

**SKRIPSI**

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA FERMENTASI  
ETANOL DENGAN SUPLAI SUBSTRAT YANG PERIODIK**



**Oleh:**

**KHADIJAH KALVA FITRI**

**H111 15 014**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
DESEMBER 2022**

**SKRIPSI**

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA FERMENTASI  
ETANOL DENGAN SUPLAI SUBSTRAT YANG PERIODIK**

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

**Universitas Hasanuddin**

**Makassar**

**KHADIJAH KALVA FITRI**

**H111 15 014**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
DESEMBER 2022**

**HALAMAN PENGESAHAN**

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA FERMENTASI  
ETANOL DENGAN SUPLAI SUBSTRAT YANG PERIODIK**

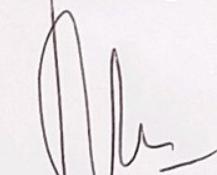
**Disusun dan diajukan oleh**

**KHADIJAH KALVA FITRI**

**H111 15 014**

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin pada tanggal 28 Desember 2022 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

**Pembimbing Utama,**



**Dr. Kashawati, S.Si., M.Si.**  
**NIP. 19800904 200312 2 001**

**Pembimbing Pertama,**



**Dr. Khaeruddin, M.Sc.**  
**NIP. 19650914 199103 1 003**

**Ketua Program Studi,**



**Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.**  
**NIP. 19700807 200003 1 002**



## LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Khadijah Kalva Fitri  
NIM : H11115014  
Program Studi : Matematika  
Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul:

“Analisis Kestabilan Model Matematika Fermentasi Etanol  
dengan Suplai Substrat yang Periodik”

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambil alihan tulisan orang lain, bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 27 Desember 2022

Yang menyatakan,



10000  
SEKELUHUR RIU RUPIAH  
TEL. 20  
METERAL  
TEMPEL  
1443AKX184657268

Khadijah Kalva Fitri

## KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahirabbil'alamin.

Kalimat yang tiada hentinya penulis ucapkan kepada-Nya yang membuat hati berderai air mata bahagia karena syukur pada-Nya. Allah Subhanahu Wata'ala, zat yang Maha memberi segalanya, yang menggerakkan hati dan pikiran, serta menggelorakan semangat. Shalawat dan salam senantiasa penulis kirimkan kepada Nabiullah Muhammad SAW yang mengajarkan dan membimbing umat-umatnya ke arah yang benar, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul “**Analisis Kestabilan Model Matematika Fermentasi Etanol dengan Suplai Substrat yang Periodik**”.

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin, Makassar. Dalam penyelesaian skripsi ini, diperlukan proses yang sangat panjang dengan banyak tantangan dan hambatan, mulai dari penyusunan hingga akhirnya skripsi ini dapat dirampungkan.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada orang tua tercinta dan tersayang, **Ibunda St. Aisyah Bahruddin**, atas setiap bait doa yang tidak pernah putus, serta kasih sayang yang mengalir tiada henti dalam merawat, mendidik, dan membesarkan penulis dengan sabar dan ikhlas. Ucapan terima kasih juga kepada kakakku tercinta, **A. Eka Pratiwi**, yang tiada hentinya memberikan nasihat untuk menuju masa depan yang lebih baik, dan senantiasa memberi semangat dan dukungan pada penulis, serta seluruh keluarga besar yang selalu senantiasa memberikan doa dan dukungan bagi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Pada kesempatan ini pula, penulis dengan tulus dan penuh kerendahan hati memberikan penghargaan dan ucapan terima kasih yang tiada terhingga kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta jajarannya, Bapak **Dr. Eng. Amiruddin.**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya.
2. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Matematika atas ilmu, nasehat, dan saran yang telah diberikan kepada penulis. Ibu **Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.**, selaku Sekretaris Departemen Matematika, yang telah memberikan banyak bantuan selama penulis menjalani pendidikan.
3. Ibu **Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.**, selaku pembimbing utama dan Bapak **Dr. Khaeruddin, M.Sc.**, selaku pembimbing pertama untuk segala ilmu, nasehat, dan kesabaran dalam membimbing dan mengarahkan penulis, serta bersedia meluangkan waktunya untuk mendampingi penulis, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Bapak **Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.** dan Ibu **Naimah Aris, S.Si., M.Math.** selaku anggota tim penguji yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk memberikan saran dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Ibu **Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.** selaku Penasehat Akademik tahun 2020–2022 yang telah memberikan perhatian, dukungan, serta masukan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
6. Bapak/Ibu **Dosen Pengajar Departemen Matematika** yang telah membekali ilmu kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika, serta staf Departemen Matematika atas bantuannya dalam pengurusan akademik selama ini.
7. Para sahabat, **Nurriski Fatun Fatimah, A. Dulung Laimbong, Dewi Rini Andriyani, Mirnawati Halim, Awalia Reski Nurfadillah, Risna Ayu Fitriani, M. Anwar Sadad Muhimmi**, serta junior Program Studi Matematika 2016, **Zaitun**, yang telah menemani, meluangkan waktu, memberikan doa dan dukungan, serta tempat berbagi keluh kesah penulis selama kurang lebih 2 tahun ini.
8. Teman-teman seperjuangan **Program Studi Matematika 2015** yang telah mendukung dan berjuang bersama-sama selama ini.

9. Kakak-kakak, adik, dan seluruh keluarga Himpunan Mahasiswa Matematika (**HIMATIKA**) Unhas, terkhusus angkatan 2015, **SIMETRIS**, yang telah menemani penulis selama kurang lebih 4 tahun di Unhas.
10. Teman-teman **KKN Reguler Bantaeng Gelombang-99**, terkhusus posko **Bonto Rannu** yang telah menjadi keluarga selama KKN, dan meski waktu yang kita lalui hanya sebentar, namun waktu kebersamaan tersebut sangat berarti bagi penulis.
11. Semua pihak yang telah banyak membantu penulis dan tak sempat penulis tuliskan satu per satu.

Semoga segala bantuan yang tulus dan ikhlas ditujukan kepada penulis, mendapat balasan yang terbaik dari Allah SWT. Akhir kata, semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat kepada semua pihak yang membutuhkan dan terutama bagi penulis.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Makassar, 27 Desember 2022



Khadijah Kalva Fitri

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR  
UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK**

---

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Khadijah Kalva Fitri  
NIM : H11115014  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Prediktor Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**“Analisis Kestabilan Model Matematika Fermentasi Etanol  
dengan Suplai Substrat yang Periodik”**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal tersebut, maka pihak Universitas Hasanuddin berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat tanpa ada paksaan dari siapa pun.

Dibuat di Makassar pada tanggal 27 Desember 2022.

Yang menyatakan,



Khadijah Kalva Fitri

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	i
<b>LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN</b> .....	ii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	iii
<b>PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR</b> .....	vi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	vii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>ABSTRAK</b> .....	xv
<b>ABSTRACT</b> .....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
I.1    Latar Belakang.....	1
I.2    Rumusan Masalah.....	3
I.3    Batasan Masalah .....	3
I.4    Tujuan Penelitian .....	3
I.5    Manfaat Penelitian .....	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	5
II.1    Bioetanol.....	5
II.2 <i>Saccharomyces cerevisiae</i> .....	7
II.3    Fermentasi Etanol .....	9
II.4    Sistem <i>Autonomous</i> dan Sistem <i>Non-autonomous</i> .....	13
II.5    Keseimbangan dan Analisis Kestabilan.....	14
II.6    Model Dasar Pertumbuhan Sel .....	16
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	18
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	20
IV.1    Model Matematika Fermentasi Etanol dengan Suplai Substrat yang Periodik .....	20
IV.2    Analisis Solusi Keseimbangan Model Matematika Fermentasi Etanol dengan Suplai Substrat yang Periodik.....	27

