan Data 36
4.3.1 *Fuzzyfikasi* 36
4.3.2 *Defuzzyfikasi* 38
4.3.3 Metode *Branch and Bound* 42
4.4. Hasil Analisis 44
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 46
5.1 Kesimpulan 46
5.2 Saran 46
DAFTAR PUSTAKA 47

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Fungsi Keanggotaan 15

Gambar 2. 2 Alur Kerja Metode Fuzzy Linear Programming............................. 18

Gambar 2. 3 Alur Kerja Metode Branch and Bound... 24

Gambar 2. 4. Solusi dari hasil iterasi dengan software LINDO. 26

Gambar 2. 5 Solusi Hasil Optimum... 26

Gambar 3. 1 Flowchart Penelitian…………………………………………… 31

Gambar 4. 1 Solusi dari hasil $t = 0$ dengan software LINDO………………... 37

Gambar 4. 2 Solusi dari hasil $t = 1$ dengan software LINDO. 38

Gambar 4. 3 Solusi dari hasil software LINDO didapatkan $\lambda = 0{,}6$ 39

Gambar 4. 4 Solusi dari metode Branch and Bound 44

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Komposisi Bahan Baku Minuman 32

Tabel 4. 2 Harga Bahan Baku Minuman.. 33

Tabel 4. 3 Data Biaya Produksi, Harga Jual, Dan Keuntungan Produksi 33

Tabel 4. 4 Jumlah Permintaan minuman... 34

Tabel 4. 5 Perbandingan Solusi Sebelum dan Sesudah Pembulatan.................... 45

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Hasil Perhitungan Simpleks Menggunakan Software LINDO proses Fuzzyfikasi untuk t = 0.. 49

Lampiran 2. Hasil Perhitungan Simpleks Menggunakan Software LINDO proses Fuzzyfikasi untuk t = 1.. 49

Lampiran 3. Hasil Perhitungan Simpleks Menggunakan Software LINDO proses Defuzzyfikasi 50

Lampiran 4. Hasil Perhitungan Simpleks Menggunakan Software LINDO proses Branch and Bound.. 51

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Program linier adalah model umum dalam pengalokasian sumber daya yang terbatas secara optimal yaitu memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya, salah satu asumsi dalam pemrograman linier adalah asumsi kepastian tentang nilai parameter pada masalah pengambilan keputusan yang dimodelkan. Namun dalam prakteknya asumsi tersebut sulit untuk dipenuhi karena banyak data dari informasi bukanlah data yang diterministik. Untuk mengatasi asumsi ketidakpastian tersebut maka diterapkan teori himpunan *fuzzy* pada pemrograman liniear yang disebut dengan *Fuzzy Linear Programming. Fuzzy Linear Programming* merupakan salah satu metode pengoptimalan keuntungan. Pendekatan logika *Fuzzy* digunakan untuk pengalokasian sumber daya yang optimal dan penentuan nilai interval kendala produksi dan nilai yang paling optimal didapatkan melalui interval. Pengaplikasian *Fuzzy Linear Programming* mendapatkan nilai optimum jumlah suatu produk yang diproduksi sesuai dengan permintaan pasar dan keterbatasan sumber daya produksi (Hidayah & Juniati, 2019).

Fuzzy Linear Programming sudah banyak digunakan untuk menyelesaikan kasus optimasi produksi. Pada penelitian Wanayumi menerapkan logika *Fuzzy Linear Programming* dalam menentukan tingkat produksi maksimum dengan teknik artificial intelegence (Wanayumi, 2012). Pada tahun berikutnya Suantio, dkk., mengaplikasikan *Fuzzy Linear Programming* untuk produksi bola lampu dengan 3 variabel yang mampu meningkatkan keuntungan perusahaan sebesar 7,39% dari konsep *linear programming* biasa (Suantio, dkk., 2013). Pada penelitian Sitanggang & Mustika menerapkan *Fuzzy Linear Programming* dalam optimalisasi jumlah produksi dan keuntungan di K-*Bakery* dengan menggunakan 5 variabel dengan toleransi 10% (Sitanggang & Mustika, 2021).

Hasil yang telah diselesaikan menggunakan *Fuzzy Linear Programming* sering kali menghasilkan nilai yang berbentuk pecahan. Namun untuk kasus optimasi produksi, Solusi yang diharapkan haruslah berupa bilangan bulat. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode untuk menghasilkan nilai yang bulat dari hasil perolehan *Fuzzy Linear Programming* tersebut. Salah satu pendekatan yang sering digunakan dalam menyelesaikan persoalan ini adalah dengan metode *Branch and Bound*.

Penelitian mengenai *Branch and Bound* pernah dilakukan oleh Angeline, dkk., menerapkan metode *Branch and Bound* dalam menentukan jumlah produksi optimum pada CV. XYZ penelitian ditinjau berdasarkan Jumlah persedian bahan baku, permintaan pasar, laba, dan waktu pembuatan tiap celana (Angeline, dkk., 2014). Pada penelitian Supatimah, dkk., optimasi keuntungan dengan metode *Branch and Bound* pada Me Laundry salah satu usaha layanan jasa dengan tujuan dari penelitian ini adalah mencari keuntungan optimal yang diperoleh usaha Me Laundry (Supatimah, dkk., 2019). Pada tahun 2021 Salim dan Alfian melakukan perencanaan produksi untuk mengoptimalkan keuntungan dengan metode *Branch and Bound* di UKM “X” penelitian ditinjau berdasarkan jumlah persediaan bahan baku, bahan baku pembuatan produk, data produksi, biaya produksi, harga jual setiap jenis produk, dan keuntungan (Salim & Alfian, 2021).

Metode *Branch and Bound* merupakan salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal program linear yang menghasilkan variabel-variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bilangan bulat sehingga tiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru (Basriati, 2018).

Optimasi produksi dapat dilakukan dengan *linear programming* metode simpleks untuk mengetahui jumlah produk yang paling optimal dan memaksimalkan keuntungan penjual. Pemecahan masalah melalui *linear programming* metode simpleks, diperlukan data yang sesuai sebagai fungsi tujuan dan fungsi batasan. Jumlah keuntungan yang diperoleh ditetapkan sebagai fungsi tujuan, sedangkan jumlah bahan baku pembuatan masing-masing jenis produk minuman jumlah bahan yang tersedia, kapasitas produksi dan jumlah pesanan minuman yang ditetapkan sebagai fungsi batasan.

