

Skripsi Geofisika

**PEMODELAN TRANSMISI GELOMBANG DI ATAS
UNDAKAN BAWAH AIR**



FATMA JAMIL

H22115021

DEPARTEMEN GEOFISIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2019

**PEMODELAN TRANSMISI GELOMBANG DI ATAS UNDAKAN
BAWAH AIR**

Skripsi untuk melengkapi tugas-tugas dan memenuhi syarat
untuk mencapai gelar sarjana



FATMA JAMIL

H22115021

DEPARTEMEN GEOFISIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2019

LEMBAR PENGESAHAN
PEMODELAN TRANSMISI GELOMBANG DI ATAS UNDAKAN
BAWAH AIR

Oleh:

FATMA JAMIL

H22115021

SKRIPSI

Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Ujian

Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

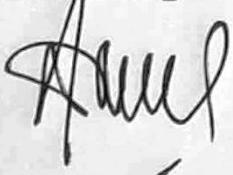
Program Pendidikan Sarjana, Departemen Geofisika Ini

Telah Disetujui Oleh Tim Pembimbing Pada Tanggal

Seperti Tertera Di Bawah Ini

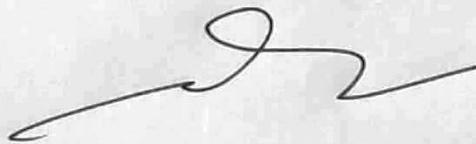
Makassar, 27 Desember 2019

Pembimbing Utama



Prof. Dr. Dadang Ahmad S, M.Eng
NIP. 195609301980031004

Pembimbing Pertama



Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng
NIP. 196709291993031003

PERNYATAAN KEASLIAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi ini merupakan karya orisinal saya dan sepanjang pengetahuan saya tidak memuat bahan yang pernah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain dalam rangka tugas akhir untuk memperoleh gelar akademik di Universitas Hasanuddin atau di lembaga pendidikan lainnya, dimanapun, kecuali yang telah dikutip sesuai kaidah yang berlaku. Saya juga menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan dibantu oleh pihak pembimbing.

Makassar, 27 Desember 2019

Penulis



Fatma Jamil
H22115021

ABSTRAK

Interaksi antar gelombang laut dengan bangunan pelindung pantai dapat mengurangi erosi dan sedimentasi di pantai. Pembuatan model dilakukan untuk menganalisis proses gelombang yang bekerja pada bangunan. Penelitian ini mengarah pada penyelesaian koefisien transmisi di atas undakan bawah permukaan air dengan model analitik dan numerik. Penyelesaian analitik dikembangkan dari penelitian sebelumnya menggunakan syarat kontinuitas fluks massa dan fluks energi, pemodelan koefisien transmisi dengan kolam percobaan melalui model SWASH kemudian didasarkan pada hasil analitik yang diperoleh dengan data periode, amplitudo dan batimetri yang divariasikan. Perhitungan analitik memberikan koefisien transmisi yang meningkat seiring bertambahnya kedalaman relatif. Hasil pemodelan SWASH juga menunjukkan koefisien transmisi membesar pada kedalaman relatif yang besar.

Kata Kunci: Transmisi, Undakan, Kelancipan Gelombang, Kedalaman Relatif, SWASH

ABSTRACT

Interaction between sea waves and coastal protection structures can reduce erosion and sedimentation on the beach. Modeling is done to analyze the wave processes on structures. This study leads to the solution of the transmission coefficient over step breakwater with analytical and numerical models. Analytical solution was developed from previous studies using the terms of mass flux continuity and energy flux, modeling the transmission coefficient with an experimental pool through the SWASH model then based on the analytical results obtained with the period data, amplitude and bathymetry varied. Analytical calculations provide transmission coefficients that increase with increasing relative depth. The results of the SWASH modeling also show the transmission coefficient increases at a relatively large depth.

Keywords: Transmission, Step, Steepness, Relative Depth, SWASH

PRAKATA

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وَقَالَ الَّذِي أَشْتَرَنَا مِنْ مَصْرَ لِأَمْرِ أَتِيهِ أَكْرَمِي مِنْ مَثُونَةِ عَسَى أَنْ يَنْفَعَنَا أَوْ
نَتَخِذَهُ وَلَدًا وَكَذَلِكَ مَكَّنَاهُ لِيُوسُفَ فِي الْأَرْضِ وَلِتَعْلِمَهُ وَمِنْ تَأْوِيلِ
الْأَحَادِيثِ وَاللَّهُ غَالِبٌ عَلَىٰ أَمْرِهِ وَلَكِنَّ أَكْثَرَ النَّاسِ لَا يَعْلَمُونَ 

"Dan orang Mesir yang membelinya berkata kepada isterinya: "Berikanlah kepadanya tempat (dan layanan) yang baik, boleh jadi dia bermanfaat kepada kita atau kita pungut dia sebagai anak". Dan demikian pulalah Kami memberikan kedudukan yang baik kepada Yusuf di muka bumi (Mesir), dan agar Kami ajarkan kepadanya ta'bir mimpi. Dan Allah berkuasa terhadap urusan-Nya, tetapi kebanyakan manusia tiada mengetahuinya."

Segala puji bagi Allah SWT Rabb semesta alam, penggenggam kehidupan dan maha mengatur segala urusan. Pemilik kerajaan langit dan bumi, pencipta segala sesuatu dan menetapkan ukuran - ukurannya dengan tepat. Berkat rahmat dan kasih sayang-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat dan taslim senantiasa tercurah kepada tauladan sepanjang masa, Nabi akhir zaman Rasulullah Muhammad ﷺ. Sang revolusioner sejati, pembawa ummat manusia dari kegelapan menuju cahaya kemuliaan. Juga kepada keluarga, sahabat, dan para pengikut beliau yang senantiasa istiqomah menjalankan sunnahnya hingga akhir zaman.

Alhamdulillahirabbil'alamiin. Penulis dapat menyelesaikan Skripsi dengan judul "Pemodelan Transmisi Gelombang di Atas Undakan Bawah Air". Untaian terima kasih tak terkira kepada kedua orangtua tercinta, ayahanda **Jamil** dan Ibunda **Nursiah** atas dukungan moriiil, materiil, kasih sayang, pengorbanan dan do'a yang tak henti mengalir disetiap sujudnya.

Ucapan terima kasih penulis haturkan kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan, bimbingan, motivasi dalam menyelesaikan studi. Rampungnya skripsi ini adalah sumbangsih dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Dadang Ahmad Sumiarihardja, M.Eng.**, selaku pembimbing utama dan Bapak **Dr. Muhammad Alimuddin Hamzah, M.Eng.**, selaku pembimbing pertama di kampus yang telah meluangkan waktu dalam membimbing, memberi nasihat, motivasi dan masukan-masukan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi.
2. Bapak **Dr. Sakka, M.Si.**, dan Bapak **Dr. Amiruddin, M.Eng.**, selaku tim penguji yang telah memberikan koreksi dan masukan dalam penulisan skripsi.
3. Saudara-saudari seperguruan Fisika 2015 dan Geofisika 2015.
4. Rekan seperjuangan tugas akhir, **Kak Indri, Abet, Kak Inna S2, Kak Inna S1, Kak Nurhasanah, dan Kak Rusmi**.

Serta kepada orang-orang luar biasa yang telah mengisi dan membuat hari-hari penulis menjadi lebih berwarna selama 4 tahun terakhir. Terima kasih dan permohonan maaf yang sebesar-besarnya bila ada nama yang terlewat. Hanya Allah pemilik catatan yang lebih lengkap dan sebaik-baik pemberi balasan atas semua kebaikan.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kesempurnaan. Sehingga dengan segala kerendahan hati penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat konstruktif guna perbaikan kekurangan yang ada. Walau demikian, penulis berharap agar skripsi ini sedikitnya dapat bermanfaat bagi siapapun yang membuka dan membacanya.

Makassar, 27 Desember 2019

DAFTAR ISI

SAMPUL

HALAMAN PENUNJUK SKRIPSI.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	Error! Bookmark not defined.
PERNYATAAN KEASLIAN.....	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT.....	vi
PRAKATA.....	vii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
I.1 Latar Belakang.....	1
I.2 Rumusan Masalah.....	5
I.3 Ruang Lingkup	5
I.4 Tujuan Penelitian	6
I.5 Kerangka Pikir	6
I.6 Hipotesis	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
II.1 Persamaan Pengatur.....	7
II.1.1 Persamaan Kontinuitas.....	7
II.1.2 Persamaan Momentum.....	8
II.1.3 Konservasi Energi Gelombang	10
II.2 Gelombang Monokromatik	11
II.2.1 Teori Gelombang Linear.....	12
II.2.2 Syarat Batas	13
II.3 Transformasi Gelombang	15
II.3.1 Gelombang Refleksi.....	15
II.3.2 Gelombang Transmisi	17
II.3.3 Disipasi Energi Gelombang	19
II.3.4 Parameter Gelombang.....	20

II.4 Syarat Kontinuitas	21
II.5 Hasil Penelitian Terdahulu	23
II.6 Model SWASH.....	28
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	30
III.1 Waktu dan Tempat Penelitian	30
III.2 Alat dan Bahan.....	30
III.3 Prosedur Penelitian.....	32
III.3.1 Studi Literatur.....	32
III.3.2 Pengolahan Data	32
III.4 Bagan Alir	35
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	36
IV.1 Penurunan koefisien refleksi dan transmisi	36
IV.2 Perbandingan dengan Penelitian Terdahulu.....	39
IV.3 Pengaruh Kedalaman Relatif Terdahap Koefisien Transmisi.....	43
IV.4 Pengaruh Kelanciran Gelombang Terdahap Koefisien Transmisi	44
BAB V PENUTUP	54
V.1 Kesimpulan.....	54
V.2 Saran.....	54
DAFTAR PUSTAKA	55
LAMPIRAN.....	58

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Ilustrasi Konservasi Massa (Anderson, 1995)	7
Gambar 2.2 Ilustrasi Kesetimbangan Momentum (Jamhuri, 2014)	9
Gambar 2.3 Definisi Sketsa Gelombang Airy (BBC= Bottom Boundary Condition, KFSBC=Kinematic Free Surface Boundary Condition, DFSBC= Dynamic Free Surface Boundary Condition (Dean & Dalrymple, 1991).....	14
Gambar 2.4 Sketsa gelombng pada kedalaman konstan (tanpa undakan).....	16
Gambar 2.5 Sketsa gelombang pada dinding vertikal	16
Gambar 2.6 Sketsa gelombang dengan dasar tak rata (dengan undakan)	18
Gambar 2.7 Kekontinuan dan diskontinu suatu fungsi 1). $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ tidak ada, 2). $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ada tapi $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$, 3). $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$, 4). $\frac{\partial}{\partial x} \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ (Varberg et al, 2007).....	22
Gambar 3.1 Desain Kolam Percobaan Penelitian.....	30
Gambar 4.1 Grafik perbandingan koefisien transmisi antara penelitian terdahulu dengan penelitian saat ini	42
Gambar 4.2 Koefisien transmisi terhadap kedalaman relatif	43
Gambar 4.3 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,15$	47
Gambar 4.4 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,2$	48
Gambar 4.5 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,25$	48
Gambar 4.6 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,3$	49
Gambar 4. 7 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,35$	49

Gambar 4. 8 Hubungan Koefisien Transmisi (Kt) terhadap Kelancipan gelombang (Hi/L) pada h2/h1=0,4	50
Gambar 4. 9 Hubungan Koefisien Transmisi (Kt) terhadap Kelancipan gelombang (Hi/L) pada h2/h1=0,45	50
Gambar 4. 10 Hubungan Koefisien Transmisi (Kt) terhadap Kelancipan gelombang (Hi/L) pada h2/h1=0,5	51

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Parameter Input SWASH	31
Tabel 3.2 Variasi Data Input Kedalaman dan Tinggi Gelombang Datang.....	31
Tabel 4.1 Perbandingan penurunan koefisien refleksi dan transmisi penelitian sebelumnya dan penelitian saat ini.....	41
Tabel 4.2 Koefisien Transmisi untuk setiap model undakan	45

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Penjabaran persamaan 4.2 ke 4.3.....	59
Lampiran 2. Penjabaran persamaan 4.5 ke 4.9.....	59
Lampiran 3. Penjabaran persamaan 4.6 ke 4.7a.....	60
Lampiran 4. Penjabaran persamaan 4.7a ke 4.7b	61
Lampiran 5. Penjabaran persamaan 4.8 ke 4.17.....	61
Lampiran 6. Penjabaran persamaan 4.9 ke 4.10.....	62
Lampiran 7. Penjabaran persamaan 4.10 ke 4.11.....	62
Lampiran 8. Penjabaran persamaan 4.11 ke 4.12.....	63
Lampiran 9. Penjabaran persamaan 4.13	63
Lampiran 10. Penjabaran persamaan 2.34 ke 2.35.....	65
Lampiran 11. Penjabaran persamaan 2.39 ke 2.40.....	71
Lampiran 12. Penjabaran persamaan 2.42 ke 2.43 dan 2.44.....	72
Lampiran 13. Penjabaran persamaan 2.55 ke 2.56.....	76
Lampiran 14. Penjabaran persamaan 2.57 ke 2.58.....	77
Lampiran 15. Data Batimetri.....	78
Lampiran 16. Script Model Input SWASH.....	82
Lampiran 17. Script Definisi Sketsa Model	83
Lampiran 18. Script menghitung dan plot koefisien transmisi	83

BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Gelombang dari laut lepas menepi ke pantai mengalami transformasi, berupa perubahan tinggi, arah dan panjang gelombang. Perubahan tersebut terjadi akibat pengaruh kedalaman, hambatan pulau-pulau, topografi dasar laut, dan struktur proteksi pantai seperti pemecah gelombang bawah permukaan. Perubahan karakteristik gelombang tersebut dapat berupa refraksi, difraksi, dan terkadang superposisi antara gelombang datang dengan gelombang pantul. Selain proses pembelokan yang dialami oleh arah gelombang, akan terjadi pula disipasi energi gelombang.

Disipasi energi gelombang atau terjadinya kehilangan energi gelombang dapat disebabkan oleh berbagai struktur bawah permukaan seperti terumbu karang dan pemecah gelombang. Struktur pantai seperti pemecah gelombang dapat meredam kuat energi gelombang bergantung tipe dan bahan struktur. Ciri disipasi adalah memiliki tinggi gelombang yang lebih kecil dibandingkan tinggi gelombang datang sebelum melewati struktur. Oleh karena itu, terjadinya disipasi dapat melemahkan energi gelombang sehingga dapat mengurangi erosi dan sedimentasi di pantai.

Salah satu tahapan perencanaan struktur perlindungan pantai adalah pembuatan model untuk menganalisis proses gelombang yang bekerja pada struktur. Model-model yang dapat dibuat di antaranya dapat berupa model fisik, model analitik,

maupun model numerik. Setiap model memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing, namun model analitik lebih banyak digunakan dikarenakan relatif lebih mudah dan dapat diterapkan untuk kondisi yang berbeda serta lebih cepat menyediakan informasi yang dibutuhkan (Purwantoro, 2009).

Pada umumnya bentuk gelombang di alam sangat kompleks dan sulit digambarkan secara matematis karena ketidak-linieran dan mempunyai bentuk yang acak. Beberapa teori hanya menggambarkan bentuk gelombang sederhana atau gelombang monokromatik yang merupakan pendekatan gelombang alam. Ada beberapa teori dengan berbagai derajat kesulitan dan ketelitian untuk menggambarkan gelombang di alam, di antaranya teori gelombang linier (Airy), Stokes, Gerstner, Mich, Cnoidal, dan Solitary (Triatmodjo, 2009).

Perambatan gelombang monokromatik dapat didekati dengan teori paling sederhana yaitu teori gelombang Airy, disebut juga teori gelombang linier atau teori gelombang amplitudo kecil, yang pertama kali dikemukakan oleh Airy pada tahun 1845. Selain mudah dipahami, teori ini sudah digunakan sebagai dasar dalam merencanakan pelabuhan (Triatmodjo, 2009). Penelitian gelombang monokromatik telah dilakukan oleh Iffah (2014) yang diuji pada kondisi dasar berundak dengan permukaan datar. Perhitungan koefisien refleksi dan transmisi diselesaikan dengan separasi variabel yang dikembangkan berdasarkan perambatan gelombang monokromatik pada dasar rata tanpa undakan. Hasil perhitungan kedua koefisien tersebut menunjukkan bahwa amplitudo gelombang transmisi akan mengecil pada undakan yang tinggi. Pemodelan matematika yang

dihasilkan akan memberikan gambaran seberapa besar undakan harus dibuat agar mampu mereduksi amplitudo gelombang. Selain model matematik dari koefisien refleksi dan transmisi, penelitian ini hanya memberikan gambaran 2D dari model perambatan gelombang di atas undakan tanpa memberikan grafik koefisien transmisi di atas undakan.

Liang *et al* (2015) mensimulasikan gelombang transmisi yang melewati pemecah gelombang trapezium ganda menggunakan model gelombang non-hidrostatik SWASH dengan memperhitungkan arus gelombang yang terjadi. Model tersebut divalidasi dengan hasil eksperimen yaitu profil gelombang dan spectrum gelombang monokromatik dan gelombang acak untuk mengindikasikan kemampuan model SWASH dalam mensimulasikan gelombang transmisi. Tinggi, lebar, kedalaman, dan kemiringan pemecah gelombang tidak divariasikan, namun digunakan tiga variasi arus dan spasi pemecah gelombang dari 0,67 sampai 1,31 dengan empat stasiun *probe*. Hasil menunjukkan bahwa spasi relatif pemecah gelombang mempengaruhi energi disipasi dan transmisi gelombang yang diakibatkan oleh arus yang kuat dan interaksi gelombang melewati pemecah gelombang tersebut. Meningkatnya spasi relatif model, koefisien transmisi awalnya menurun dan mencapai minimum, namun kemudian ketika spasi relatif semakin besar secara terus-menerus maka koefisien transmisi juga meningkat secara berangsur-angsur.

Hajivalie (2017) memodelkan disipasi energi gelombang akibat pemecah gelombang bawah air yang divariasikan bentuk dan ukurannya. Bentuk yang

digunakan adalah trapezium dan persegi panjang dengan tiga variasi ukuran lebar pada tinggi pemecah gelombang yang sama. Besar disipasi energi gelombang yang dihasilkan dari kedua model pemecah gelombang tersebut diberikan dalam grafik perbandingan koefisien transmisi terhadap lebar relatif pada kedua model. Grafik tersebut menunjukkan bahwa semakin besar lebar model maka semakin besar disipasi energi pada model persegi panjang dan tidak efektif pada model trapezium, namun pada model trapezium kadang memiliki disipasi energi yang lebih besar daripada model persegi panjang. Penelitian ini hanya memvariasikan ukuran lebar model menggunakan satu data periode dan tinggi gelombang datang, serta tidak memvariasikan tinggi pemecah gelombang.

Gutierrez (2017) memberikan penyelesaian matematik dari perambatan gelombang ketika melewati undakan bawah air. Metode penyelesaian menggunakan dua syarat kontinuitas yaitu syarat perlu dan fluks massa. Hasil yang diperoleh adalah koefisien refleksi dan koefisien transmisi tanpa memperhitungkan pengaruh nonlinier dari gelombang. Kedua koefisien tersebut memiliki pola yang sama namun koefisien transmisi memberikan nilai maksimum daripada koefisien refleksi ketika gelombang melalui bangunan berupa dinding.

Penelitian model matematik mengenai gelombang laut di alam terbilang cukup sulit sehingga perlu didekati menjadi gelombang monokromatik. Beberapa penelitian sebelumnya telah memberikan hasil yang cukup memuaskan baik secara matematis, numerik, maupun eksperimental. Pada penelitian numerik dan eksperimental yang menganalisis gelombang transmisi melewati suatu bangunan, hanya melakukan pada bentuk pemecah gelombang berupa tanggul dengan variasi

data yang minim. Oleh karena itu, akan dilakukan penelitian dengan model matematik dan menggunakan model numerik untuk mengetahui koefisien refleksi dan transmisi pada gelombang yang merambat di atas undakan bawah air. Model matematik yang akan digunakan dikembangkan dari penelitian sebelumnya yang diganti menggunakan syarat kontinuitas fluks massa dan fluks energi, sedangkan model numerik yang akan digunakan adalah model non-hidrostatik SWASH untuk memodelkan koefisien transmisi di atas undakan.

