Analisis Kecenderungan Pemilihan *Smartphone* pada Mahasiswa Universitas Hasanuddin Menggunakan Teori Permainan dan Rantai Markov

SKRIPSI

KURNIA SAFITRI

H011191087

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

JULI 2023

ANALISIS KECENDERUNGAN PEMILIHAN *SMARTPHONE* PADA MAHASISWA UNIVERSITAS HASANUDDIN MENGGUNAKAN TEORI PERMAINAN DAN RANTAI MARKOV

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

KURNIA SAFITRI
H011191087

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
JULI 2023

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Kurnia Safitri

Nim : H011191087

Program Studi : Matematika

Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya yang berjudul

Analisis Kecenderungan Pemilihan *Smartphone* pada Mahasiswa Universitas Hasanuddin Menggunakan Teori Permainan dan Rantai Markov

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa tulisan skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 4 Juli 2023

Yang menyatakan,

METERAI TEMPEL

AC6A8AKX513714996

Kurnia Safitri

NIM: H011191087

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS KECENDERUNGAN PEMILIHAN *SMARTPHONE* PADA MAHASISWA UNIVERSITAS HASANUDDIN MENGGUNAKAN TEORI PERMAINAN DAN RANTAI MARKOV

Disusun dan diajukan oleh:

KURNIA SAFITRI

H011191087

Telah dipertahankan dihadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Pada tanggal, 4 Juli 2023

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,	Pembimbing Pertama,
Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.	**Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.**
NIP. 19680114 199412 1 001	**NIP. 19680601 199512 2 001**

Ketua Program Studi,

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.

NIP. 19700807 200003 1 002

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS HASANUDDIN DEPARTEMEN MATEMATIKA FAKULTAS MIPA

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis haturkan kehadirat Allah Subhanahu Wa Ta'ala atas berkat rahmat dan ridho-Nya yang senantiasa memberikan kesehatan dan kemampuan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta salam tidak lupa pula selalu tercurahkan kepada sebaik-baiknya suri tauladan, Baginda Nabi Muhammad Shallallahu alaihi Wa Sallam. Skripsi yang berjudul "**Analisis Kecenderungan Pemilihan *Smartphone* pada Mahasiswa Universitas Hasanuddin Menggunakan Teori Permainan dan Rantai Markov**" dibuat dan diajukan dengan tujuan untuk memenuhi salah satu syarat untuk mendapatkan gelar **Sarjana Sains (S.Si)** pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa dalam proses penyusunan skripsi ini tentu tidak lepas dari bantuan, dukungan, bimbingan, serta doa dari berbagai pihak. Sehingga, melalui kesempatan ini izinkan penulis untuk mengucapkan terima kasih kepada kedua orang tua penulis, Ibunda **Hadijah, A.Ma** dan Ayahanda **alm. Laganda** yang selalu mendoakan, memberikan dukungan, serta cinta dan kasih sayangnya selama penulis menempuh pendidikan hingga pada tahap penyusunan skripsi ini. Melalui kesempatan ini pula, penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya dan Bapak **Dr. Eng. Amiruddin** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya.
2. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.** selaku ketua Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
3. Bapak **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.** selaku pembimbing utama dan Ibu **Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.** selaku dosen pembimbing pertama, yang dengan sabar, tulus, dan ikhlas meluangkan waktu di tengah

kesibukan dan prioritasnya untuk membimbing dan memberikan masukan serta motivasi dalam proses penulisan skripsi ini.

4. Ibu **Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.** selaku Penasehat Akademik dan Tim Penguji yang telah memberikan saran dan motivasi selama penulis menempuh pendidikan sarjana. Terima kasih juga atas waktu yang telah diluangkan untuk memberikan masukan dan kritik yang membangun dalam penyempurnaan penulisan skripsi ini.
5. Bapak **Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.** selaku Tim Penguji yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan masukan dan kritik yang membangun dalam penyempurnaan penulisan skripsi ini.
6. **Bapak** dan **Ibu Dosen** yang telah memberikan banyak ilmu dan nasehatnya selama penulis menjadi mahasiswa Program Studi Matematika serta **Staff Administrasi** yang telah membantu dan memudahkan penulis dalam mengurus hal administrasi.
7. Saudara-saudara penulis yakni **Tina, Husna, Sahrul** dan **Tahra** yang selalu memberikan doa, dukungan, dan motivasinya selama penulis menempuh pendidikan.
8. Sahabat penulis, **Pute** yang selalu memberikan doa, dukungan, nasehat dan membantu penulis dari masa registrasi ulang hingga penyelesaian skripsi ini.
9. **Fitri, Anggi, Audy, Rizkha, Ananda** yang selalu membantu penulis dari awal perkuliahan hingga pada tahap penyelesaian skripsi ini. Terima kasih juga kepada **Pio, Qolbi, Toni, Ilham, Hanif** yang selalu memberikan bantuan dan dukungan selama bimbingan hingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
10. Teman-teman **Matematika 2019** dan **pol19on,** terima kasih atas bantuan dan dukungan selama perkuliahan serta kebersamaanya selama penulis menjadi mahasiswa di Universitas Hasanuddin.
11. Teman-teman **mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam angkatan 2019-2020** yang menjadi responden penelitian ini. Terima kasih atas waktu dan kesediaannya mengisi kuesioner sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Semoga teman-teman **Responden** selalu

diberikan kemudahan dan kelancaran selama menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.