IV.2.1	Solusi Trivial.....	29
IV.2.2	Solusi Non-trivial.....	30
IV.3	Analisis Kestabilan Solusi Keseimbangan Model Matematika Fermentasi Etanol dengan Suplai Substrat yang Periodik .....	36
IV.4	Simulasi Numerik Solusi Keseimbangan Model Matematika Fermentasi Etanol dengan Suplai Substrat yang Periodik .....	38
<b>BAB V PENUTUP</b> .....		70
V.1	Kesimpulan.....	70
V.2	Saran.....	71
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....		72
<b>LAMPIRAN</b> .....		77
Lampiran 1. Polinomial Berderajat Enam untuk Solusi Keseimbangan Sel yang Tidak Bernilai Nol (Solusi Non-trivial, $C^{**} \neq 0$ ) .....		78
Lampiran 2. <i>Plotting</i> Polinomial (4.33) terhadap $\rho$ dan $G_b$ .....		83
Lampiran 3. Matriks Jacobian Sistem Persamaan (4.20) untuk $E_1$ dan $E_2$ .....		84
Lampiran 4. Tampilan Lengkap Matriks Jacobian untuk Sistem Persamaan (4.20) yang Dievaluasi pada $E_{2_i}$ .....		88
Lampiran 5. <i>Script</i> (m-file) Matlab R2015a untuk Simulasi Numerik Model Matematika (4.16).....		93

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b> Struktur molekul etanol .....	5
<b>Gambar 2.2</b> Morfologi <i>Saccharomyces cerevisiae</i> .....	7
<b>Gambar 2.3</b> <i>Saccharomyces cerevisiae</i> pembesaran 10x40 .....	7
<b>Gambar 2.4</b> Proses fermentasi etanol .....	10
<b>Gambar 4.1</b> Ilustrasi pengamatan fermentasi etanol secara ekstraseluler .....	20
<b>Gambar 4.2</b> Kurva ketinggian $C(\rho, G_b)$ dengan pasangan titik $(\rho, G_b)$ pada garis kurva merupakan pasangan titik yang dapat menghasilkan solusi kesetimbangan yang positif dan stabil .....	35
<b>Gambar 4.3</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat tidak diberikan gangguan ( $A = 0$ g/L), dengan $E_2 = (13.027, 0.222, 4.093)$ .....	39
<b>Gambar 4.4a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 0.5$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $2\pi$ /jam, dengan $E_2 = (13.01, 0.179, 4.087)$ .....	40
<b>Gambar 4.4b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 0.5$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $2\pi$ /jam) .....	40
<b>Gambar 4.5a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 0.5$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $4\pi$ /jam, dengan $E_2 = (13.024, 0.189, 4.092)$ .....	41
<b>Gambar 4.5b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 0.5$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $4\pi$ /jam) .....	41
<b>Gambar 4.6a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 0.5$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $6\pi$ /jam, dengan $E_2 = (13.026, 0.198, 4.093)$ .....	42
<b>Gambar 4.6b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 0.5$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $6\pi$ /jam) .....	42
<b>Gambar 4.7a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 1$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $2\pi$ /jam, dengan $E_2 = (12.99, 0.146, 4.081)$ .....	43

<b>Gambar 4.7b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 1$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $2\pi$ /jam) .....	43
<b>Gambar 4.8a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 1$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $4\pi$ /jam, dengan $E_2 = (13.02, 0.16, 4.091)$ .....	44
<b>Gambar 4.8b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 1$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $4\pi$ /jam) .....	44
<b>Gambar 4.9a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 1$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $6\pi$ /jam, dengan $E_2 = (13.025, 0.175, 4.093)$ .....	45
<b>Gambar 4.9b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 1$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $6\pi$ /jam) .....	45
<b>Gambar 4.10a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 1.5$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $2\pi$ /jam, dengan $E_2 = (12.971, 0.122, 4.074)$ .....	46
<b>Gambar 4.10b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 1.5$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $2\pi$ /jam) .....	46
<b>Gambar 4.11a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 1.5$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $4\pi$ /jam, dengan $E_2 = (13.016, 0.134, 4.09)$ .....	47
<b>Gambar 4.11b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 1.5$ g/L, dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $4\pi$ /jam) .....	47
<b>Gambar 4.12a</b> Perbandingan laju perubahan konsentrasi sel, glukosa, dan etanol dalam 24 jam saat diberikan gangguan sebesar $A = 1.5$ g/L dan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $6\pi$ /jam, dengan $E_2 = (13.023, 0.154, 4.092)$ .....	48

<b>Gambar 4.12b</b> Perbandingan laju pemberian glukosa secara konstan (saat tidak diberikan gangguan) dan secara periodik (saat diberikan gangguan sebesar $A = 1.5 \text{ g/L}$ , dengan frekuensi gangguan ( $\omega$ ) sebesar $6\pi/\text{jam}$ ) .....	48
<b>Gambar 4.13a</b> Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0 \text{ g/L}$ ) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 0.5 \text{ g/L}$ dan $\omega = 2\pi/\text{jam}$ ), dengan $\sum C(t) = 312.766$ untuk suplai glukosa yang konstan dan $\sum C(t) = 312.836$ untuk suplai glukosa yang periodik .....	50
<b>Gambar 4.13b</b> Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0 \text{ g/L}$ ) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 0.5 \text{ g/L}$ dan $\omega = 2\pi/\text{jam}$ ), dengan $\sum E(t) = 73.349$ untuk suplai glukosa yang konstan dan $\sum E(t) = 73.375$ untuk suplai glukosa yang periodik.	51
<b>Gambar 4.14a</b> Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0 \text{ g/L}$ ) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1 \text{ g/L}$ dan $\omega = 2\pi/\text{jam}$ ), dengan $\sum C(t) = 312.766$ untuk suplai glukosa yang konstan dan $\sum C(t) = 312.847$ untuk suplai glukosa yang periodik .....	52
<b>Gambar 4.14b</b> Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0 \text{ g/L}$ ) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1 \text{ g/L}$ dan $\omega = 2\pi/\text{jam}$ ), dengan $\sum E(t) = 73.349$ untuk suplai glukosa yang konstan dan $\sum E(t) = 73.379$ untuk suplai glukosa yang periodik .....	53
<b>Gambar 4.15a</b> Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0 \text{ g/L}$ ) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1.5 \text{ g/L}$ dan $\omega = 2\pi/\text{jam}$ ), dengan $\sum C(t) = 312.766$ untuk suplai glukosa yang konstan dan $\sum C(t) = 312.855$ untuk suplai glukosa yang periodik .....	54
<b>Gambar 4.15b</b> Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0 \text{ g/L}$ ) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1.5 \text{ g/L}$ dan $\omega = 2\pi/\text{jam}$ ), dengan $\sum E(t) = 73.349$ untuk suplai glukosa yang konstan dan $\sum E(t) = 73.382$ untuk suplai glukosa yang periodik	55
<b>Gambar 4.16a</b> Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0 \text{ g/L}$ ) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 0.5 \text{ g/L}$ dan $\omega = 4\pi/\text{jam}$ ), dengan $\sum C(t) = 312.766$ untuk suplai glukosa yang konstan dan $\sum C(t) = 312.755$ untuk suplai glukosa yang periodik .....	56

- Gambar 4.16b** Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 0.5$  g/L dan  $\omega = 4\pi$ /jam), dengan  $\sum E(t) = 73.349$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum E(t) = 73.347$  untuk suplai glukosa yang periodik 57
- Gambar 4.17a** Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1$  g/L dan  $\omega = 4\pi$ /jam), dengan  $\sum C(t) = 312.766$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum C(t) = 312.819$  untuk suplai glukosa yang periodik ..... 58
- Gambar 4.17b** Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1$  g/L dan  $\omega = 4\pi$ /jam), dengan  $\sum E(t) = 73.349$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum E(t) = 73.369$  untuk suplai glukosa yang periodik ..... 59
- Gambar 4.18a** Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1.5$  g/L dan  $\omega = 4\pi$ /jam), dengan  $\sum C(t) = 312.766$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum C(t) = 312.811$  untuk suplai glukosa yang periodik ..... 60
- Gambar 4.18b** Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1.5$  g/L dan  $\omega = 4\pi$ /jam), dengan  $\sum E(t) = 73.349$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum E(t) = 73.366$  untuk suplai glukosa yang periodik 61
- Gambar 4.19a** Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 0.5$  g/L dan  $\omega = 6\pi$ /jam), dengan  $\sum C(t) = 312.766$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum C(t) = 312.814$  untuk suplai glukosa yang periodik ..... 62
- Gambar 4.19b** Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 0.5$  g/L dan  $\omega = 6\pi$ /jam), dengan  $\sum E(t) = 73.349$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum E(t) = 73.368$  untuk suplai glukosa yang periodik 63
- Gambar 4.20a** Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1$  g/L dan  $\omega = 6\pi$ /jam), dengan  $\sum C(t) = 312.766$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum C(t) = 312.755$  untuk suplai glukosa yang periodik ..... 64