I.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka dapat dirumuskan pokok permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana pengaruh kedalaman relatif untuk mendapatkan koefisien refleksi dan transmisi secara analitik?
2. Bagaimana pengaruh kedalaman relatif terhadap gelombang datang untuk mendapatkan transmisi menggunakan model SWASH?
3. Bagaimana perbandingan koefisien refleksi dan transmisi hasil penelitian sebelumnya dengan penelitian saat ini?

I.3 Ruang Lingkup

Ruang lingkup dari penelitian ini adalah memodelkan proses transformasi gelombang (refleksi-transmisi) yang melewati sebuah undakan dengan jenis gelombang yang dibangkitkan adalah gelombang monokromatik (regular), permasalahan ditinjau sebagai masalah satu dimensi, dasar pantai adalah datar, model struktur adalah sebuah undakan bawah air, yang diselesaikan syarat kontinuitas. Pada model SWASH, mensimulasikan gelombang di atas undakan

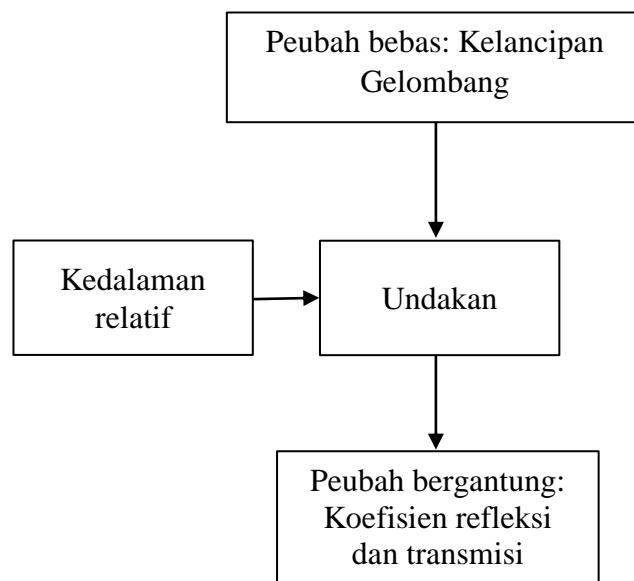
dengan variasi tinggi undakan, periode dan tinggi gelombang datang (H_i) sesuai yang dapat dibangkitkan.

I.4 Tujuan Penelitian

Sebagaimana rumusan masalah yang disebutkan sebelumnya, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menghitung koefisien refleksi dan transmisi ditinjau dari kedalaman relatif.
2. Menghitung koefisien transmisi ditinjau dari kelancipan gelombang dan karakteristik gelombang datang menggunakan model SWASH.
3. Membandingkan koefisien refleksi dan transmisi hasil penelitian sebelumnya dengan penelitian saat ini.

I.5 Kerangka Pikir



I.6 Hipotesis

Semakin besar kedalaman relatif (h_2/h_1) dan semakin kecil kelancipan gelombang (H_i/L) maka koefisien refleksi mengecil dan koefisien transmisi membesar.

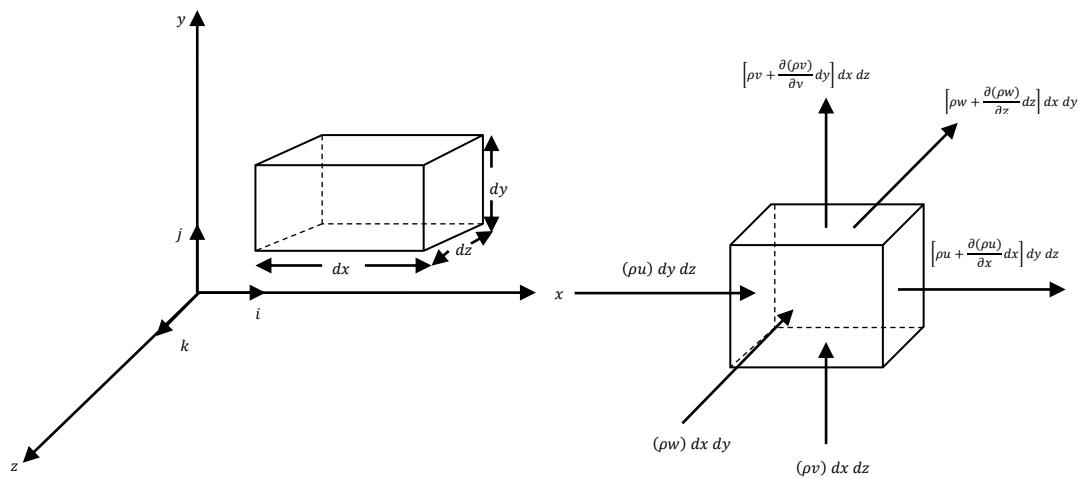
BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

II.1 Persamaan Pengatur

II.1.1 Persamaan Kontinuitas

Sebagai persamaan pengatur pertama adalah hukum kekekalan massa atau persamaan kontinuitas. Untuk memperoleh persamaan matematik, dimisalkan sebuah kubus dalam sistem koordinat kartesian x, y, z seperti pada Gambar 2.1. Kubus dengan permukaan dx, dy , dan dz yang dilalui fluida. Pada elemen “volume” tersebut, perubahan massa adalah selisih antara massa yang masuk dengan massa yang keluar dengan asumsi tidak ada massa yang terbentuk atau hilang (Anderson, 1995; Jamhuri, 2014).



Gambar 2.1 Ilustrasi Konservasi Massa (Anderson, 1995)

Selisih massa yang masuk dengan massa yang keluar dalam arah x, y , dan z adalah sebagai berikut.

Dalam arah x :

$$(\rho u)dydz - \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dydz = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dxdydz \quad (2.1)$$

Dalam arah y:

$$(\rho v)dxdz - \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy \right] dxdz = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dxdydz \quad (2.2)$$

Dalam arah z:

$$(\rho w)dxdz - \left[\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz \right] dxdy = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dxdydz \quad (2.3)$$

Secara keseluruhan, perubahan rata-rata massa atau massa yang berkurang di dalam kubus pada elemen volume tersebut dinyatakan seperti berikut ini.

$$\text{Perubahan rata-rata massa} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} (dxdydz) \quad (2.4)$$

Berdasarkan pada penjumlahan perubahan massa setiap bidang dan perubahan rata-rata massa, maka dihasilkan persamaan kontinuitas sebagai berikut.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.5)$$

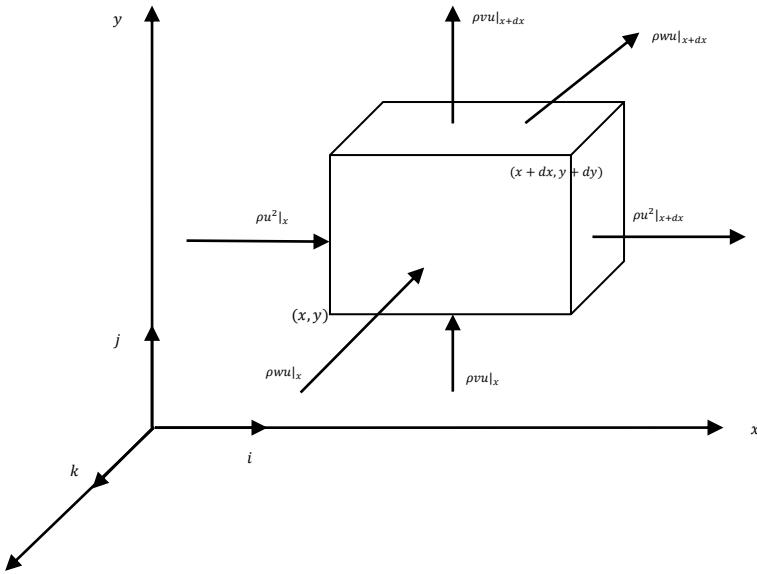
Jika rapat massa fluida konstan dan fluida tak termampatkan, maka:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

II.1.2 Persamaan Momentum

Pergerakan fluida akibat gaya-gaya dapat juga dimisalkan seperti pada gambar 2.2, yaitu sebuah elemen volume pada koordinat kartesian tiga dimensi dalam

arah x, y, dan z. Fluida yang bergerak tersebut memiliki kecepatan dan massa yang melintas masuk dan keluar pada masing-masing bidang.



Gambar 2.2 Ilustrasi Kesetimbangan Momentum (Jamhuri, 2014)

Adapun hasil selisih momentum yang masuk dengan yang keluar berdasarkan elemen volume pada gambar 2.2 adalah sebagai berikut.

Dalam arah x:

$$-\left(\frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho vu}{\partial y} + \frac{\partial \rho wu}{\partial z} \right) dxdydz \quad (2.7)$$

Dalam arah y:

$$-\left(\frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} + \frac{\partial \rho vw}{\partial z} \right) dxdydz \quad (2.8)$$

Dalam arah z:

$$-\left(\frac{\partial \rho uw}{\partial x} + \frac{\partial \rho vw}{\partial y} + \frac{\partial \rho w^2}{\partial z} \right) dxdydz \quad (2.9)$$

Secara keseluruhan, hasil perubahan rata-rata momentum atau momentum yang berkurang di dalam kubus pada elemen volume tersebut adalah seperti berikut.

$$\text{Perubahan rata-rata momentum} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}(dxdydz) \quad (2.10)$$

Maka persamaan kekekalan momentum yang diperoleh adalah rata-rata perubahan momentum ditambah hasil selisih momentum yang masuk dengan yang keluar ditambah resultan gaya-gaya (faktor yg mempegaruhi) dalam arah x, y, dan z ditunjukkan pada persamaan 2.11 berikut ini (Anderson, 1995; Jamhuri, 2014):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.11a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.11b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g \quad (2.11c)$$

II.1.3 Konservasi Energi Gelombang

Di lautan, rata-rata energi per satuan luas gelombang gravitasi pada permukaan air sebanding dengan amplitudo gelombang yang dikuadratkan, menurut teori gelombang linear.

$$E = \frac{1}{2} \rho g A^2 \quad (2.12)$$

Dimana E adalah rata-rata energi per satuan luas (J/m^2), jumlah dari energi kinetik dan energi potensial per satuan luas, dan c adalah kecepatan fasa (m/s^2), energi potensial sama dengan energi kinetik, keduanya adalah sepertiga dari energi

gelombang seperti yang diperoleh dari teorema ekuipatisi. Dalam gelombang laut, pengaruh tegangan permukaan diabaikan pada panjang gelombang di atas beberapa desimeter. Selama perambatannya, energi ditransportasikan. Kecepatan transportasi energy adalah kecepatan fasa. Sehingga diperoleh hasil fluks energi (E) gelombang melalui bidang vertical persatuan lebar yang tegak lurus dengan arah perambatan gelombang seperti berikut (Vosough, 2011).

$$F = E \cdot c \quad (2.13)$$

II.2 Gelombang Monokromatik

Gelombang monokromatik hanya memiliki satu frekuensi. Istilah “monokromatik” monos berarti satu dan khroma berarti warna, berasal dari analogi gelombang air dengan gelombang cahaya dan hubungan warna dengan frekuensi (Dean & Dalrymple, 1991). Gelombang monokromatik adalah gelombang yang mempunyai amplitudo, panjang gelombang dan cepat rambat yang konstan selama penjalarannya. Gelombang ini jarang dijumpai di alam karena pada permukaan laut yang sebenarnya biasanya komplek, tidak linier, bentuk random, orang melihat bahwa gelombang di permukaan tersebut terdiri dari berbagai macam gelombang yang bergerak dalam arah yang berbeda dan dengan frekuensi, fase, dan amplitudo yang berbeda sehingga pendekatan yang dapat dipakai pada gelombang monokromatik ini adalah teori gelombang amplitude kecil (airy), yang diturunkan berdasar persamaan Laplace untuk aliran tidak rotasi (irrotational flow) dengan kondisi batas muka air dan dasar laut (Dean & Dalrymple, 1991; Triatmodjo, 2009).

II.2.1 Teori Gelombang Linear

Teori gelombang air paling sederhana adalah teori gelombang linear, yang muncul sebagai solusi sederhana dari persamaan gerak umum (Svendsen, 2006). Pada kondisi batas dasar dan permukaan, dicari potensial kecepatan periodik yang memenuhi persyaratan aliran irrotasional. Potensial kecepatan ini, yang pada dasarnya berlaku di seluruh kolom air kecuali pada lapisan batas tipis pada antarmuka udara-air dan di bagian dasar, kemudian digunakan untuk memperoleh persamaan yang menentukan berbagai karakteristik gelombang (Sorensen, 1993). Oleh karena teori gelombang *Airy* hanya berlaku untuk kondisi di mana tinggi gelombang lebih kecil dibandingkan dengan panjang gelombang dan kedalaman air (Reeve *et al.*, 2004), maka diperlukan asumsi-asumsi yang mengarah ke persamaan yang disederhanakan yang kemudian digunakan untuk mendapatkan solusi dari gelombang linear (Svendsen, 2006).

Asumsi gerak irrotasional ($\vec{\nabla} \times \mathbf{u} = 0$) dan *incompressible* yaitu fluida yang tidak dapat dimampatkan ($\vec{\nabla} \cdot \mathbf{u} = 0$) diperlukan untuk menemukan solusi, sehingga demikian potensial kecepatan (ϕ) yang timbul karena kecepatan yang bergantung pada interaksi luar sistem gelombang dan tekanan harus memenuhi persamaan kontinuitas \mathbf{u} dan persamaan Laplace seperti berikut (Sorensen, 1993; Dean dan Dalrymple, 1991):

$$\mathbf{u} = \hat{i} u + \hat{k} w = \vec{\nabla} \phi \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \vec{\nabla}^2 \phi \quad (2.15)$$

Dimana $u = \frac{\partial \phi}{\partial x}$, $w = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ adalah masing-masing komponen kecepatan horizontal dan vertikal. $\vec{\nabla}\phi$ gradien potensial kecepatan dan $\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$ adalah gradien operator dalam arah x dan z .

II.2.2 Syarat Batas

Pada fluida terdapat tiga kondisi batas, yaitu batas kinematik dan dinamik di permukaan bebas serta kondisi batas kinematik di dasar seperti ditunjukkan pada Gambar 2.3.

- a. Syarat Batas Kinematik di dasar ($\mathbf{z} = -\mathbf{h}(x)$)

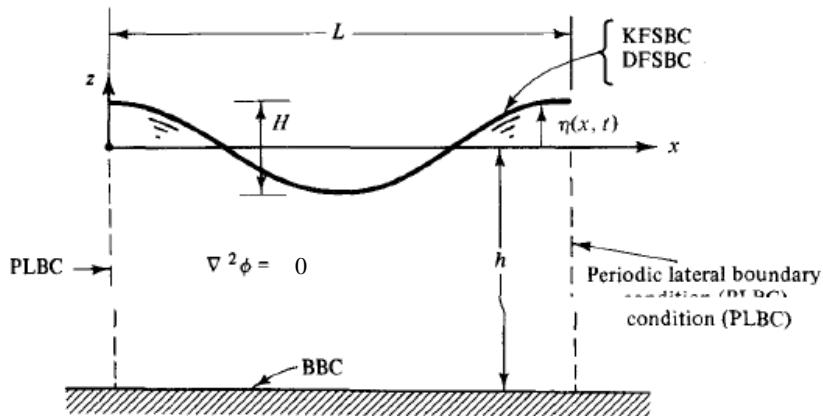
$$w = 0 = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{pada } z = -h(x) \quad (2.16)$$

- b. Syarat Batas Dinamik di permukaan $\mathbf{z} = \eta(\mathbf{x}, t)$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0, \quad \text{pada } z = \eta(x, t) \quad (2.17)$$

- c. Syarat Batas Kinematik di permukaan $\mathbf{z} = \eta(\mathbf{x}, t)$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{pada } z = \eta(x, t) \quad (2.18)$$



Gambar 2.3 Definisi Sketsa Gelombang Airy (BBC= Bottom Boundary

Condition, KFSBC=Kinematic Free Surface Boundary Condition, DFSBC= Dynamic Free Surface Boundary Condition (Dean & Dalrymple, 1991)

Selanjutnya dengan menerapkan metode separasi variabel dan syarat batas kinematik dan dinamik di dasar dan dipermukaan, diperoleh potensial kecepatan ϕ , elevasi permukaan η dan persamaan dispersi sebagai berikut (Dean dan Dalrymple, 1991):

$$\phi(x, z, t) = \frac{Hg \cosh k(z + h)}{2\omega \cosh kh} e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.19)$$

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos kx \cos \omega t \quad (2.20)$$

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad (2.21)$$

Dimana:

H = tinggi gelombang (m)

$k = \frac{2\pi}{L}$ = bilangan gelombang

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ = frekuensi sudut (rad/s)

h = kedalaman air (m)

II.3 Transformasi Gelombang

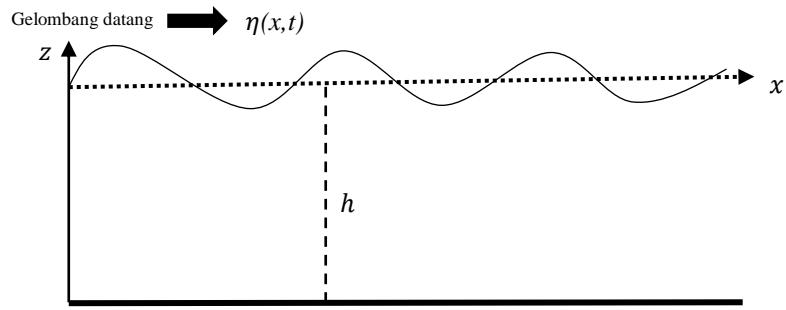
Ketika gelombang merambat mendekati perairan dangkal, beberapa perubahan terjadi (Reeve *et al.*, 2004; Dean dan Dalrymple, 1991). Perubahan tersebut adalah perubahan karakteristik gelombang seperti tinggi, panjang, arah dan sebagainya (Rabung, 2015) yang dengan demikian menyebabkan perubahan arah puncak gelombang (refraksi), berbeloknya gelombang ke daerah terlindung belakang penghalang (difraksi), dan tinggi gelombang (*shoaling*) dengan energi gelombang yang dihamburkan oleh gesekan dasar laut dan akhirnya pecah, dimana proses tersebut dinamakan transformasi gelombang (Reeve *et al.*, 2004).

Gelombang yang menjalar melalui suatu rintangan, sebagian dari energi gelombang akan dihancurkan melalui proses gesekan, turbulensi dan gelombang pecah, dan sisanya akan dipantulkan (refleksi) dan diteruskan (transmisi) tergantung dari karakteristik gelombang datang (periode, tinggi gelombang dan panjang gelombang), tipe perlindungan pantai (permukaan halus atau kasar) dan dimensi serta geometri perlindungan (kemiringan, elevasi dan lebar rintangan) serta kondisi lingkungan setempat (kedalaman air dan kontur dasar pantai) (CERC, 1984).

