GRUP DAN ISOMORFISMA GRUP PADA *PYRAMINX*

SKRIPSI

NURHAFIZAH

H011191061

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

AGUSTUS 2023

GRUP DAN ISOMORFISMA GRUP PADA *PYRAMINX*

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

NURHAFIZAH

H011191061

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR

AGUSTUS 2023

HALAMAN PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Nurhafizah
Nim	: H011191061
Program Studi	: Matematika
Jenjang	: S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya yang berjudul:

Grup dan Isomorfisma Grup pada *Pyraminx*

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa tulisan skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 14 Agustus 2023

Yang menyatakan,

SEPULUH RIBU RUPIAH

TGL. 20

METERAI TEMPEL

FCAKX610674890

Nurhafizah

NIM. H011191061

GRUP DAN ISOMORFISMA GRUP PADA *PYRAMINX*

Disetujui oleh:

Pembimbing Utama,	Pembimbing Pertama,
Dra. Nur Erawaty, M.Si.	**Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.**
NIP. 19690912 199303 2 001	**NIP. 19680803 199202 1 001**

14 Agustus 2023

HALAMAN PENGESAHAN

GRUP DAN ISOMORFISMA GRUP PADA *PYRAMINX*

Disusun dan diajukan oleh

NURHAFIZAH

H011191061

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Pada tanggal, 14 Agustus 2023.

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,	**Pembimbing Pertama,**
Dra. Nur Erawaty, M.Si.	**Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.**
NIP. 19690912 199303 2 001	**NIP. 19680803 199202 1 001**

Ketua Program Studi Matematika,

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS HASANUDDIN DEPARTEMEN MATEMATIKA FAKULTAS MIPA

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.

NIP. 19700807 200003 1 002

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :

Nama	: Nurhafizah
NIM	: H011191061
Program Studi	: Matematika
Judul Skripsi	: Grup dan Isomorfisma Grup pada *Pyraminx*

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

Ketua	: Dra. Nur Erawaty, M.Si.	( )
Sekretaris	: Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.	( )
Anggota	: Naimah Aris, S.Si., M.Math.	( )
Anggota	: Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.	( )

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 14 Agustus 2023

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS HASANUDDIN DEPARTEMEN MATEMATIKA FAKULTAS MIPA

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Tidak lupa shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, keluarga dan para sahabat beliau. Skripsi ini berjudul "**Grup dan Isomorfisma Grup pada *Pyraminx***" disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar **Sarjana Sains (S.Si)** pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis menyadari bahwa tanpa adanya doa, bimbingan, motivasi serta nasehat dari berbagai pihak, penulis tidak dapat menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada kedua orang tua penulis, Bapak **M. Yusuf** dan Ibu **Rahmatia** yang senantiasa mendoakan dan memberikan kasih sayang kepada penulis selama berkuliah di Universitas Hasanuddin. Pada kesempatan ini juga, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. Bapak **Dr. Eng. Amiruddin** Selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta jajarannya.
3. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si**. selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
4. Ibu **Dra. Nur Erawaty, M.Si.** dan Bapak **Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.** selaku Dosen Pembimbing yang senantiasa sabar dan ikhlas serta meluangkan waktunya untuk membimbing dan memberikan motivasi kepada penulis di tengah kesibukannya.
5. Ibu **Naimah Aris, S.Si., M.Math.** dan Bapak **Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.** selaku Tim Penguji yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan masukan dan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penulisan skripsi ini.

6. Bapak dan Ibu **Dosen Departemen Matematika** yang telah memberikan banyak ilmu pengetahuan kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Program Studi Matematika serta **Staf Administrasi** yang membantu keperluan penulis dalam mengurus administrasi.
7. Teman-teman Prodi **Matematika 2019** yang telah membantu dan mendukung penulis selama ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, yang telah memberikan doa, motivasi dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

Akhir kata, semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan dari semua pihak bernilai ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 14 Agustus 2023

Nurhafizah

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMISI

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nurhafizah

Nim : H011191061

Program Studi : Matematika

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** ***(Non-exclusive Royalty- Free Right)*** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

Grup dan Isomorfisma Grup pada *Pyraminx*

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak Universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolah dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak cipta.

Demikan pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.
Dibuat di Makassar pada tanggal 14 Agustus 2023.

Yang menyatakan,

Nurhafizah

ABSTRAK

Pyraminx merupakan sebuah *twisty puzzle* yang berbentuk *tetrahedron* dengan 4 sisi. *Pyraminx* dimainkan dengan cara bagian bawah mendatar sepenuhnya dan bagian sisi depan menghadap kepada orang yang memegang *Pyraminx*. Tujuan dari permainan *Pyraminx* adalah mengacak warna, kemudian mengembalikan warna yang teracak ke posisi warna aslinya dengan cara memutar sisi-sisinya. Penelitian ini tidak membahas cara paling efektif dalam penyelesaian *Pyraminx* tetapi lebih difokuskan pada pembuktian bahwa pergerakan pada *Pyraminx* membentuk grup dan adanya isomorfisma grup dari grup pergerakan *Pyraminx* ke subgrup permutasi simetri S_{36} pada *Pyraminx*. Pertama, dibuktikan bahwa pergerakan pada *Pyraminx* membentuk grup dengan menggunakan 2 metode, yaitu pembuktian langsung di *Pyraminx* (grup pergerakan *Pyraminx*) dan melakukan permutasi pada himpunan A yang berisi label numerik berupa angka 1 sampai 36 pada *facet Pyraminx* dengan mengikuti pergerakan *Pyraminx* (subgrup permutasi simetri S_{36}). Selanjutnya, dibuktikan adanya isomorfisma grup dari grup pergerakan *Pyraminx* ke subgrup permutasi simetri S_{36} pada *Pyraminx*.

Kata Kunci: Grup, grup permutasi simetri S_{36}, subgrup, isomorfisma, *Pyraminx*.