12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, yang telah memberikan doa, dukungan, dan motivasinya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Akhir kata, semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah Subhanahu Wa Ta’ala. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi para pembacanya.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 4 Juli 2023

Kurnia Safitri

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMISI

Sebagai civitas akademica Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Kurnia Safitri

Nim : H011191087

Program Studi : Matematika

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

Analisis Kecenderungan Pemilihan *Smartphone* pada Mahasiswa Universitas Hasanuddin Menggunakan Teori Permainan dan Rantai Markov

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak Universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya,

Dibuat di Makassar pada tanggal 4 Juli 2023

Yang menyatakan,

Kurnia Safitri

ABSTRAK

Permintaan pasar terhadap pembelian *smartphone* terus meningkat yang mengakibatkan persaingan antar perusahaan semakin ketat. Akibatnya dibutuhkan pemilihan strategi yang tepat bagi perusahaan agar dapat bersaing dan mempertahankan pelanggannya. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kecenderungan pemilihan *smartphone* pada mahasiswa Universitas Hasanuddin menggunakan teori permainan dan rantai Markov. Dalam hal ini, teori permainan digunakan untuk menganalisis strategi optimum dan rantai Markov digunakan untuk menganalisis perpindahan pengguna melalui kecenderungan pemilihan *smartphone*. Penelitian ini menggunakan data primer dengan melibatkan 200 mahasiswa FMIPA Unhas sebagai responden penelitian. Melalui matriks *pay-off* dari ketiga perbandingan diperoleh permainan menghasilkan strategi optimum dengan penyelesaian strategi murni. Mahasiswa cenderung memilih Samsung karena strategi ketahanan produknya, memilih Oppo karena strategi harga dan kualitas kamera, serta memilih Vivo karena strategi harga dan desain produk. Pada analisis perpindahan pengguna menggunakan rantai Markov diperoleh probabilitas Samsung 0,897127287, Oppo 0,084773900, dan Vivo 0,018098813.

Kata Kunci: Strategi Optimum, Perpindahan Pengguna, *Smartphone*, Teori Permainan, Rantai Markov.

ABSTRACT

The market demand for smartphone purchases continues to increase, which results in increasingly fierce competition between companies. As a result, it is necessary to choose the right strategy for the company in order to compete and retain its customers. This study aims to determine the tendency of smartphone selection in Hasanuddin University students using game theory and Markov chains. In this case, game theory is used to analyze the optimum strategy and Markov chain is used to analyze user switching through smartphone selection trends. This research uses primary data by involving 200 FMIPA Unhas students as research respondents. Through the pay-off matrix of the three comparisons obtained, the game produces an optimum strategy with a pure strategy solution. Students tend to choose Samsung because of its product durability strategy, choose Oppo because of its price strategy and camera quality, and choose Vivo because of its price strategy and product design. In the analysis of user displacement using the Markov chain, the probability of Samsung is 0.897127287, Oppo is 0.084773900, and Vivo is 0.018098813.

Keywords: Optimum Strategy, User Switching, Smartphone, Game Theory, Markov Chain.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Perkembangan teknologi yang terjadi di Indonesia berkembang semakin pesat, termasuk pada bidang informasi dan komunikasi. Salah satu teknologi informasi dan komunikasi yang mengalami perkembangan signifikan yakni *smartphone*. *Smartphone* merupakan sebuah benda pipih kecil yang multifungsi dengan banyak fitur. *Smartphone* telah menjadi kebutuhan primer yang hampir dimiliki oleh setiap kalangan masyarakat. Pada kalangan mahasiswa, *smartphone* menjadi salah satu aspek yang membantu mahasiswa menunjang perkuliahan. Oleh karena itu, dibutuhkan *smartphone* dengan spesifikasi yang bagus dan dapat menampung hal-hal yang diperlukan mahasiswa, seperti *ebook*, foto dan video, aplikasi pembelajaran, dan sebagainya. Ketika membeli *smartphone,* mahasiswa sebaiknya mempertimbangkan beberapa hal, seperti RAM dan penyimpanan internal, kapasitas baterai, kamera, desain, kualitas kamera, ketahanan, dan yang paling utama adalah harga.

Berdasarkan artikel Portalsulut.com, Internasional Data Corporation (IDC) merilis hasil riset terkait *brand smartphone* yang menguasai pangsa pasar Indonesia kuartal II tahun 2022. IDC menyebutkan terdapat lima *brand smartphone* yang menguasai pangsa pasar di Indonesia yakni Oppo, Samsung, Vivo, Xiaomi, dan Realme. Oppo dengan pangsa pasar 20,6%, Samsung dengan pangsa pasar 20,2%, Vivo dengan pangsa pasar 17,8%, Xiaomi dengan pangsa pasar 15,6%, dan Realme pangsa pasar 13,7% (Pasambuna, 2022).