II.3.1 Gelombang Refleksi

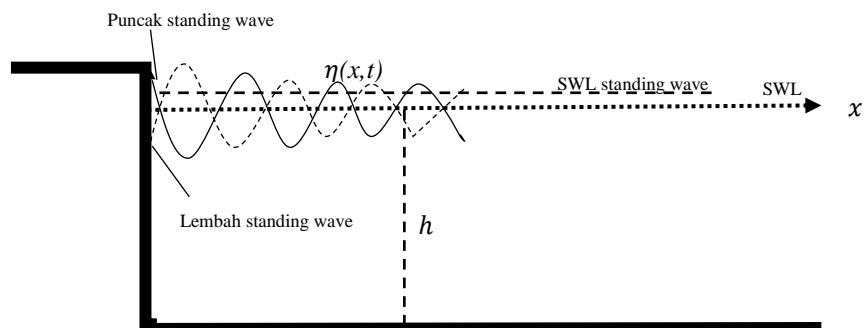
Secara umum, gelombang merambat dari tempat terbangkitnya dinamakan gelombang datang. Ketika gelombang datang merambat pada kedalaman konstan tanpa penghalang seperti Gambar 2.4 maka perambatan gelombang tersebut adalah tetap yang secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\eta_i(x, t) = A_i e^{-i(kx - \omega t)} \quad (2.22)$$



Gambar 2.4 Sketsa gelombang pada kedalaman konstan (tanpa undakan)

Namun, ketika gelombang mengenai/membentur suatu bangunan maka akan dipantulkan sebagian atau seluruhnya. Pada bangunan vertikal, lurus, dan dinding tidak elastis, gelombang akan dipantulkan seluruhnya. Gelombang di depan bangunan vertikal disebut gelombang berdiri yang dapat diperlihatkan seperti Gambar 2.5 berikut ini.



Gambar 2.5 Sketsa gelombang pada dinding vertikal

Gerak gelombang di depan dinding vertikal seperti Gambar 2.5 dapat ditentukan dengan superposisi. Superposisi dari kedua gelombang tersebut terdiri dari gelombang datang dan gelombang refleksi. Pada gelombang amplitude kecil, fluktuasi muka air gelombang refleksi adalah:

$$\eta_r = A_r e^{i(kx+\omega t)} \quad (2.23)$$

Maka untuk superposisi gelombang berdirinya adalah:

$$\eta_s = \eta_i + \eta_r = A e^{-i(kx-\omega t)} + A_r e^{i(kx+\omega t)} \quad (2.24)$$

Persamaan di atas menunjukkan fluktuasi muka air gelombang berdiri yang periodik terhadap waktu dan jarak. Apabila $\cos kx = \cos \omega t = 1$ maka tinggi maksimum adalah $2H_i$ yang berarti bahwa tinggi gelombang di depan bangunan vertikal bisa mencapai dua kali tinggi gelombang datang (Triatmodjo, 2009).

Besar kemampuan suatu benda memantulkan gelombang diberikan oleh koefisien refleksi K_r dimana nilainya berkisar antara $0 \leq K_r \leq 1$ yaitu perbandingan antara tinggi gelombang refleksi H_r dan tinggi gelombang datang H_i .

$$K_r = \frac{H_r}{H_i} \quad (2.25)$$

II.3.2 Gelombang Transmisi

Gelombang transmisi adalah penerusan gelombang melewati suatu bangunan. Jika gelombang datang yang menghantam bangunan seperti Gambar 2.6, maka sebagian gelombang akan ditransmisikan. Bentuk perambatan gelombang transmisi dapat ditulis secara matematis sebagai berikut.

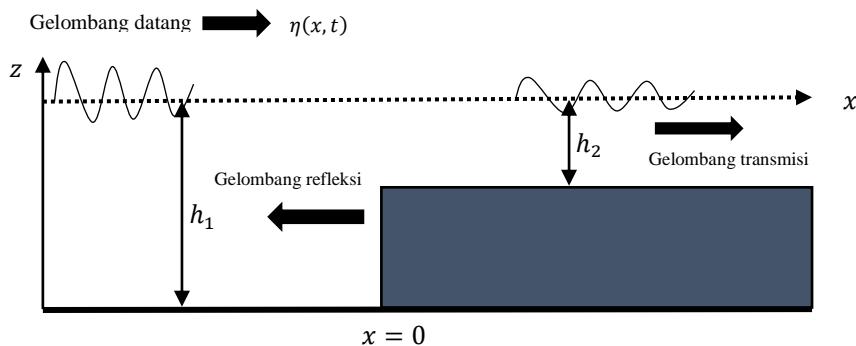
$$\eta_t = A_t e^{-i(kx-\omega t)} \quad (2.26)$$

Amplitude gelombang transmisi adalah tinggi gelombang transmisi dibagi dua, dimana tinggi gelombang transmisi dapat dihitung seperti berikut.

$$H_t = (H_{max})_t - (H_{min})_t \quad (2.27)$$

Dengan parameter koefisien transmisi K_t dinyatakan sebagai perbandingan antara tinggi gelombang yang ditransmisikan H_t dengan tinggi gelombang datang H_i .

$$K_t = \frac{H_t}{H_i} \quad (2.28)$$



Gambar 2.6 Sketsa gelombang dengan dasar tak rata (dengan undakan)

Respon perambatan gelombang yang bergerak dari kiri ke kanan pada kondisi dasar seperti Gambar 2.6 terpecah menjadi dua bagian yaitu gelombang datang dan gelombang refleksi pada $x < 0$ dan hanya gelombang transmisi pada $x > 0$. Pada dasarnya, suatu gelombang yang melewati dasar dengan kedalaman berbeda akan terpecah menjadi dua bagian yaitu gelombang transmisi dan gelombang refleksi. Persentase gelombang yang dipantulkan dan ditransmisikan tergantung pada ketinggian undakan (step). Secara keseluruhan, bentuk perambatan gelombang monokromatik pada permukaan air dengan dasar tak rata dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\eta(x,t) = \begin{cases} \eta_i + \eta_r = A_i e^{-i(kx-\omega t)} + A_r e^{i(kx+\omega t)} & , \text{pada } x < 0 \\ \eta_t = A_t e^{-i(kx-\omega t)} & , \text{pada } x > 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

Dimana:

A = amplitudo (m)

κ = bilangan gelombang

ω = kecepatan sudut (rad/s)

t = waktu rambat gelombang (s)

x = jarak rambat gelombang (m)

II.3.3 Disipasi Energi Gelombang

Disipasi energi gelombang adalah berkurangnya atau telesapnya energi pada gelombang yang merambat dari laut lepas yang ditandai dengan berkurangnya tinggi gelombang dan mengecilnya frekuensi gelombang yang diakibatkan oleh berbagai faktor dan bangunan ataupun topografi bawah laut. Secara umum besarnya tinggi gelombang yang terdisipasi H_d adalah tinggi gelombang gelombang datang H_i dikurangi tinggi gelombang yang direfleksikan H_r dan ditansmisikan H_t . Besarnya disipasi energi yang terjadi dapat diketahui dari koefisien disipasi K_d yang dinyatakan seperti persamaan berikut.

$$K_d = \sqrt{I - (K_r^2 + K_t^2)} \quad (2.30)$$

Dengan memperhitungkan pengaruh gesekan dasar dan gelombang pecah, Sulaiman *et al*, (1994) memberikan koefisien disipasi berdasarkan persamaan

konservasi energi gelombang pada persamaan (2.13) dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\nabla \cdot (E c_s) = -EW \quad (2.31)$$

Dimana:

E = energi gelombang per satuan luas (kg / s^2)

W = koefisien disipasi energi gelombang

$$W = \left[\frac{1}{2} C_f^* + \frac{\beta_0}{8} \sqrt{\left(\frac{H}{h}\right)^2 - \left(\frac{H}{h}\right)_s^2} \right] \frac{H c_g}{h} \quad (2.32)$$

II.3.4 Parameter Gelombang

Berdasarkan teori gelombang *Airy* maka gerak gelombang dianggap sebagai kurva sinusoidal harmonis (*sinusoidal progressive wave*), gelombang dapat dijelaskan secara geometris (Triatmojo, 2009) berdasarkan:

- a. Tinggi gelombang (H), yaitu jarak antara puncak dan lembah gelombang dalam satu periode gelombang.

$$H = \text{puncak} - \text{lembah}$$

- b. Panjang gelombang (L), jarak antara dua puncak gelombang yang berurutan.

$$L = \sqrt{gh} T \quad (\text{Laut Dangkal})$$

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L_0} \quad (\text{Laut Transisi})$$

$$L_0 = 1,56T^2 \quad (\text{Laut Dalam})$$

- c. Jarak antara muka air rerata (MSL) dan dasar laut (h) atau kedalaman laut.

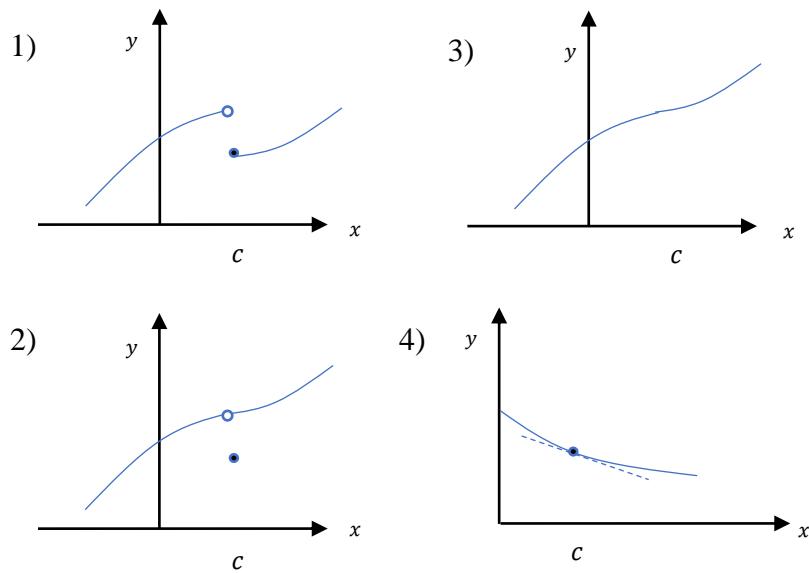
$$d. \text{ Kelancipan gelombang (wave steepness)} = H/L$$

$$e. \text{ Ketinggian relatif (relative height)} = H/h$$

- f. Kedalaman relatif (*relative depth*) = h/L
- g. Amplitudo gelombang (A), biasanya diambil setengah tinggi gelombang $\left(\frac{H}{2}\right)$
- h. Periode gelombang (T), yaitu interval waktu yang dibutuhkan antara 2 puncak gelombang (*wave crest*),
- i. Frekuensi (f), yaitu jumlah puncak gelombang yang melewati titik tetap per-detik. $\left(f = \frac{1}{T}\right)$.

II.4 Syarat Kontinuitas

Dalam matematika, digunakan istilah “kontinu” untuk menjelaskan sebuah proses yang berlangsung tanpa perubahan mendadak. Secara grafis, fungsi yang kontinu di semua titik domainnya memiliki grafik yang tidak terputus. Fungsi yang diskontinu pada satu/beberapa titik ataupun pada interval tertentu memiliki lubang, celah, maupun "lompatan" pada grafiknya. Sebagai gambaran, terdapat tiga grafik yang ditunjukkan seperti pada Gambar 2.7, hanya grafik ketiga yang menunjukkan kontinuitas pada c . Grafik pertama tidak mempunyai limit yaitu $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ tidak ada, grafik kedua mempunyai limit tapi tidak sama atau tidak kontinu $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$. Hanya pada grafik ketiga yang menunjukkan limitnya ada yaitu $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$. Sehingga fungsi yang ditunjukkan pada grafik pertama dan kedua adalah diskontinu pada titik c , sedangkan pada grafik ketiga dikatakan kontinu pada titik c (Varberg et al, 2007).



Gambar 2.7 Kekontinuan dan diskontinu suatu fungsi 1). $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ tidak ada, 2). $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ada tapi tidak kontinu $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$, 3).

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c), 4). \frac{\partial}{\partial x} \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \text{ (Varberg et al, 2007).}$$

Definisi

Misalkan fungsi $f(x)$ dikatakan kontinu (berkesinambungan) pada satu titik

$x = c$, jika;

- 1) Suatu fungsi f terdefinisi disekitar c . ($f(c)$ ada)
- 2) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$
- 3) f kontinu di c bila $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ada dan nilai limit dan turunannya harus sama:

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \quad (\text{Syarat Perlu}) \quad (2.32a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x)^- = \frac{\partial}{\partial x} f(x)^+ \quad (\text{Syarat Cukup}) \quad (2.32b)$$

Selain syarat perlu dan syarat cukup pada kontinuitas suatu fungsi, pada fluida yang bergerak pada kedalaman yang berbeda kekontinuan fluks massa dan fluks energi juga diperhitungkan. Secara matematis, kedua syarat tersebut dinyatakan sebagai berikut.

$$h_1 \frac{\partial f(x)^-}{\partial x} = h_2 \frac{\partial f(x)^+}{\partial x} \quad (2.33a)$$

$$F_1 = F_2 \quad (2.33b)$$

II.5 Hasil Penelitian Terdahulu

Iffah (2014) menyelesaikan proses perambatan gelombang monokromatik di atas undakan vertikal berdasarkan persamaan Laplace beserta syarat awal dan syarat batasnya. Persamaan Laplace diselesaikan dengan metode separasi variabel hingga diperoleh fungsi potensial kecepatan yang kemudian dengan menggunakan syarat kontinuitas diperoleh koefisien refleksi dan transmisi. Koefisien tersebut memberikan gambaran seberapa besar undakan mampu mereduksi amplitudo gelombang.

Sebelum menyelesaikan proses gelombang pada dasar berundak, diturunkan fungsi potensial kecepatan dari persamaan Laplace menggunakan metode separasi variabel.

Fungsi potensial kecepatan yang bergantung terhadap variabel x, z , dan t dapat dituliskan sebagai perkalian dua buah fungsi seperti berikut.

$$\phi(x, z, t) = f(x, t)F(z) \quad (2.34)$$

Dengan menerapkan syarat batas dinamik dan kinematic di permukaan seperti persamaan 2.27-2.28 kemudian melakukan separasi variabel, maka diperoleh solusi potensial kecepatan seperti berikut.

$$\phi(x, z, t) = \frac{ig}{\omega} \eta(x, t) \left[\cosh(mz) + \frac{\omega^2}{mg} \sinh(mz) \right] \quad (2.35)$$

Pada model undakan yang diteliti, keseluruhan gelombang monokromatik yang merambat dituliskan dalam persamaan berikut.

$$\eta(x, t) = \begin{cases} \eta^- = Ae^{-i(kx-\omega t)} + A_r e^{i(kx+\omega t)}, & x < 0 \\ \eta^+ = A_T e^{-i(lkx-\omega t)}, & x > 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

Persamaan gelombang monokromatik di atas di dekati dengan limit kanan dan limit kiri yang menuju ke 0 atau dengan syarat kontinuitas seperti berikut.

$$\begin{aligned} \eta^- &= \eta^+ \\ Ae^{-i(kx-\omega t)} + A_r e^{i(kx+\omega t)} &= A_T e^{-i(lkx-\omega t)} \\ Ae^{-i(kx-\omega t)} + A_r e^{-i(-kx-\omega t)} &= A_T e^{-i(lkx-\omega t)} \\ Ae^{-i(k(0)-\omega t)} + A_r e^{-i(-k(0)-\omega t)} &= A_T e^{-i(lk(0)-\omega t)} \\ Ae^{-i(-\omega t)} + A_r e^{-i(-\omega t)} &= A_T e^{-i(-\omega t)} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Maka dapat diperoleh hubungan antara amplitudo gelombang datang, amplitudo gelombang pantul, dan amplitudo gelombang transmisi.

$$A + A_r = A_T \quad (2.38)$$

Syarat kontinuitas suatu fungsi memiliki turunan fungsi yang harus sama seperti pada persamaan (2.33). maka turunan pertama fungsi syarat kontinuitas pada $x = 0$ dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x, z, t)^- = \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, z, t)^+ \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{ig}{\omega} \left(-ikAe^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] = \\ \frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(lkx-\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

Selanjutnya, menerapkan syarat kontinuitas fungsi potensial kecepatan pada integrasi terhadap kedalaman untuk memperoleh koefisien refleksi dan transmisi seperti berikut.

$$\int_{-h_1}^0 \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, z, t)^- = \int_{-h_2}^0 \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, z, t)^+ \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \int_{-h_1}^0 \frac{ig}{\omega} \left(-ikAe^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] dz = \\ \int_{-h_2}^0 \frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(lkx-\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] dz \end{aligned} \quad (2.42)$$

Dengan melakukan operasi aljabar, maka diperoleh koefisien refleksi dan transmisi sebagai berikut.

$$K_R = \frac{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] - \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right]}{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right]} \quad (2.43)$$

$$K_T = \frac{2 \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right]}{\left\{ \sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right\} + \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right]} \quad (2.44)$$

Gutierrez (2017) menyajikan model multi-modal untuk kasus gelombang nonlinier melewati undakan persegi panjang. Hasilnya pertama-tama dibandingkan dengan perhitungan yang tersedia dalam literatur, dan kemudian dianalisis dalam hal konvergensi. Perhitungan didasarkan pada persamaan gelombang dengan suku disipatif yang kemudian diselesaikan dengan metode perturbasi dan syarat kontinuitas untuk memperoleh koefisien refleksi dan koefisien transmisi.

Bentuk perambatan gelombang dari variabel x dan t yang disimbolkan $\phi(x, t)$ pada dasar berundak dinyatakan secara matematis sebagai berikut.

$$\phi(x, t) = \begin{cases} \phi^- = ae^{i(k_1 x - \omega t)} + aK_R e^{-i(k_1 x + \omega t)} & , x < 0 \\ \phi^+ = aK_T e^{i(k_2 x - \omega t)} & , x > 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

Selanjutnya menggunakan syarat kontinuitas fungsi potensial kecepatan pada $x = 0$ untuk memperoleh hubungan antara koefisien refleksi dan koefisien transmisi.

$$\phi|_{x=0^-} = \phi|_{x=0^+} \quad (2.46)$$

$$ae^{i(k_1 x - \omega t)} + aK_R e^{-i(k_1 x + \omega t)} = aK_T e^{i(k_2 x - \omega t)} \quad (2.47)$$

$$1 + K_R = K_T \quad (2.48)$$

$$K_R = K_T - 1 \quad (2.49)$$

Menggunakan syarat kontinuitas fluks massa hingga diperoleh koefisien refleksi dan transmisi sebagai berikut.

$$h_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \phi \Big|_{x=0^-} \right) = h_2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \phi \Big|_{x=0^+} \right) \quad (2.50)$$

$$h_1 \left(aik_1 e^{i(k_1 x - \omega t)} - aik_1 K_R e^{-i(k_1 x + \omega t)} \right) = h_2 \left(aik_2 K_T e^{i(k_2 x - \omega t)} \right) \quad (2.51)$$

$$h_1 k_1 - h_1 k_1 K_R = h_2 k_2 K_T \quad (2.52)$$

Dimana bilangan gelombang k adalah kecepatan sudut per kecepatan fasa, maka persamaan (2.52) ditulis menjadi

$$h_1 \left(\frac{\omega}{\sqrt{gh_1}} \right) - h_1 \left(\frac{\omega}{\sqrt{gh_1}} \right) K_R = h_2 \left(\frac{\omega}{\sqrt{gh_2}} \right) K_T \quad (2.53)$$

$$\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} K_R = \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} K_T \quad (2.54)$$

Selanjutnya mensubstitusi persamaan (2.48) ke persamaan (2.54), diperoleh persamaan (2.55) dan koefisien refleksi berikut.

$$\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} K_R = \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} (1 + K_R) \quad (2.55)$$

$$K_R = \frac{1 - (h_2/h_1)^{1/2}}{1 + (h_2/h_1)^{1/2}} \quad (2.56)$$

Untuk memperoleh koefisien transmisi, persamaan (2.49) disubstitusi ke persamaan (2.54) seperti berikut.

$$\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_1}{\sqrt{h_1}}(K_T - 1) = \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} K_T \quad (2.57)$$

$$K_T = \frac{2}{1 + (h_2/h_1)^{1/2}} \quad (2.58)$$

II.6 Model SWASH

SWASH adalah model gelombang non-hidrostatik open source untuk mensimulasikan aliran riasional, permukaan bebas, dan non-hidrostatik. Persamaan yang mengatur didasarkan pada persamaan air dangkal dengan menambahkan suku tekanan non-hidrostatik, berasal dari persamaan Navier-Stokes yang dirata-ratakan terhadap kedalaman (*depth integrated equation*). Persamaan air dangkal tersebut terdiri atas persamaan kontinuitas dan persamaan momentum serta syarat batas yang telah disederhanakan dalam satu dimensi seperti berikut.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial h u}{\partial x} = 0 \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial q_b}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial q_b}{h} \frac{\partial(\zeta - d)}{\partial x} + c_f \frac{u|u|}{h} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h v_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial w_s}{\partial t} = \frac{2q_b}{h} - \frac{\partial w_b}{\partial t}, \quad w_b = -u \frac{\partial d}{\partial x} \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w_s - w_b}{h} = 0 \quad (2.62)$$

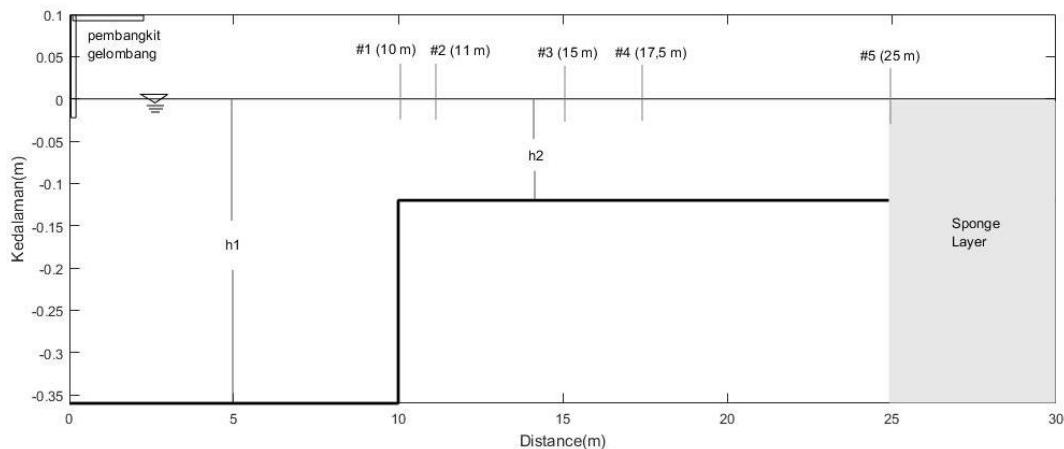
Dimana t adalah waktu, $\zeta(x)$ adalah elevasi permukaan dari SWL, $d(x)$ adalah kedalaman rata-rata air, $h = \zeta + d$ adalah total kedalaman air $u(x,t)$ komponen kecepatan dalam arah x, $q_b(x,z,t)$ adalah tekanan non-hidrostatik di dasar laut (dinormalisasi oleh densitas), g percepatan gravitasi, c_f koefisien gesekan dasar yang tak berdimensi, v_t viskositas eddy, w_s kecepatan dalam arah z pada permukaan rata-rata, w_b kecepatan dalam arah z pada dasar (Zijlema *et al.*, 2011).