Judul : Grup dan Isomorfisma Grup pada *Pyraminx*

Nama : Nurhafizah

Nim : H011191061

Program Studi : Matematika

ABSTRACT

Pyraminx is a twisty puzzle in the shape of a tetrahedron with 4 sides. Pyraminx is played with the bottom completely flat and the front side facing the person holding the Pyraminx. The goal of the Pyraminx game is to randomize the colors, then return the scrambled colors to their original color positions by rotating the sides. This research does not discuss the most effective way of solving Pyraminx but focuses more on proving that movements in Pyraminx form group and that there is a group isomorphism from the group of Pyraminx movements to the S_{36} *symmetry permutation subgroup in Pyraminx. First, it is proved that movements in Pyraminx form group using 2 methods, namely direct proof in Pyraminx (Pyaminx movement group) and performing permutations in set* A *containing numeric labels in the form of numbers 1 to 36 on Pyraminx facets by following the movements of Pyraminx (*S_{36} *symmetry permutation subgroup). Furthermore, it is proved that there is a group isomorphism from the Pyraminx movement group to the* S_{36} *symmetry permutation subgroup in Pyraminx.*

Keywords: Group, S_{36} *symmetry permutation group, subgroup, isomorphism, Pyraminx.*

Title : Group and Group Isomorphism in Pyraminx

Name : Nurhafizah

Student ID : H011191061

Study Program : Mathematics

DAFTAR ISI

DAFTAR NOTASI

Lambang	**Arti**
$\in$	Elemen atau anggota
$\emptyset$	Himpunan kosong
$\subseteq$	Himpunan bagian atau subset
$f : A \rightarrow B$	Fungsi dari himpunan A ke himpunan B
$(G,*)$	Grup G (himpunan G dengan operasi biner $*$)
e	Elemen identitas
a^{-} atau $-a$	Invers dari a
$\leq$	Subgrup
$G = \langle S \rangle$	G dibangun oleh S
S_n	Grup simetri pada n angka
$\cong$	Isomorfisma
$Ker\ \phi$	Kernel dari homomorfisma ϕ

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Aljabar abstrak atau aljabar modern merupakan salah satu bidang dalam program studi matematika yang mempelajari struktur aljabar seperti grup, gelanggang dan ring. Seiring perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi informasi yang sangat pesat, peran aljabar abstrak juga semakin bertambah penting. Contoh penerapan aljabar abstrak yang sering kita temui adalah simbol *Universal Product Code* (UPC) atau *barcode.* Dalam perkembangan ilmu persandian (*cryptography*) dan teori pengkodean (*coding theory*), aljabar abstrak juga memegang peranan penting. Besarnya peran aljabar abstrak pada disiplin ilmu lain menjadikannya sangat penting dan menarik untuk dipelajari.

Teori grup merupakan salah satu cabang dari aljabar abstrak yang mempelajari tentang grup. Dalam matematika, grup adalah suatu struktur aljabar yang terdiri dari sebuah himpunan dan sebuah operasi biner yang terdefinisi pada himpunan tersebut, serta himpunan beserta operasinya itu harus memenuhi beberapa sifat-sifat tertentu yang biasa disebut aksioma grup.

Masalah yang sering dihadapi dalam pembelajaran teori grup adalah kebanyakan mahasiswa dituntut untuk memahami konsep matematika yang cenderung abstrak dan mengharuskan mereka untuk melakukan pembuktian yang teliti dan logis. Hal semacam inilah yang akan membuat mahasiswa semakin kehilangan minat dalam belajar teori grup. Padahal teori grup memiliki banyak penerapan dalam kehidupan nyata dan perkembangan ilmu lainnya. Teori grup menempati posisi utama dalam matematika. Grup memainkan peran utama dalam berbagai bidang diantaranya teori pengkodean, perhitungan, dan pembelajaran mengenai simetri, biologi, kimia, dan fisika telah banyak memanfaatkan teori grup. (Judson, 2014)

Upaya yang dapat dilakukan untuk menghadapi masalah tersebut adalah dengan memberikan contoh nyata, gambaran atau visualisasi dari aljabar itu sendiri, terutama teori grup, sehingga mahasiswa akan lebih mudah memahami materi teori grup ini.

Salah satu objek konkret yang erat kaitannya dengan grup adalah permainan rubik. Rubik merupakan permainan sejenis *puzzle* yang ditemukan pada tahun 1974 oleh seorang profesor di bidang arsitektur yang berasal dari Hungaria bernama Erno Rubik. Rubik yang ditemukan oleh Erno Rubik ini dianggap sebagai pelopor berkembangnya permainan rubik bentuk lain, salah satunya yaitu *Pyraminx*. Pada tahun 1970, Uwe Meffert sudah membuat desain *Pyraminx*. Namun, *Pyraminx* baru pertama kali diproduksi pada tahun 1981 oleh Tomy Toys dari Jepang. Uwe Meffert mengatakan jika bukan karena penemuan rubik oleh Erno Rubik, *Pyraminx* miliknya tidak akan pernah diproduksi.

Pyraminx merupakan sebuah *twisty puzzle* yang berbentuk *tetrahedron* dengan 4 sisi. Bentuknya menyerupai piramida. *Pyraminx* memiliki 4 *corner tip*, 4 *axial piece* dan 6 *edge piece*. *Corner* adalah sudut *Pyraminx*, *axial* adalah lapisan di bawah *corner*, sedangkan *edge* adalah bagian rusuk *Pyraminx*. *Pyraminx* juga memiliki 36 *facet*. *Facet* merupakan permukaan/lapisan berbentuk segitiga kecil pada tiap sisi *Pyraminx*. *Pyraminx* dimainkan dengan cara bagian bawah mendatar sepenuhnya dan bagian sisi depan menghadap kepada orang yang memegang *Pyraminx*. Tujuan dari permainan *Pyraminx* adalah mengacak warna, kemudian mengembalikan warna yang teracak ke posisi warna aslinya dengan cara memutar sisi-sisinya.