BRKH *Coffee* adalah kedai kopi yang terletak di Jln, Trans Sulawesi No. 393. Kedai ini memproduksi berbagai jenis minuman. BRKH *Coffee* sering mengalami ketidakstabilan pembelian terhadap produksi minuman yang tidak menentu. Hal ini menjadi masalah untuk ketersedian bahan baku pembuatan produk minuman. Permasalahan pada penelitian ini adalah permasalahan pemrograman linear yaitu optimasi produksi. Namun berdasarkan data yang diperoleh terdapat parameter *Fuzzy* yaitu pada persedian bahan baku. Oleh karena itu penelitian ini menggunakan metode *Fuzzy Linear Programming* dan *Branch and Bound.*

Berdasarkan dari latar belakang yang telah diuraikan diatas, maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul "**Aplikasi Metode *Fuzzy Linear Programming* Dan *Branch and Bound* Dalam Mengoptimalkan Jumlah Persedian Bahan Baku Produksi di BRKH *Coffee***".

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dari penelitian ini adalah:

1. Bagaimana persediaan bahan baku untuk memaksimalkan keuntungan produksi dengan menggunakan metode *Fuzzy Linear Programming* dan *Branch and Bound*?
2. Bagaimana penentuan penambahan persediaan bahan baku untuk memaksimalkan keuntungan produksi?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan-batasan yang digunakan dalam penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Dipilih 5 jenis produksi minuman yaitu Red Velvet, Matcha, Coklat, Taro, dan Coklat Caramel.
2. Selama penelitian berlangsung harga yang berlaku saat bulan april.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah maka tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Mengoptimalkan persedian bahan baku untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal dengan menggunakan metode *Fuzzy Linear Programming* dan *Branch and Bound*.

2. Mengetahui batasan maksimum penambahan jumlah persedian bahan baku yang harus disediakan oleh BRKH *Coffee* untuk memproduksi minuman dalam jumlah optimal.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis:
   a. Sebagai sarana untuk memperkaya pengetahuan dan wawasan mengenai ilmu matematika khususnya pada bidang matematika terapan.
   b. Sebagai sarana untuk menambah keterampilan dalam menerapkan teori-teori yang telah diperoleh dalam perkuliahan maupun yang diperoleh dari studi mandiri.
2. Bagi Pembaca:
   a. Sebagai sarana untuk menambah pemahaman tentang teori-teori dalam bidang matematika terapan.
   b. Sebagai bahan referensi dalam kajian keilmuan matematika.
3. Bagi Universitas Hasanuddin:

   Sebagai pelengkap literatur mengenai matematika khususnya matematika terapan yang dapat dimanfaatkan oleh setiap civitas akademik Universitas Hasanuddin.
4. Bagi Kedai kopi BRKH *Coffee*
   a. Memberikan keuntungan yang maksimal bagi Kedai kopi BRKH *Coffee*.
   b. Dapat dijadikan acuan untuk meningkatkan keuntungan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Dalam penelitian ini, tinjauan pustaka yang digunakan adalah teori teori yang menjadi landasan dalam penelitian, selain itu tinjauan pustaka juga melalui jurnal-jurnal penelitian nasional dan internasional.

2.1 Penelitian Terdahulu

State Of the Art dari penelitian ini merupakan hasil penelitian terkait metode yang digunakan pada penelitian ini diantaranya sebagai berikut:

Pada penelitian Wanayumi menggunakan metode *Fuzzy Linier Programming* berbasis computer untuk mendukung pengambilan keputusan. Aplikasi sistem *Fuzzy Linier Programming* dapat digunakan untuk pengambilan keputusan bagi pihak yang ada hubungan dengan masalah produksi maksimal dengan menggunkan sistem ini dapat mengurangi masalah yang selalu rumit menjadi masalah yang mudah diatasi dan dapat diperkecil (Wanayumi, 2012).

Pada penelitian Suantio, dkk., PT XYZ merupakan perusahaan yang memproduksi bola lampu. Perencanaan produksi bola lampu diteliti dengan tujuan agar perusahaan dapat memenuhi permintaan pasar sesuai dengan keterbatasan sumber daya yang tersedia. Metode perencanaan produksi yang digunakan adalah metode *Fuzzy Linier Programming.* Dengan menggunakan *Fuzzy Linier Programming* dapat diperoleh nilai optimum jumlah produk bola lampu yang diproduksi. Perusahaan dapat menentukan bahan baku dan waktu kerja yang diperlukan dengan menggunkan nilai λ yaitu sebesar 0,536. Nilai λ digunakan untuk menentukan skala terbesar nilai interval t untuk setiap kendala bahan baku dan waktu kerja (Suantio, dkk., 2013).

Pada penelitian Sitanggang dan Mustika merupakan penelitian terbaru terkait metode *Fuzzy Linier Programming* dalam optimalisasi jumlah produksi dan keuntungan di K-*Bakery* dengan menggunakan 5 variabel dengan toleransi 10% sebagai kemampuan K-*Bakery* menghasilkan keuntungan sebesar Rp. 11.247.972,1708, selain itu diperoleh nilai $\lambda = 0,5$ dengan kata lain penambahan maksimum setiap bahan baku sebesar 50% dari *Safety stock* yang tersedia (Sitanggang & Mustika, 2021).

Pada penelitian Angeline, dkk., merupakan penelitian yang menggunakan metode *Branch and Bound* dalam menentukan jumlah produksi yang optimal. Penelitian ditinjau berdasarkan Jumlah persedian bahan baku, permintaan pasar, laba, dan waktu pembuatan tiap celana. Metode *Branch and Bound* dapat dikatakan merupakan metode yang efektif dalam mengoptimalkan suatu permasalahan karena walaupun prosedur dari metode ini sangat panjang dalam permasalahn yang besar tetapi hasilnya lebih optimal dari pada metode lain karena biasanya metode ini menghasilkan hasil optimal lebih dari satu (Angeline, dkk., 2014).

Pada penelitian Supatimah, dkk., merupakan penelitian yang menggunakan metode *Branch and Bound* (*Integer Linear Programming*) merupakan metode yang bisa digunakan untuk optimasi usaha laundry dengan melihat keterbatasan sumber daya usaha tersebut. Pada metode program linear variabel keputusan bisa berupa bilangan real (Supatimah, dkk., 2019).

Pada penelitian Salim dan Alfian merupakan penelitian terbaru terkait metode *Branch and Bound* dalam mengoptimalkan keuntungan dengan meninjau berdasarkan jumlah persediaan bahan baku, bahan baku pembuatan produk, data produksi, biaya produksi, harga jual setiap jenis produk, dan keuntungan. Dengan menggunakan metode *Branch and Bound* perencaan produksi mengalami peningkatan keuntungan sebesar Rp. 1.181.993 dari keuntungan penjualan rata-rata sebelumnya (Salim & Alfian, 2021).