Artikel lain yang memuat terkait *brand smartphone* yang menguasai pasar di Indonesia dirilis oleh detikinet. Berdasarkan artikel tersebut, Canalys membagikan laporan terkait pasar *smartphone* selama kuartal ketiga 2022. Terdapat lima *brand* yang menguasai pasar di Indonesia diantaranya yakni Oppo dengan pangsa pasar 23%, Samsung dengan pangsa pasar 21%, Vivo dengan pangsa pasar 20%, Xiaomi dengan pangsa pasar 13%, dan Realme dengan pangsa pasar 12% (Rahman, 2022).

Seiring meningkatnya permintaan pasar terhadap pembelian *smartphone*, perusahaan *smartphone* juga semakin gencar untuk memproduksi *smartphone* versi terbaru. Hal ini mengakibatkan semakin banyak tipe *smartphone* yang beredar sekaligus membuat pelanggan kesulitan ketika memilih *smartphone*. Selain itu, hal ini juga membuat persaingan antar perusahaan *smartphone* semakin ketat dalam menciptakan inovasi-inovasi terbaru yang dapat memenuhi keinginan pelanggan. Ketatnya persaingan antar perusahan mengakibatkan dibutuhkan pemilihan strategi yang tepat agar perusahaan dapat mempertahankan pelanggannya.

Pemilihan strategi yang digunakan perusahaan dapat menggunakan bantuan teori permainan. Teori permainan merupakan suatu metode yang digunakan untuk mempertimbangkan akibat dari strategi yang diambil dan pengambilan strategi pemain lain sehingga teori permainan dapat digunakan untuk merumuskan masalah dan strategi yang tepat pada sebuah persaingan (Syaifuddin, 2011). Teori ini dikembangkan agar dapat digunakan untuk membantu pemain dalam proses pengambilan keputusan dengan menganalisis strategi persaingan antar pemain.

Penentuan strategi persaingan dilakukan dengan dua cara yakni permainan dengan strategi murni (*pure strategy game*) dan permainan dengan strategi campuran (*mix strategy game*). Permainan dengan strategi murni dimainkan hingga memperoleh *saddle point* atau titik kesetimbangan, namun ketika strategi murni tidak memperoleh *saddle point* maka permainan akan dilanjutkan dengan menggunakan strategi campuran. Apabila pada strategi campuran juga tidak ditemukan *saddle point* maka penyelesaian dari permainan ini akan lanjutkan dengan menggunakan salah satu dari metode alternatif yaitu metode grafik, aljabar matriks atau program linear.

Teori permainan digunakan untuk menganalisis strategi yang optimum dalam persaingan dan rantai Markov (*Markov chain)* digunakan untuk memprediksi pangsa pasar melalui kemungkinan perpindahan pelanggan pada masa mendatang. Analisis rantai Markov merupakan suatu metode yang digunakan dalam mempelajari sifat-sifat suatu variabel pada masa sekarang berdasarkan sifat-sifat dimasa lampau dalam upaya meramal sifat-sifat variabel tersebut di masa depan. Pada penganalisisan rantai Markov diperoleh suatu informasi probabilistik yang dipakai dalam membantu pembuatan keputusan melalui analisis deskriptif (Heripson, 2022). Sehingga, dengan melakukan perhitungan rantai Markov dapat diketahui minat konsumen terhadap produk *smartphone* yang dipasarkan.

Pada tahun 2019 Sari, dkk. melakukan penelitian yang berjudul "Pengaruh Bauran Pemasaran Terhadap Perpindahan Merek Pelanggan Restoran Cepat Saji di Karawang Menggunakan Metode *Markov Chain* dan *Game Theory*". Pada penelitian ini diperoleh data dari 113 responden yang valid dan reliabel. Tingkat perpindahan merek untuk restoran cepat saji X sebesar 33,2 %, Y sebesar 36,2% , dan Z sebesar 30,6%. Adapun strategi optimum yang digunakan strategi peningkatan promosi untuk restoran X dan strategi lokasi untuk restoran Y dan Z.

Pada tahun 2021 Azizah dan Sari melakukan penelitian dengan judul "Analisis *Brand Switching* dan Penentuan Strategi Pemasaran Produk *Bubble Tea* Menggunakan Metode *Markov Chain* dan *Game Theory*". Pada penelitian ini diperoleh *market share* produk *bubble tea* A sebesar 0,401 dan produk *bubble tea* B sebesar 0,599 dengan strategi optimum yang digunakan oleh masing-masing produk yakni varian rasa dan harga yang terjangkau. Pada tahun yang sama, Ridwan, dkk. juga melakukan penelitian yang berjudul "Analisis Strategi Bersaing Merek Mie Instan Menggunakan Teknik *Markov Chain* dan *Game Theory* (Studi Kasus Mie I Vs Mie S)" dengan hasil yang diperoleh yakni perpindahan merek mie instan untuk mie S mengalami penurunan sebesar 50% dan Mie I mengalami kenaikan sebesar 73,81%. Adapun strategi optimum yang digunakan oleh kedua merek tersebut yakni varian rasa, harga dan ukuran porsi.