Kebanyakan orang beranggapan bahwa permainan rubik tidak memiliki kaitan dengan matematika karena permainan ini dapat diselesaikan tanpa menggunakan kemampuan berhitung. Hal ini tidak sepenuhnya benar, karena memang fokus utama dalam pembahasan teori grup bukanlah perhitungannya, tetapi sifat operasi yang membentuk grup tersebut. Pokok dari teori grup bukan tentang angka, namun lebih mengenai pola dan simetri, yang mana banyak dimiliki oleh permainan rubik.

Permainan rubik dapat dikaitkan dengan teori grup dan beberapa peneliti telah melakukan penelitian tentang hal tersebut. Pada tahun 2012, Kurnianingtyas, telah melakukan penelitian mengenai Grup dan Homomorfisma Grup pada Rubik *Revenge* yang membuktikan adanya homomorfisma grup dari grup pergerakan rubik ke grup permutasi simetri S_{96} pada rubik *revenge*. Tahun 2016, Ihsan, meneliti Aksi Grup dalam Pembentukan Homomorfisma pada *Rubik's Cube* yang memperlihatkan sebuah homomorfisma yang terbentuk akibat aksi grup ke himpunan *facet*-nya. Selain itu, penelitian lain pada tahun 2018, Safitri, meneliti mengenai Isomorfisma Grup pada Rubik *Revenge* yang membuktikan adanya isomorfisma grup dari grup pergerakan rubik ke grup permutasi simetri pada rubik *revenge*.

Penelitian ini tidak membahas cara paling efektif dalam penyelesaian *Pyraminx* tetapi lebih difokuskan pada pembuktian bahwa pergerakan pada *Pyraminx* membentuk grup dan adanya isomorfisma grup dari grup pergerakan *Pyraminx* ke subgrup permutasi simetri S_{36} pada *Pyraminx*. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk mengkaji lebih lanjut dan menuangkannya dalam bentuk Skripsi dengan judul:

"Grup dan Isomorfisma Grup pada *Pyraminx*"

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan diatas, rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana membuktikan bahwa pergerakan pada *Pyraminx* membentuk grup?
2. Bagaimana membuktikan adanya isomorfisma grup dari grup pergerakan *Pyraminx* ke subgrup permutasi simetri S_{36} pada *Pyraminx*?

1.3. Batasan Masalah

Adapun batasan-batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Rubik yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Pyraminx* $(3 \times 3 \times 3)$.
2. Kondisi awal *Pyraminx* dimisalkan dengan warna merah sebagai sisi depan (*Front*), warna kuning sebagai sisi kanan (*Right*), warna hijau sebagai sisi kiri (*Left*) dan warna biru sebagai sisi bawah (*Down*).
3. Jenis pergerakan *Pyraminx* yang digunakan pada penelitian ini yaitu pergerakan searah jarum jam.

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Membuktikan bahwa pergerakan pada *Pyraminx* membentuk grup.
2. Membuktikan adanya isomorfisma grup dari grup pergerakan *Pyraminx* ke subgrup permutasi simetri S_{36} pada *Pyraminx*.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah:

1. Sebagai alternatif media pembelajaran materi teori grup dengan contoh konkret visualisasi teori grup dalam bentuk permainan *Pyraminx*.
2. Mendorong peneliti lain untuk melakukan penelitian lebih lanjut terkait teori grup pada *Pyraminx* atau bentuk permainan yang lain.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi tentang beberapa definisi dan teorema yang relevan dengan topik penelitian. Serta berisi tentang beberapa konsep dasar dari *Pyraminx*.

2.1. Himpunan dan Relasi

Definisi 2.1

Himpunan adalah kumpulan objek-objek yang didefinisikan dengan baik, yaitu jika diberikan sebarang x dapat ditentukan apakah x termasuk ke dalam himpunan tersebut atau tidak. Objek yang termasuk dalam himpunan disebut elemen atau anggota. (Judson, 2014)

Contoh 2.1

(i) Kumpulan bilangan bulat positif.
(ii) Kumpulan bilangan genap.
(iii) Kumpulan mahasiswa pintar.
(iv) Kumpulan orang tinggi.

Bagian (i) dan (ii) merupakan kumpulan yang merupakan himpunan karena dapat didefinisikan dengan baik dan jelas sedangkan bagian (iii) dan (iv) kumpulan yang bukan merupakan himpunan karena tidak dijelaskan dengan baik kriteria seperti apa yang dimaksud sehingga dapat dikatakan mahasiswa pintar ataupun orang tinggi.

Himpunan biasanya dinotasikan dengan huruf besar. Dalam membentuk suatu himpunan, ada 2 metode yang dapat digunakan. Pertama, metode Roster (tabelaris) adalah metode yang menyebut atau mendaftar semua anggota, misalnya $A = \{rubik\ 2 \times 2 \times 2, rubik\ 3 \times 3 \times 3, rubik\ 4 \times 4 \times 4\}$, dimana A merupakan himpunan bentuk-bentuk rubik. Kedua, yaitu metode Rule. Metode Rule adalah metode yang menyebut syarat keanggotaannya. Notasi penggunaannya yaitu $B = \{\ a \mid syarat\ keanggotaan\ \}$.

Jika suatu objek merupakan elemen dari suatu himpunan maka dinotasikan dengan $\in$ sedangkan jika suatu objek bukan merupakan elemen dari suatu himpunan maka dinotasikan dengan $\notin$. (Erawaty dan Amir, 2016)

Definisi 2.2

Himpunan yang tidak memiliki elemen disebut himpunan kosong dan dinotasikan dengan $\emptyset$. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Definisi 2.3

Himpunan B *disebut himpunan bagian (subset) dari himpunan* A, *dinotasikan* $B \subseteq A$ *atau* $A \supseteq B$, *jika setiap elemen di* B *adalah elemen di* A. *Notasi* $B \subset A$ *atau* $A \supset B$ *digunakan jika* $B \subseteq A$ *tetapi* $A \neq B$. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Notasi $B \subseteq A$ artinya B termuat dalam A, sedangkan notasi $A \supseteq B$ artinya A memuat B.