- Gambar 4.20b** Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1$  g/L dan  $\omega = 6\pi$ /jam), dengan  $\sum E(t) = 73.349$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum E(t) = 73.347$  untuk suplai glukosa yang periodik..... 65
- Gambar 4.21a** Perbandingan jumlah konsentrasi sel dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1.5$  g/L dan  $\omega = 6\pi$ /jam), dengan  $\sum C(t) = 312.766$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum C(t) = 312.815$  untuk suplai glukosa yang periodik ..... 66
- Gambar 4.21b** Perbandingan jumlah konsentrasi etanol dalam 24 jam saat diberikan suplai glukosa yang konstan ( $A = 0$  g/L) dan saat diberikan suplai glukosa yang periodik ( $A = 1.5$  g/L dan  $\omega = 6\pi$ /jam), dengan  $\sum E(t) = 73.349$  untuk suplai glukosa yang konstan dan  $\sum E(t) = 73.368$  untuk suplai glukosa yang periodik 67

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 2.1</b> Kelebihan dan kekurangan beberapa metode fermentasi .....	11
<b>Tabel 2.2</b> Karakteristik kestabilan sistem linear $\mathbf{x}' = \mathbf{Ax}$ dengan $\det(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}) = 0$ dan $\det\mathbf{A} \neq 0$ .....	15
<b>Tabel 4.1</b> Daftar notasi beserta definisi dan satuannya yang digunakan pada model matematika (4.16).....	27
<b>Tabel 4.2</b> Jumlah akar positif $C(t)$ untuk $a_1 > 0$ dan $a_7 < 0$ .....	33
<b>Tabel 4.3</b> Nilai-nilai parameter dalam sistem persamaan (4.16) dari berbagai sumber .....	38
<b>Tabel 4.4</b> Nilai-nilai solusi kesetimbangan $E_2$ untuk berbagai kasus $A$ dan $\omega$ ....	49
<b>Tabel 4.5</b> Jumlah konsentrasi sel dan etanol untuk berbagai kasus $A$ dan $\omega$ .....	68

## ABSTRAK

Skripsi ini membahas efek suplai glukosa yang periodik terhadap konsentrasi sel dan konsentrasi etanol, dengan konsentrasi glukosa berperan sebagai penyokong pertumbuhan sel, dan juga berperan sebagai inhibitor pertumbuhan sel bersama dengan konsentrasi etanol dan konsentrasi sel itu sendiri. Model yang telah dikembangkan yang merupakan sistem *non-autonomous*, dianalisis kestabilannya melalui transformasi model ke sistem *autonomous* yang ekuivalen dengan sistem *non-autonomous* tersebut. Dari hasil analisis sistem *autonomous*, diperoleh dua solusi kesetimbangan, yaitu solusi trivial dan solusi non-trivial. Lebih lanjut lagi, berdasarkan ilustrasi numerik untuk solusi non-trivial, terdapat satu akar dari polinomial dalam variabel sel yang dapat membuat solusi non-trivial bernilai positif dan stabil asimtotik. Dari simulasi numerik untuk sistem *non-autonomous*, diperoleh pula bahwa suplai glukosa yang periodik tidak memberikan pengaruh terhadap keoptimalan produksi etanol, namun di sisi lain, suplai glukosa yang periodik memberikan pengaruh yang lebih baik terhadap jumlah konsentrasi sel dan etanol, dibandingkan pengaruh yang diberikan oleh suplai glukosa yang konstan.

**Kata Kunci:** Model matematika, fermentasi etanol, suplai glukosa periodik, inhibitor pertumbuhan, sistem *autonomous*, sistem *non-autonomous*, analisis kestabilan, solusi trivial, solusi non-trivial

## **ABSTRACT**

*This bachelor thesis discusses the effect of periodic glucose supply on cell concentration and ethanol concentration, where glucose concentration acting as a support for cell growth, and also acting as an inhibitor for cell growth together with ethanol concentration and cell concentration. The model that has been developed which is a non-autonomous system, is analyzed for its stability by transforming the model into an autonomous system that is equivalent to the non-autonomous system. From the results of the analysis of the autonomous system, two equilibrium solutions are obtained, namely trivial solution and non-trivial solution. Furthermore, based on the numerical illustration for the non-trivial solution, there exists one root of the polynomial in the cell variable that can make the non-trivial solution positive and asymptotically stable. From the numerical simulation for the non-autonomous system, it was also obtained that the periodic supply of glucose did not have an effect on the optimization of ethanol production, but on the other hand, the periodic supply of glucose had a better effect on the total of cell and ethanol concentrations, compared to the effect given by constant supply of glucose.*

**Keywords:** *Mathematical modelling, ethanol fermentation, periodic glucose supply, growth inhibitors, autonomous system, non-autonomous system, stability analysis, trivial solution, non-trivial solution*

# BAB I PENDAHULUAN

## I.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan salah satu negara yang tak luput dari kelangkaan sumber daya alam. Salah satu kelangkaan sumber daya alam yang masih terjadi hingga kini, yaitu kelangkaan minyak bumi. Kelangkaan minyak bumi telah menyebabkan harga minyak meningkat secara signifikan sejak dua dekade terakhir (Aditiya, dkk., 2016; Armstrong, dkk., 2016). Sebagai negara berkembang, tentu kondisi tersebut tidak dapat diabaikan. Oleh karena itu, perlu direkomendasikan sumber alternatif atau minyak (bahan bakar) yang dapat diperbaharui, seperti bahan bakar bio, dengan mengingat bahwa bahan bakunya tersedia secara luas.

Di antara bahan bakar bio, bioetanol diproduksi secara luas sebagai bahan bakar transportasi penting di seluruh dunia (Khoja, dkk., 2015; Akbas & Stark, 2016; Ansari, dkk., 2017). Bioetanol merupakan etanol yang berasal dari sumber hayati dan dapat dijadikan sebagai sumber alternatif karena sifatnya yang ramah lingkungan. Literatur mencatat bahwa bioetanol dapat digunakan sebagai pengganti maupun campuran bensin, memproduksi emisi gas CO yang lebih rendah (19-25%) sehingga dapat membantu mengurangi kadar CO di atmosfer, serta memiliki kandungan O<sub>2</sub> yang tinggi (35%) yang berpotensi mengurangi emisi zat partikulat (Hening & Zeddies, 2006; Kusnadi & Adisendjaja, 2009; Fan, dkk., 2018). Dari hal tersebut, jelas bahwa selain sebagai sumber alternatif pengganti minyak bumi, bioetanol juga dapat berperan sebagai salah satu agen pemanasan global. Dengan demikian, penggunaan bioetanol diharapkan dapat memberikan perubahan positif yang signifikan terhadap kelangsungan hidup bumi serta seluruh makhluk hidup di dalamnya. Adapun salah satu mikroorganisme yang digunakan untuk memproduksi bioetanol/etanol adalah *Saccharomyces cerevisiae* (ragi).

IHS Markit dalam laporan bulan Oktober 2022 menyatakan bahwa proyeksi pertumbuhan permintaan minyak global sebesar 100,5 juta barel per hari, naik 300 ribu barel per hari dibandingkan proyeksi pada bulan sebelumnya (Kementerian ESDM, 2022). Dalam tiga dekade terakhir, *Saccharomyces*

*cerevisiae* telah digunakan secara luas dalam skala komersial untuk memproduksi etanol. Namun, hasil produksi etanol dengan bantuan mikroorganisme tersebut belum dapat menyeimbangi permintaan minyak dunia. Maka dari itu, penggunaan *Saccharomyces cerevisiae* dalam fermentasi etanol perlu diteliti lebih lanjut guna mengoptimalkan produksi etanol.