BAB III

METODE PENELITIAN

III.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada bulan November 2018 hingga November 2019 di Laboratorium Dinamika pantai, Departemen Geofisika, Program Studi Geofisika FMIPA Unhas. Metode penelitian yang digunakan adalah model analitik dan model numerik. Adapun penelitian model numerik dilakukan pada saluran percobaan dengan sebuah undakan seperti Gambar 3.1 dengan spesifikasi sebagai berikut: panjang 30 m, pembangkit gelombang terletak di ujung kiri, lapisan serap (*sponge layer*) 5 m di ujung kanan, kedalaman air 0.36 m, letak undakan pada jarak 10 m – 25 m, dan *probe* pada jarak 0 m, 5 m, 10 m, 11 m, 15 m, 17,5 m, 25 m, dan 28 m.



Gambar 3.1 Desain Kolam Percobaan Penelitian

III.2 Alat dan Bahan

III.2.1 Alat

Alat yang digunakan dalam penelitian ini berupa perangkat lunak, yaitu:

- Model SWASH (Simulating Wave till Shore) untuk mensimulasikan gelombang di atas undakan.

III.2.2 Bahan

Bahan yang digunakan dalam model SWASH adalah data sintetik berupa batimetri, periode, amplitude, dan kecepatan sudut.

Tabel 3.1 Parameter Input SWASH

Periode (s)	Kecepatan Sudut (rad/s)	Panjang Gelombang (m)
1.0	6.28	1.4337
1.1	5.709091	1.6577
1.2	5.233333	1.8775
1.3	4.830769	2.0935
1.4	4.485714	2.3058
1.5	4.186667	2.093
1.6	3.925	2.305
1.7	3.694118	2.093
1.8	3.488889	2.305
1.9	3.305263	2.305
2	3.14	2.5307

Tabel 3.2 Variasi Data Input Kedalaman dan Tinggi Gelombang Datang

h_1 (m)	h_2 (m)	h_2/h_1 (m)	H_i (m)
0.36	0.054	0.15	0.032
			0.042
			0.052
	0.072	0.2	0.05
			0.06
			0.07
	0.09	0.25	0.068
			0.078
			0.088
	0.108	0.3	0.086
			0.096
			0.106

III.3 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian terbagi menjadi dua tahap, yaitu studi literatur dan pengolahan data.

III.3.1 Studi Literatur

Penelitian ini dimulai dengan melakukan studi literatur atau pemahaman lebih dalam mengenai persamaan diferensial, perambatan gelombang yang melewati undakan, metode penyelesaian analitik dan literature lain yang mendukung penelitian ini.

III.3.2 Pengolahan Data

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan penelitian ini didasarkan atas langkah-langkah yang diuraikan menjadi 2 bagian, yaitu penurunan koefisien refleksi dan transmisi dan simulasi gelombang transmisi menggunakan model SWASH.

III.3.2.1 Penurunan koefisien refleksi dan koefisien transmisi

1. Menentukan model respon perambatan gelombang monokromatik yang melewati undakan.
2. Menggunakan syarat kontinuitas fluks massa, fluks energi tanpa disipasi energi, dan fluks energi dengan disipasi energi untuk memperoleh variabel yang tidak diketahui yaitu koefisien refleksi dan transmisi.
3. Menelusuri penurunan koefisien refleksi dan transmisi hasil penelitian terdahulu.

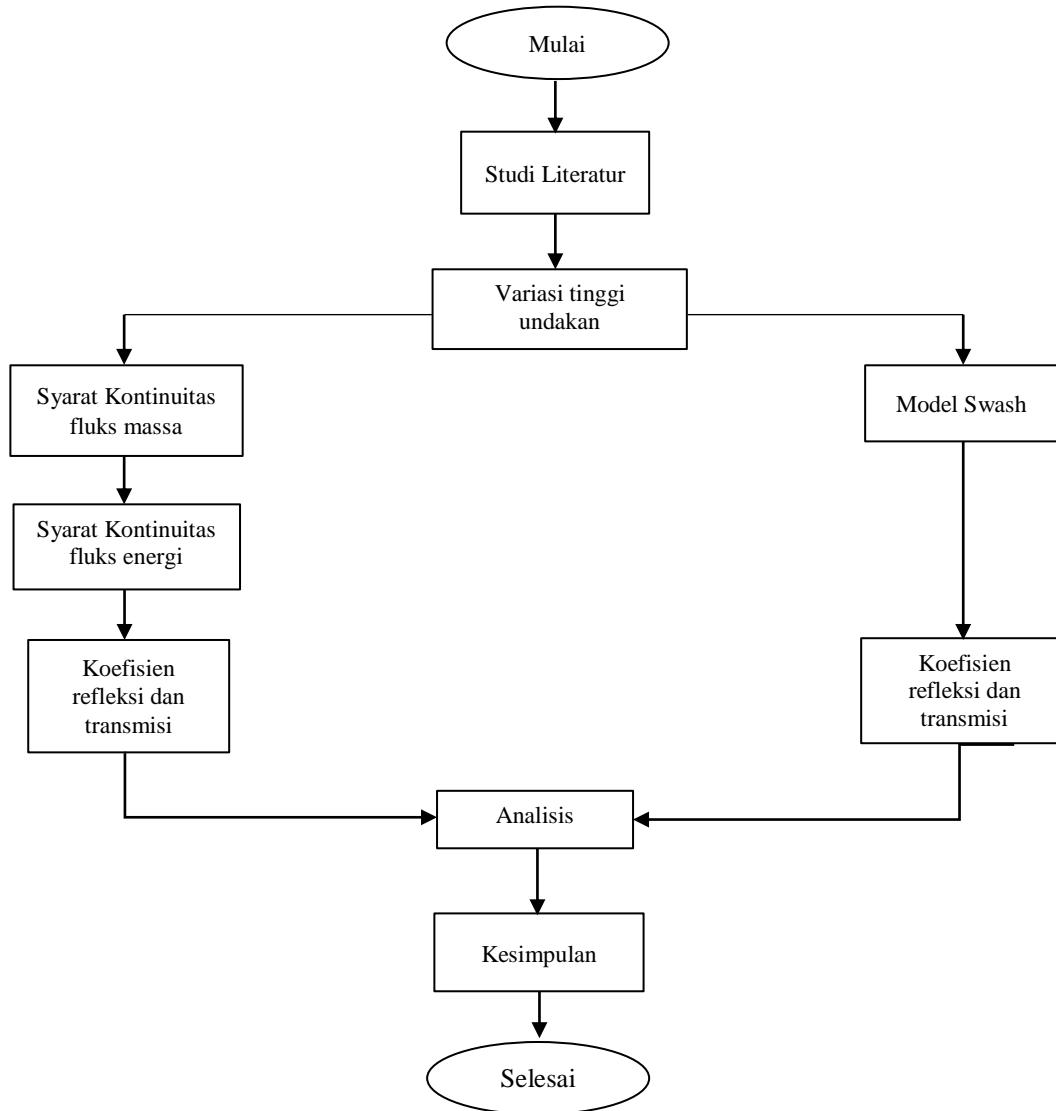
4. Membandingkan penyelesaian koefisien refleksi dan transmisi hasil penelitian terdahulu dengan penelitian saat ini.

III.3.2.2 Simulasi gelombang dengan model SWASH

1. Membuat data batimetri sesuai sketsa undakan yang diinginkan. Dalam penelitian ini, digunakan 4 variasi tinggi model undakan.
2. Mengatur model dan menentukan parameter input berupa panjang kolam, panjang lapisan penyerap (*sponge layer*), ukuran grid vertikal, lapisan dalam arah vertikal, kondisi lapisan serap, periode, amplitude, kecepatan sudut, fasa, letak *probe* dan waktu percobaan sebanyak 80 dengan spasi waktu 0,1 detik. Selain itu, menentukan parameter output berupa tinggi gelombang signifikan, *root mean square* tinggi gelombang, *wave set-up*, elevasi muka air keseluruhan dan pembacaan *probe*, batimetri, dan jarak.
3. Membuat script model SWASH berdasarkan parameter input dan output yang telah ditentukan.
4. Menjalankan script pada command window prompt.
5. Menginput data water level di Matlab.
6. Mendeklarasikan parameter input dan parameter gelombang lainnya untuk dapat menghitung koefisien transmisi.
7. Menghitung tinggi gelombang transmisi di atas undakan pada area stabil menggunakan persamaan $H_t = H_{max} - H_{min}$
8. Menghitung koefisien transmisi menggunakan persamaan 2.5 $K_t = \frac{H_t}{H_i}$

9. Membuat grafik koefisien transmisi terhadap Kelancipan gelombang pada tiap model undakan.

III.4 Bagan Alir



Gambar 3 1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

IV.1 Penurunan koefisien refleksi dan transmisi

Model perambatan gelombang monokromatik saat melewati sebuah undakan dengan tebing vertikal yang bergerak dari kiri ke kanan dapat dinyatakan secara matematis seperti berikut ini.

$$\eta(x, t) = \begin{cases} \eta^- = A e^{-i(k_1 x - \omega t)} + A_r e^{i(k_1 x + \omega t)}, & x < 0 \\ \eta^+ = A_T e^{-i(k_2 x - \omega t)}, & x > 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Pada $x = 0$, terdapat syarat kontinuitas fluks massa gelombang yang bergerak dari kiri ke kanan dengan kedalaman yang berbeda. Fluks massa (Q) adalah perkalian antara kecepatan dengan kedalaman. Syarat kontinuitasnya dinyatakan sebagai berikut.

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= Q_2 \\ h_1 \left(\frac{\partial \eta^-(x, t)}{\partial x} \right) &= h_2 \left(\frac{\partial \eta^+(x, t)}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Syarat kontinuitas fluks massa di atas menghasilkan hubungan antara koefisien refleksi dan transmisi seperti berikut.

$$(1 - K_r) = q^2 K_T \quad (4.3)$$

Selain fluks massa, juga terdapat fluks energi saat gelombang merambat dari kiri ke kanan, sehingga pada $x = 0$ berlaku syarat kontinuitas untuk fluks energi (F) yang dinyatakan sebagai berikut.

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_2 \\ \frac{1}{2} \rho g A^2 c_1 - \frac{1}{2} \rho g A_r^2 c_1 &= \frac{1}{2} \rho g A_T^2 c_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Membagi kedua ruas dengan amplitudo gelombang datang, maka

$$c_1 - c_1 K_r^2 = c_2 K_T^2 \quad (4.5)$$

Dimana $c = \sqrt{gh}$ adalah kecepatan fasa pada laut dangkal, dan $q = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$ adalah pemisalan untuk kedalaman relatif, maka dapat diperoleh hubungan koefisien refleksi dan transmisi sebagai berikut.

$$(1 - K_r^2) = q K_T^2 \quad (4.6)$$

Dengan menggunakan metode substitusi/eliminasi pada persamaan 4.3 dan 4.6, diperoleh koefisien refleksi dan transmisi sebagai berikut.

$$K_T = \frac{2q}{(1 + q^3)} \quad (4.7a)$$

$$K_r = \frac{1 - q^3}{1 + q^3} \quad (4.7b)$$

Pada persamaan (4.4) menunjukkan syarat kontinuitas fluks energi tanpa terjadinya disipasi energi gelombang yang merambat, atau dalam hal ini $F_1 = F_2$.

Selanjutnya dihitung koefisien refleksi dan transmisi pada syarat kontinuitas fluks energi dengan terjadinya disipasi energi gelombang yang merambat melewati undakan dinyatakan sebagai berikut.

$$F_I = F_I + D \quad (4.8)$$

$$c_I - c_I K_r^2 = c_2 K_T^2 + c_2 f_D \quad (4.9)$$

$$(1 - K_r^2) = q K_T^2 + q f_D \quad (4.10)$$

$$(1 + q^3) K_T^2 - 2q K_T + (1 + q^3) f_D = 0 \quad (4.11)$$

Persamaan (4.11) adalah bentuk persamaan kuadrat, sehingga koefisien transmisi dapat diperoleh dari akar-akar persamaan kuadratnya seperti berikut.

$$K_T = \frac{q}{(1 + q^3)} + \frac{\sqrt{q^2 - (1 + q^3)^2 f_D}}{(1 + q^3)} \quad (4.12)$$

Selanjutnya untuk memperoleh solusi akhir dari koefisien refleksi, persamaan (4.6b) dan (4.7a) di substitusi ke (4.10) sehingga koefisien refleksi seperti berikut.

$$K_r = \frac{-q^3}{(1 + q^3)} + \frac{\sqrt{q^6 + (1 + q^3)[(1 - q^3) + (1 + q^3)q f_D]}}{(1 + q^3)} \quad (4.13)$$

IV.2 Perbandingan dengan Penelitian Terdahulu

Berdasarkan persamaan (2.43) dan (2.44), jika sinus hiperbolik dan cosinus hiperbolik didekati dengan metode deret Taylor maka persamaan tersebut dapat ditulis menjadi seperti berikut.

$$K_T \approx \frac{2 \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{gk} (I - I) \right]}{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{gk} (I - I) \right] + \left[\sinh(kh_2) + \frac{\omega^2}{gk_t} (I - I) \right]} \quad (4.14a)$$

$$K_R \approx \frac{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (I - I) \right] - \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (I - I) \right]}{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (I - I) \right] + \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (I - I) \right]} \quad (4.14b)$$

$$K_T \approx \frac{2[\sinh(kh_1)]}{[\sinh(kh_1)] + [\sinh(kh_2)]} \quad (4.15)$$

$$K_T \approx \frac{2 \frac{[\sinh(kh_1)]}{[\sinh(kh_2)]}}{1 + \frac{[\sinh(kh_1)]}{[\sinh(kh_2)]}} \quad (4.16)$$

$$K_R \approx \frac{[\sinh(kh_1)] - [\sinh(k_t h_2)]}{[\sinh(kh_1)] + [\sinh(k_t h_2)]} \quad (4.17)$$

$$K_R \approx \frac{\frac{[\sinh(kh_1)]}{[\sinh(kh_1)]} - \frac{[\sinh(k_t h_2)]}{[\sinh(kh_1)]}}{\frac{[\sinh(kh_1)]}{[\sinh(kh_1)]} + \frac{[\sinh(k_t h_2)]}{[\sinh(kh_1)]}} \quad (4.18)$$

Sunis hiperbolik $[\sinh(kh)]$ merupakan fungsi dari kedalaman (kh) sehingga dapat ditulis seperti berikut.

$$K_T \approx \frac{2\left(\frac{h_1}{h_2}\right)}{1 + \frac{h_1}{h_2}} \cdot \frac{h_2}{h_1} \quad (4.19)$$

$$K_R \approx \frac{1 - (h_2/h_1)}{1 + (h_2/h_1)} \quad (4.20)$$

Persamaan (4.16) yang dikali dengan $\frac{h_2}{h_1}$ seperti pada persamaan (4.19), maka diperoleh koefisien transmisi oleh Iffah (2014) pada persamaan (2.44) menjadi seperti di bawah ini.