Contoh 2.2

Misalkan $A = \{0,2,4,6,8,10\}$ dan $B = \{0,2,4\}$,
maka $B \subseteq A$ karena setiap elemen di B termuat dalam A dan juga karena $B \subseteq A$ tetapi $A \neq B$ maka dapat disimpulkan bahwa $B \subset A$.

Definisi 2.4

Misalkan A *dan* B *adalah dua himpunan. Maka himpunan* $A \times B = \{(a,b)|a \in A, b \in B\}$ *adalah hasil kali kartesian (cartesian product) dari* A *dan* B. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Contoh 2.3

Misalkan $A = \{1,2,3\}$ dan $B = \{a,b\}$,
maka hasil kali kartesian dari A dan B yaitu:

$$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b)(3,a),(3,b)\}.$$

Definisi 2.5

Relasi antara himpunan A *dan* B *adalah himpunan bagian* R *dari* $A \times B$. *Dibaca* $(a,b) \in R$ *yaitu "a relasi b" dan ditulis* aRb. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Dengan kata lain, relasi merupakan aturan yang memasangkan elemen-elemen di himpunan A dengan elemen-elemen di himpunan B.

Contoh 2.4

Misalkan,

$$A = \{Tika, Nuri, Iza\}$$

$$B = \{rubik\ 2 \times 2 \times 2, rubik\ 3 \times 3 \times 3, rubik\ 4 \times 4 \times 4\}$$

dan R adalah relasi bentuk rubik kesukaan.

Maka

$R = \{(a, b) \in A \times B \mid \text{bentuk rubik kesukaan}\}$

$\quad = \{(Tika, rubik\ 2 \times 2 \times 2), (Nuri, rubik\ 3 \times 3 \times 3), (Iza, rubik\ 4 \times 4 \times 4)\}.$

2.2. Fungsi

Definisi 2.6

Fungsi adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B $(f \subset A \times B)$ dimana untuk setiap $a \in A$ terdapat tepat satu $b \in B$ sehingga $(a, b) \in f$. Dengan kata lain, untuk setiap elemen di A, f memasangkan satu elemen di B. (Judson, 2014)

Adapun notasi dari fungsi yaitu:

$$f : A \to B \text{ atau } A \xrightarrow{f} B.$$

(dibaca: f adalah fungsi dari himpunan A ke himpunan B)

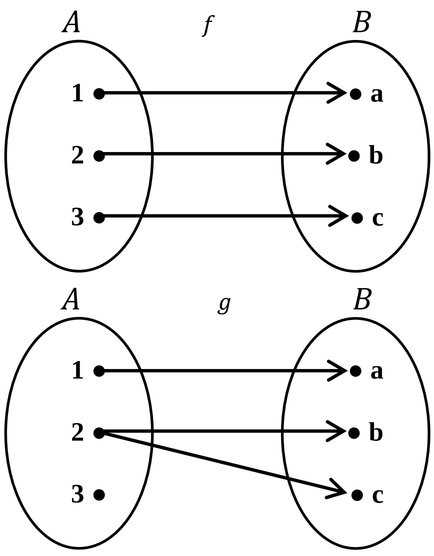
Himpunan A disebut *domain* dari f dan $f(A) = \{f(a) : a \in A\} \subset B$ disebut *range* atau *image* dari f.

Ada 2 syarat relasi f dari A ke B disebut fungsi (atau pemetaan) dari A ke B yaitu:

(i) Setiap elemen di A dihubungkan dengan elemen di B.

(ii) Tak ada elemen A yang dihubungkan dengan lebih dari satu elemen B.

Contoh 2.5



Gambar 2.1 Fungsi dan Bukan fungsi

Berdasarkan gambar di atas, terdapat dua buah relasi yaitu f dan g dari himpunan $A = \{1,2,3\}$ ke himpunan $B = \{a, b, c\}$. Pada relasi f merupakan sebuah fungsi sedangkan relasi g bukan merupakan sebuah fungsi karena $2 \in A$ dihubungkan dengan lebih dari satu elemen di B yaitu $g(2) = b$ dan $g(2) = c$.

Definisi 2.7

Fungsi $f : A \to B$ disebut fungsi satu-satu (injektif) jika untuk sebarang $a, b \in A$ dan $a \neq b$ maka $f(a) \neq f(b)$. Ekuivalen dengan, fungsi satu-satu jika $f(a) = f(b)$ maka $a = b$. (Judson, 2014)

Definisi 2.8

Fungsi $f : A \to B$ disebut fungsi pada (surjektif) jika untuk setiap $b \in B$ terdapat $a \in A$ sedemikian sehingga $f(a) = b$. (Sharma, Shah dan Shankar, 2011)

Definisi 2.9

Fungsi $f : A \to B$ disebut fungsi bijektif jika keduanya fungsi satu-satu dan pada. (Judson, 2014)

Contoh 2.6

Misalkan $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ dan didefinisikan $f(x) = x + 2,\ \forall x \in \mathbb{Z}$.

- Akan ditunjukkan bahwa f adalah fungsi satu-satu.

  Ambil sebarang $x, y \in \mathbb{Z}$.

  Jika $f(x) = f(y)$ maka $x + 2 = y + 2$, sehingga $x = y$.

  Jadi f adalah fungsi satu-satu.

- Akan ditunjukkan bahwa f adalah fungsi pada.

  Ambil sebarang $y \in \mathbb{Z}$.

  Pilih $x \in \mathbb{Z}$ sehingga $f(x) = y$.

  Karena $y = x + 2$ maka $x = y - 2$.

  Perhatikan bahwa, $f(x) = (y - 2) + 2 = y$.

  Jadi f adalah fungsi pada.

Karena f adalah fungsi satu-satu dan pada maka dapat disimpulkan bahwa f adalah fungsi bijektif.