2.2 Program Linear

2.2.1. Definisi Program Linear

Program linear merupakan suatu metode untuk membuat keputusan di antara berbagai alternatif kegiatan pada waktu kegiatan-kegiatan tersebut dibatasi oleh kegiatan tertentu. Keputusan yang akan diambil dinyatakan sebagai fungsi tujuan (*objective function*), sedangkan kendala-kendala yang dihadapi dalam membuat keputusan tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi kendala (*constraints*). Adapun tujuan mempelajari pemrograman linear yaitu mampu dalam membuat model matematika dan menguasai analisisnya, memiliki wawasan dalam analisis untuk menentukan fungsi tujuan maksimal dan minimal dengan kendala yang ada, dan mampu menganalisis yang fungsi tujuannya maksimal atau minimal apabila terjadi perubahan pada fungsi tujuan dan kendala dilakukan secara manual serta dengan *software* Lindo (Rangkuti, 2013).

Beberapa penyelesaian optimal dalam program linear dapat ditemukan pada titik ekstrim dalam daerah layak. Titik ekstrim adalah titik potong dari minimal dua garis kendala, sedangkan daerah layak adalah daerah pada grafik yang memuat titik-titik dan memenuhi semua kendala permasalahan (kumpulan dari semua penyelesaian layak). Penyelesaian layak adalah suatu solusi untuk semua kendala dipenuhi, sehingga titik ekstrim akan menunjukkan titik-titik yang dapat menghasilkan nilai fungsi tujuan yang paling besar (untuk kasus maksimal), seperti menghitung laba atau pendapatan dan nilai fungsi yang paling kecil (pada kasus minimal) seperti menghitung biaya *(cost)* atau waktu *(time)* (Rangkuti, 2013).

2.2.2. Karakteristik Program Linear

Karakteristik-karakteristik dalam program linier yang biasa digunakan untuk memodelkan suatu masalah dan memformulasikannya secara matematika, yaitu (Salim & Alfian, 2021):

1. Variabel Keputusan

   Variabel keputusan adalah Variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat. Variabel keputusan tidak negatif.
2. Fungsi Tujuan

   Fungsi tujuan merupakan suatu hubungan linier dari variabel keputusan yang berupa fungsi maksimum atau minimum dimana tingkat pencapaian tujuan ini dibatasi oleh kendala yang mencerminkan keterbatasan dari kapasitas produksi kemampuan yang dimiliki.
3. Fungsi Kendala

   Fungsi kendala merupakan batasan-batasan dalam penyelesaian program linier yang harus diperhatikan. Kendala diekspresikan dalam persamaan dan pertidaksamaan yang juga merupakan hubungan linier dari variabel keputusan yang mencerminkan keterbatasan sumber daya dalam suatu masalah.

2.2.3. Model Program Linear

Bentuk umum program linier dapat dirumuskan ke dalam bentuk matematika sebagai berikut (Rangkuti, 2013).

Maksimalkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j, \tag{2. 1}$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_{i,} \tag{2. 2}$$

$$x_j \ge 0, \tag{2. 3}$$

dengan $i = 1, 2, 3, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \ldots, n$.

atau dapat dituliskan secara lengkap sebagai berikut:

Maksimalkan fungsi tujuan:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n,$$

dengan kendala:

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m \\ x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \ge 0. \end{array}$$

Keterangan:

Z	=	fungsi tujuan yang merupakan nilai optimal (memaksimalkan atau meminimalkan).
x_j	=	tingkat kegiatan ke- *j*.
c_j	=	kenaikan nilai Z apabila ada pertambahan tingkat kegiatan x_j dengan satu satuan unit atau sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan *j* terhadap Z.
a_{ij}	=	banyaknya sumber *i* yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran kegiatan *j*.
b_i	=	kapasitas sumber *i* yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan.
n	=	macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia.

m = macam batasan sumber atau fasilitas yang tersedia.

Terdapat dua metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan model program linear, yaitu metode grafik dan metode simpleks.

1. Metode Grafik

Persoalan pemrograman linier dapat dilakukan dengan berbagai cara. Salah satunya adalah dengan metode grafik apabila mempunyai dua variabel. Penyelesaian masalah pemrograman linier dengan menggunakan metode grafik pada umumnya mengikuti langkah-langkah sebagai berikut (Rangkuti, 2013):

a. Merumuskan masalah asli menjadi model matematika yang sesuai dengan syarat-syarat yang di perlukan dalam pemrograman linear, yaitu mempunyai fungsi tujuan atau sasaran (*objective function*), fungsi structural (*constraints*), dan kendala non-negatif.
b. Kendala-kendala yang ada digambar hingga dapat diperoleh daerah penyelesaian (daerah yang memenuhi kendala wilayah kelayakan) atau daerah fisibel yang titik-titik sudutnya diketahui dengan jelas.
c. Nilai fungsi tujuan dihitung disetiap titik sudut daerah penyelesaian.
d. Dipilih nilai yang sesuai dengan fungsi tujuan (jika maksimal berarti yang nilainya terbesar dan sebaliknya jika minimal (nilainya terkecil), maka jawaban soal telah diperoleh.
e. Menentukan nilai dari fungsi tujuan (Z) optimal dengan menggambarkan grafik. Tarik garis yang sejajar atau paralel dengan garis/kurva fungsi objektif sampai garis tersebut memotong salah satu titik ekstrim yang memberikan nilai Z optimal (maksimal atau minimal). Maksimal jika perpotongan garis menyentuh atau mengenai salah satu titik ekstrim yang terakhir disentuh dan minimal jika menyentuh mengenai titik ekstrim yang paling dahulu tersentuh. Dalam persamaan fungsi kendala atau fungsi batasan-batasan.

2. Metode Simpleks

Metode grafik tidak dapat menyelesaikan persoalan program linear yang memiliki lebih besar dari dua variabel keputusan, hanya metode simpleks yang dapat digunakan. Asumsikan masalah program linear adalah fisibel, artinya bahwa persoalan program linear tersebut mempunyai penyelesaian. Metode simpleks adalah suatu metode yang secara sistematis dimulai dari suatu pemecahan dasar yang fisibel ke pemecahan dasar fisibel lainnya dan ini dilakukan berulang-ulang (dengan jumlah ulangan yang terbatas) sehingga akhirnya tercapai suatu pemecahan dasar yang optimal dan pada setiap tahapan menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar, lebih kecil, atau sama dengan tahapan-tahapan sebelumnya.

Penggunaan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah-masalah program linear yaitu dengan cara terlebih dahulu diubah ke dalam suatu bentuk umum yang dinamakan bentuk standar *(standard form)*. Beberapa bentuk standar model metode simpleks diberikan sebagai berikut (Rangkuti, 2013):

a. Bentuk Standar Pertidaksamaan *(The Standard Inequality Form)*

Maksimalkan:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ ... + c_nx_n,$$

dengan kendala:

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ ... \ + a_{1n}x_n \ \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ ... \ + a_{2n}x_n \ \le b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ ... \ + a_{mn}x_n \ \le b_m \end{array}$$

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \ge 0.$$

Dengan $a_{ij}, c_j, dan\ b_j$ adalah konstanta-konstanta yang diketahui dan dapat ditentukan. Dalam notasi matriks, program linear dapat ditulis sebagai berikut:

Maksimalkan:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ ... + c_n,$$

dengan kendala:

$$Ax \le b\ dan\ x \ge 0,$$

dimana:

$$c = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix},$$

$$dan\ A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

b. Bentuk Standar Persamaan *(The Standard Equality Form)*

Bentuk standar persamaan dapat diperoleh dari bentuk pertidaksamaan dengan mengubah tanda pertidaksamaan ($\geq dan \leq$) menjadi tanda persamaan ($=$).