Pada tahun 2022 Heripson melakukan penelitian dengan judul "Investigasi Penggunaan Merek Handphone di Provinsi Riau (Pendekatan Rantai Markov)". Dari hasil pengolahan data menggunakan rantai Markov diperoleh *market share* jumlah perpindahan merek handphone pada pembelian pertama dan kedua yakni Oppo dengan proporsi 28,0% ke 31,3%, Samsung dengan proporsi 20.0% ke 20,5%, Vivo dengan proporsi 11,0% ke 17,3%, iPhone dengan proporsi 8,0% ke 11,0%, Xiaomi dengan proporsi 11,0% ke 7,9%, dan Realmi dengan proporsi 4,0% ke 7%.

Berdasarkan penjabaran pada latar belakang dan penelitian-penelitian yang dilakukan sebelumnya, masalah yang diangkat pada penelitian ini adalah analisis strategi optimum berdasarkan kecenderungan pemilihan *smartphone* di Universitas Hasanuddin. Hasil penelitian ini selanjutnya dituangkan dalam tulisan skripsi dengan judul "Analisis Kecenderungan Pemilihan *Smartphone* pada Mahasiswa Universitas Hasanuddin Menggunakan Teori Permainan dan Rantai Markov".

I.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjabaran masalah persaingan perusahaan *smartphone* pada latar belakang, maka permasalahan yang diambil dalam penelitian ini yakni:

1. Bagaimana menganalisis strategi optimum berdasarkan kecenderungan pemilihan *smartphone* Samsung, Oppo, dan Vivo menggunakan teori permainan?
2. Bagaimana menganalisis perpindahan pelanggan pada *brand smartphone* Samsung, Oppo, dan Vivo menggunakan rantai Markov?

I.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan pada penelitian ini adalah terdapat tiga *brand smartphone* yang dijadikan sebagai objek penelitian yakni Samsung, Oppo, dan Vivo. Dengan 7 variabel yang akan digunakan dalam penelitian yakni RAM dan penyimpanan internal, kapasitas baterai, desain produk, kualitas kamera, ketahanan produk, serta harga. Adapun responden pada penelitian ini yakni mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam angkatan 2019-2022.

I.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini yakni:

1. Menganalisis strategi optimum berdasarkan kecenderungan pemilihan *smartphone* Samsung, Oppo, dan Vivo menggunakan teori permainan.
2. Menganalisis perpindahan pengguna pada *brand smartphone* Samsung, Oppo, dan Vivo menggunakan rantai Markov.

I.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yakni:

1. Menambah wawasan bagi peneliti terkait dengan teori permainan dan rantai Markov.
2. Menjadi masukan bagi perusahaan *smartphone* Samsung, Oppo, dan Vivo dalam membuat produk-produk baru dalam menggaet pelanggan yang lebih banyak.
3. Menjadi bahan referensi bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan topik permasalahan terkait teori permainan dan rantai Markov.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

II.1 *State of the Art*

Smartphone merupakan sebuah benda pipih kecil yang multifungsi dan dilengkapi dengan beberapa fitur. Fitur tersebut memungkinkan pengguna dapat melakukan hal lain selain bertukar informasi seperti browsing di internet, mengambil gambar atau video, membaca *ebook*, memutar audio dan video, dan masih banyak lagi. Saat ini, *smartphone* bukan merupakan kebutuhan tersier melainkan kebutuhan primer yang hampir semua dimiliki oleh lapisan masyarakat. Hal ini mengakibatkan permintaan pasar terhadap pembelian *smartphone* terus meningkat dan persaingan antar perusahaan *smartphone* semakin ketat.

Persaingan antar perusahaan *smartphone* mengakibatkan dibutuhkannya strategi yang optimum agar dapat memperoleh pangsa pasar. Selain strategi yang optimum, juga perlu analisis perpindahan pengguna dimasa mendatang agar perusahaan dapat mengantisipasi dengan meningkatkan strategi sehingga mencegah konsumen berpindah ke *brand* lain. Secara terurut penentuan strategi persaingan dan perpindahan pelanggan antar perusahaan *smartphone* dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematika melalui teori permainan dan rantai Markov. Terdapat beberapa penelitian terdahulu yang terkait teori permainan dan rantai Markov.

Penelitian terdahulu yang berkaitan dengan teori permainan dilakukan oleh Hidayat, dkk. pada tahun 2022 dengan judul "Penentuan Strategi Bersaing pada Dua *Brand Smartphone* Menggunakan Teori Permainan" dan populasi yang dipilih adalah mahasiswa Universitas Islam Bandung. Data penelitian yang diperoleh dari penyebaran kuesioner dan wawancara diuji menggunakan aplikasi *SPSS* 25 dan dinyatakan valid dan reliabel. Dari pengolahan data penelitian diperoleh strategi optimum yang digunakan adalah strategi murni dengan masing-masing strategi optimum yang diterapkan oleh kedua *brand* yakni *smartphone* S menggunakan strategi ketahanan produk dan *smartphone* O menggunakan strategi RAM.