Definisi 2.10

Jika $f : A \to B$ dan $g : B \to C$ adalah dua fungsi, maka komposisi dari f oleh g adalah fungsi $g \circ f : A \to C$ yang didefinisikan oleh:

$$(g \circ f)(a) = g\big(f(a)\big)$$

$\forall a \in A$. (Sharma, Shah dan Shankar, 2011)

Contoh 2.7

Misalkan $f(x) = x + 2$ dan $g(x) = 3x + 1$

maka komposisi fungsi dari f oleh g yaitu:

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g\big(f(x)\big)\\ &= g(x+2)\\ &= 3(x+2)+1\\ &= 3x+6+1\\ &= 3x+7.\end{aligned}$$

Jadi $(g \circ f)(x) = 3x + 7$.

Teorema 2.1

Misalkan $f : A \to B$, $g : B \to C$ dan $h : C \to D$. Maka komposisi fungsi bersifat asosiatif, yaitu, $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$. (Judson, 2014)

Bukti:

Untuk sebarang $a \in A$ maka,

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(a) &= h((g \circ f)(a))\\ &= h(g(f(a)))\\ &= (h \circ g)(f(a))\\ &= ((h \circ g) \circ f)(a).\end{aligned}$$

2.3. Grup

Definisi 2.11

Operasi biner $*$ pada himpunan S adalah fungsi

$$* : S \times S \to S.$$ (Fraleigh dan Brand, 2021)

Dari definisi diatas, operasi biner memiliki dua poin penting yaitu:

(i) Terdefinisikan dengan baik (*well-defined*) yaitu untuk setiap pasangan berurutan $a, b \in S$ dikawankan dengan tepat satu nilai $a * b$.

(ii) S tertutup di bawah operasi $*$ yaitu untuk setiap $a, b \in S$ maka $a * b$ masih dalam S.

Definisi 2.12

Grup $(G,*)$ *adalah himpunan* G *yang tertutup dibawah operasi biner* $*$ *sehingga aksioma-aksioma dibawah ini terpenuhi:*

(i) *Operasi biner* $*$ *bersifat asosiatif. Yaitu untuk setiap* $a, b, c \in G$ *berlaku* $(a * b) * c = a * (b * c)$.

(ii) *Terdapat elemen identitas e di* G *terhadap operasi biner* $*$, *sehingga untuk setiap* $a \in G$ *berlaku* $e * a = a * e = a$.

(iii) *Untuk setiap* $a \in G$, *terdapat elemen invers* a *di* G *yang dinotasikan* a^{-1}, *sehingga* $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Jika himpunan G dengan operasi biner $*$ adalah grup, biasanya dinotasikan dengan $(G,*)$.

Contoh 2.8

Himpunan semua bilangan bulat $\mathbb{Z}$ membentuk grup terhadap operator tambah aritmatik $'+'$ dinotasikan $(\mathbb{Z}, +)$.

Didefinisikan operasi biner $+$ pada $\mathbb{Z}$, yaitu untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}$ berlaku $a * b = a + b$. $(\mathbb{Z}, +)$ merupakan grup terhadap operasi $+$ karena ketiga aksioma grup terpenuhi:

(i) Ambil sebarang $a, b, c \in \mathbb{Z}$, maka

$$\begin{aligned}(a * b) * c &= (a + b) + c \\ &= a + b + c \\ &= a + (b + c) \\ &= a * (b * c).\end{aligned}$$

Jadi, operasi $+$ bersifat asosiatif.

(ii) Terdapat $0 \in \mathbb{Z}$, maka untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$ berlaku

$$\begin{aligned}0 * a &= 0 + a \\ &= a \\ &= a + 0 \\ &= a * 0.\end{aligned}$$

$0 \in \mathbb{Z}$ merupakan elemen identitas pada $\mathbb{Z}$.

(iii) Untuk sebarang $a \in \mathbb{Z}$ terdapat $-a \in \mathbb{Z}$, sehingga berlaku

$$\begin{aligned}a * (-a) &= a + (-a) \\ &= 0\end{aligned}$$

$$= (-a) + a$$
$$= (-a) * a.$$

Setiap elemen $a \in \mathbb{Z}$ memiliki elemen invers terhadap operasi $+$ yaitu $-a \in \mathbb{Z}$.

Definisi 2.13

Grup $(G,*)$ *disebut grup abel jika memenuhi hukum komutatif*

$$x * y = y * x$$

untuk setiap $x, y \in G$. (Rotman, 2003)

Contoh 2.9

$\mathbb{Z}_7$ adalah grup abelian terhadap operasi penjumlahan. Elemen 0 adalah identitas dalam grup tersebut, dan setiap elemen dari $\mathbb{Z}_7$ memiliki invers. Hal ini ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 2.1 Tabel $(\mathbb{Z}_7, +)$

$*$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	3	4	5	6	0	1
3	3	4	5	6	0	1	2
4	4	5	6	0	1	2	3
5	5	6	0	1	2	3	4
6	6	0	1	2	3	4	5

Teorema 2.2

Pada grup G *dengan operasi biner* $*$, *hanya ada satu elemen* e *di* G *sehingga* $e * a = a * e = a$ *untuk semua* $a \in G$. *Demikian pula untuk setiap* $a \in G$, *hanya ada satu elemen* a' *di* G *sehingga* $a' * a = a * a' = e$. *Singkatnya, elemen identitas dan invers untuk setiap elemen merupakan elemen unik di grup* G. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Bukti:

a) Jika e dan e' adalah elemen identitas di G, maka berlaku

$$e = e * e'$$
$$= e' * e$$

$$= e'.$$

Jadi elemen e di G merupakan elemen unik.

b) Jika a' dan a'' adalah invers dari a pada G, maka

$$\begin{aligned} a' &= a'e \\ &= a'(aa'') \\ &= (a'a)a'' \\ &= ea'' \\ &= a''. \end{aligned}$$

Jadi elemen invers di G merupakan elemen unik.