Pertidaksamaan

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ \dots + a_{1n}x_n \ \leq b_1,$$

dapat diubah menjadi

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ \dots + a_{1n}x_n = b_1,$$

dengan $x_i \geq 0, i = 1,2, \dots, n$ dan disebut *slack variable.*

2.3 *Fuzzy*

2.3.1. Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* adalah himpunan yang diperumum dari himpunan tegas dan akurat. Setiap himpunan *fuzzy* dicirikan oleh fungsi keanggotaan, sehingga keanggotaan dari setiap elemen himpunan ini ditentukan dengan derajat keanggotaan dalam himpunan tersebut (Sadabadi dkk., 2021). Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A, yang sering ditulis dengan $\mu_A(x)$, memiliki dua kemungkinan, yaitu (Kusumadewi & Purnomo, 2010):

1. Satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
2. Nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Kalau pada himpunan *crisp*, nilai keanggotaan hanya ada 2 kemungkinan, yaitu 0 atau 1, pada himpunan *fuzzy* nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A(x) = 0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A, demikian pula apabila x memiliki keanggotaan *fuzzy* $\mu_A(x) = 1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A.

Himpunan *fuzzy* memiliki 2 atribut, yaitu:

1. Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakli suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: MUDA, PAROBAYA, TUA.
2. Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dsb.

Beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu (Kusumadewi & Purnomo, 2010):

a. Variabel *fuzzy*

   Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu system *fuzzy*. Contoh: umur, temperature, permintaan, dsb.

b. Himpunan *fuzzy*

   Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.

c. Semesta pembicaraan

   Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan rill yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

d. Domain

   Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diizinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*.

2.3.2. *Fuzzy Linear Programming*

Fuzzy linear programming merupakan salah satu cabang dari *Artificial Intelligence* modern, selain dari *Neural Network*, *Artificial Intelligence* lainnya. Metode ini digunakan untuk membantu mengambil keputusan terhadap beberapa alternative keputusan untuk mendapatkan keputusan yang optimal, *Fuzzy linear programming* merupakan modifikasi dari teori linear programming digabung dengan *fuzzy logic* di mana hasilnya akan kecil jika dibandingkan dengan hasil pada metode linear programming. Dengan menerapkan *fuzzy linear programming* dalam menentukan tingkat produksi maksimum dianggap dapat membantu untuk menentukan tingkat produksi maksimum dianggap dapat membantu untuk memetakan suatu input ke dalam suatu output tanpa mengabaikan faktor-faktor yang ada. Dengan metode ini diharapkan nantinya dapat membantu dalam proses pengambilan keputusan yang tepat. Yang mana *fuzzy logic* dapat digunakan dalam pemecahan masalah program linier tersebut. Hal ini merupakan syarat mutlak untuk dapat digunakan dalam *fuzzy linear programming* (Wanayumi, 2012).

Program linear *fuzzy* adalah program linear yang dinyatakan dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang memiliki parameter *fuzzy* dan ketidaksamaan *fuzzy*. Pada program linear *fuzzy*, akan dicari sesuuatu yang merupakan nilai Z yang merupakan fungsi objektif yang akan dioptimasi sedemikian hingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy* (Kusumadewi & Purnomo, 2010).

Salah satu contoh model program linear klasik (Zimmerman, 1991):
Maksimumkan:

$$f(x) = c^T x, \tag{2. 4}$$

dengan Kendala:

$$Ax \leq b \tag{2. 5}$$

$$x \geq 0 \tag{2. 6}$$

dengan $\boldsymbol{c}, \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R^n}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R^m}, \boldsymbol{A} \in \boldsymbol{R^{mxn}}$.

A, b dan c adalah bilangan – bilangan *crisp* (tegas), tanda ≤ pada kasus maksimasi dan tanda ≥ pada kasus minimasi juga bermakna *crisp* (tegas), demikian juga perintah maksimumkan atau minimumkan merupakan bentuk imperative tegas.

Pada *Fuzzy Linear Programming*, akan dicari suatu nilai yang merupakan nilai Z yang merupakan fungsi objektif yang akan dioptimalkan sedemikian hingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *Fuzzy*. Tiap-tiap baris/batasan $(0,1,2,\cdots,m)$ akan dipresentasikan dengan sebuah himpunan *Fuzzy*, dengan fungsi keanggotaan pada himpunan ke-i adalah $\mu_i[B_i x]$ (Sitanggang & Mustika, 2021).

Fungsi keanggotaan untuk model ‘keputusan’ himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai:

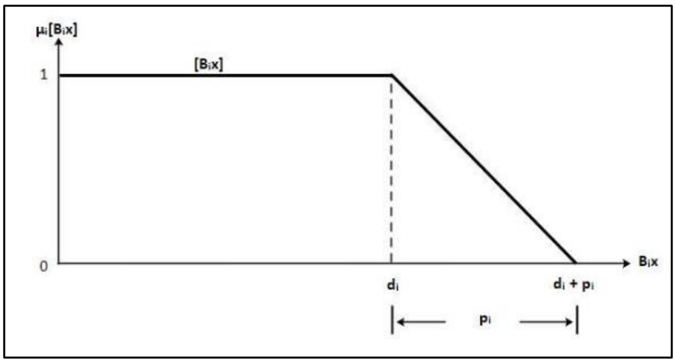
$$\min\{\mu_i[B_i x]\}. \tag{2. 7}$$

Pada *Fuzzy Linear Programming*, solusi yang diharapkan adalah solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar sehingga fungsi tujuan pada *Fuzzy Linear Programming* adalah memaksimumkan nilai keanggotaan. Oleh karena itu solusi sebenarnya adalah

$$\max_{x\geq 0} \mu_D[Bx] = \max_{x\geq 0} \min_i \{\mu_i[B_i x]\}. \qquad (2.8)$$

Dari sini terlihat bahwa $\mu_i[B_i x] = 0$ jika batasan ke–i benar-benar dilanggar, sebaliknya, $\mu_i[B_i x] = 1$ jika batasan ke–i benar-benar dipatuhi (sama halnya dengan batasan bernilai tegas). Nilai $\mu_i[B_i x]$ akan turun secara monoton pada selang $[d_i, d_i + p_i]$, yaitu;