Penelitian terdahulu yang berkaitan dengan rantai Markov dilakukan oleh Heripson pada tahun 2022 dengan judul “Investigasi Penggunaan Merek Handphone di Provinsi Riau (Pendekatan Rantai Markov)”. Dari hasil pengolahan data menggunakan rantai Markov diperoleh *market share* jumlah perpindahan merek handphone pada pembelian pertama dan kedua yakni Oppo dengan proporsi 28,0% ke 31,3% (naik), Samsung dengan proporsi 20.0% ke 20,5% (naik tipis), Vivo dengan proporsi 11,0% ke 17,3% (naik), iPhone dengan proporsi 8,0% ke 11,0% (naik), Xiaomi dengan proporsi 11,0% ke 7,9% (turun), dan Realmi dengan proporsi 4,0% ke 7% (naik).

Berdasarkan kedua penelitian tersebut, penelitian ini akan menggunakan teori permainan untuk menganalisis strategi optimum dalam persaingan dan rantai Markov untuk menganalisis perpindahan pengguna dari ketiga merek *smartphone* Samsung, Oppo dan Vivo.

II.2 Teori Permainan

Teori permainan merupakan salah satu teori matematika yang dapat dijadikan sebagai alternatif penyelesaian masalah terkait persaingan antara dua atau lebih pemain pada suatu kompetisi. Penggunaan teori permainan dimaksudkan agar dalam suatu kompetisi setiap pemain menggunakan strategi yang tepat sehingga setiap pemain dapat memaksimumkan kemenangan dan meminimumkan kekalahannya. Teori permainan pertama kali ditemukan pada tahun 1921 oleh seorang ilmuwan berkebangsaan Prancis yang bernama Emile Borel. Kemudian, pada tahun 1928 teori ini dikembangkan oleh John Von Neumann bersama Oskar Morgenstern sebagai alat untuk merumuskan perilaku dalam persaingan ekonomi. Pemilihan strategi yang digunakan oleh pemain menghasilkan keuntungan dan merugikan pemain lainnya (Adabawiyah, 2021).

Pada penyelesaian masalah menggunakan teori permainan, terdapat beberapa hal perlu diketahui yang disajikan pada matriks *pay-off* berikut ini:

Tabel 2. 1 Matriks *Pay-Off*

		Pemain Y			
		Y_1	Y_2	$\cdots$	Y_n
Pemain X	X_1	k_{11}	k_{12}	$\cdots$	k_{1n}
	X_2	k_{21}	k_{22}	$\cdots$	k_{2n}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	X_m	k_{m1}	k_{m2}	$\cdots$	k_{mn}

Unsur-unsur dasar teori permainan yang terdapat pada matriks *pay-off* Tabel 2.1 adalah sebagai berikut :

1. $X_1, X_2, \dots, X_m$ dan $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ adalah strategi alternatif yang akan digunakan oleh kedua pemain X dan Y. Strategi ini merupakan strategi yang akan digunakan pemain untuk mengatasi aksi yang mungkin diberikan oleh pemain lawan.
2. $k_{11}, k_{12}, k_{13}, \dots, k_{mn}$ adalah hasil yang diperoleh dari akibat penggunaan setiap strategi yang digunakan dalam permainan. Hasil k_{mn} yang diperoleh pemain X (keuntungan) berarti $-k_{mn}$ (kerugian) adalah hasil yang diperoleh bagi pemain Y.

II.2.1 Permainan Dua Pemain Jumlah Nol

Pada sebuah permainan pihak lawan yang dikenal juga sebagai pemain dimana setiap pemain memiliki beberapa alternatif atau strategi dalam memenangkan permainan (Taha, 2007). Strategi yang digunakan pemain memberikan keuntungan dan menimbulkan kerugian pada pemain lain. Permainan ini disebut sebagai permainan dua pemain jumlah nol dikarenakan nilai keuntungan yang diperoleh dari kemenangan sama besar dengan nilai kerugian yang diterima oleh pemain lain. Sehingga, ketika nilai keuntungan diakumulasikan dengan nilai kerugian pemain lain maka hasilnya akan sama dengan nol.

Misalkan terdapat dua pemain sebagai pemain X dan Y dengan jumlah banyaknya strategi m dan n. jika hasil permainan ini dimasukkan kedalam bentuk matriks *pay-off* dengan pemain X menggunakan strategi

i dan pemain Y menggunakan strategi j, maka hasil k_{ij} yang diperoleh pemain X berarti $-k_{ij}$ adalah hasil yang diperoleh bagi pemain Y (Taha, 2007). Penyelesaian hasil permainan yang direpresentasikan melalui matriks *pay-off* ini dapat diselesaikan dengan dua cara yakni penyelesaian permainan dengan menggunakan strategi murni (*pure strategy game*) dan strategi campuran (*mix strategy game*).