Definisi 2.14

Jika H himpunan bagian dari grup G yang tertutup di bawah operasi biner dan jika H itu sendiri adalah grup, maka H adalah subgrup dari G. Jika H merupakan subgrup dari grup G dinotasikan dengan $H \leq G$ atau $G \geq H$ dan jika $H \leq G$ tetapi $H \neq G$ dinotasikan dengan $H < G$ atau $G > H$. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Berdasarkan definisi diatas, $H \leq G$ jika memenuhi sifat:

(i) $H \subseteq G$.

(ii) H merupakan grup di bawah operasi biner yang sama dengan grup G.

Contoh 2.10

Apakah $H \leq G$ jika $H = \{0\}$ dan $G = \mathbb{Z}_3 = \{0,1,2\}$ merupakan grup di bawah operasi penjumlahan?

Akan dibuktikan bahwa $H \leq G$.

(i) Akan ditunjukkan bahwa $H \subseteq G$.

Karena elemen di H termuat dalam G maka $H \subseteq G$.

(ii) Akan ditunjukkan bahwa H merupakan grup di bawah operasi penjumlahan.

- Tertutup.

  Misalkan $0 \in H$ maka $0 + 0 = 0 \in H$.

- Bersifat asosiatif.

  Misalkan $a = 0, b = 0$ dan $c = 0 \in H$

  $$(a + b) + c = (0 + 0) + 0 = 0 + 0 = 0$$
  $$a + (b + c) = 0 + (0 + 0) = 0 + 0 = 0.$$

  Karena $(a + b) + c = a + (b + c) = 0$ maka H bersifat asosiatif.

- Memiliki elemen identitas.

  Pilih $e = 0 \in H$.

  Ambil sebarang elemen di H, misalkan $0 \in H$.

  Maka $0 + 0 = 0 + 0 = 0$.

  $0 \in H$ merupakan elemen identitas di H.

- Memiliki invers.

  Ambil sebarang elemen di H, misalkan $0 \in H$.

  Pilih $0 \in H$ sehingga $0 + 0 = 0 = e$.

  Maka invers dari 0 adalah 0.

Jadi terbukti bahwa $H \leq G$ di bawah operasi penjumlahan.

Definisi 2.15

Jika a adalah elemen dari grup G, order dari a didefinisikan sebagai bilangan bulat positif terkecil n sedemikian hingga $a^n = e$ dan ditulis $|a| = n$. Jika tidak ada bilangan bulat n, order a dikatakan tak hingga dan ditulis $|a| = \infty$ untuk menotasikan order a. (Judson, 2014)

Definisi 2.16

Misalkan G grup dan $S \subseteq G$. Himpunan S dikatakan membangun G atau S adalah himpunan dari generator G jika $G = \langle S \rangle$ dimana setiap elemen di G dapat ditulis sebagai perkalian berhingga (di bawah operasi grup) dari S beserta inversnya. (Chen, 2011)

2.4. Grup Permutasi dan Grup Simetri

Definisi 2.17

Permutasi pada himpunan A adalah fungsi $\phi : A \to A$ yang satu-satu dan pada. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Contoh 2.11

Misalkan $A = \{1,2,3\}$, maka salah satu permutasi $\sigma : A \to A$ yaitu:

$$\sigma(1) = 3$$
$$\sigma(2) = 1$$
$$\sigma(3) = 2.$$

Permutasi tersebut juga dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \sigma(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Komposisi fungsi $\circ$ adalah operasi biner dari himpunan semua permutasi pada himpunan A. Operasi ini disebut juga perkalian permutasi. Misalkan A adalah himpunan serta α dan β adalah permutasi dari A maka komposisi fungsi $\alpha \circ \beta$ didefinisikan secara sistematis yaitu:

$$A \overset{\alpha}{\to} A \overset{\beta}{\to} A$$

yang memberikan pemetaan A ke A.

Penulisan simbol $\alpha \circ \beta$ pada perkalian permutasi dapat ditulis secara *juxtaposition* $\alpha\beta$. Ingat bahwa komposisi fungsi atau perkalian permutasi dari $\alpha\beta$ pada A harus dibaca dari kanan ke kiri: pertama gunakan β kemudian α yaitu ($\alpha\beta(x) = \alpha(\beta(x))$).

Contoh 2.12

Misalkan terdapat dua permutasi yaitu:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

maka perkalian permutasi dari $\alpha\beta$ yaitu:

$$\begin{aligned} \alpha\beta &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Teorema 2.3

Misalkan A adalah himpunan tak kosong dan S_A adalah himpunan semua permutasi pada himpunan A. Maka S_A adalah grup di bawah operasi perkalian permutasi. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Bukti:

Perkalian permutasi didefinisikan sebagai komposisi fungsi.

(i) Kondisi asosiatif berlaku karena komposisi fungsi bersifat asosiatif.

(ii) Pada permutasi i sehingga $i(a) = a$ untuk setiap $a \in A$ bertindak sebagai identitas. Jadi, S_A memiliki elemen identitas.

(iii) Untuk permutasi σ, fungsi inversnya yaitu σ^{-1} adalah permutasi yang membalikkan arah pemetaan σ, yaitu $\sigma^{-1}(a)$ adalah elemen a' dari A sehingga $a = \sigma(a')$. Karena pemetaannya tepat satu elemen a', maka sebagai fungsi, σ adalah fungsi satu-satu dan pada. Untuk setiap $a \in A$,

$$i(a) = a = \sigma(a') = \sigma(\sigma^{-1}(a)) = (\sigma\sigma^{-1})(a)$$

dan juga

$$i(a') = a' = \sigma^{-1}(a) = \sigma^{-1}(\sigma(a')) = (\sigma^{-1}\sigma)(a').$$

Diperoleh $\sigma^{-1}\sigma$ dan $\sigma\sigma^{-1}$ keduanya adalah permutasi i. Jadi, S_A memiliki invers.

Karena ketiga aksioma grup terpenuhi maka S_A adalah grup di bawah operasi perkalian permutasi.

Definisi 2.18

Misalkan A adalah himpunan berhingga $\{1, 2, \dots, n\}$. Grup dari semua permutasi pada A disebut grup simetri pada n angka dan dinotasikan dengan S_n. (Fraleigh dan Brand, 2021)

Catatan: S_n memiliki $n!$ elemen.