Gambar 2.1 Menunjukkan Fungsi Keanggotaan Tersebut



Gambar 2. 1 Fungsi Keanggotaan

$$\mu_i[B_i x] = \begin{cases} 1; & jika\ B_i x \leq d_i \\ 1 - \dfrac{B_i x - d_i}{p_i}; & jika\ d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; & jika\ B_i x > d_i + p_i \end{cases} \qquad (2.9)$$

$$i = 1, 2, \dots, m.$$

Dengan p_i adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran dengan baik pada fungsi objektif maupun batasan. Dengan mensubstitusikan (2.10) ke (2.8) akan diperoleh:

$$\max_{x\geq 0} \mu_D[Bx] = \max_{x\geq 0} \min_i \left\{1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}\right\}. \qquad (2.10)$$

Dari Gambar 2.1 dapat dilihat bahwa, semakin besar nilai X pada domain, akan memiliki nilai keanggotaan yang cenderung semakin kecil. Sehingga pada tahap *defuzzyfikasi* untuk mencari nilai $\lambda - \mathrm{cut}$ dapat dihitung sebagai $\lambda = 1 - \mathrm{t}$, dengan:

$$d_i + tp_i = ruas\ kanan\ batasan\ ke - i. \tag{2. 11}$$

Dengan demikian akan diperoleh bentuk *linear programming* baru sebagai berikut (Kusumadewi & Purnomo, 2010):

Maksimumkan: $\lambda,$ (2. 12)

Dengan kendala: $\lambda p_i + B_i x \leq d_i + p_i,$ (2. 13)

$i = 1, 2, \dots, m,$ (2. 14)

$x \geq 0.$ (2. 15)

Keterangan:

λ	=	Nilai *Fuzzy*.
p_i	=	Toleransi interval yang diperoleh untuk melakukan pelanggaran dengan baik pada fungsi objektif maupun batasan.
B_i	=	Nilai variabel x.
d_i	=	Nilai batasan pada saat $t = 0$.
$d_i + p_i$	=	Nilai batasan pada saat $t = 1$.

2.4 *Fuzzyfikasi*

Proses *Fuzzyfikasi* merupakan proses untuk mengubah variabel *non fuzzy* (variabel numerik) menjadi variabel *fuzzy* (variabel linguistik). Proses *Fuzzyfikasi* ini dilakukan untuk mendapatkan nilai dari model *lower* $(\mathrm{t} = 0)$ dan model *upper* $(\mathrm{t} = 1)$ yang dibentuk dari inisialisasi awal variabel keputusan dan batasan. Untuk menghitung nilai-nilai *lower bound* (batas bawah) dan *upper bound* (batas atas) ini dapat di selesaikan dengan metode simpleks (Yulianto, dkk. 2012).

Batas bawah dari nilai optimal dinotasikan dengan Z_L yang didapat dari pemecahan program linier berikut:

Maksimumkan:

$$Z_L = \sum_{j=1}^{n} c_j\, x_j, \tag{2. 16}$$

dengan Kendala:

$$\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i\ untuk\ i = 1,2,3, \dots, m, \tag{2. 17}$$

$$x_j \geq 0\ untuk\ j = 1,2,3, \dots, n. \tag{2. 18}$$

Batas atas dari nilai optimal dinotasikan dengan Z_U yang didapat dari pemecahan program linier berikut:

Maksimumkan:

$$Z_U = \sum_{j=1}^{n} c_j \, x_j, \tag{2. 19}$$

dengan Kendala:

$$\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ \le \ b_i + \ p_I, untuk\ i = 1,2,3, \dots, m, \tag{2. 20}$$

$$x_j \ge 0, untuk\ j = 1,2,3, \dots, n. \tag{2. 21}$$

Dengan p_I adalah toleransi yang diberikan pada kendala ke $-i$ ($i = 1,2,3, \dots, m$) (Yulianto, dkk., 2012).

2.5 *Defuzzyfikasi*

Keputusan yang dihasilkan dari proses *fuzzyfikasi* masing-masing dalam bentuk *fuzzy*. Hasil ini harus diubah kembali menjadi variabel numerik *non fuzzy* melalui proses *defuzzyfikasi*. Setelah melakukan perhitungan untuk mendapatkan nilai model *lower* $(\mathrm{t} = 0)$ dan model *upper* $(\mathrm{t} = 1)$ maka akan dibentuk batasan baru untuk menentukan nilai *fuzzy*. Masalah *Fuzzy Linear Programming* dapat diselesaikan dengan menyelesaikan masalah program linier standar berikut (Yulianto, dkk. 2012):