*Saccharomyces cerevisiae* merupakan mikroorganisme bersel tunggal, yang terkenal akan kemampuannya dalam menghasilkan alkohol di industri fermentasi. Karena kemampuannya dalam menghasilkan alkohol inilah sehingga *Saccharomyces cerevisiae* disebut sebagai mikroorganisme aman (*Generally Regarded as Safe*) yang paling komersial saat ini (Mayangsari & Krisno, 2012). Selain dapat memfermentasikan berbagai karbohidrat, spesies ini juga dapat tumbuh pada medium yang mengandung air gula dengan konsentrasi tinggi. Di samping itu, spesies ini memiliki beberapa kelebihan lain, seperti banyak ditemukan di alam, memiliki ketahanan hidup yang tinggi, cepat memperbanyak diri, mempunyai sifat stabil, cepat beradaptasi, tahan terhadap kadar alkohol yang cukup tinggi (12–18% v/v), tetap aktif melakukan fermentasi pada suhu tinggi (28–32°C), membutuhkan nutrisi yang sederhana, serta memiliki laju pertumbuhan yang cepat (Khazalina, 2020).

Pada berbagai literatur, telah dikemukakan berbagai model matematika untuk fermentasi etanol, baik yang dilakukan dengan bantuan *Saccharomyces cerevisiae* maupun yang dilakukan dengan bantuan mikroorganisme lainnya. Salah satu yang menarik adalah penelitian yang dikaji oleh Abashar & Elnashaie (2010), yang menerapkan metode suplai substrat secara periodik pada fermentasi etanol yang dilakukan dengan bantuan bakteri *Zymomonas mobilis*. Pada penelitian ini, penulis tertarik untuk menerapkan metode tersebut pada fermentasi etanol yang dilakukan dengan bantuan *Saccharomyces cerevisiae*, dengan mengembangkan model matematika dari penelitian yang dikaji oleh Kasbawati, dkk. (2017), dengan hanya meninjau faktor eksternal yang berupa konsentrasi sel, konsentrasi glukosa, dan konsentrasi etanol. Di sini, perlu diperjelas bahwa eksternal yang dimaksud pada penelitian ini, yaitu lingkungan di luar sistem metabolisme sel. Jadi, yang ditinjau hanyalah variabel dan parameter yang ada di lingkungan sel.

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis akan mengkaji dan menganalisis permasalahan dalam sebuah tulisan dengan judul, “Analisis Kestabilan Model Matematika Fermentasi Etanol dengan Suplai Substrat yang Periodik”.

## **I.2 Rumusan Masalah**

Sehubungan dengan latar belakang, maka dirumuskan beberapa hal pokok yang akan dibahas sebagai berikut.

1. Bagaimana pengembangan model matematika fermentasi etanol bila diterapkan pada suplai substrat (glukosa) yang diberikan secara periodik?
2. Bagaimana menganalisis kondisi kestabilan sistem fermentasi etanol dengan suplai substrat yang periodik?
3. Bagaimana perbandingan produksi konsentrasi etanol dan konsentrasi sel antara suplai substrat yang periodik dengan suplai substrat yang konstan?

## **I.3 Batasan Masalah**

Pada penulisan ini, masalah dibatasi pada hal-hal berikut.

1. Proses fermentasi yang dimodelkan adalah proses fermentasi etanol yang diamati secara ekstraseluler.
2. Sel *Saccharomyces cerevisiae* sebagai mikroorganisme pelaku fermentasi etanol dan berada dalam kondisi yang homogen.
3. Faktor yang diamati adalah faktor eksternal, yaitu konsentrasi sel *Saccharomyces cerevisiae*, konsentrasi glukosa, dan konsentrasi etanol.
4. Glukosa yang diberikan secara periodik mengikuti fungsi sinusoidal.
5. Etanol merupakan satu-satunya produk yang dihasilkan dari proses fermentasi etanol.
6. Model kinetik yang diterapkan pada laju pertumbuhan sel *Saccharomyces cerevisiae* adalah persamaan Monod.

## **I.4 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan permasalahan tersebut, maka tujuan dari penulisan ini, yaitu sebagai berikut.

1. Mengembangkan model matematika fermentasi etanol dengan suplai substrat yang periodik.

2. Menganalisis kondisi kestabilan model matematika fermentasi etanol dengan suplai substrat yang periodik.
3. Menganalisis perbandingan hasil produksi konsentrasi etanol dan konsentrasi sel antara suplai substrat yang periodik dengan suplai substrat yang konstan.

### **I.5 Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut.

1. Bagi Penulis

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menambah pemahaman dan wawasan mengenai kelangkaan minyak bumi dan bioetanol, serta mengetahui cara menganalisis model matematika fermentasi etanol dengan suplai substrat yang periodik.

2. Bagi Institusi

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi tambahan literatur dan memberikan kontribusi ilmu di bidang matematika, serta dapat menambah wawasan mahasiswa.

3. Bagi Masyarakat/Pembaca

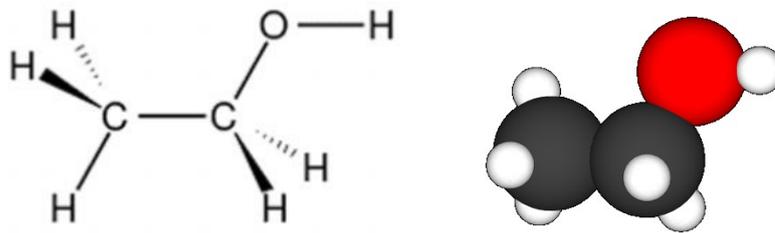
Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi mengenai keoptimalan produksi etanol oleh sel *Saccharomyces cerevisiae*, jika pada fermentasi etanol diberikan suplai substrat yang periodik, serta dapat dijadikan masukan untuk peneliti lain dalam melakukan penelitian menyangkut produksi etanol oleh sel *Saccharomyces cerevisiae*.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### II.1 Bioetanol

Menurut Najafpour & Lim (2002), etanol atau etil-alkohol ( $C_2H_5OH$ ) merupakan hidrokarbon berikatan tunggal yang mempunyai sifat tidak berwarna, tidak berasa tetapi memiliki bau yang khas, mudah menguap, mudah terbakar, *biodegradable*, serta memiliki toksisitas yang rendah. Etanol memiliki sifat fisika, antara lain titik didih ( $73,32^\circ C$ ), titik kritis ( $243,1^\circ C$ ), serta densitas ( $789,3 \text{ g/L}$  pada suhu  $20^\circ C$ ).



Sumber: Wusnah, dkk., 2016.

**Gambar 2.1** Struktur molekul etanol.

Etanol merupakan salah satu bahan bakar alternatif yang sangat potensial untuk dikembangkan sebagai alternatif sumber energi bahan bakar fosil. Indonesia sebagai negara yang sebagian besar rakyatnya petani dan memiliki lahan yang relatif luas, sebenarnya mudah untuk menyediakan bahan baku pembuat etanol (Musfil, dkk., 2009).

Etanol dan bioetanol tidak memiliki perbedaan besar. Perbedaannya hanya terletak pada bahan baku pembuatan dan proses pembuatannya. Etanol adalah sejenis cairan yang mudah menguap, mudah terbakar, tak berwarna, dan merupakan alkohol yang paling sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Senyawa ini merupakan obat psikoaktif dan dapat ditemukan pada minuman beralkohol dan termometer modern. Etanol termasuk ke dalam alkohol rantai tunggal, dengan rumus kimia  $C_2H_5OH$  dan rumus empiris  $C_2H_6O$ . Ia merupakan isomer konstitusional dari dimetil eter (Wusnah, dkk., 2016).

Etanol ( $C_2H_5OH$ ) yang diperoleh dari biomassa (bahan baku pertanian) disebut bioetanol (Abashar & Elnashaie, 2010). Bioetanol merupakan etanol yang

berasal dari sumber hayati dan dapat dijadikan sebagai bahan alternatif karena sifatnya yang ramah lingkungan, mengandung emisi gas CO lebih rendah (19-25%), memiliki kandungan O<sub>2</sub> yang tinggi (35%) sehingga terbakar lebih sempurna, bernilai oktan lebih tinggi (17), dan dapat diproduksi terus-menerus oleh mikroorganisme (Kusumaningati, dkk., 2013). Bioetanol dapat dibuat dari bahan-bahan bergula atau berpati, seperti singkong, jagung, gandum, sagu, kentang, molasses (tetes), nira, jerami padi, ampas tebu, ubi jalar, dan lain-lain (Musfil, dkk., 2009).