Contoh 2.13

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$.

Semua permutasi $\pi : A \longrightarrow A$ yang mungkin dari himpunan A adalah

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \pi_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \pi_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\pi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \pi_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$S_A = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6\}$ maka $(S_A, \circ)$ adalah sebuah grup di bawah operasi perkalian permutasi, karena operasi perkalian permutasi pada S_A bersifat asosiatif, elemen π_1 adalah identitas dan setiap elemen dari S_A memiliki invers. Hal ini ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 2.2 Tabel $(S_A,\circ)$

$\circ$	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
π_1	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
π_2	π_2	π_3	π_1	π_6	π_4	π_5
π_3	π_3	π_1	π_2	π_5	π_6	π_4
π_4	π_4	π_5	π_6	π_1	π_2	π_3
π_5	π_5	π_6	π_4	π_3	π_1	π_2
π_6	π_6	π_4	π_5	π_2	π_3	π_1

Jadi terbukti bahwa $(S_A,\circ)$ merupakan sebuah grup di bawah operasi perkalian permutasi atau dengan kata lain $A = \{1, 2, 3\}$ adalah grup simetri pada 3 angka (S_3).

2.5. Homomorfisma dan Isomorfisma Grup

Definisi 2.19

Jika $(G,*)$ dan $(H,\circ)$ adalah grup, maka fungsi $f : G \to H$ adalah sebuah homomorfisma jika

$$f(x * y) = f(x) \circ f(y)$$

untuk setiap $x, y \in G$. Jika f juga fungsi bijektif, maka f disebut isomorfisma. Dua grup G dan H dikatakan isomorfik, dinotasikan $G \cong H$, jika terdapat isomorfisma antara $f : G \to H$. (Rotman, 2003)

Contoh 2.14

Misalkan $(\mathbb{Z}, +)$ dan $(2\mathbb{Z}, +)$ adalah grup. Didefinisikan $\phi : \mathbb{Z} \to 2\mathbb{Z}$ dengan $\phi(x) = 2x,\ \forall x \in \mathbb{Z}$. Akan ditunjukkan bahwa ϕ merupakan isomorfisma grup.

Untuk membuktikan bahwa ϕ suatu isomorfisma, maka ϕ haruslah suatu homomorfisma grup dan juga bijektif.

(i) Misalkan $x, y \in \mathbb{Z}$, maka

$$\begin{aligned}\phi(x + y) &= 2(x + y)\\ &= 2x + 2y\\ &= \phi(x) + \phi(y).\end{aligned}$$

Jadi ϕ merupakan homomorfisma grup.

(ii) Pertama, akan ditunjukkan bahwa ϕ adalah fungsi satu-satu.

Ambil sebarang $x, y \in \mathbb{Z}$.

Jika $\phi(x) = \phi(y)$ maka $2x = 2y$ sehingga $x = y$.

Jadi ϕ adalah fungsi satu-satu.

Selanjutnya, akan ditunjukkan bahwa ϕ adalah fungsi pada.

Ambil sebarang $y \in 2\mathbb{Z}$,

$$y = 2x.$$

Pilih $x \in \mathbb{Z}$.

Karena $y = 2x$ maka $x = \frac{y}{2}$.

Perhatikan bahwa, $\phi(x) = 2\left(\frac{y}{2}\right) = y$.

Diperoleh $\phi(x) = y$.

Jadi ϕ adalah fungsi pada.

Maka ϕ merupakan fungsi bijektif.

Karena ϕ merupakan homomorfisma grup dan juga fungsi bijektif maka dapat disimpulkan bahwa ϕ merupakan isomorfisma grup.

Definisi 2.20

Misalkan G dan H adalah grup, dan misalkan $\phi : G \to H$ adalah homomorfisma. Kernel dari ϕ didefinisikan sebagai himpunan

$$Ker\ \phi = \{x \in G \mid \phi(x) = e'\}$$

dimana e' adalah identitas di H. (Bhattacharya, Jain dan Nagpaul, 1995)

Karena $\phi(e) = e'$, maka $Ker\ \phi$ tidak kosong.

Contoh 2.15

Misalkan $(\mathbb{Z}, +)$ dan $(2\mathbb{Z}, +)$ adalah grup. Didefinisikan $\phi : \mathbb{Z} \to 2\mathbb{Z}$ dengan $\phi(x) = 2x,\ \forall x \in \mathbb{Z}$. Akan ditunjukkan $Ker\ \phi$ dari grup tersebut.

$$\begin{aligned} Ker\ \phi &= \{x \in \mathbb{Z} \mid \phi(x) = e'\} \\ &= \{x \in \mathbb{Z} \mid \phi(x) = 0\} \\ &= \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x = 0\} \\ &= \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 0\} \\ &= \{0\}. \end{aligned}$$

Jadi, $Ker\ \phi = \{0\}$.

Teorema 2.4

Sebuah homomorfisma $\phi : G \to H$ *adalah injektif jika dan hanya jika* $Ker\ \phi = \{e\}$. (Bhattacharya, Jain dan Nagpaul, 1995)

Bukti:

Misalkan ϕ adalah injektif, dan misalkan $x \in Ker\ \phi$.

Maka $\phi(x) = e' = \phi(e)$.

Jadi, $x = e$.

Oleh karena itu, $Ker\ \phi = \{e\}$.

Sebaliknya, misalkan $Ker\ \phi = \{e\}$. Maka

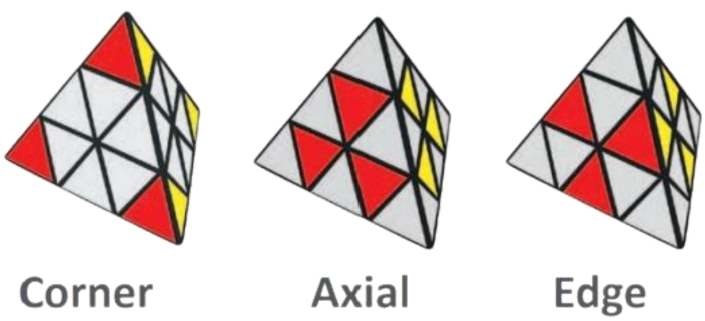
$$\begin{aligned} \phi(x) = \phi(y) &\Rightarrow \phi(xy^{-1}) = \phi(x)\phi(y)^{-1} = e' \\ &\Rightarrow xy^{-1} \in Ker\ \phi \\ &\Rightarrow xy^{-1} = e \\ &\Rightarrow x = y. \end{aligned}$$

Jadi, ϕ adalah injektif.