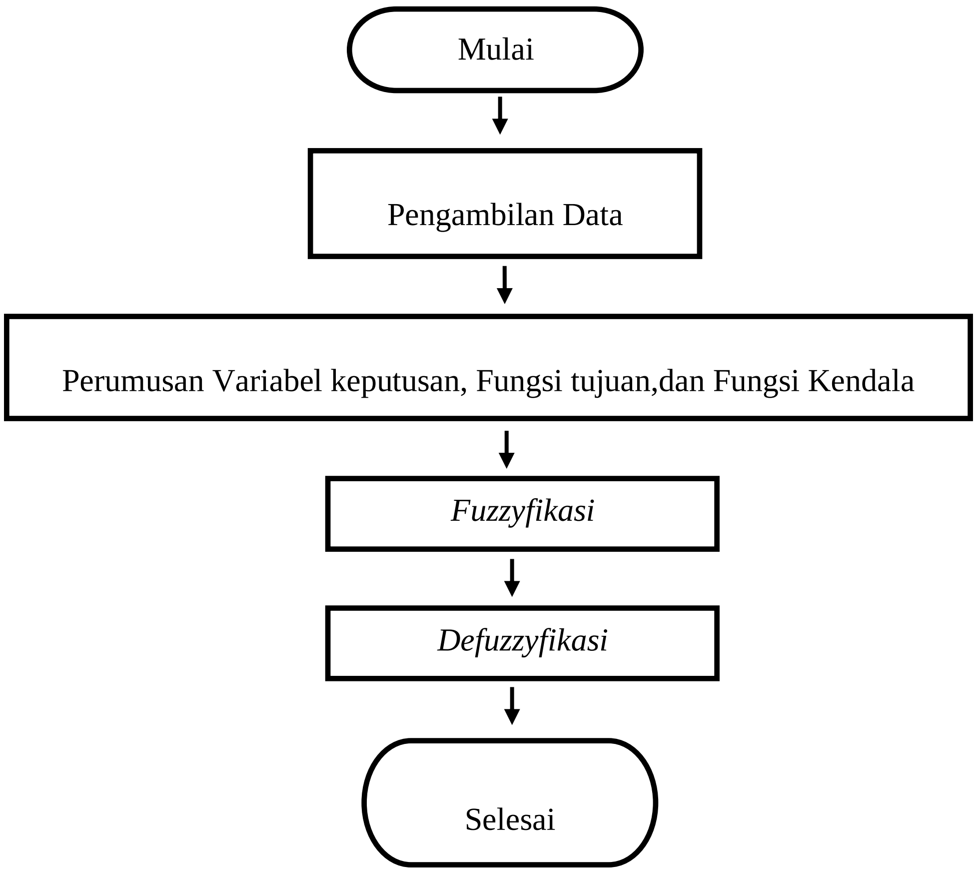
Maksimumkan: $$\lambda, \tag{2. 22}$$

dengan kendala: $$-\lambda(Z_U - Z_L) + cx \ \ge Z_L, \tag{2. 23}$$

$$\lambda p_i + B_I x \ \le d_i + \ p_i; i = 0,1,2, \dots, m, \tag{2. 24}$$

$$x \ge 0, dengan\ \lambda \ \in [0,1], x \ge 0. \tag{2. 25}$$

Langkah-langkah penyelesaian menggunakan metode *Fuzzy Linear Programming* disajikan pada **Gambar 2.2** berikut.



Gambar 2. 2 Alur Kerja Metode Fuzzy Linear Programming

Contoh 2.1. Penerapan metode *Fuzzy Linear Programming*

Maksimumkan:	$5x_1 + 4x_2$,
dengan kendala:	$x_1 + x_2 \leq 16$,
	$x_1 + 2x_2 \leq 24$,
	$x_1, x_2 \geq 0$.

Ketiga batasan memiliki toleransi interval masing-masing $p_1 = 7\ dan\ \ p_2 = 10$ dapat di bawa ke bentuk:

Maksimumkan	:	$5x_1 + 4x_2$,
dengan kendala	:	$x_1 + x_2 \leq 16 + 7t$,
		$x_1 + 2x_2 \leq 24 + 10t$,
		$x_1, x_2 \geq 0$.

Jika ($\mathrm{t} = 0$), maka bentuk di atas menjadi:

Maksimumkan	:	$5x_1 + 4x_2$,
dengan kendala	:	$x_1 + x_2 \leq 16$,
		$x_1 + 2x_2 \leq 24$,
		$x_1, x_2 \geq 0$.

Disini akan diselesaikan dengan menggunkan metode simpleks berbantuan *software* LINDO sehingga didapatkan Z $= 80$, $x_1 = 16$, dan $x_2 = 0$.

Jika ($\mathrm{t} = 1$) maka bentuk awal *linear programming* dapat diubah menjadi:

Maksimumkan	:	$5x_1 + 4x_2$,
dengan kendala	:	$x_1 + x_2 \leq 23$,
		$x_1 + 2x_2 \leq 34$,
		$x_1, x_2 \geq 0$.

Disini akan diselesaikan dengan menggunkan metode simpleks berbantuan *software* LINDO sehingga didapatkan Z $= 115$, $x_1 = 23$, dan $x_2 = 0$.

Dari kedua hasil ini ($\mathrm{t} = 0$ dan $\mathrm{t} = 1$), kita dapat menentukan nilai p_0, yaitu hasil pengurangan dari Z pada saat ($\mathrm{t} = 1$) dengan Z pada saat ($\mathrm{t} = 0$),

$$p_0 = 115 - 80 = 35.$$

Dengan menggunakan $\lambda = 1 - \mathrm{t}$, akhirnya dapat dibentuk model *fuzzy linear programming* sebagai berikut:

Maksimumkan	:	λ,
dengan kendala	:	$35\lambda - 5x_1 - 4x_2 \leq -115 + 35 = -80$,
		$7\lambda + x_1 + x_2 \leq 16 + 7 = 23$,
		$10\lambda + x_1 + 2x_2 \leq 24 + 10 = 34$,
		$\lambda, x_1, x_2 \geq 0$.

Bentuk *linear programming* menjadi:

Maksimumkan	:	λ,
dengan kendala	:	$-35\lambda + 5x_1 + 4x_2 \geq 80$,
		$7\lambda + x_1 + x_2 \leq 23$,
		$10\lambda + x_1 + 2x_2 \leq 34$,
		$\lambda, x_1, x_2 \geq 0$.

Dengan menggunakan metode simpleks berbantuanpp *software* LINDO sehingga didapatkan $Z = 98$, $\lambda = 0{,}5$, $x_1 = 19{,}6$, $x_2 = 0$.

Nilai untuk setiap batasan:

Batasan 1 = $x_1 + x_2 = 19{,}6$.

Batasan 2 = $x_1 + 2x_2 = 19{,}6$.

Derajat keanggotaan untuk setiap batasan:

Batasan 1 = $\mu_1[B_1x] = 0{,}5$ $\left(\text{karena } \frac{23-19{,}6}{7}\right)$.

Batasan 2 = $\mu_2[B_2x] = 1$ (karena $19{,}6 < 24$).

Nilai $\lambda = 0{,}5$ menunjukan nilai keanggotaan pada himpunan *fuzzy*. pada *Fuzzy Linear Programming* solusi yang diharapkan adalah solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar. Nilai $\lambda = 0{,}5$,mengandung pengertian bahwa $\lambda - cut$ untuk setiap himpunan yang digunakan untuk mengimplementasikan setiap batasan sebesar 0,5, dengan kata lain, skala terbesar $t = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$ digunakan untuk menentukan besarnya penambahan terbesar dari setiap batasan.

2.6 *Integer Linear Programming*

Integer linear programming atau program linier bilangan bulat merupakan suatu linear programming dengan variabel keputusannya merupakan bilangan bulat (integer), sehingga pada bentuk umum linear programming terdapat tambahan syarat bahwa variabel keputusannya harus bilangan bulat. Pada linear programming problem untuk kasus memaksimumkan, nilai tujuan dari *Integer linear programming* tidak akan pernah melebihi nilai tujuan dari linear programming. Penyelesaian dengan metode *Integer linear programming* terdiri dari 2 metode, yaitu metode cabang batas (*Branch and Bound*) dan metode bidang potong Gomory (*Cutting Plane*).

Untuk Pengembangan pemodelan suatu masalah, perlu diperhatikan bahwa ada banyak kemungkinan yang mengarah pada beberapa model yang berlaku. Dalam konteks ini, dengan mempertimbangkan bahwa masalah memiliki sifat deterministic, diputuskan dengan metode *Branch and Bound*. menurut silva dkk(2007), linear programming (LP) adalah salah satu teknik yang paling banyak digunakan untuk memecahkan masalah di bidang OR. Karena modelnya sederhana, berdasarkan persamaan linier, dapat di program di computer yang menjadiknaya alat yang mudah digunakan dalam pengambilan keputusan apa pun (Santos dkk., 2016).