Bioetanol merupakan salah satu jenis biofuel (bahan bakar cair dari pengolahan tumbuhan) disamping biodiesel. Bioetanol adalah etanol yang dihasilkan dari fermentasi glukosa yang dilanjutkan dengan proses pemurnian. Bioetanol merupakan bahan bakar dari minyak nabati yang memiliki sifat menyerupai minyak premium. Untuk pengganti premium, terdapat alternatif gasohol yang merupakan campuran antara bensin dan bioetanol (Muin, dkk., 2015).

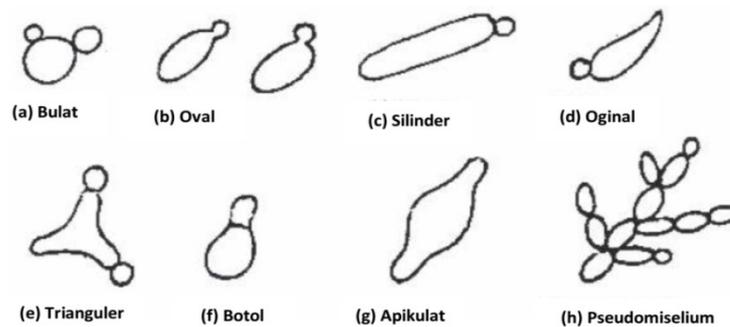
Bioetanol merupakan etanol (C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH) yang dapat diproduksi melalui proses fermentasi gula dari sumber karbohidrat menggunakan bantuan mikroorganisme. Pada proses produksinya, bahan baku yang mengandung gula dapat langsung difermentasikan menjadi bioetanol. Sedangkan untuk bahan baku yang mengandung pati, harus dilakukan proses hidrolisis terlebih dahulu untuk mengubah pati menjadi gula, baru kemudian dapat difermentasikan menjadi bioetanol (Muin, dkk., 2015). Pada umumnya, bioetanol hasil fermentasi mempunyai kemurnian sekitar 30-40% dan belum dapat dikategorikan sebagai *fuel-based* etanol. Agar dapat mencapai kemurnian di atas 95%, maka bioetanol hasil fermentasi harus melalui proses destilasi (Khak, dkk., 2014).

Muin, dkk. (2015) menjelaskan bahwa bioetanol memiliki sifat-sifat yang mirip dengan petroleum, sehingga sering dijadikan campuran petroleum. Bioetanol berwarna bening, tidak memiliki nilai toksisitas yang tinggi, dapat terurai secara biologis, dan memiliki emisi CO<sub>2</sub> yang rendah saat terbakar sehingga tidak mencemari lingkungan. Kandungan oksigen dalam etanol mampu mengoksigenasi bahan bakar, sehingga dapat terbakar lebih sempurna. Hal ini dapat meningkatkan nilai oktan dalam bensin dan mengurangi gas buang. Hambali,

dkk. (2006) pun menerangkan bahwa bioetanol menjadi pilihan utama sebagai pengganti bahan bakar fosil karena mudah terurai, aman bagi lingkungan, serta pembakaran bioetanol hanya menghasilkan CO<sub>2</sub> dan H<sub>2</sub>O. Di samping itu, Edward & Riardi (2015) juga mengemukakan bahwa bioetanol memiliki predikat *clean energy* karena dapat menurunkan produksi CO<sub>2</sub> hingga 18%.

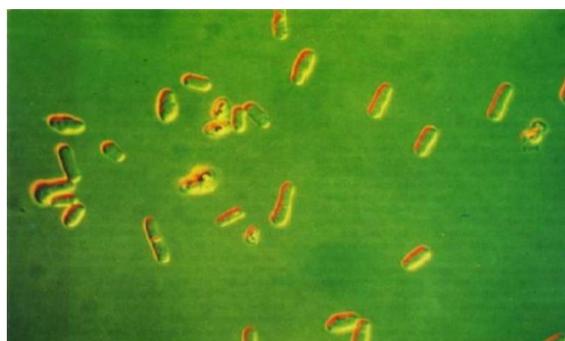
## II.2 *Saccharomyces cerevisiae*

*Saccharomyces cerevisiae* merupakan mikroorganisme yang bersel tunggal dengan panjang 1–5 µm atau 20–50 µm, dan lebar 1–10 µm. Bentuk selnya bermacam-macam, yaitu bulat, oval, silinder, ogival (bulat panjang dengan salah satu ujung runcing), segitiga melengkung (*triangular*), berbentuk botol, bentuk alpukat atau lemon, membentuk pseudomiselium, dan sebagainya. Ukuran dan bentuk selnya mungkin berbeda pada kultur yang sama, karena pengaruh umur sel dan kondisi lingkungan (Widyanti & Moehadi, 2016).



Sumber: Hogg, 2005.

**Gambar 2.2** Morfologi *Saccharomyces cerevisiae*.



Sumber: Widyanti & Moehadi, 2016.

**Gambar 2.3** *Saccharomyces cerevisiae* pembesaran 10x40.

*Saccharomyces cerevisiae* merupakan mikroba aerob fakultatif yang dapat menggunakan baik sistem aerob maupun anaerob untuk memperoleh energi dari proses pemecahan glukosa, tahan terhadap kadar gula yang tinggi, dan tetap aktif melakukan aktivitasnya pada suhu 28–32°C. Mikroorganisme ini bersifat non-patogenik dan non-toksik, sehingga banyak digunakan dalam berbagai proses fermentasi, seperti pembuatan roti dan alkohol (Kamila, 2018).

*Saccharomyces cerevisiae* mempunyai ukuran sel yang lebih besar dan dinding sel yang lebih kuat daripada bakteri, serta tidak melakukan fotosintesis dan pertumbuhan selnya lebih cepat dibandingkan ganggang atau alga (Kamila, 2018). Temperatur pertumbuhan yang optimum untuk *Saccharomyces cerevisiae* adalah 25–30°C dan pH optimum untuk pertumbuhannya adalah 4,5–5,5 (Umaiyah, dkk., 2014). *Saccharomyces cerevisiae* bersifat antimikroba, sehingga dapat menghambat pertumbuhan bakteri dan jamur. Selain itu, mikroorganisme ini memiliki sifat tahan terhadap cekaman lingkungan, sehingga dapat bersaing dengan mikroorganisme lain (Kamila, 2018). Manfaat *Saccharomyces cerevisiae* sebagai etanologen GRAS (*Generally Regarded as Safe*) telah ditinjau secara ekstensif dan mencakup tingkat toleransi dan produksi etanol yang tinggi, toleransi stres, fleksibilitas dalam perbaikan genetik, dan adaptasi yang efektif untuk fermentasi skala besar (Parapouli, dkk., 2020). Selain itu, *Saccharomyces cerevisiae* juga sangat mudah ditumbuhkan pada berbagai media asalkan terdapat sumber karbon, nitrogen, hidrogen, oksigen, sulfur, kalsium, vitamin, mineral, serta air (Kamila, 2018).