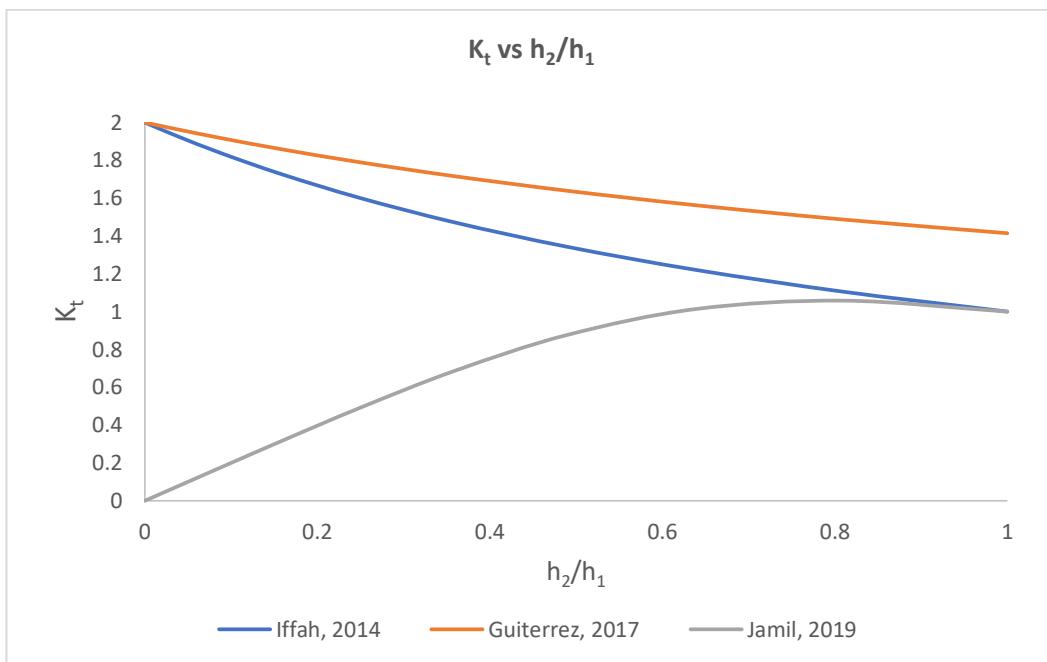
$$K_T \approx \frac{2}{1 + (h_2/h_1)} \quad (4.21)$$

Tabel 4.1 Perbandingan penurunan koefisien refleksi dan transmisi penelitian sebelumnya dan penelitian saat ini

Iffah (2014)	Gutierrez (2017)	Penelitian saat ini (2019)
Model perambatan gelombang: $\eta(x,t) \begin{cases} \eta^- = Ae^{-i(kx-\omega t)} + A_r e^{i(kx+\omega t)} \\ \eta^+ = A_T e^{-i(kx-\omega t)} \end{cases}$	Model perambatan gelombang: $\phi(x,t) \begin{cases} \phi^- = ae^{i(k_p x - \omega t)} + aK_R e^{-i(k_p x + \omega t)} \\ \phi^+ = aK_T e^{i(k_2 x - \omega t)} \end{cases}$	Model perambatan gelombang: $\eta(x,t) \begin{cases} \eta^- = Ae^{-i(k_p x - \omega t)} + A_r e^{i(k_p x + \omega t)} \\ \eta^+ = A_T e^{-i(k_2 x - \omega t)} \end{cases}$
Syarat kontinuitas: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \eta(x,t) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \eta(x,t)$ $\frac{\partial}{\partial x} \phi(x,z,t)^- = \frac{\partial}{\partial x} \phi(x,z,t)^+$ $\int_{-h_1}^0 \frac{\partial}{\partial x} \phi(x,z,t)^- = \int_{-h_2}^0 \frac{\partial}{\partial x} \phi(x,z,t)^+$	Syarat kontinuitas: $\phi _{x=0^-} = \phi _{x=0^+}$ $h_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \phi _{x=0^-} \right) = h_2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \phi _{x=0^+} \right)$	Syarat kontinuitas: $h_1 \left(\frac{\partial \eta^-}{\partial x} \right) = h_2 \left(\frac{\partial \eta^+}{\partial x} \right)$ $F_1 = F_2$ $F_1 = F_1 + D$
Koefisien refleksi: $K_R \approx \frac{1 - (h_2/h_1)}{1 + (h_2/h_1)}$	Koefisien transmisi: $K_T = \frac{2}{1 + (h_2/h_1)^{1/2}}$	Koefisien refleksi: $K_r = \frac{1 - q^3}{1 + q^3}$ $K_r = \frac{-q^3}{(1+q^3)} + \frac{\sqrt{q^6 + (I+q^3)(I-q^3) + (I+q^3)g_D}}{(1+q^3)}$
Koefisien transmisi: $K_T \approx \frac{2}{1 + (h_2/h_1)}$		Koefisien transmisi: $K_T = \frac{2q}{(I+q^3)}$ $K_T = \frac{q}{(I+q^3)} + \frac{\sqrt{q^2 - (I+q^3)^2 f_D}}{(I+q^3)}$

Tabel 4.1 menunjukkan persamaan koefisien refleksi dan transmisi dari penelitian sebelumnya dengan penelitian yang dilakukan saat ini. Ketiga persamaan tersebut memiliki proses yang sama, yaitu mendefinisikan bentuk respon gelombang secara matematis kemudian diselesaikan dengan syarat kontinuitas. Kedua penelitian sebelumnya menggunakan syarat kontinuitas fungsi dan fluks massa, sedangkan penelitian saat ini digunakan syarat kontinuitas fluks massa dan fluks energi tanpa faktor disipasi dan dengan faktor disipasi. Penelitian yang dilakukan oleh Iffah (2014) menggunakan fungsi potensial kecepatan pada kedalaman

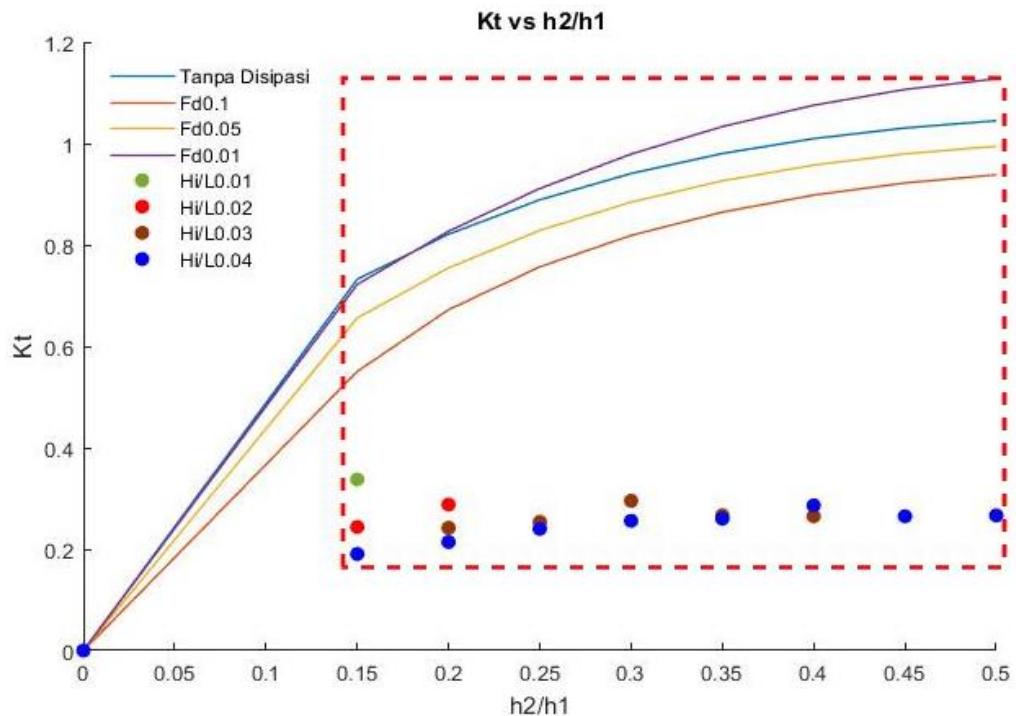
konstan untuk diterapkan pada kedalaman berbeda yang diselesaikan dengan syarat perlu kemudian diintegrasikan terhadap kedalaman. Ketika hasil koefisien tersebut didekati dengan deret Taylor, maka diperoleh hasil yang tidak jauh berbeda dengan koefisien dari Guiterrez (2017). Perbandingan hasil model matematik dari ketiga penelitian tersebut dapat dilihat melalui Gambar berikut ini.



Gambar 4.1 Grafik perbandingan koefisien transmisi antara penelitian terdahulu dengan penelitian saat ini

Gambar 4.1 menunjukkan perbandingan koefisien transmisi yang berbanding terbalik antara penelitian terdahulu dengan penelitian saat ini. koefisien transmisi yang diberikan oleh Iffah (2014) dan Guiterrez (2017) memiliki nilai yang hamper sama yaitu berkisar antara 2 – 1, koefisien tersebut semakin mengecil seiring mengecilnya kedalaman relatif. Sedangkan pada penelitian saat ini diperoleh koefisien transmisi yang berkisar antara 0 – 1, dengan koefisien membesar seiring mengecilnya kedalaman relatif.

IV.3 Pengaruh Kedalaman Relatif Terhadap Koefisien Transmisi



Gambar 4.2 Koefisien transmisi terhadap kedalaman relatif

Berdasarkan persamaan 4.7a dan 4.12, diperoleh grafik seperti Gambar 4.2 yaitu hubungan antara koefisien transmisi terhadap kedalaman relatif. Koefisien tersebut adalah koefisien transmisi yang tidak memperhitungkan faktor disipasi dan yang memperhitungkan faktor disipasi dengan tiga variasi faktor disipasi yang dipilih. Grafik menunjukkan bahwa nilai koefisien transmisi membesar seiring bertambahnya kedalaman relatif. Kedalaman relatif nol menunjukkan bahwa tinggi undakan mencapai permukaan air sehingga gelombang dipantulkan seluruhnya dan tidak ada gelombang yang ditransmisikan. Ketika kedalaman di atas undakan meningkat atau tinggi undakan semakin menurun, maka energi gelombang yang dilewatkan semakin besar. Daerah dalam kotak merah

merupakan daerah yang akan menjadi percobaan pada model SWASH yang terdiri dari empat kedalaman relatif, yaitu 0,15, 0,2, 0,25, 0,3, 0,35, 0,4, 0,45, dan 0,5. Koefisien transmisi yang diperoleh pada kedalaman relatif 0,1 adalah 0,2. Pada kedalaman relatif 0,15, nilai koefisien transmisi sekitar 0,3 dan meningkat sebesar 0,1 setiap pertambahan 0,05 kedalaman relatif. Koefisien transmisi baik dengan faktor disipasi maupun tanpa faktor disipasi menunjukkan nilai yang meningkat seiring bertambahnya kedalaman relatif yaitu mencapai 1, namun dibandingkan dengan koefisien yang diperoleh dari model SWASH pada $H_i/L = 0,04$ memiliki nilai yang cukup jauh berbeda dengan hasil perhitungan analitik yaitu hanya mencapai 0,28. Hipotesis yang dikemukakan sebelumnya yakni bahwa semakin besar kedalaman relatif, maka koefisien transmisi juga membesar. Hipotesis ini sesuai dengan koefisien yang diperoleh dari hasil analitik namun tidak signifikan dengan hasil yang diperoleh model SWASH. Hal ini dapat disebabkan oleh undakan yang meredam kuat energi gelombang ketika kedalaman relatif semakin besar.

IV.4 Pengaruh Kelancipan Gelombang Terhadap Koefisien Transmisi

Berdasarkan data *water level* yang diperoleh dari hasil simulasi model SWASH, maka dapat dihitung tinggi gelombang transmisi di atas undakan. Panjang kolam percobaan adalah 30 meter dengan undakan berada pada jarak 10 m – 25 m dari pembangkit gelombang. Data gelombang transmisi diambil pada area gelombang stabil hingga batas lapisan penyerap yaitu pada jarak 17,5 m - 25 m di atas undakan. Perhitungan tinggi gelombang transmisi menggunakan persamaan tinggi gelombang, yaitu puncak maksimum dikurangi lembah minimum. Koefisien

transmisi dihitung menggunakan persamaan (2.28) dengan menggunakan sebelas variasi periode dan tiga variasi tinggi gelombang datang, maka diperoleh data transmisi gelombang sebanyak 33 data untuk setiap model undakan seperti ditunjukkan pada Tabel 4.2 di bawah ini.

Tabel 4.2 Koefisien Transmisi untuk setiap model undakan

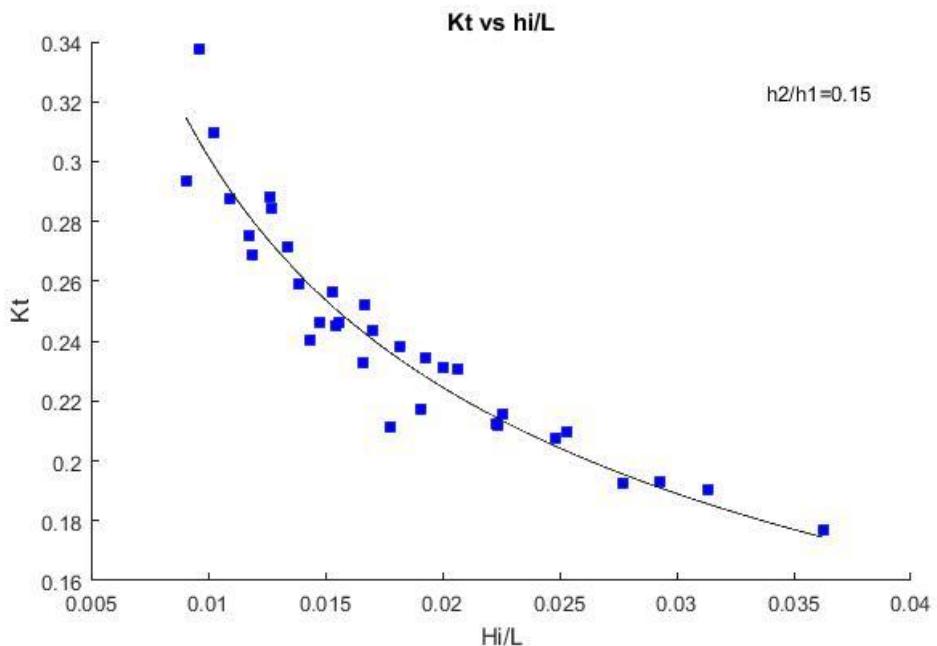
$h_2/h_1=0.15$		$h_2/h_1=0.2$		$h_2/h_1=0.25$		$h_2/h_1=0.3$	
H_i/L	K_t	H_i/L	K_t	H_i/L	K_t	H_i/L	K_t
0.02	0.21	0.03	0.21	0.05	0.21	0.06	0.21
0.03	0.19	0.04	0.20	0.05	0.21	0.07	0.21
0.04	0.18	0.05	0.19	0.06	0.20	0.07	0.20
0.02	0.23	0.03	0.23	0.04	0.23	0.05	0.22
0.03	0.21	0.04	0.22	0.05	0.22	0.06	0.22
0.03	0.19	0.04	0.21	0.05	0.21	0.06	0.21
0.02	0.24	0.03	0.24	0.04	0.25	0.05	0.24
0.02	0.21	0.03	0.23	0.04	0.24	0.05	0.24
0.03	0.19	0.04	0.22	0.05	0.23	0.06	0.23
0.02	0.26	0.02	0.26	0.03	0.25	0.04	0.25
0.02	0.23	0.03	0.24	0.04	0.24	0.05	0.25
0.02	0.21	0.03	0.22	0.04	0.24	0.05	0.25
0.01	0.26	0.02	0.26	0.03	0.26	0.04	0.26
0.02	0.24	0.03	0.25	0.03	0.25	0.04	0.26
0.02	0.22	0.03	0.24	0.04	0.25	0.05	0.25
0.02	0.28	0.02	0.29	0.03	0.28	0.04	0.27
0.02	0.25	0.03	0.27	0.04	0.27	0.05	0.27
0.02	0.23	0.03	0.26	0.04	0.27	0.05	0.26
0.01	0.28	0.02	0.29	0.03	0.30	0.04	0.30
0.02	0.25	0.03	0.27	0.03	0.29	0.04	0.29
0.02	0.22	0.03	0.26	0.04	0.28	0.05	0.29
0.02	0.29	0.02	0.28	0.03	0.27	0.04	0.28
0.02	0.24	0.03	0.26	0.04	0.27	0.05	0.28
0.02	0.21	0.03	0.25	0.04	0.26	0.05	0.27
0.01	0.31	0.02	0.31	0.03	0.30	0.04	0.29
0.02	0.27	0.03	0.29	0.03	0.29	0.04	0.29
0.02	0.23	0.03	0.26	0.04	0.28	0.05	0.29
0.01	0.34	0.02	0.33	0.03	0.29	0.04	0.30
0.02	0.29	0.03	0.31	0.03	0.27	0.04	0.29

0.02	0.25	0.03	0.29	0.04	0.26	0.05	0.28
0.01	0.29	0.02	0.30	0.03	0.30	0.03	0.30
0.02	0.27	0.02	0.29	0.03	0.30	0.04	0.29
0.02	0.25	0.03	0.27	0.03	0.29	0.04	0.29

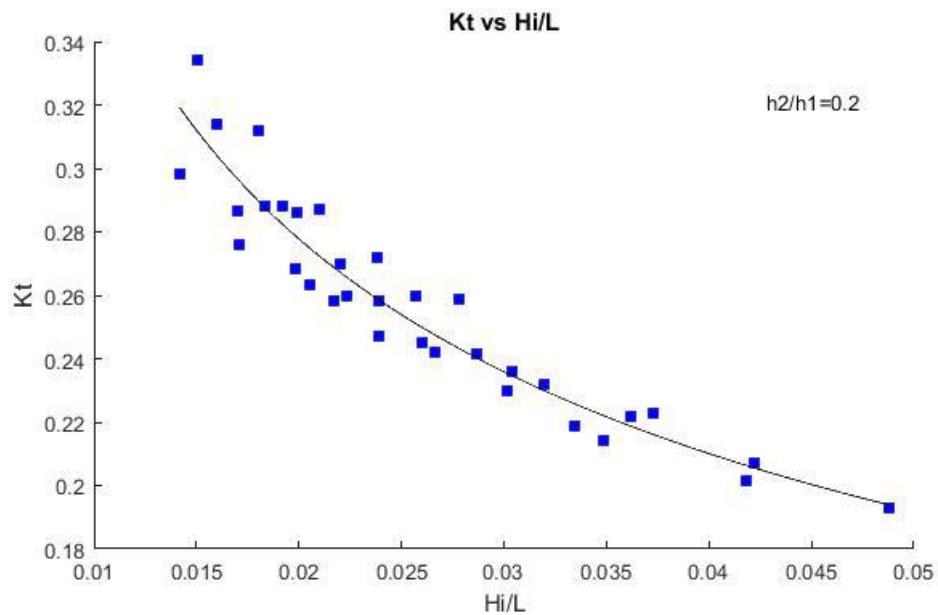
h ₂ /h ₁ ==0.35		h ₂ /h ₁ ==0.4		h ₂ /h ₁ ==0.45		h ₂ /h ₁ ==0.5	
H _i /L	K _t	H _i /L	K _t	H _i /L	K _t	H _i /L	K _t
0.07	0.2077	0.09	0.2074	0.10	0.2043	0.11	0.2038
0.08	0.2053	0.09	0.2045	0.10	0.202	0.12	0.2018
0.09	0.2024	0.10	0.2021	0.11	0.2006	0.12	0.2006
0.06	0.2192	0.07	0.2156	0.08	0.2143	0.10	0.2101
0.07	0.2149	0.08	0.2136	0.09	0.212	0.10	0.2083
0.07	0.2121	0.09	0.2113	0.10	0.21	0.11	0.2067
0.06	0.2337	0.07	0.2279	0.07	0.2214	0.08	0.2203
0.06	0.2281	0.07	0.2228	0.08	0.22	0.09	0.2185
0.07	0.2242	0.08	0.2261	0.09	0.2194	0.09	0.2157
0.05	0.2452	0.06	0.2434	0.07	0.2343	0.08	0.231
0.05	0.2421	0.06	0.2409	0.07	0.2347	0.08	0.2298
0.06	0.2403	0.07	0.238	0.08	0.2344	0.09	0.2275
0.05	0.2452	0.05	0.2475	0.06	0.2379	0.07	0.2373
0.05	0.2474	0.06	0.2447	0.07	0.2387	0.07	0.2351
0.05	0.2444	0.06	0.2451	0.07	0.2381	0.08	0.232
0.04	0.2654	0.05	0.2557	0.06	0.2564	0.06	0.2418
0.05	0.2649	0.05	0.2538	0.06	0.256	0.07	0.2411
0.05	0.2629	0.06	0.2556	0.06	0.2544	0.07	0.2416
0.04	0.2894	0.04	0.2746	0.05	0.2671	0.06	0.2614
0.04	0.2851	0.05	0.2758	0.06	0.2647	0.06	0.2631
0.05	0.2831	0.05	0.2754	0.06	0.2625	0.07	0.264
0.04	0.276	0.04	0.2664	0.05	0.2657	0.05	0.2513
0.04	0.2746	0.05	0.2659	0.05	0.2647	0.06	0.2524
0.04	0.2742	0.05	0.2669	0.05	0.2631	0.06	0.2528
0.03	0.2952	0.04	0.2877	0.04	0.2829	0.05	0.2703
0.04	0.2939	0.04	0.2886	0.05	0.2807	0.05	0.2726
0.04	0.2903	0.05	0.2894	0.05	0.2788	0.06	0.2742
0.03	0.2788	0.04	0.2762	0.04	0.265	0.05	0.2614
0.03	0.2798	0.04	0.2758	0.05	0.2673	0.05	0.2619
0.04	0.2782	0.04	0.2725	0.05	0.2694	0.05	0.2601
0.03	0.274	0.03	0.2648	0.04	0.275	0.04	0.2665
0.03	0.2667	0.04	0.2614	0.04	0.2733	0.05	0.2649

0.04	0.2597	0.04	0.257	0.05	0.2712	0.05	0.2635
------	--------	------	-------	------	--------	------	--------

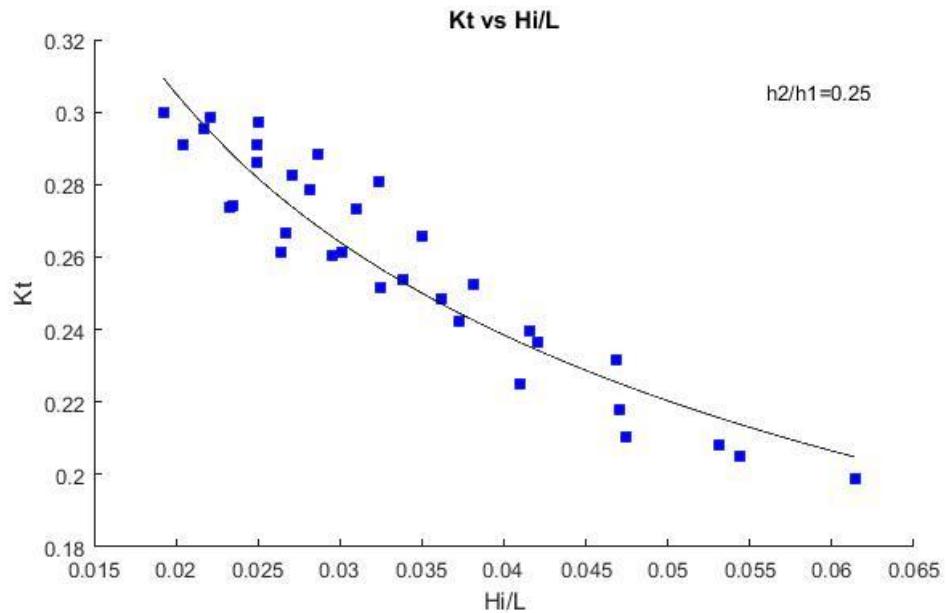
Grafik koefisien transmisi seperti pada Gambar 4.3 – 4.6 adalah fungsi dari kedalaman relatif dan Kelancipan gelombang $K_T = f\left(\frac{H_i}{L}, \frac{h_2}{h_1}\right)$. Kelancipan gelombang (H_i/L) sebagai variabel sumbu X dan koefisien transmisi (K_t) sebagai variabel sumbu Y pada setiap kedalaman relatif.