Bentuk umum dari integer linier programming dengan kasus memaksimumkan adalah sebagai berikut (Basriati, 2018):

Maksimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j\, x_j. \tag{2. 26}$$

dengan Kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j (\leq, =, \geq) b_i, untuk\ i = 1,2,3, \dots, m, \tag{2. 27}$$

$$x_j \geq 0\ , x_j \in (0,1,2, \dots), untuk\ j = 1,2,3, \dots, n. \tag{2. 28}$$

Keterangan:

Z	=	Fungsi tujuan.
x_j	=	Variabel keputusan j.
c_j	=	Nilai kontribusi dari variabel keputusan j.
a_{ij}	=	Koefisien dari variabel keputusan j dalam kendala ke – i.
b_i	=	Sumber daya yang tersedia dalam kendala ke – i.

2.6.1. Metode *Branch and Bound*

Metode *Branch and Bound* mula-mula dipakai dan dikembangkan oleh Land dan Doig (1960). Kemudian metode ini dimodifikasi oleh Dakin (1965) dan telah dengan sukses menerapkannya di dalam kitab undang-undang hukum dagang banyak orang dalam memecahkan persoalan program integer. (Angeline. dkk. 2014).

Metode *Branch and Bound* merupakan salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal program linier yang menghasilkan variabel – variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas atau bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru. Metode ini sering digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah program integer karena hasil yang diperoleh dalam penyelesaian optimal lebih teliti dan lebih baik dari kedua metode lainnya. Kelemahan pokok metode ini adalah prosedur untuk mencapai hasil optimal sangat panjang (Salim & Alfian, 2021).

Metode ini telah menjadi kode computer standar untuk program bilangan bulat, dan penerapan-penerapan dalam praktek tampaknya menyarankan bahwa metode ini lebih efisien dibanding metode bidang potong Gomory (*Cutting Plane*) (Angeline, dkk. 2014).

Prinsip dasar metode ini adalah memecah daerah fisibel layak suatu masalah program linear dengan membuat Submasalah. Ada dua konsep dasar dalam metode *Branch and Bound* (Salim & Alfian, 2021):

a. Branching adalah proses membagi-bagi permasalahan menjadi *subproblem-subproblem* yang mungkin mengarah ke solusi.
b. Bounding adalah suatu proses untuk mencari/menghitung batas atas dan batas bawah untuk solusi optimal pada *subproblem* yang mengarah ke solusi.

2.6.2. Algoritma Metode *Branch and Bound*

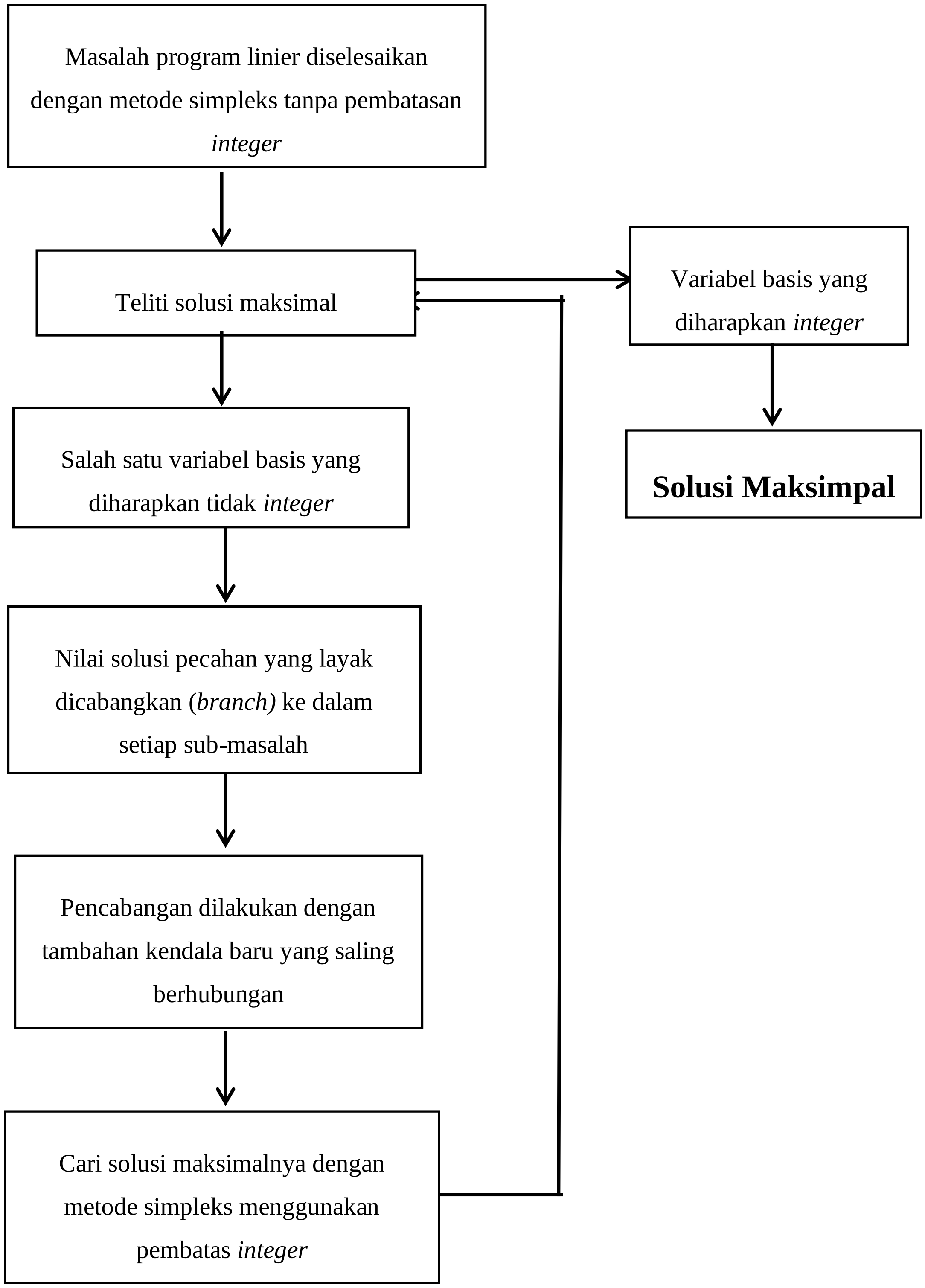
Berikut ini adalah langkah-langkah penyelesaian suatu masalah maksimisasi dengan metode *Branch and Bound* (Salim & Alfian, 2021):

1. Selesaikan masalah program linear dengan metode simpleks selesaikan masalah tanpa pembatasan bilangan integer.
2. Teliti solusi optimalnya, jika variabel keputusan yang diharapkan adalah bilangan integer, solusi optimum integer telah tercapai. Jika satu atau lebih variabel keputusan yang diharapkan ternyata bukan bilangan integer, lanjutkan ke langkah 3.
3. Jadikan solusi pada penyelesaian langkah 1 menjadi batas atas dan untuk batas bawahnya merupakan solusi yang variabel keputusannya telah diintegerkan (*rounded down*).
4. Pilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar artinya bilangan desimal terbesar dari masing-masing vaariabel untuk dijadikan pencabangan ke dalam sub-sub masalah. Tujuannya adalah untuk menghilangkan solusi yang tidak memenuhi persyaratan integer dalam masalah itu. Pencabangan itu dilakukan secara mutually exclusive untuk memenuhi persyaratan integer

dengan jaminan tidak ada solusi fisibel (layak) yang diikutsertakan. Hasilnya adalah sebuah Sub-masalah dengan batasan ≤ atau batasan ≥.