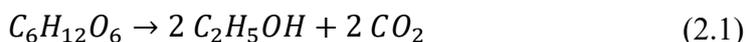
Karena *Saccharomyces cerevisiae* secara spontan menghasilkan etanol dengan mengubah satu mol glukosa (180 g) menjadi dua mol etanol (92 g) serta dua mol karbon dioksida (88 g) dan energi (26,4 Kkal), mikroorganisme ini pun banyak digunakan dalam industri fermentasi etanol untuk mengonversikan gula, pati, ataupun lignoselulosa menjadi etanol, yang kemudian disuling untuk menghasilkan etanol dengan kemurnian hingga 96% (Tullio, 2022). Namun demikian, ketika etanol terakumulasi di atas tingkat ambang batas, etanol dapat menghambat pertumbuhan sel, menyebabkan hilangnya mitokondria, dan akhirnya membunuh sel ragi (Bai, dkk., 2004). Dinding sel *Saccharomyces cerevisiae* terbuat dari sekitar 85% polisakarida dan 15% protein. Fungsi utama

dinding sel adalah untuk menstabilkan homeostasis osmotik, melindungi sel terhadap kerusakan fisik, mempertahankan bentuk sel, dan bertindak sebagai kerangka untuk glikoprotein (Klis, dkk., 2006). Saat sel mengalami stres etanol, bagian utama sel yang akan terserang adalah membran plasma serta protein hidrofilik dan hidrofobik sel (Stanley, dkk., 2010). Akibatnya, fluiditas membran sel meningkat dan stabilitas membran sel menurun. Dengan demikian, etanol memengaruhi struktur dan fungsi membran sel, serta mendenaturasi (mengubah kualitas alami atau mengubah sifat) berbagai protein yang ada di membran plasma (Lucero, dkk., 2000).

*Saccharomyces cerevisiae* adalah organisme eukariotik uniseluler yang menunjukkan karakteristik serbaguna, termasuk kemampuan fermentasi yang tinggi dan kapasitas untuk tumbuh di bawah kondisi pH, suhu, dan osmolaritas yang tidak menguntungkan, serta ketersediaan nutrisi dan keberadaan etanol (Pereira, dkk., 2021). Selama proses fermentasi, *Saccharomyces cerevisiae* menghasilkan beberapa senyawa bioaktif yang menunjukkan aktivitas antimikroba, seperti asam organik, antibiotik, asam volatil, peptida, hidrogen peroksida, dan fenolat bebas bersama dengan molekul antioksidan lainnya. Kumpulan senyawa ini menjelaskan dinamika dan dominasi sel ragi dalam mikrobioma kompleks, seperti yang ditemukan dalam fermentasi spontan (Bastos, dkk., 2018; Hatoum, dkk., 2012).

### II.3 Fermentasi Etanol

Tahap fermentasi dilakukan untuk mengonversikan gula menjadi etanol, yang dilakukan oleh mikroorganisme. Proses fermentasi bertujuan untuk merubah senyawa yang kompleks menjadi sederhana. Secara ringkas, proses pembentukan etanol ditunjukkan pada persamaan (2.1) (Muin, dkk., 2015).

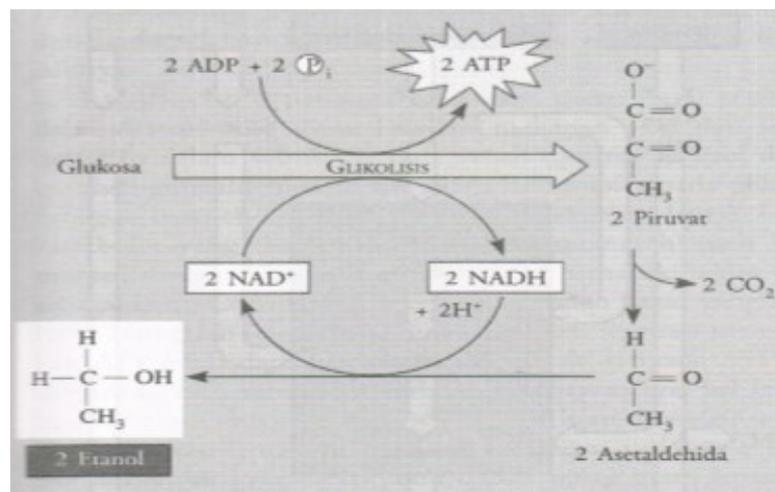


Fermentasi merupakan proses perubahan kimia yang disebabkan oleh aktivitas mikroorganisme untuk memperoleh energi dengan memecah substrat untuk pertumbuhan dan metabolisme dari mikroorganisme tersebut (Salsabila, dkk., 2013). Moede, dkk. (2017) berpendapat bahwa fermentasi adalah proses oksidasi yang meliputi perombakan media organik pada mikroorganisme anaerob atau fakultatif anaerob, dengan menggunakan senyawa organik sebagai aseptor

elektron terakhir. Kecepatan fermentasi etanol dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti susunan susbtrat, kecepatan pemakaian zat gizi, tingkat inokulasi, keadaan fisiologis mikroorganismenya, aktivitas enzim-enzim, toleransi mikroorganismenya terhadap gula dan etanol tinggi, serta kondisi selama fermentasi.

Peneliti lainnya, yaitu Wartini, dkk. (2017) juga mengemukakan fermentasi etanol adalah proses penguraian glukosa menjadi etanol dan CO<sub>2</sub> yang dihasilkan oleh aktivitas suatu jenis mikroba dalam keadaan anaerob. Jenis mikroba yang dapat digunakan dalam pembuatan bioetanol adalah yang termasuk organisme uniseluler yang bersifat makhluk mikroskopis dan disebut sebagai jasad sakarolitik, yaitu menggunakan gula sebagai sumber karbon untuk metabolisme. Faktor yang dapat memengaruhi jumlah etanol yang dihasilkan dari fermentasi adalah mikroorganismenya dan media yang digunakan. Selain itu, hal yang perlu diperhatikan selama fermentasi adalah pemilihan mikroorganismenya, konsentrasi gula, keasaman, ada tidaknya oksigen, dan suhu.

Proses fermentasi terdiri atas glikolisis dan reaksi yang menghasilkan NAD<sup>+</sup> melalui transfer elektron dari NADH ke piruvat. Glikolisis merupakan proses perubahan 1 molekul glukosa menjadi 2 molekul piruvat. Pada fermentasi alkohol, piruvat diubah menjadi etanol (etil alkohol) dalam dua langkah. Langkah pertama, yaitu dengan melepaskan karbondioksida dari piruvat, yang selanjutnya diubah menjadi senyawa asetaldehid berkarbon dua. Langkah kedua, yaitu asetaldehid direduksi oleh NADH menjadi etanol (Campbell, dkk., 2002).



Sumber: Campbell, dkk., 2002.

**Gambar 2.4** Proses fermentasi etanol.

Dalam penelitian yang dilakukan oleh Puspita, dkk. (2010), dikemukakan sistem produksi etanol secara fermentasi dibedakan menjadi dua sistem, yakni *batch* dan kontinu. Sistem *batch* banyak diaplikasikan di industri etanol karena dapat menghasilkan kadar etanol yang tinggi. Namun demikian, sistem ini mempunyai kelemahan, yaitu membutuhkan waktu operasi keseluruhan yang lama. Hal ini dikarenakan dalam sistem *batch* diperhitungkan juga waktu pengosongan, pencucian, dan sterilisasi secara berulang-ulang. Sedangkan untuk sistem kontinu, masih dalam tahap penelitian untuk bisa diaplikasikan dalam skala besar.

Widjaja, dkk. (2010) menambahkan, fermentasi *batch* banyak diterapkan dalam dunia industri, karena kemudahan dalam proses sterilisasi dan pengontrolan alat. Namun, proses ini juga memiliki kelemahan, yaitu membutuhkan waktu fermentasi yang lama dan konsentrasi etanol yang dihasilkan rendah akibat akumulasi produk etanol yang dapat meracuni mikroorganisme pada proses fermentasi. Akumulasi dari produk terlarut yang bersifat racun akan menurunkan secara perlahan dan selanjutnya menghentikan pertumbuhan mikroorganisme serta produksi etanol.

Di sisi lain, Nugraheni & Mastur (2017) mengemukakan beberapa metode fermentasi telah banyak diterapkan, antara lain metode *batch*, *fed-batch*, dan kontinu. Metode *batch* merupakan metode fermentasi dengan memasukkan media, substrat, dan inokulum secara bersamaan dalam bioreaktor. Panen dilaksanakan pada akhir proses fermentasi. Metode *fed-batch* merupakan metode fermentasi dengan penambahan media secara berkala pada bioreaktor yang sebelumnya telah berisi sebagian media, substrat, dan inokulum. Panen dilakukan pada akhir proses fermentasi. Sedangkan pada metode kontinu, fermentasi dilakukan dengan mengalirkan media, substrat, dan inokulum secara berkesinambungan. Panen juga dilakukan secara berkesinambungan setelah diperoleh konsentrasi produk maksimal. Setiap metode tersebut memiliki kelebihan dan kekurangan yang disajikan pada Tabel 2.1.