II.2.2 Titik Pelana (*Saddle Point*)

Titik pelana merupakan nilai titik kesetimbangan dari matriks *pay-off*, dikatakan sebagai titik kesetimbangan apabila nilai maksimin yang diperoleh sama dengan nilai minimaksnya. Adapun untuk nilai maksimin diperoleh dengan mengambil nilai maksimum dari baris minimum matriks *pay-off*, sedangkan untuk nilai minimaks diperoleh dengan mengambil nilai minimum dari kolom maksimum matriks *pay-off*.

II.2.3 Permainan dengan Strategi Murni (*Pure Strategy Game*)

Strategi murni merupakan penyelesaian permainan menggunakan satu strategi untuk memperoleh nilai titik kesetimbangan yang optimum. Kriteria yang digunakan dalam penggunaan strategi ini yakni kriteria maksimin bagi pemain baris dan kriteria minimaks bagi pemain kolom. Kriteria maksimin diperoleh dengan mencari nilai minimum dari setiap baris dan mengambil nilai maksimum dari nilai-nilai minimum tersebut. Adapun untuk kriteria minimaks diperoleh dengan mencari nilai maksimum dari setiap kolom dan mengambil nilai minimum dari nilai-nilai maksimum tersebut (Hidayat, dkk., 2022).

Pemain baris adalah pemain yang berusaha untuk memaksimumkan kemenangan dengan memilih strategi optimum melalui kriteria maksimin sedangkan pemain kolom adalah pemain yang berusaha meminumkan kekalahan dengan memilih strategi optimumnya melalui kriteria minimaks. Setelah pemilihan strategi optimum dari pemain baris dan pemain kolom, diperolehlah nilai maksimin dan minimaksnya. Apabila nilai maksimin sama dengan nilai minimaks yang diperoleh maka permainan ini memperoleh titik kesetimbangannya atau dengan kata lain permainan cukup diselesaikan menggunakan strategi murni saja. Namun, ketika nilai maksimin tidak sama dengan nilai minimaksnya, permainan ini dilanjutkan menggunakan penyelesaian strategi campuran.

Contoh 2.1 Strategi Murni

Dua perusahaan, A dan B, menjual dua merek obat demam. Perusahaan A beriklan di radio (A_1), televisi (A_2), dan surat kabar (A_3). Perusahaan B beriklan di radio (B_1), televisi (B_2), dan surat kabar (B_3). Matriks berikut merangkum persentase pasar yang diperoleh atau hilang dari mengiklankan obat demam tersebut di radio, televisi dan surat kabar.

Tabel 2. 2 Matriks *Pay-Off*

	Perusahaan B			
Perusahaan A	Strategi	B_1	B_2	B_3
	A_1	7	-3	8
	A_2	6	4	5
	A_3	4	3	-2

Penyelesaian:

Langkah 1

Untuk pemain baris (perusahaan A), pilih nilai yang terkecil untuk setiap baris dengan baris pertama nilai terkecilnya adalah -3, baris kedua nilai terkecilnya adalah 4, dan baris ketiga nilai terkecilnya adalah -2. Selanjutnya dari ketiga nilai terkecil tersebut, pilih nilai yang terbesar yakni 4 .

Langkah 2

Untuk pemain kolom (perusahaan B), pilih nilai yang terbesar untuk setiap kolom dengan kolom pertama nilai terbesarnya adalah 7, kolom kedua nilai terbesarnya adalah 4, dan kolom ketiga nilai terbesarnya adalah 8. Selanjutnya dari ketiga nilai terbesar tersebut, pilih nilai yang terkecil yakni 4.

Tabel 2. 3 Penyelesaian Strategi Murni

Strategi	B_1	B_2	B_3	Maksimin
A_1	7	-3	8	-3
A_2	6	4	5	4
A_3	4	3	2	-2
Minimaks	7	4	8	

Langkah 3

Pemilihan nilai maksimin bagi pemain baris dan nilai minimaks bagi pemain kolom sama yakni masing-masing memilih nilai 4, maka permainan sudah dapat dikatakan optimal karena telah ditemukan nilai permainan (*saddle point*) yang sama. Hasil optimal pemain yang masing-maing memilih nilai 4 berarti bahwa pemain A meskipun menginginkan pangsa pasar yang lebih besar, namun pemain A hanya bisa memperoleh pangsa pasar maksimal sebesar 4% bila menggunakan pengiklanan televisi. Sedangkan bagi pemain B, meskipun ingin kehilangan pangsa pasar yang lebih kecil, namun pemain B hanya bisa meminimalkannya kehilangan pangsa pasar sebesar 4% bila menggunakan pengiklanan televisi.

II.2.4 Permainan dengan Strategi Campuran (*Mix Strategy Game*)

Strategi campuran merupakan strategi yang digunakan apabila penyelesaian permainan menggunakan strategi murni tidak ditemukan nilai titik kesetimbangan atau *saddle point*. Pada penyelesaian permainan dengan strategi ini, pemain menggunakan lebih dari satu strategi agar memperoleh hasil yang optimum. Suatu permainan dikatakan optimal ketika setiap pemain menggunakan strategi-strategi yang tepat sehingga diperoleh titik kesetimbangan dari permainan.