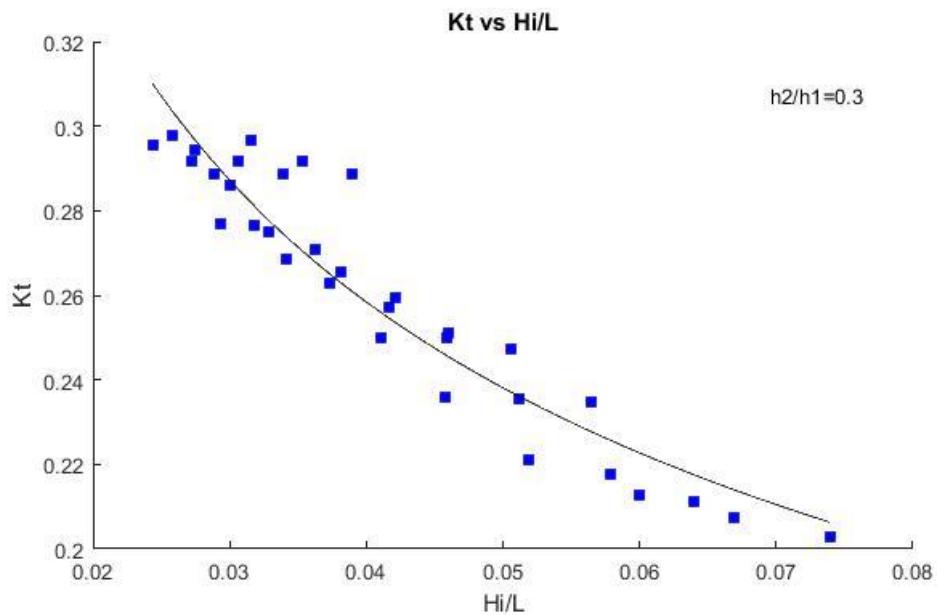
Gambar 4.3 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,15$



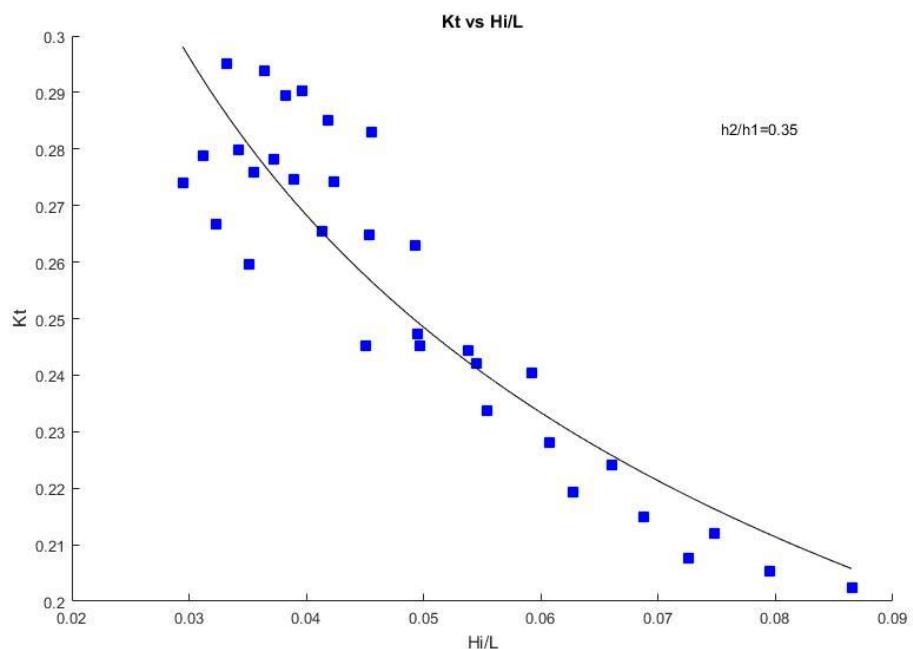
Gambar 4.4 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,2$



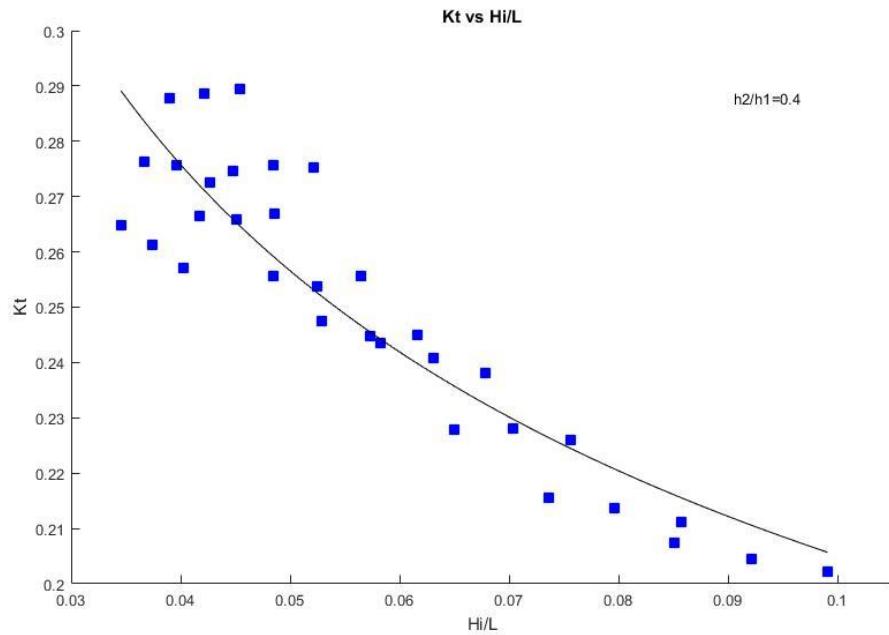
Gambar 4.5 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,25$



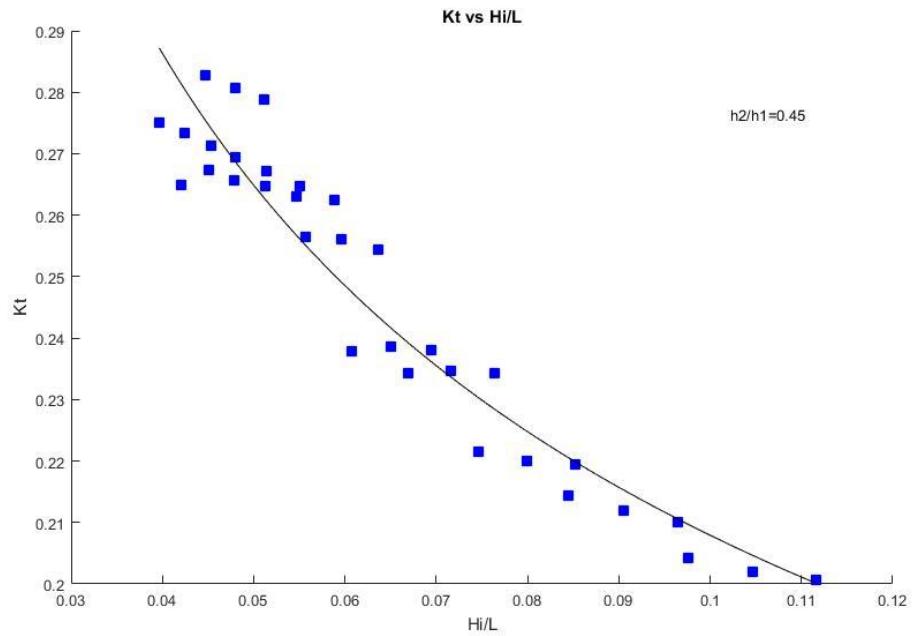
Gambar 4.6 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,3$



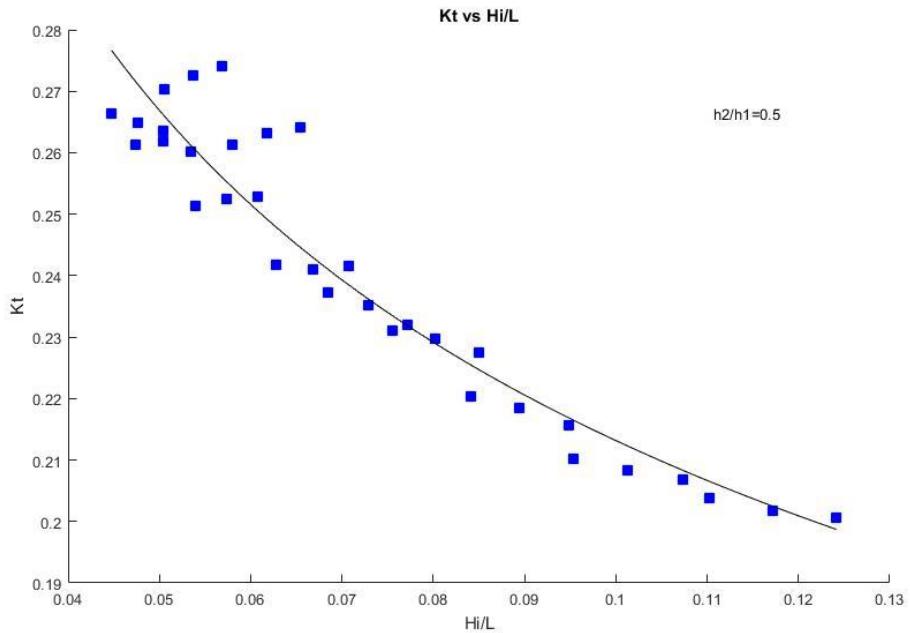
Gambar 4.7 Hubungan Koefisien Transmisi (K_t) terhadap Kelancipan gelombang (H_i/L) pada $h_2/h_1=0,35$



Gambar 4. 8 Hubungan Koefisien Transmisi (Kt) terhadap Kelancipan gelombang (Hi/L) pada h₂/h₁=0,4



Gambar 4. 9 Hubungan Koefisien Transmisi (Kt) terhadap Kelancipan gelombang (Hi/L) pada h₂/h₁=0,45



Gambar 4. 10 Hubungan Koefisien Transmisi (Kt) terhadap Kelancipan gelombang (Hi/L) pada $h_2/h_1=0,5$

Gambar 4.3 – Gambar 4.10 menunjukkan bahwa semakin mengecil kelancipan gelombang maka semakin sedikit energi gelombang yang dilewatkan. Koefisien transmisi yang diperoleh pada model undakan dengan $h_2/h_1= 0,15, 0,2, 0,25, 0,3, 0,35, 0,4, 0,45$, dan $0,5$ berturut-turut berkisar antara $0,18 - 0,34, 0,2 - 0,34, 0,2 - 0,32, 0,2 - 0,32, 0,202 - 0,295, 0,202 - 0,289, 0,20 - 0,282, 0,20 - 0,282$. Koefisien tersebut tidak sesuai dengan koefisien transmisi yang diperoleh seperti pada Gambar 4.2 dikarenakan nilai Kelancipan gelombang (H_i/L) yang dibatasi pada input data tinggi gelombang datang setiap model. Pada kedalaman relatif 0,15, nilai H_i/L berkisar antara $0,01 - 0,037$, kedalaman relatif 0,2, nilai H_i/L berkisar antara $0,015 - 0,049$, kedalaman relatif 0,25, nilai H_i/L berkisar antara $0,02 - 0,061$, kedalaman relatif 0,3, nilai H_i/L berkisar antara $0,025 - 0,074$, kedalaman relatif 0,35, nilai H_i/L berkisar antara $0,03 - 0,09$, kedalaman relatif

0,4, nilai H_i/L berkisar antara 0,035 – 0,010, kedalaman relatif 0,45, nilai H_i/L berkisar antara 0,04 – 0,011, kedalaman relatif 0,5, nilai H_i/L berkisar antara 0,045 – 0,012. Namun dilihat pada Kelancipan gelombang yang sama seperti pada Gambar 4.2 yaitu $H_i/L=0,4$, nilai koefisien transmisi semakin membesar seiring mengecilnya tinggi undakan. Berdasarkan teori, perambatan gelombang pada laut dangkal akan melewatkannya energi yang lebih besar dibandingkan pada laut dalam dikarenakan gerakan partikel pada laut dalam tidak mendapat pengaruh oleh dasar laut sehingga disipasi energi akibat gesekan dasar sangat kecil. Dengan demikian apabila kedalaman relatif (h_2/h_1) semakin besar, maka nilai koefisien transmisi (K_t) yang timbul semakin besar pula. Hal ini juga sesuai dengan hipotesis yang dikemukakan berdasarkan penelitian sebelumnya bahwa semakin besar kedalaman relatif dan semakin kecil kelancipan gelombang maka koefisien transmisi membesar.

Penelitian mengenai koefisien transmisi pada gelombang yang merambat melewati pemecah gelombang juga telah dilakukan oleh Liang *et al* (2015), Hajivalie (2017), Hamdani *et al* (2015), Rahimzadeh *et al* (2014), Setiawan (2017) dan memperoleh koefisien transmisi yang meningkat seiring dengan mengecilnya tinggi pemecah gelombang atau kedalaman relatif. Meskipun penelitian tersebut dilakukan pada pemecah gelombang berupa tanggul, namun hasil yang diperoleh memiliki pola yang sama dengan hasil dari model pemecah gelombang berupa undakan seperti yang dilakukan saat ini. Adanya suatu bangunan yang dipasang lautan ataupun kolam percobaan, maka bangunan

tersebut dapat mengurangi atau mereduksi energi gelombang yang menabrak atau melewatinya. Penerapan variasi tinggi, lebar, jarak, dan komposisi dari bangunan pemecah gelombang dilakukan untuk melihat efektifitas bangunan.

BAB V

PENUTUP

V.1 Kesimpulan

1. Telah dihitung koefisien refleksi dan transmisi menggunakan syarat kontinuitas dari fluks massa dan fluks energi. Diperoleh grafik koefisien transmisi terhadap kedalaman relatif yang menjadi acuan dalam percobaan dengan hasil sesuai hipotesis bahwa semakin besar kedalaman relatif, maka koefisien transmisi juga membesar.
2. Koefisien transmisi yang disimulasikan pada model SWASH memiliki nilai yang bergantung pada ketinggian undakan. Semakin besar kedalaman relatif dan semakin kecil kelancipan gelombang maka koefisien transmisi semakin meningkat.
3. Perbandingan koefisien transmisi antara penelitian terdahulu dengan penelitian saat ini adalah berbanding terbalik. Koefisien transmisi yang diberikan oleh Iffah (2014) dan Guterrez (2017) memiliki koefisien yang mengecil seiring mengecilnya kedalaman relatif. Sedangkan pada penelitian saat ini diperoleh koefisien transmisi yang membesar seiring mengecilnya kedalaman relatif.

V.2 Saran

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh, penelitian ini masih harus ditelaah lagi tentang faktor disipasi pada perhitungan koefisien transmisi.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, John. D. 1995. *Computational Fluid Dynamic: The Basics With Applications*. Singapore: McGraw-Hill.
- [CERC] Coastal Engineering Research Center. 1984. *Shore Protection Manual*. Vols. 1, Fourth Edition. Washington: U.S. Army Coastal Engineering.
- Dean Robert.G dan Dalrymple Robert.A. 1991. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. Singapore: World Scientific.
- Gutierrez, Eduardo Monsalve. 2017. *Experimental Study of Water Waves: Nonlinear Effects and Absorption*. Universite Pierre et Marine Curie: Mechanics [Physics].
- Hamdani, Trihatmodjo Bambang, Suharyanyo. 2015. "Wave Transmission on Submerged Breakwater with Interlocking D-Block Armor." ISSN (Online) 2319-183X, (Print) 2319-1821. Volume 4, Issue 6 (June 2015), PP.35-44.
- Hajivalie, Fatemeh. *The Effect of Submerged Breakwater Shape and Size On Wave Energy Dissipation*. Proceedings of the 37th IAHR World Congress. Kuala Lumpur
- Iffah, Ulil. 2014. *Perambatan Gelombang Monokromatik pada Dasar Berundak*. Vols. 3, No.3. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jurusan Matematika: MATHunesa.
- Jamuri, Mohammad. 2014. *Simulasi Perambatan Tsunami Menggunakan Persamaan Air-Dangkal*. Laporan Akhir Penelitian Penguanan Program Studi, Fakultas Sains dan Teknologi: Universitas Islam Negeri Maliki Malang.
- Liang et al. 2015. *Numerical Study of Wave Transmission Over Double Submerged Breakwaters Using Q2 Non-Hydrostatic Wave Model*. Institute of Oceanology of the Polish Academy of Sciences.

- Purwantoro, Didik. 2009. *Difraksi Gelombang Pada Silinder Besar Dengan Mild Slope Equation*. INERISA Vol. 2 NO.2. pp 67 - 78.
- Rabung Frans, A.B Muhiddin, M.P Hatta, S. Malik. 2015. "Deformasi Gelombang Di Pantai Makassar." *Prosiding Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin*. Makassar: ISBN: 978-979-127255-0-6 . 1-8.
- Rahimzadeh, A. 2014. "Determining Transmission Coefficient of Propagating Solitary Wave over Trapezoidal Breakwater and Parametric Studies on Different Influential Factors." ISRN Mechanical Engineering Volume 2014, Article ID 841327, 7 pages.
- Reeve Dominic, Andrew Chadwick, dan Christopher Fleming. 2004. *Coastal Engineering: Processes, theory and design practice*. New York: Spon Press.
- Setiawan, K.I Dharma. 2017. "Transmisi Gelombang Pada Pemecah Gelombang Tenggelam Blok Beton Berkait." *Jurnal Teknik Hidraulik* Vol.8, No.2, Desember 2017: 101 - 112.
- Sorensen, Robert M. 2006. *Basic Coastal Engineering*. New York: Springer.
- Sulaiman M. Dede., Shigeaki Tsutsui,Hiroshi Yoshioka,Takao Yamashita,Shinichi Oshiro,Yoshito Tsuchiya,M. ASCE. 1994. "Prediction of the maximum wave on the coral flat." *international joint investigation*. Kyoto University: -. 15.
- Svendsen, Ib A. 2006. *Introduction to Nearshore Hydrodynamic*. USA: Word Scientific.
- Triatmodjo, Bambang. 2009. *Perencanaan Pelabuhan*. Yogyakarta: Beta Offset.
- Varberg Dale, Edwin Purcell, Steve Rigdon. 2007. *Calculus (9th) Edition*. Prentice Hall Inc.
- Vosough Amir. 2011. *Wave Energy*. International Journal of Multidisciplinary Sciences and Engineering. Vol. 2, No. 7.