**Tabel 2.1** Kelebihan dan kekurangan beberapa metode fermentasi.

<b>Metode</b>	<b>Kelebihan</b>	<b>Kekurangan</b>
Fermentasi <i>batch</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Praktis</li> <li>- Proses sterilisasi dan pembersihan alat mudah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Waktu fermentasi panjang</li> <li>- Etanol yang dihasilkan dapat menjadi inhibitor</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Kontaminasi rendah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Kebutuhan akan tenaga kerja tinggi</li> <li>- Terbentuknya berbagai hasil samping</li> </ul>
Fermentasi <i>fed-batch</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Substrat dapat terkonversi dengan sempurna</li> <li>- Mengurangi inhibitor inokulum</li> <li>- Produktivitas tinggi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Kebutuhan tenaga kerja tinggi</li> <li>- Pertumbuhan inokulum yang tidak seimbang pada tiap fase pertumbuhannya</li> </ul>
Fermentasi kontinu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fase fisiologi sel konstan (produktivitas inokulum terjaga)</li> <li>- Keseimbangan nutrisi terjaga</li> <li>- Fase <i>steady state</i> yang lama</li> <li>- Produktivitas tinggi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Memungkinkan terjadinya mutasi pada strain mikroorganisme yang digunakan</li> </ul>

Sumber: Nugraheni & Mastur, 2017.

Metode fermentasi yang tepat dapat meningkatkan produktivitas etanol. Pada umumnya, produksi etanol berbahan baku molase pada skala industri menggunakan metode fermentasi *batch*, karena hasil akhir yang dihasilkan lebih baik dibandingkan dengan metode yang lain. Namun, tidak menutup kemungkinan untuk mengembangkan metode fermentasi lain dengan beberapa modifikasi dalam sistemnya, sehingga kekurangan yang dimiliki dapat diminimalkan dan hasil yang diharapkan dapat tercapai. Penggunaan metode fermentasi *batch* pada umumnya menghasilkan etanol sebesar 1.8-2.3 g/L/jam, sedangkan dengan metode kontinu, produktivitas yang dicapai dapat meningkat hingga 6.8 g/L/jam (Nugraheni & Mastur, 2017).

Menurut Musfil, dkk. (2009), proses fermentasi merupakan salah satu cara yang banyak dilakukan untuk mendapatkan etanol dalam dunia industri dengan memanfaatkan kemampuan mikroorganisme. Secara garis besar, proses produksi etanol (fermentasi) dibedakan menjadi dua sistem, yaitu *batch* dan kontinu. Diantara kedua sistem ini, sistem kontinu merupakan sistem yang paling tepat digunakan, karena dapat memberikan hasil yang lebih tinggi dibandingkan dengan proses *batch*.

## II.4 Sistem *Autonomous* dan Sistem *Non-autonomous*

Berikut ini diberikan beberapa definisi yang berkaitan dengan sistem *autonomous* dan sistem *non-autonomous*.

**Definisi 2.1 (Alatas, 2012).** Sebuah persamaan diferensial biasa (PDB) bersifat *autonomous* jika didalamnya tidak terdapat kebergantungan terhadap variabel secara eksplisit. Tinjau PDB orde satu berikut,

$$\dot{x}_n = f_n(x_n), \quad (2.2)$$

dengan

$$\dot{x}_n = \frac{dx_n}{dt}. \quad (2.3)$$

Di sini,  $x_n = x_n(t)$ ,  $t$  adalah variabel bebas, dan  $n = 1 \dots N$ , dengan  $N$  menyatakan jumlah PDB yang terdapat dalam set tersebut. Persamaan (2.2) dinamakan sebagai persamaan diferensial biasa yang *autonomous* karena fungsi  $f$  pada bagian sebelah kanan persamaan bukan merupakan fungsi eksplisit dari  $t$ .

**Definisi 2.2 (Hariyanto, dkk., 1992).** Misal diberikan sistem persamaan diferensial

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= P(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= Q(x, y), \end{aligned} \quad (2.4)$$

dengan  $P$  dan  $Q$  merupakan fungsi kontinu dari  $x$  dan  $y$ , serta derivatif (turunan fungsi) parsial pertamanya juga kontinu. Persamaan (2.4) dengan  $P$  dan  $Q$  tidak bergantung secara eksplisit terhadap  $t$  disebut *sistem autonomous*. Sebaliknya, jika  $P$  dan  $Q$  bergantung secara eksplisit terhadap  $t$ , maka disebut *sistem non-autonomous*.

**Definisi 2.3 (Abell & Braselton, 2004).** Sebuah sistem persamaan diferensial orde satu dinamakan sebagai *sistem autonomous*, jika sistem tersebut ditulis dalam bentuk

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= g_n(x_1, x_2, \dots, x_n), \end{aligned} \quad (2.5)$$

dengan fungsi  $g$  tidak memuat variabel  $t$  secara eksplisit di setiap persamaan diferensial. Jika variabel  $t$  muncul secara eksplisit pada persamaan diferensial, maka dinamakan *sistem non-autonomous*.

## II.5 Kesetimbangan dan Analisis Kestabilan

Jika suatu sistem *autonomous* memiliki bentuk

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= F(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= G(x, y),\end{aligned}\tag{2.6}$$

maka titik kritis sistem persamaan (2.6) adalah  $p^* = (x^*, y^*)$ , sedemikian sehingga

$$f(x^*, y^*) = 0, \quad g(x^*, y^*) = 0.\tag{2.7}$$

Suatu titik kesetimbangan  $p^*$  pada ruang fase dari suatu persamaan diferensial biasa *autonomous* adalah sebuah titik dimana semua derivatif dari variabel adalah nol. Titik kesetimbangan juga disebut sebagai titik stasioner (tetap) atau suatu posisi yang *steady state*. Maka  $p^* = (x^*, y^*)$  adalah titik kesetimbangan, dan  $x = x^*, y = y^*$  (untuk sebarang  $t$ ) adalah suatu solusi konstan (Robinson, 2004).

Dalam penelitian lain, Finizio & Ladas (1988) menyatakan bila sistem *autonomous* (2.6) linear dengan koefisien konstanta, yaitu jika

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax + by, \\ \frac{dy}{dt} &= cx + dy,\end{aligned}\tag{2.8}$$

dengan  $a, b, c$ , dan  $d$  merupakan konstanta. Jika dimisalkan  $ad - bc \neq 0$ , maka titik  $(0,0)$  adalah satu-satunya titik kritis dari sistem persamaan (2.6) dan persamaan karakteristiknya berbentuk

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - bc) = 0,\tag{2.9}$$

dengan  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  adalah akar-akar dari persamaan (2.9). Penentuan kestabilan titik kesetimbangan didapat dengan melihat nilai-nilai eigennya, yaitu  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$  yang diperoleh dari persamaan karakteristik dari  $\mathbf{A}$  (matriks  $n \times n$ ), yaitu  $(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})x = 0$ , dengan  $\mathbf{I}$  adalah matriks identitas  $n \times n$ . Secara umum, kestabilan titik kesetimbangan mempunyai tiga perilaku sebagai berikut.

- a. Titik kritis (0,0) dari sistem persamaan (2.6) dikatakan stabil, jika dan hanya jika kedua akar dari persamaan (2.9) adalah riil negatif atau mempunyai bagian riil tak positif.
- b. Titik kritis (0,0) dari sistem persamaan (2.6) dikatakan stabil asimtotik, jika dan hanya jika kedua akar dari persamaan (2.9) adalah riil negatif atau mempunyai bagian riil negatif.
- c. Titik kritis (0,0) dari sistem persamaan (2.6) dikatakan tak stabil, jika salah satu atau kedua akar dari persamaan (2.9) adalah riil dan positif, atau jika paling sedikit satu akar mempunyai bagian riil positif.