5. Untuk setiap sub-masalah, nilai optimum fungsi tujuan ditetapkan sebagai batas atas. Solusi optimum yang diintegerkan menjadi batas bawah (solusi yang sebelumnya tidak integer kemudian diintegerkan). Sub-sub masalah yang memiliki batas atas kurang dari batas bawah yang ada, tidak diikutsertakan pada analisa selanjutnya. Suatu solusi integer fisibel (layak) adalah sama baik atau lebih baik dari batas atas untuk setiap Sub masalah yang dicari. Jika solusi yang demikian terjadi, suatu sub-masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan. Kembali ke langkah 4.

Langkah-langkah penyelesaian menggunakan metode *branch and bound* disajikan pada Gambar 2.3 berikut.



Gambar 2. 3 Alur Kerja Metode Branch and Bound

Percabangan atau pencarian solusi pada suatu Sub-masalah dihentikan jika:

1. *Infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak.
2. Semua variabel keputusan yang harus bernilai integer sudah bernilai integer.
3. Pada masalah memaksimalkan, penghentian pencabangan pada suatu Sub masalah dilakukan jika batas atas dari Sub masalah tersebut tidak lebih besar atau sama dengan batas bawah.
4. Pada masalah meminimumkan penghentian pencabangan pada suatu Sub masalah dilakukan jika batas bawah tidak lebih lebih kecil atau sama dengan batas atas.

Adapun kondisi optimal pada *Branch and Bound* antara lain:

1. Jika tidak ada lagi sub-masalah yang perlu dicabangkan lagi maka solusi optimal sudah diperoleh.
2. Pada masalah memaksimalkan solusi optimal merupakan solusi Sub masalah yang saat ini menjadi batas bawah *(lower bound).*
3. Pada masalah meminimumkan solusi optimal merupakan solusi Sub masalah yang saat ini menjadi batas atas *(upper bound).*

Contoh 2.2. Penerapan metode *Branch and Bound*

Setelah diperoleh hasil pada *Fuzzy Linear Programming* diketahui $t =$ 0,5. Oleh karena itu, dapat dibentuk kendala baru sesuai dengan batasan yang telah diperoleh dari penyelesaian *Fuzzy Linear Programming* dengan menggunakan metode *Branch and Bound* sebagai berikut penerapan metode *Branch and Bound*:

Maksimumkan	:	$5x_1 + 4x_2$,
dengan kendala	:	$x_1 + x_2 \leq 16 + 7t$,
		$x_1 + 2x_2 \leq 24 + 10t$,
		$x_1, x_2 \geq 0$.

Sehingga bentuk program Linearnya adalah:

Maksimumkan	:	$5x_1 + 4x_2$,
dengan kendala	:	$x_1 + x_2 \leq 19{,}5$,
		$x_1 + 2x_2 \leq 29$,
		$x_1, x_2 \geq 0$.

Model program linier yang telah dibentuk akan diolah dengan menggunakan metode simpleks pada *software* LINDO yang akan dijelaskan pada Subbab 2.6. Diperoleh hasil olahan data yang maksimal adalah sebagai berikut:

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE

      1)      97.50000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1        19.500000          0.000000
       X2         0.000000          1.000000
```

Gambar 2. 4. Solusi dari hasil iterasi dengan software LINDO.

Hasil iterasi dengan menggunkan metode simpleks pada *software* LINDO, diperoleh solusi yang maksimalkan yaitu $Z = 97{,}5$, $x_1 = 19{,}5$, dan $x_2 = 0$.

Berdasarkan hasil iterasi dengan menggunakan metode simpleks pada *software* LINDO, $x_1 = 19{,}5$ dan $x_2 = 0$ namun, masalah ini belum valid karena solusi yang dibutuhkan adalah solusi berupa bilangan bulat, selanjutnya akan digunakan metode *branch and bound* agar solusi yang dihasilkan berupa bilangan bulat. Dipilih salah satu variabel untuk melakukan percabangan yang memiliki nilai pecahan terbesar. Dengan menggunakan *Software LINDO* untuk mendapatkan hasil bilangan bulat akan digunakan metode *Branch and Bound* akan diperoleh hasil sebagai berikut:

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1
OBJECTIVE VALUE =   97.5000000

NEW INTEGER SOLUTION OF    95.0000000     AT BRANCH      0 PIVOT       4
BOUND ON OPTIMUM:  95.00000
ENUMERATION COMPLETE. BRANCHES=     0 PIVOTS=       4

LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      95.00000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1        19.000000         -5.000000
       X2         0.000000         -4.000000
```

Gambar 2. 5 Solusi Hasil Optimum

Dari penggunaan Software Lindo, pada iterasi ke 4 diperoleh hasil optimum yang hasil diperoleh yaitu $x_1 = 19$ dan $x_2 = 0$, dengan nilai $Z = 95.000$.

2.7 *Software* LINDO

Lindo (*Linear Interaktive Discrete Optimizer*) adalah software yang dapat digunakan untuk mencari penyelesaian dari masalah pemrograman linear. Dengan menggunakan software ini memungkinkan perhitungan masalah pemrograman linear dengan n variabel, prinsip kerja utama Lindo adalah memasukan data, menyelesaikan, serta menaksirkan kebenaran dan kelayakan data berdasarkan penyelesaianya.

Kegunaan utama dari *Software* Lindo adalah untuk mencari penyelesaian dari masalah linear dengan cepat dengan memasukkan data berupa rumusan dalam bentuk linear. *Software* Lindo memberikan banyak manfaat dan kemudahan dalam memecahkan masalah optimasi dan minimasi. Model *Software* Lindo minimal memiliki tiga syarat, yaitu memerlukan fungsi objektif, Variabel, dan batasan (fungsi kendala) (Arifin, 2018).

Menurut Linius Scharge (1991), perhitungan yang digunakan pada Lindo pada dasarnya menggunakan metode simpleks. Namun untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear integer nol-satu *Software* Lindo menggunakan metode *Branch and Bound*. Metode *Branch and Bound* sering digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan program integer karena hasil yang diperoleh dalam penyelesaian optimal lebih teliti dan lebih baik dari metode lain (Angeline, dkk., 2014).