Zijlema et al. 2011. *SWASH: an operational public domain code for simulating wave fields and rapidly varied flows in coastal waters*. Coastal Engineering.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Penjabaran persamaan 4.2 ke 4.3

$$h_1 \left(\frac{\partial \eta^-(x,t)}{\partial x} \right) = h_2 \left(\frac{\partial \eta^+(x,t)}{\partial x} \right) \quad (4.2)$$

$$h_1(-k_1 + k_1 K_r) = h_2(-k_2 K_T)$$

$$-h_1 k_1 + h_1 k_1 K_r = -h_2 k_2 K_T$$

$$h_1 k_1 (1 - K_r) = h_2 k_2 K_T \quad (4.2a)$$

Untuk gelombang monokromatik, frekuensi sudut adalah tetap, sehingga angka gelombang juga adalah tetap selama perambatannya ($k_1 = k_2$). maka

$$(1 - K_r) = \frac{h_2}{h_1} K_T \quad (4.2b)$$

Misalkan $q^2 = \frac{h_2}{h_1}$, maka persamaan (4.4) dapat tulis menjadi

$$(1 - K_r) = q^2 K_T \quad (4.3)$$

Lampiran 2. Penjabaran persamaan 4.5 ke 4.9

$$c_1 - c_1 K_r^2 = c_2 K_T^2 \quad (4.5)$$

Kecepatan fasa pada laut dangkal adalah akar dari percepatan gravitasi dan kedalaman $c = \sqrt{gh}$, maka persamaan (4.5) menjadi

$$\sqrt{h_1} - \sqrt{h_1} K_r^2 = \sqrt{h_2} K_T^2$$

$$\sqrt{h_I} (1 - K_r^2) = \sqrt{h_2} K_T^2$$

$$(1 - K_r^2) = \sqrt{\frac{h_2}{h_I}} K_T^2 \quad (4.5a)$$

$q^2 = \frac{h_2}{h_I}$, maka $q = \sqrt{\frac{h_2}{h_I}}$. Persamaan (4.8) ditulis menjadi

$$(1 - K_r^2) = q K_T^2 \quad (4.6)$$

Lampiran 3. Penjabaran persamaan 4.6 ke 4.7a

Persamaan 4.6 dapat dituliskan seperti berikut.

$$(1 + K_r)(1 - K_r) = q K_T^2 \quad (4.6a)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (4.3) ke persamaan (4.6a), maka diperoleh

$$(1 + K_r)q^2 K_T = q K_T^2 \quad (4.6b)$$

$$(1 + K_r) = \frac{1}{q} K_T$$

Selanjutnya melakukan metode substitusi/eliminasi untuk persamaan (4.3) dan (4.6b) diperoleh seperti berikut.

$$2 = \left(\frac{1}{q} + q^2 \right) K_T$$

Mengalikan kedua ruas dengan q , diperoleh

$$2q = (1 + q^3) K_T$$

Maka koefisien transmisi K_T diperoleh sebagai berikut.

$$K_T = \frac{2q}{(1+q^3)} \quad (4.7a)$$

Lampiran 4. Penjabaran persamaan 4.7a ke 4.7b

Selanjutnya substitusi persamaan (4.7a) ke persamaan (4.3), maka diperoleh

$$\begin{aligned} (1 - K_r) &= q^2 \left[\frac{2q}{(1+q^3)} \right] \\ K_r &= 1 - \frac{2q^3}{(1+q^3)} \\ K_r &= \frac{1+q^3}{1+q^3} - \frac{2q^3}{(1+q^3)} \\ K_r &= \frac{1-q^3}{1+q^3} \end{aligned} \quad (4.7b)$$

Lampiran 5. Penjabaran persamaan 4.8 ke 4.17

$$F_I = F_I + D \quad (4.8)$$

$$E_I c_I = E_2 c_2 + E_2 c_2 f_D$$

$$\frac{1}{2} \rho g A^2 c_I - \frac{1}{2} \rho g A_r^2 c_I = \frac{1}{2} \rho g A_T^2 c_2 + \frac{1}{2} \rho g A^2 c_2 f_D$$

Membagi kedua ruas dengan amplitude gelombang datang, maka

$$c_I - c_I K_r^2 = c_2 K_T^2 + c_2 f_D \quad (4.9)$$

Lampiran 6. Penjabaran persamaan 4.9 ke 4.10

Kecepatan fasa pada laut dangkal adalah akar dari percepatan gravitasi dan kedalaman $c = \sqrt{gh}$, maka persamaan (4.9) menjadi

$$\sqrt{h_l} - \sqrt{h_l} K_r^2 = \sqrt{h_2} K_T^2 + \sqrt{h_2} f_D$$

$$\sqrt{h_l} (1 - K_r^2) = \sqrt{h_2} K_T^2 + \sqrt{h_2} f_D$$

$$(1 - K_r^2) = \sqrt{\frac{h_2}{h_l}} K_T^2 + \sqrt{\frac{h_2}{h_l}} f_D \quad (4.9a)$$

$q^2 = \frac{h_2}{h_l}$, maka $q = \sqrt{\frac{h_2}{h_l}}$. Persamaan (4.9a) ditulis menjadi

$$(1 - K_r^2) = q K_T^2 + q f_D \quad (4.10)$$

Lampiran 7. Penjabaran persamaan 4.10 ke 4.11

$$(1 + K_r)(1 - K_r) = q K_T^2 + q f_D \quad (4.10a)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (4.3) ke persamaan (4.10), maka diperoleh

$$(1 + K_r) q^2 K_T = q K_T^2 + q f_D \quad (4.10b)$$

Selanjutnya mensubstitusi persamaan (4.7b) ke persamaan (4.10b) diperoleh

$$\left(1 + \frac{1 - q^3}{1 + q^3}\right) q^2 K_T = q K_T^2 + q f_D$$

$$\left(\frac{1 + q^3 + 1 - q^3}{1 + q^3}\right) q^2 K_T = q K_T^2 + q f_D$$

$$\left(\frac{2q^2}{1+q^3} \right) K_T = qK_T^2 + qf_D$$

$$K_T^2 - \left(\frac{2q}{1+q^3} \right) K_T + f_D = 0$$

$$(1+q^3)K_T^2 - 2qK_T + (1+q^3)f_D = 0 \quad (4.11)$$

Lampiran 8. Penjabaran persamaan 4.11 ke 4.12

Persamaan (4.11) adalah bentuk persamaan kuadrat, sehingga koefisien transmisi dapat diperoleh dari akar-akar persamaan kuadratnya seperti berikut.

$$K_{T(1,2)} = \frac{2q \pm \sqrt{2q^2 - 4(1+q^3)^2 f_D}}{2(1+q^3)}$$

$$K_T = \frac{q}{(1+q^3)} \pm \frac{\sqrt{q^2 - (1+q^3)^2 f_D}}{(1+q^3)} \quad (4.11a)$$

Dengan mengganti kedalaman relatif maka solusi akhir koefisien transmisi adalah

$$K_{T1} = \frac{\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{1/2}}{1 + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{3/2}} + \frac{\sqrt{\frac{h_2}{h_1} - \left(1 + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) f_D}}{1 + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{3/2}}$$

Lampiran 9. Penjabaran persamaan 4.13

Selanjutnya substitusi persamaan (4.6b) dan (4.7a) ke (4.10)

$$(I - K_r^2) = (I + K_r) \frac{2q^3}{(I + q^3)} + qf_D$$

$$(I + q^3)(I - K_r^2) = (I + K_r)2q^3 + (I + q^3)qf_D$$

$$(I + q^3) - (I + q^3)K_r^2 = 2q^3 + 2q^3K_r + (I + q^3)qf_D$$

$$(I + q^3)K_r^2 + 2q^3K_r + 2q^3 - q^3 - I + (I + q^3)qf_D = 0$$

$$(I + q^3)K_r^2 + 2q^3K_r - (I - q^3) + (I + q^3)qf_D = 0 \quad (4.12a)$$

Persamaan (4.12a) adalah bentuk persamaan kuadrat, sehingga koefisien refleksi dapat diperoleh dari akar-akar persamaan kuadratnya seperti berikut.

$$K_{r(1,2)} = \frac{-2q^3 \pm \sqrt{(2q^3)^2 + 4(I + q^3)[(I - q^3) + (I + q^3)qf_D]}}{2(I + q^3)}$$

$$K_r = \frac{-q^3}{(I + q^3)} + \frac{\sqrt{q^6 + (I + q^3)[(I - q^3) + (I + q^3)qf_D]}}{(I + q^3)} \quad (4.13)$$

Dengan mengganti kedalaman relatif maka solusi akhir koefisien refleksi adalah

$$K_{rI} = \frac{-\left(\frac{h_2}{h_I}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(I + \left(\frac{h_2}{h_I}\right)^{\frac{3}{2}}\right)} + \frac{\sqrt{\left(\left(\frac{h_2}{h_I}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(I + \left(\frac{h_2}{h_I}\right)^{\frac{3}{2}}\right)\left[\left(I - \left(\frac{h_2}{h_I}\right)^{\frac{3}{2}}\right) + \left(I + \left(\frac{h_2}{h_I}\right)^{\frac{3}{2}}\right)qf_D\right]}}{\left(I + \left(\frac{h_2}{h_I}\right)^{\frac{3}{2}}\right)}$$

Lampiran 10. Penjabaran persamaan 2.34 ke 2.35

$$\phi(x, z, t) = f(x, t)F(z) \quad (2.34)$$

1. Menggunakan syarat batas dinamik di permukaan rata-rata pada $z = 0$ maka diperoleh

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi(x, z, t)}{\partial t} + g\eta &= 0 \\ \frac{\partial f(x, t)F(z)}{\partial t} + g\eta &= 0 \\ \frac{\partial f(x, t)F(0)}{\partial t} + g\eta &= 0 \\ \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} &= \frac{-g\eta(x, t)}{F(0)} \\ f_t(x, t) &= \frac{-g\eta(x, t)}{F(0)} \end{aligned} \right\} \quad (2.34a)$$

Dengan mengintegrasikan terhadap waktu pada kedua ruas persamaan di atas, maka

$$\left. \begin{aligned} \int f_t(x, t) dt &= \int \frac{-g\eta(x, t)}{F(0)} dt \\ f(x, t) &= \frac{-g}{F(0)} \int \eta(x, t) dt \end{aligned} \right\} \quad (2.34b)$$

$$f(x, t) = \frac{-g}{F(0)} \left(\frac{1}{i\omega} \eta(x, t) + k \right) \quad (2.34c)$$

2. Menggunakan syarat batas kinematik di permukaan rata-rata pada $z = 0$ maka diperoleh

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \eta(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial \phi(x,z,t)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \eta(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial f(x,t)F(z)}{\partial z} &= 0 \\ \eta_t(x,t) - f(x,t)F'(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.34d)$$

$$f(x,t) = \frac{\eta_t(x,t)}{F'(0)} \quad (2.34e)$$

Berdasarkan elevasi permukaan pada persamaan (2.1), jika diturunkan terhadap waktu diperoleh

$$\left. \begin{aligned} \eta(x,t) &= Ae^{-(ikx-\omega t)} \\ \frac{\partial}{\partial t} \eta(x,t) &= i\omega A e^{-(ikx-\omega t)} \\ \eta_t(x,t) &= i\omega A e^{-(ikx-\omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (2.34f)$$

Persamaan (4.34e) dapat ditulis kembali menjadi

$$f(x,t) = \frac{i\omega A e^{-(ikx-\omega t)}}{F'(0)} \quad (2.34g)$$

$$f(x,t) = \frac{i\omega}{F'(0)} \eta(x,t) \quad (2.34h)$$

Diperoleh masing-masing fungsi $f(x,t)$ dari penggunaan syarat batas dinamik (2.34e) dan kinematic (2.34h) di permukaan rata-rata, jika kedua fungsi disamakan dan diasumsikan $F(0) = 1$ maka diperoleh

$$\left. \begin{aligned} f(x,t) &= f(x,t) \\ \frac{-g}{F(0)} \left(\frac{1}{i\omega} \eta(x,t) + k \right) &= \frac{i\omega}{F'(0)} \eta(x,t) \\ \frac{-g}{i\omega} \eta(x,t) - gk &= \frac{i\omega}{F'(0)} \eta(x,t) \\ \frac{-g}{i\omega} \eta(x,t) - \frac{i\omega}{F'(0)} \eta(x,t) - gk &= 0 \\ \left(\frac{-g}{i\omega} - \frac{i\omega}{F'(0)} \right) \eta(x,t) - gk &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.34i)$$

$\left(\frac{-g}{i\omega} - \frac{i\omega}{F'(0)} \right)$ dan gk adalah sebuah koefisien yang tidak sama dengan nol

sehingga dapat diselesaikan seperti berikut

$$\left. \begin{aligned} \frac{-g}{i\omega} - \frac{i\omega}{F'(0)} &= 0 \\ -gF'(0) &= i^2 \omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.34j)$$

$$F'(0) = \frac{\omega^2}{g} \quad (2.34k)$$

$$-gk = 0$$

$$k = o \quad (2.34l)$$

Nilai $F'(0)$ pada persamaan (2.34k) dapat disubstitusi ke persamaan (2.34h) maka diperoleh

$$\left. \begin{aligned} f(x,t) &= \frac{i\omega}{\omega^2 - g} \eta(x,t) \\ f(x,t) &= \frac{ig}{\omega} \eta(x,t) \end{aligned} \right\} \quad (2.34m)$$

3. Pemisahan peubah berdasarkan persamaan Laplace

Berdasarkan persamaan (2.29) dengan asumsi fluida bergerak *irrotational* dan *incompressible* yang memenuhi persamaan Kontinuitas dan persamaan Laplace dalam arah x dan z, maka potensial kecepatan dapat diperoleh dengan melakukan pemisahan peubah.

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla}^2 \phi &= 0 \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.34n)$$

Berdasarkan persamaan (2.34) bahwa $\phi(x,z,t) = f(x,t)F(z)$, maka dapat dilakukan pemisahan peubah terhadap x dan z.

$$\frac{\partial^2 f(x,t)F(z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,t)F(z)}{\partial z^2} = 0$$

$$f_{xx}(x,t)F(z) + f(x,t)F_{zz}(z) = 0$$

Kedua ruas dibagi $f(x,t)F(z)$ maka

$$\frac{f_{xx}(x,t)}{f(x,t)} + \frac{F_{zz}(z)}{F(z)} = 0 \quad (2.34o)$$

Persamaan (2.34o) adalah persamaan diferensial total yang hasilnya adalah sebuah konstanta.

$$\frac{f_{xx}(x,t)}{f(x,t)} + \frac{F_{zz}(z)}{F(z)} = C$$

C adalah sebuah konsanta yang dimisalkan $\pm m^2$

$$\frac{f_{xx}(x,t)}{f(x,t)} = -m^2$$

$$\frac{F_{zz}(z)}{F(z)} = m^2$$

$$F_{zz}(z) - m^2 F(z) = 0$$

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} - m^2 F(z) = 0 \quad (2.34p)$$

Maka diperoleh solusi untuk persamaan (2.34p) adalah

$$F(z) = c_1 e^{mz} + c_2 e^{-mz} \quad (2.34q)$$

$$F'(z) = \frac{\partial(c_1 e^{mz} + c_2 e^{-mz})}{\partial z} = mc_1 e^{mz} + (-m)c_2 e^{-mz}$$

$$F'(z) = mc_1 e^{mz} - mc_2 e^{-mz}$$

Diketahui $F(0) = 1$ dan $F'(0) = \frac{\omega^2}{g}$ pada syarat batas $z=0$, maka nilai c_1 dan c_2 dapat diperoleh sebagai berikut.

$$F(0) = c_1 e^{m(0)} + c_2 e^{-m(0)} = 1$$

$$F(0) = c_1 + c_2 = 1 \quad (2.34r)$$

$$F'(0) = mc_1 e^{m(0)} - mc_2 e^{-m(0)} = \frac{\omega^2}{g}$$

$$F'(0) = mc_1 - mc_2 = \frac{\omega^2}{g} \quad (2.34s)$$

Dengan melakukan substitusi/eliminasi untuk persamaan (2.34r) dan (2.34s) diperoleh hasil c_1 dan c_2 sebagai berikut.

$$c_1 = \frac{m + \frac{\omega^2}{g}}{2m}$$

$$c_2 = \frac{m - \frac{\omega^2}{g}}{2m}$$

Solusi pada persamaan (2.34q) selanjutnya menjadi

$$F(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{m + \frac{\omega^2}{g}}{m} \right) e^{mz} + \frac{1}{2} \left(\frac{m - \frac{\omega^2}{g}}{m} \right) e^{-mz}$$

$$F(z) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\omega^2}{mg} \right) e^{mz} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega^2}{mg} \right) e^{-mz}$$

$$F(z) = \frac{1}{2} e^{mz} + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{mg} e^{mz} + \frac{1}{2} e^{-mz} - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{mg} e^{-mz}$$

$$F(z) = \frac{1}{2} (e^{mz} + e^{-mz}) + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{mg} (e^{mz} - e^{-mz}) \quad (2.34t)$$

$$\cosh(mz) = \frac{1}{2} (e^{mz} + e^{-mz}) \text{ dan } \sinh(mz) = \frac{1}{2} (e^{mz} - e^{-mz}) \text{ maka persamaan (2.34t)}$$

menjadi

$$F(z) = \cosh(mz) + \frac{\omega^2}{mg} \sinh(mz) \quad (2.34u)$$

Fungsi $f(x, t)$ telah diperoleh seperti pada persamaan (2.34m) dan $F(z)$ pada persamaan (2.34u). fungsi potensial kecepatan persamaan (2.34) menjadi

$$\phi(x, z, t) = \frac{ig}{\omega} \eta(x, t) \left[\cosh(mz) + \frac{\omega^2}{mg} \sinh(mz) \right] \quad (2.36)$$

Lampiran 11. Penjabaran persamaan 2.39 ke 2.40

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x, z, t)^- = \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, z, t)^+ \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \frac{ig}{\omega} \eta(x, t)^- \left[\cosh(mz) + \frac{\omega^2}{mg} \sinh(mz) \right]}{\partial x} = \frac{\partial \frac{ig}{\omega} \eta(x, t)^+ \left[\cosh(mz) + \frac{\omega^2}{mg} \sinh(mz) \right]}{\partial x} \quad (2.39a)$$

$$\frac{\partial \frac{ig}{\omega} (A e^{-i(kx-\omega t)} + A_r e^{i(kx+\omega t)}) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right]}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial \frac{ig}{\omega} A_T e^{-i(lkx-\omega t)} \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right]}{\partial x} \quad (2.39b)$$

$$\frac{ig}{\omega} \left(-ikA e^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] =$$

$$\frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(lkx-\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] \quad (2.40)$$

Lampiran 12. Penjabaran persamaan 2.42 ke 2.43 dan 2.44

$$\int_{-h_1}^0 \frac{ig}{\omega} \left(-ikA e^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] dz =$$

$$\int_{-h_2}^0 \frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(lkx-\omega t)} \right) \left[\cosh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \sinh(kz) \right] dz \quad (2.42)$$

$$\frac{ig}{\omega} \left(-ikA e^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\sinh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \cosh(kz) \right] \Big|_{-h_1}^0 =$$

$$\frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(lkx-\omega t)} \right) \left[\sinh(kz) + \frac{\omega^2}{kg} \cosh(kz) \right] \Big|_{-h_2}^0 \quad (2.42a)$$

Penyelesaian persamaan (4.42a) pada ruas kiri sebagai berikut.

$$\frac{ig}{\omega} \left(-ikA e^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\sinh(k.0) + \frac{\omega^2}{kg} \cosh(k.0) - \left(\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} \cosh(kh_1) \right) \right]$$

72

$$\frac{ig}{\omega} \left(-ikAe^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[0 + \frac{\omega^2}{kg} \cdot 1 - \sinh(kh_1) - \frac{\omega^2}{kg} \cosh(kh_1) \right] \quad (2.42b)$$

$$\frac{ig}{\omega} \left(-ikAe^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right]$$

Penyelesaian persamaan (4.42a) pada ruas kanan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} & \frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(lkx-\omega t)} \right) \left[\sinh(k_t \cdot 0) + \frac{\omega^2}{kg} \cosh(k_t \cdot 0) - \left(\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} \cosh(k_t h_2) \right) \right] \\ & \frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(kx-\omega t)} \right) \left[0 + \frac{\omega^2}{kg} \cdot 1 - \sinh(k_t h_2) - \frac{\omega^2}{kg} \cosh(k_t h_2) \right] \\ & \frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(kx-\omega t)} \right) \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \end{aligned} \quad (2.42c)$$

Persamaan (4.42a) dapat ditulis kembali menjadi

$$\begin{aligned} & \frac{ig}{\omega} \left(-ikAe^{-i(kx-\omega t)} + ikA_r e^{i(kx+\omega t)} \right) \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] \\ & \frac{ig}{\omega} \left(-ikA_T e^{-i(kx-\omega t)} \right) \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \end{aligned} \quad (2.42d)$$

$$-(A - A_r) \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] = -A_T \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \quad (2.42e)$$

Diketahui hubungan koefisien refleksi dan transmisi adalah $A + A_r = A_T$.