Peneliti lain, yaitu Boyce & DiPrima (2009), merangkum karakteristik kestabilan dari sistem linear

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{Ax}, \quad (2.10)$$

dengan  $\mathbf{A}$  merupakan matriks konstanta  $2 \times 2$  dan  $\mathbf{x}$  merupakan vektor  $2 \times 1$ , dalam Tabel 2.2.

**Tabel 2.2** Karakteristik kestabilan sistem linear  $\mathbf{x}' = \mathbf{Ax}$  dengan  $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$  dan  $\det \mathbf{A} \neq 0$ .

Nilai Eigen	Jenis Titik Kritis	Kestabilan
$\lambda_1 > \lambda_2 > 0$	Simpul	Tidak stabil
$\lambda_1 < \lambda_2 < 0$	Simpul	Stabil asimtotik
$\lambda_2 < 0 < \lambda_1$	Titik <i>saddle</i>	Tidak stabil
$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$	Simpul sejati atau tidak sejati	Tidak stabil
$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$	Simpul sejati atau tidak sejati	Stabil asimtotik
$\lambda_1, \lambda_2 = r \pm i\mu$ $r > 0$ $r < 0$	Titik spiral	Tidak stabil Stabil asimtotik
$\lambda_1 = i\mu, \lambda_2 = -i\mu$	Pusat	Stabil

Sumber: Boyce & DiPrima, 2009.

Sementara untuk sistem persamaan diferensial nonlinear, Hale & Koçak (1991) mengemukakan analisis kestabilan untuk sistem tersebut, dilakukan melalui pelinearan. Untuk mencari hasil pelinearan dari sistem persamaan diferensial nonlinear, digunakan matriks Jacobian. Misalkan diberikan fungsi  $f = (f_1, \dots, f_n)$  pada sistem  $\dot{x} = f(x)$  dengan  $f_i \in C(E)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Matriks

$$Jf(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

dinamakan matriks Jacobian dari  $f$  di titik  $\bar{x}$ . Lebih lanjut lagi, berikut adalah teorema mengenai hubungan nilai eigen matriks Jacobian (2.11) dengan kestabilan titik kesetimbangan sistem nonlinear  $\dot{x} = f(x)$ .

**Teorema 2.1 (Olsder & Woude, 2003).** *Diberikan matriks Jacobian  $Jf(\bar{x})$  dari sistem nonlinear  $\dot{x} = f(x)$  dengan nilai eigen  $\lambda_1, \dots, \lambda_k$  ( $k \leq n$ ).*

- (i) *Titik kesetimbangan  $\bar{x} = 0$  dikatakan stabil asimtotik jika dan hanya jika  $Re(\lambda_i) < 0$  untuk  $i = 1, \dots, k$ .*
- (ii) *Titik kesetimbangan  $\bar{x} = 0$  dikatakan stabil jika  $Re(\lambda_i) \leq 0$  untuk  $i = 1, \dots, k$  dan terlebih lagi jika setiap nilai eigen  $Re(\lambda_i) = 0$  bersesuaian dengan vektor eigen yang bebas linear sebanyak multiplisitas  $\lambda_i$ .*
- (iii) *Titik kesetimbangan  $\bar{x} = 0$  dikatakan tidak stabil jika terdapat  $Re(\lambda_i) > 0$  untuk  $i = 1, \dots, k$ .*

## II.6 Model Dasar Pertumbuhan Sel

Kinetika pertumbuhan dapat memberikan informasi tentang kecepatan produksi biomassa bakteri dan pengaruh lingkungan terhadap kecepatan pertumbuhan. Data-data pengamatan dapat disajikan dalam parameter-parameter pertumbuhan, yaitu kecepatan pertumbuhan spesifik, *growth yield*, *metabolic quotient*, afinitas substrat, dan jumlah maksimum biomassa. Adapun parameter yang diukur adalah  $\mu_{max}$  yang menunjukkan kecepatan pertumbuhan spesifik maksimum (per jam),  $Y$  (*growth yield*) yang menunjukkan efisiensi penggunaan nutrisi oleh suatu mikroorganisme untuk pertumbuhannya (g/g), dan  $K_S$  yang menunjukkan konstanta saturasi (Pramono, dkk., 2003). Pramono, dkk. (2003) pun menambahkan, untuk menentukan  $\mu_{max}$  dan  $K_S$ , digunakan persamaan Monod

$$\mu = \frac{\mu_{max} \cdot S}{K_S + S}, \quad (2.12)$$

yang menyatakan pengaruh kadar substrat terhadap laju pertumbuhan spesifik. Sementara untuk menentukan *growth yield*, digunakan rumus

$$Y = -\frac{\Delta X}{\Delta S}, \quad (2.13)$$

dengan  $\Delta X$  adalah jumlah perubahan biomassa dan  $\Delta S$  adalah jumlah perubahan substrat (glukosa) yang dikonsumsi.

Peneliti lainnya, yaitu Utami, dkk. (2017) juga mengemukakan persamaan Monod merupakan salah satu persamaan dasar yang banyak digunakan untuk membangun model kinetika pada sistem *Microbial Fuel Cell* (MFC). Pada persamaan Monod, laju pertumbuhan bakteri dapat dinyatakan sebagai fungsi dari konsentrasi substrat. Persamaan Monod secara umum hanya berlaku untuk pertumbuhan uniseluler yang dapat ditulis sebagai

$$\mu = \mu_{max} \left( \frac{S}{K_S + S} \right), \quad (2.14)$$

dengan  $\mu$  adalah laju pertumbuhan spesifik (mg/s),  $\mu_{max}$  adalah laju pertumbuhan spesifik maksimum (mg/s),  $S$  adalah konsentrasi substrat (mg/L), dan  $K_S$  adalah konstanta paruh jenuh (mg/L).

Menurut Hermanto, dkk. (2011), persamaan Michaelis-Menten adalah persamaan yang paling umum digunakan dalam biologi, kimia, farmakologis, dan proses mediasi untuk menjelaskan fenomena kejenuhan, dan pertama kali diterapkan dalam mikrobiologi oleh Monod. Persamaan ini juga dinamakan sebagai model kinetik pertumbuhan dengan pembatasan cahaya yang melibatkan  $\mu_{max}$  sebagai laju pertumbuhan spesifik maksimum,  $K_I$  sebagai konstanta saturasi untuk intensitas cahaya, dan  $I$  adalah intensitas cahaya.

$$\mu = \mu_{max} \left( \frac{I}{I + K_I} \right) \quad (2.15)$$

## BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dibahas mengenai tahap-tahapan penelitian yang dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian. Penelitian ini berlangsung dengan tahapan sebagai berikut.

a. Identifikasi Masalah

Identifikasi masalah dilakukan untuk memahami masalah yang akan dirumuskan, sehingga dapat ditranslasikan secara umum ke dalam bentuk matematika. Hal ini berguna untuk menetapkan fokus permasalahan penelitian yang berkaitan dengan model matematika fermentasi etanol oleh sel *Saccharomyces cerevisiae*, dengan suplai substrat yang periodik.

b. Studi Literatur

Studi literatur dilakukan terhadap jurnal penelitian yang telah dilakukan dan sumber pendukung lainnya untuk mempelajari hal-hal yang berkaitan dengan model matematika fermentasi etanol oleh sel *Saccharomyces cerevisiae*, dengan suplai substrat yang periodik.

c. Konstruksi Model

Setelah dilakukan studi literatur, kemudian dilanjutkan dengan penyusunan masalah dengan membangun asumsi-asumsi untuk penyederhanaan realitas yang kompleks. Kemudian mengasumsikan pula hubungan sederhana antara variabel, sehingga dapat dikonstruksikan ke model matematika fermentasi etanol oleh sel *Saccharomyces cerevisiae*, dengan suplai substrat yang periodik.

d. Menganalisis Model

Tahap ini dilakukan untuk mencari solusi yang sesuai untuk menjawab pertanyaan yang dibangun pada tahap identifikasi. Di dalam permasalahan ini, terlebih dahulu ditetapkan titik kesetimbangan, membangun model matematika, serta menganalisis solusi non-negatif dan perilaku di sekitar titik kesetimbangan.

e. Simulasi Model

Simulasi numerik dari model yang dianalisis dilakukan dengan menggunakan *software* Matlab R2015a.