2.6. Struktur dan Notasi pada Pyraminx

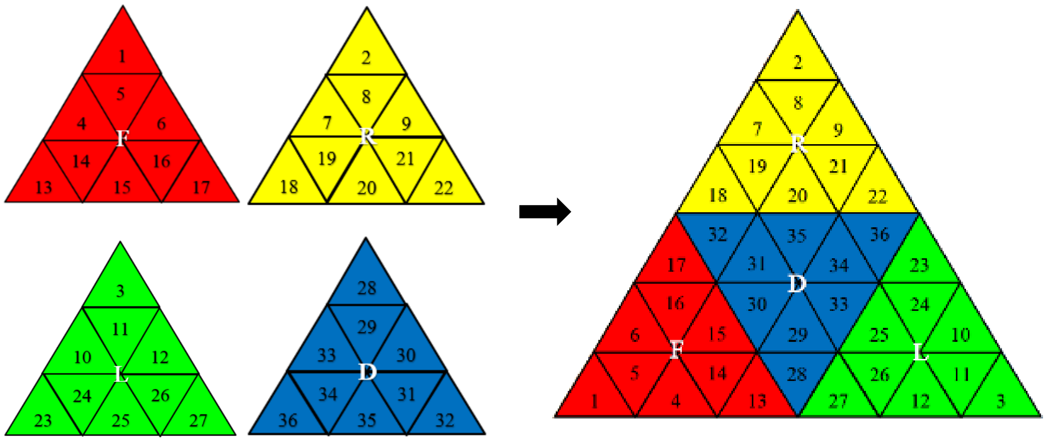
Pyraminx merupakan sebuah *twisty puzzle* yang berbentuk *tetrahedron* dengan 4 sisi. Bentuknya menyerupai piramida. Setiap sisi pada *Pyraminx* memiliki warna yang berbeda yaitu merah, kuning, hijau dan biru.

Pyraminx memiliki 4 *corner tip*, 4 *axial piece* dan 6 *edge piece*. *Corner* adalah sudut *Pyraminx*, *axial* adalah lapisan di bawah *corner*, sedangkan *edge* adalah bagian rusuk *Pyraminx*. Jika *Pyraminx* diacak, maka *edge peice* dapat berpindah posisi tetapi *axial* dan *corner* hanya berputar di tempatnya.



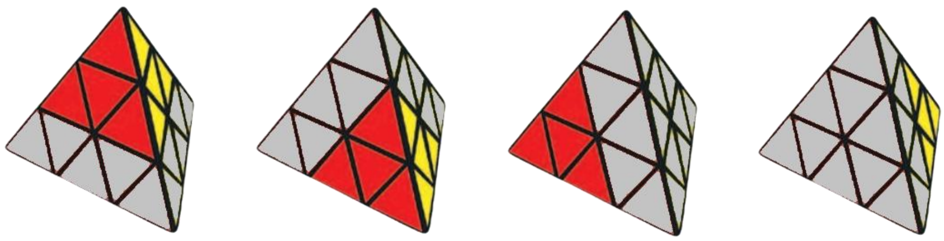
Gambar 2.1 *Corner*, *Axial* dan *Edge* pada Pyraminx

Pyraminx juga memiliki 36 *facet*. *Facet* merupakan permukaan/lapisan berbentuk segitiga kecil pada tiap sisi *Pyraminx*. Jika setiap *facet* pada sisi *Pyraminx* diberi label numerik berupa angka 1 sampai 36, akan diperoleh seperti gambar berikut.

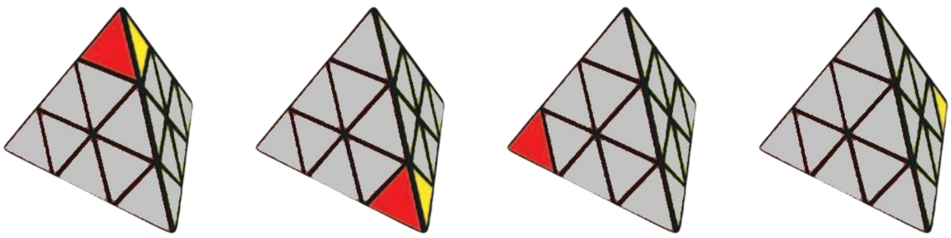


Gambar 2.2 Label numerik pada *facet Pyraminx*

Notasi yang digunakan pada *Pyraminx* yaitu *U* (2 sisi atas), *R* (2 sisi kanan), *L* (2 sisi kiri), *B* (2 sisi belakang), *u* (ujung bagian atas), *r* (ujung bagian kanan) *l* (ujung bagian kiri) dan *b* (ujung bagian belakang).



U **(2 sisi atas)**	***R*** **(2 sisi kanan)**	***L*** **(2 sisi kiri)**	***B*** **(2 sisi belakang)**



u **(ujung bagian atas)**	***r*** **(ujung bagian kanan)**	***l*** **(ujung bagian kiri)**	***b*** **(ujung bagian belakang)**

Gambar 2.3 Notasi pada *Pyraminx*

Pyraminx dimainkan dengan cara bagian bawah mendatar sepenuhnya dan bagian sisi depan menghadap kepada orang yang memegang *Pyraminx*. Tujuan dari permainan *Pyraminx* adalah mengacak warna, kemudian mengembalikan warna yang teracak ke posisi warna aslinya dengan cara memutar sisi-sisinya.