Sehingga dapat diperoleh koefisien refleksi sebagai berikut.

$$\left. \begin{aligned}
 & A - A_r \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] = A + A_r \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \\
 & A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] - A_r \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] = \\
 & A \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] + A_r \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \\
 & A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] - A \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] = \\
 & A_r \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + A_r \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \\
 & A_r \left\{ \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \right\} = \\
 & A \left\{ \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] - \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.42f)$$

$$\frac{A_r}{A} = \frac{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right]}{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] - \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right]} \quad (2.42g)$$

$$K_R = \frac{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right]}{\left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] - \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right]} \quad (2.43)$$

Koefisien transmisi dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
A - A_T + A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] &= A_T \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \\
A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] - A_T \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] &= \\
A_T \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \\
A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] &= \\
A_T \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + A_T \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \\
2A \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] &= \\
A_T \left\{ \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + \left[\sinh(k_t h_2) + \frac{\omega^2}{k_t g} (1 - \cosh(k_t h_2)) \right] \right\} &
\end{aligned} \quad (2.43a)$$

$$\frac{A_T}{A} = \frac{2 \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right]}{\left\{ \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + \left[\sinh(k_1 h_2) + \frac{\omega^2}{k_1 g} (1 - \cosh(k_1 h_2)) \right] \right\}} \quad (2.43b)$$

$$K_T = \frac{2 \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right]}{\left\{ \left[\sinh(kh_1) + \frac{\omega^2}{kg} (1 - \cosh(kh_1)) \right] + \left[\sinh(k_1 h_2) + \frac{\omega^2}{k_1 g} (1 - \cosh(k_1 h_2)) \right] \right\}} \quad (2.44)$$

Lampiran 13. Penjabaran persamaan 2.55 ke 2.56

$$\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} K_R = \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} (I + K_R) \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} K_R &= \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} K_R \\ \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} &= \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} K_R + \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} K_R \\ \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} &= K_R \left(\frac{h_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{h_1}{\sqrt{h_1}} \right) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (2.55a)$$

$$\begin{aligned} K_R &= \frac{\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_2}{\sqrt{h_2}}}{\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{h_2}{\sqrt{h_2}}} \\ K_R &= \frac{\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_2}{\sqrt{h_2}}}{\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{h_2}{\sqrt{h_2}}} \cdot \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1} \sqrt{h_2}} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (2.55b)$$

$$K_R = \frac{\frac{h_1\sqrt{h_2}}{h_1\sqrt{h_2}} - \frac{h_2\sqrt{h_2}}{h_2\sqrt{h_1}}}{\frac{h_1\sqrt{h_2}}{h_1\sqrt{h_2}} + \frac{h_2\sqrt{h_2}}{h_2\sqrt{h_1}}} \\ K_R = \frac{I - \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}}{I + \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}} \quad (2.56)$$

Lampiran 14. Penjabaran persamaan 2.57 ke 2.58

$$\frac{h_1}{\sqrt{h_1}} - \frac{h_1}{\sqrt{h_1}}(K_T - I) = \frac{h_2}{\sqrt{h_2}} K_T \quad (2.57)$$

$$2\left(\frac{h_1}{\sqrt{h_1}}\right) = \left(\frac{h_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{h_1}{\sqrt{h_1}}\right) K_T \quad (2.57a)$$

Membagi kedua ruas dengan $\left(\frac{h_1}{\sqrt{h_1}}\right)$, maka diperoleh

$$K_T = \frac{2}{\left(\frac{h_1}{h_2} + \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}\right)} \quad (2.57b)$$

$$K_T = \frac{2\left(\frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}\right)}{I + \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}} \quad (2.58)$$

Lampiran 15. Data Batimetri

1. Data batimetri $h_2/h_1 = 0,15$

Bathymetry(hd1)
0.36
0.36
0.36
0.36
0.36
0.36
0.36
0.36
0.36
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054
0.054

2. Data batimetri $h_2/h_1 = 0,2$

3. Data batimetri $h_2/h_1 = 0,25$

4. Data batimetri $h_2/h_1 = 0,3$

Lampiran 16. Script Model Input SWASH

```

*****HEADING*****
$ PROJ TAssss01' TAI'           $Nama project
$ MODIFIKASI KASUS 6. LENGKAPI DGN SPONGE LAYER
$ 
$ --|-----|-
$ | This SWASH input file is part of the bench mark tests for | 
$ | SWASH. More information about this test can be found in | 
$ | an accompanied document. | 
$ --|-----|-
$ *****MODEL INPUT*****
$ MODE DYN ONED          $Dimensi model [1D]
$ CGRID 0. 0. 30. 0. 1200 0   $Dimensi grid komputasi [xpc] [ypc] [alpc] [xlenc] [ylenc] [mxc] [myc]
$ VERT 1                  $Skema grid vertical (lapisan vertikal)
$ INPGRID BOTTOM 0. 0. 30 0 1. 1.      $Input grid bottom level [xpinp] [ypinp] [alpinp] [mxinp] [myinp] [dxinp] [dyinp]
READINP BOTTOM 1.0 'hd1.bot' 1 1 FREE  $Bidang input batimetri [fac] data batimetri [idla] [nhedf]
$ INIT zero                $Initial water level dan komponen kecepatan di setting nol.
$ BOU SIDE W CCW BTYPE VEL SMOO 1.5 SEC CON FOUR 0. 0.12 4.1866 90.   $Inputan data T, zero, Hi, omega, fasa
BOU SIDE E CCW BTYPE SOMMERFELD
SPON EAST 5.  $Panjang sponge layer 5 m di timur
$ FRIC CONSTANT 0.          $Gesekan nol
VISC 0.          $Viskositas nol
NONHYDrostatic  $Kasus Nonhidrostatik
$ DISCRET UPW FROMM        $UPWind(type diskretisasi utk pers. Momentum), Fromm's scheme {kappa=0}
DISCRET UPW UMOM V NONE    $UMOM(diskretisasi utk utk pers. Momentum u/v)
DISCRET CORR FIRST         $NONE(no upwinding), CORR(type diskretisasi utk kedalaman)
$ FIRSTORDER=indicates that the standard first order upwind scheme is used.
$ ***** OUTPUT REQUESTS *****          $Keluaran yg diinginkan
$ POINTS X01' 0.0 0.          $Penempatan letak PROBE
POINTS X11' 5.0 0.          $Penempatan letak PROBE
POINTS X21' 10.0 0.          $Penempatan letak PROBE
POINTS X31' 11.0 0.          $Penempatan letak PROBE
POINTS X41' 15.0 0.          $Penempatan letak PROBE
POINTS X51' 16.0 0.          $Penempatan letak PROBE
POINTS X61' 17.5 0.          $Penempatan letak PROBE
POINTS X71' 25.0 0.          $Penempatan letak PROBE
$ QUANTITY HSIG 'Hs' 'Significant wave height' DUR 90 MIN
QUANTITY HRMS 'Hrms' 'root mean squared wave height' DUR 90 MIN
QUANTITY SETUP 'St' 'Wave Set-up' DUR 90 MIN          $Data-data yang diinginkan berdurasi 90 mnt
QUANTITY WATLEV 'WL' 'Water Level' DUR 90 MIN
QUANTITY BOTLEV 'BL' 'Bottom Level'
QUANTITY XP 'Xp' 'X distance' HEXP 1000
$ TABLE 'X01' NOHEAD 'X01.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC
TABLE 'X11' NOHEAD 'X11.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC
TABLE 'X21' NOHEAD 'X21.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC
TABLE 'X31' NOHEAD 'X31.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC
TABLE 'X41' NOHEAD 'X41.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC
TABLE 'X51' NOHEAD 'X51.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC
TABLE 'X61' NOHEAD 'X61.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC
TABLE 'X71' NOHEAD 'X71.tab' TSEC WATL OUTPUT 000000.000 0.01 SEC          $spasi 0.01 detik untuk setiap probe
$ FRAME PT' 0. 0. 0. 30. 0. 1000 0          $grid frame model [xpfr] [ypfr] [alpfr] [xlenfr] [ylenfr] [mxfr] [myfr]
TABLE 'PT' HEAD '1.tab' XP HSIG HRMS SETUP BOTLEV WATLEV          $menamakan keluaran dan jenisnya
$ TEST 1,0
COMPUTE 000000.000 0.1 SEC 000080.000          $waktu komputasi sebanyak 80 spasi 0.1 detik
STOP          $hentikan komputasi

```

Lampiran 17. Script Definisi Sketsa Model

```
%Language : Matlab R2017a;
%Authors : Fatma Jamil;
%E-mail : fatmajamilp20@gmail.com
%Affiliation: Geophysics Study Program, Departement of
Geophysics, Hasanuddin Univ;
%% declare subplot type
subplot(5, 1, 'Gap', [.01 .03], 'XTickL', 'Margin', 'YTickL',
'Margin');
%% panjang kolam dan MWL
b=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
c= [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 10 11 12 13 14 15 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29 30];
%% h2/h1=0.333
a=[-0.36 -0.36 -0.36 -0.36 -0.36 -0.36 -0.36 -0.36 -0.36 -0.36
-0.36 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -
0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -0.054 -
0.054 -0.054 -0.054];
plot (c,a,'b',c,b,'r');
ylabel('Kedalaman(m)');
xlabel('Distance(m)');
axis([0 30 -0.36 0.1]);
```

Lampiran 18. Script menghitung dan plot koefisien transmisi

```
%Language : Matlab R2017a;
%Authors : Fatma Jamil;
%E-mail : fatmajamilp20@gmail.com
%Affiliation: Geophysics Study Program, Departement of
Geophysics,
%Hasanuddin Univ;
%% load data water level
clear all
load S10.tab;
load S11.tab;
load S12.tab;
load S13.tab;
load S14.tab;
load S15.tab;
load S16.tab;
load S17.tab;
load S18.tab;
load S19.tab;
load S20.tab;
load S21.tab;
load S22.tab;
load S23.tab;
load S24.tab;
load S25.tab;
load S26.tab;
load S27.tab;
load S28.tab;
load S29.tab;
load S30.tab;
```

```

%% parameter input
H1=0.032;
H2=0.042; %tinggi gelombang datang
H3=0.052;
L4=1.4337;
L5=1.6577;
L6=1.8775;      %panjang gelombang
L7=2.0935;
L8=2.3058;
L9=2.5152;
L10=2.722;
L11=2.9266;
L12=3.1295;
L13=3.3308;
L14=3.5307;
%% menghitung tinggi gelombang transmisi
X10 = S10(576:867,:);
Ht10 = max(X10(:,6))-min(X10(:,6));
X11 = S11(576:867,:);
Ht11 = max(X11(:,6))-min(X11(:,6));
X12 = S12(576:867,:);
Ht12 = max(X12(:,6))-min(X12(:,6));
X13 = S13(576:867,:);
Ht13 = max(X13(:,6))-min(X13(:,6));
X14 = S14(576:867,:);
Ht14 = max(X14(:,6))-min(X14(:,6));
X15 = S15(576:867,:);
Ht15 = max(X15(:,6))-min(X15(:,6));
X16 = S16(576:867,:);
Ht16 = max(X16(:,6))-min(X16(:,6));
X17 = S17(576:867,:);
Ht17 = max(X17(:,6))-min(X17(:,6));
X18 = S18(576:867,:);
Ht18 = max(X18(:,6))-min(X18(:,6));
X19 = S19(576:867,:);
Ht19 = max(X19(:,6))-min(X19(:,6));
X20 = S20(576:867,:);
Ht20 = max(X20(:,6))-min(X20(:,6));
X21 = S21(576:867,:);
Ht21 = max(X21(:,6))-min(X21(:,6));
X22 = S22(576:867,:);
Ht22 = max(X22(:,6))-min(X22(:,6));
X23 = S23(576:867,:);
Ht23 = max(X23(:,6))-min(X23(:,6));
X24 = S24(576:867,:);
Ht24 = max(X24(:,6))-min(X24(:,6));
X25 = S25(576:867,:);
Ht25 = max(X25(:,6))-min(X25(:,6));
X26 = S26(576:867,:);
Ht26 = max(X26(:,6))-min(X26(:,6));
X27 = S27(576:867,:);
Ht27 = max(X27(:,6))-min(X27(:,6));
X28 = S28(576:867,:);
Ht28 = max(X28(:,6))-min(X28(:,6));

```

```

X29 = S29(576:867,:);
Ht29 = max(X29(:,6))-min(X29(:,6));
X30 = S30(576:867,:);
Ht30 = max(X30(:,6))-min(X30(:,6));
X31 = S31(576:867,:);
Ht31 = max(X31(:,6))-min(X31(:,6));
X32 = S32(576:867,:);
Ht32 = max(X32(:,6))-min(X32(:,6));
X33 = S33(576:867,:);
Ht33 = max(X33(:,6))-min(X33(:,6));
X34 = S34(576:867,:);
Ht34 = max(X34(:,6))-min(X34(:,6));
X35 = S35(576:867,:);
Ht35 = max(X35(:,6))-min(X35(:,6));
X36 = S36(576:867,:);
Ht36 = max(X36(:,6))-min(X36(:,6));
X37 = S37(576:867,:);
Ht37 = max(X37(:,6))-min(X37(:,6));
X38 = S38(576:867,:);
Ht38 = max(X38(:,6))-min(X38(:,6));
X39 = S39(576:867,:);
Ht39 = max(X39(:,6))-min(X39(:,6));
X40 = S40(576:867,:);
Ht40 = max(X40(:,6))-min(X40(:,6));
X41 = S41(576:867,:);
Ht41 = max(X41(:,6))-min(X41(:,6));
X42 = S42(576:867,:);
Ht42 = max(X42(:,6))-min(X42(:,6));
%% menghitung koefisien transmisi
Kt10=Ht10/H1;
Kt11=Ht11/H2;
Kt12=Ht12/H3;
Kt13=Ht13/H1;
Kt14=Ht14/H2;
Kt15=Ht15/H3;
Kt16=Ht16/H1;
Kt17=Ht17/H2;
Kt18=Ht18/H3;
Kt19=Ht19/H1;
Kt20=Ht20/H2;
Kt21=Ht21/H3;
Kt22=Ht22/H1;
Kt23=Ht23/H2;
Kt24=Ht24/H3;
Kt25=Ht25/H1;
Kt26=Ht26/H2;
Kt27=Ht27/H3;
Kt28=Ht28/H1;
Kt29=Ht29/H2;
Kt30=Ht30/H3;
Kt31=Ht31/H1;
Kt32=Ht32/H2;
Kt33=Ht33/H3;
Kt34=Ht34/H1;

```

```

Kt35=Ht35/H2;
Kt36=Ht36/H3;
Kt37=Ht37/H1;
Kt38=Ht38/H2;
Kt39=Ht39/H3;
Kt40=Ht40/H1;
Kt41=Ht41/H2;
Kt42=Ht42/H3;
%% plot koefisien transmisi tiap tinggi undakan
T1=[Ht10 Ht11 Ht12 Ht13 Ht14 Ht15 Ht16 Ht17 Ht18 Ht19 Ht20
Ht21 Ht22 Ht23 Ht24 Ht25 Ht26 Ht27 Ht28 Ht29 Ht30 Ht31 Ht32
Ht33 Ht34 Ht35 Ht36 Ht37 Ht38 Ht39 Ht40 Ht41 Ht42]';
q1=[Kt10 Kt11 Kt12 Kt13 Kt14 Kt15 Kt16 Kt17 Kt18 Kt19 Kt20
Kt21 Kt22 Kt23 Kt24 Kt25 Kt26 Kt27 Kt28 Kt29 Kt30 Kt31 Kt32
Kt33 Kt34 Kt35 Kt36 Kt37 Kt38 Kt39 Kt40 Kt41 Kt42]';
x1=[H1/L4 H2/L4 H3/L4 H1/L5 H2/L5 H3/L5 H1/L6 H2/L6 H3/L6
H1/L7 H2/L7 H3/L7 H1/L8 H2/L8 H3/L8 H1/L9 H2/L9 H3/L9 H1/L10
H2/L10 H3/L10 H1/L11 H2/L11 H3/L11 H1/L12 H2/L12 H3/L12 H1/L13
H2/L13 H3/L13 H1/L14 H2/L14 H3/L14]';
f1 = fit(x1,q1,'power1')
hold on
figure(1)
plot(f1,x1,q1)
ylabel('Kt');
xlabel('Hi/L');
hold off
%%end

```



DEPARTEMEN GEOFISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
KAMPUS UNHAS TAMALANREA JL. PERINTIS KEMERDEKAAN KM. 10 Makassar 90245 Telp. (0411) 58634

KARTU KONTROL

SEMINAR TUGAS AKHIR MAHASISWA

Nama : Fatma Jamil
NIM : H22115021
Departemen : Geofisika
Nama Pembimbing TA : Prof. Dr. Dadang Ahmad S, M.Eng
Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng

NO	HARI/TANGGAL	KONSULTASI BIMBINGAN TUGAS AKHIR		PARAF/PEMBIMBING
		MATERI KONSULTASI		
1.	Jumat / 7 / 12 / 2019	Prof. Dadang	Mencantumkan topik penelitian	K
2.	Jumat / 10 / 12 / 2019	Prof. Dadang	Presentasi Jurnal yg jd	K
3.	Senin / 2 / 1 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi Bab 1	K
4.	Jumat / 5 / 1 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi Bab 1	K
5.	Jumat / 17 / 1 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi teori Penelitian	K
6.	Rabu / 16 / 6 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi Teori Penelitian	K
7.	Rabu / 27 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi proposal	K
8.	Jumat / 23 / 8 / 2019	Pale Ali	Asistensi Software	K
9.	Senin / 20 / 8 / 2019	Pale Ali	Asistensi penggunaan model swath	K
10.	Senin / 6 / 9 / 2019	Pale Ali	Asistensi Pengolahan dgn swath	K
11.	Selasa / 29 / 10 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi hasil (BAB 4)	K
12.	Jumat / 22 / 11 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi hasil (BAB 4)	K
13.	Senin / 25 / 11 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi draft Skripsi	K
14.	Selasa / 12 / 11 / 2019	Pale Ali	Asistensi hasil penulisan	K
15.	Senin / 2 / 12 / 2019	Pale Ali	Asistensi Draft Skripsi	K
16.	Rabu / 4 / 12 / 2019	Prof. Dadang	Asistensi draft Skripsi	K

Makassar, 20

Ketua Departemen Geofisika FMIPA Unhas

Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng

NIP. 196709291993031003