Menurut (Rangkuti, 2013) ketika suatu permainan tidak diperoleh titik kesetimbangannya, maka alternatif penyelesaiannya yang dapat dilakukan oleh setiap pemain yakni dengan menetapkan distribusi peluang dari strategi yang digunakan. Secara matematis dituliskan seperti berikut:

X_i : peluang pemain X menerapkan strategi i dengan $i = 1,2, \dots, m$,

Y_j : peluang pemain Y menerapkan strategi j dengan $j = 1,2, \dots, n$, dengan m dan n adalah banyaknya startegi yang digunakan oleh kedua pemain. Sehingga, kedua pemain dapat menyebutkan strateginya dalam memainkan permainan dengan pemain X memberikan nilai $X_1, X_2, \dots, X_m$ dan pemain Y memberikan nilai $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$. Karena pada penggunaan strategi ini menggunakan konsep peluang maka hasil yang diperoleh tak negatif dan berjumlah 1. Sehingga, strategi $X_1, X_2, \dots, X_m$ dan $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ disebut sebagai strategi campuran.

Contoh 2.2 Strategi Campuran

Dua perusahaan *smartphone* A dan B bersaing untuk memperoleh pangsa pasar. Pada persaingan kedua perusahaan, Perusahaan A menggunakan 3 strategi yakni harga (A_1), ketahanan produk (A_2), dan desain (A_3). Perusahaan B juga menggunakan 3 strategi yakni harga (B_1), ketahanan produk (B_2), dan desain (B_3). Matriks berikut merangkum persentase pangsa pasar yang diperoleh dari penggunaan tiga strategi yakni harga, ketahanan produk dan desain.

Tabel 2. 4 Matriks *Pay-Off*

	Perusahaan B			
Perusahaan A	Strategi	B_1	B_2	B_3
	A_1	8	3	6
	A_2	7	5	4
	A_3	5	1	2

Penyelesaian:

Untuk pemain baris (perusahaan A), pilih nilai yang terkecil untuk setiap baris dengan baris pertama nilai terkecilnya adalah 3, baris kedua nilai terkecilnya adalah 4, dan baris ketiga nilai terkecilnya adalah 1. Selanjutnya dari ketiga nilai terkecil tersebut, pilih nilai yang terbesar yakni 4 .

Untuk pemain kolom (perusahaan B), pilih nilai yang terbesar untuk setiap kolom dengan kolom pertama nilai terbesarnya adalah 8, kolom kedua nilai terbesarnya adalah 5, dan kolom ketiga nilai terbesarnya adalah

6. Selanjutnya dari ketiga nilai terbesar tersebut, pilih nilai yang terkecil yakni 5.

Tabel 2. 5 Penyelesaian Strategi Murni

Strategi	B_1	B_2	B_3	Maksimin
A_1	8	3	6	3
A_2	7	5	4	4
A_3	5	1	2	1
Minimaks	8	5	6	

Nilai maksimin $\neq$ nilai minimaks, sehingga penyelesaian permainan dilanjutkan dengan strategi campuran dengan langkah-langkah berikut:

Langkah 1

Menghilangkan strategi yang menghasilkan keuntungan atau kerugian paling buruk. Perusahaan A sebagai pemain baris adalah pemain yang berusaha memaksimalkan permainan dengan menghasilkan keuntungan maksimal, sehingga strategi yang akan dihilangkan adalah strategi yang menghasilkan keuntungan paling sedikit yakni strategi desain (A_3). Sedangkan bagi perusahaan B sebagai pemain kolom yang berusaha untuk meminimalkan kerugian, maka strategi yang dihilangkan adalah strategi harga (B_1). Setelah perusahaan A dan B menghilangkan strategi yang merugikan, diperoleh tabel baru berikut:

Tabel 2. 6 Penyelesaian Strategi Campuran 1

Strategi	B_2	B_3
A_1	3	6
A_2	5	4

Langkah 2

Memberikan nilai probabilitas terhadap kemungkinan digunakannya kedua strategi bagi masing-masing pemain. Bagi perusahaan A, apabila kemungkinan keberhasilan strategi A_1 adalah p maka kemungkinan keberhasilan digunakannya strategi A_2 adalah $(1-p)$. Bagi perusahaan B, apabila kemungkinan keberhasilan strategi B_2 adalah q maka kemungkinan keberhasilan digunakannya strategi B_3 adalah $(1-q)$.

Tabel 2. 7 Penyelesaian Strategi Campuran 2

		Perusahaan B	
		$B_2\ (q)$	$B_3(1-q)$
Perusahaan A	$A_1\ (p)$	3	6
	$A_2(1-p)$	5	4

Langkah 3

Selanjutnya, mencari nilai probabilitas setiap strategi yang akan digunakan dengan menggunakan nilai-nilai yang ada untuk menghitung titik kesetimbangan yang optimal.

Bagi perusahaan A

Perusahaan B merespon strategi yang akan digunakan oleh perusahaan A dengan strategi B_2, sehingga diperoleh persamaan

$$3p + 5(1-p) = 3p + 5 - 5p = -2p + 5.$$

Perusahaan B merespon strategi yang akan digunakan oleh perusahaan A dengan strategi B_3, sehingga diperoleh persamaan

$$6p + 4(1-p) = 6p + 4 - 4p = 2p + 4.$$

Apabila kedua persamaan digabung, maka

$$-2p + 5 = 2p + 4$$

$$p = \frac{1}{4},$$

$$1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Dengan demikian, diperoleh nilai probabilitas setiap strategi perusahaan A dengan probabilitas strategi $A_1 = \frac{1}{4}, A_2 = \frac{3}{4}$, dan strategi $A_3 = 0$. Apabila nilai probabilitas A_1 dan A_2 dimasukkan kedalam dua persamaan, maka akan diperoleh keuntungan yang diharapkan bagi perusahaan A.

Persamaan ke-1

$$3p + 5(1-p) = 3\left(\frac{1}{4}\right) + 5\left(\frac{3}{4}\right) = 4{,}5.$$

Persamaan ke-2

$$6p + 4(1 - p) = 6\left(\frac{1}{4}\right) + 4\left(\frac{3}{4}\right) = 4{,}5.$$

Kedua persamaan menghasilkan yang sama yakni sebesar 4,5. Pada penggunaan strategi murni, perusahaan A hanya bisa memaksimalkan perolehan pangsa pasar sebesar 4%, sedangkan pada penggunaan strategi campuran perolehan pangsa pasar menjadi 4,5%.

Bagi perusahaan B

Perusahaan A merespon strategi yang akan digunakan oleh perusahaan B dengan strategi A_1, sehingga diperoleh persamaan

$$3q + 6(1 - q) = 3q + 6 - 6q = -3q + 6.$$

Perusahaan B merespon strategi yang akan digunakan oleh perusahaan A dengan strategi A_2 sehingga diperoleh persamaan

$$5q + 4(1 - q) = 5q + 4 - 4q = q + 4.$$

Apabila kedua persamaan digabung, maka

$$-3q + 6 = q + 4$$

$$q = \frac{1}{2},$$

$$1 - q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Dengan demikian, diperoleh nilai probabilitas setiap strategi perusahaan B dengan probabilitas strategi $B_2 = \frac{1}{2}$, $B_3 = \frac{1}{2}$, dan strategi $B_1 = 0$. Apabila nilai probabilitas B_2 dan B_3 dimasukkan kedalam dua persamaan, maka akan diperoleh keuntungan yang diharapkan bagi perusahaan B.

Persamaan ke-1

$$3q + 6(1 - q) = 3\left(\frac{1}{2}\right) + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 4{,}5.$$

Persamaan ke-2

$$5q + 4(1 - q) = 5\left(\frac{1}{2}\right) + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 4{,}5.$$

Kedua persamaan menghasilkan hasil yang sama yakni sebesar 4,5. Pada penggunaan strategi murni, perusahaan B hanya bisa meminimalkan kehilangan pangsa pasar sebesar 5%, sedangkan pada penggunaan strategi campuran perusahaan B meminimalkan kehilangan pangsa pasar menjadi 4,5% .

Sehingga, penyelesaian permainan dengan strategi campuran terbukti dapat menemukan titik kesetimbangan yang sama dan juga mampu memberikan hasil yang lebih baik bagi masing-masing perusahaan. Perusahaan A perolehan pangsa pasarnya meningkat menjadi 4,5% dan perusahaan B meminimalkan kehilangan pangsa pasar menjadi 4,5%.

II.2.5 Permainan dengan Program Linear

Program linear merupakan salah satu metode yang dapat digunakan sebagai alternatif penyelesaian dari suatu permainan. Metode ini digunakan apabila pada penyelesaian permainan menggunakan strategi murni ataupun strategi campuran tidak ditemukan titik kesetimbangan (*saddle point*). Terdapat tiga metode penyelesaian masalah yang biasa digunakan dalam program linear yakni metode grafik, metode simpleks dan metode titik interior. Dari ketiga metode tersebut, penyelesaian masalah permainan akan menggunakan program linear dengan metode simpleks.

Sebelum menyelesaikan masalah dengan metode simpleks, terlebih dahulu permainan akan diubah kedalam bentuk standar metode simpleks. Terdapat dua hal yang wajib diperhatikan pada bentuk standar metode simpleks yakni (Siang, 2014):

1. Semua fungsi kendala dalam bentuk persamaan. Ketika fungsi kendala berbentuk pertidaksamaan, terlebih dahulu fungsi kendala tersebut diubah kedalam bentuk persamaan dengan menambahkan *slack* variabel dimana koefisien dari *slack* variabel dalam fungsi tujuan yang sama dengan nol.
2. Semua ruas kanan dari fungsi kendala lebih besar sama dengan nol. Ketika ruas kanan dari fungsi kendala lebih kecil dari nol maka fungsi tersebut dikalikan dengan (-1).

Penyelesaian permainan menggunakan program linear dapat direpresentasikan sebagai berikut (Telsang, 2006):

Misalkan pemain A merupakan pemain baris yang berusaha untuk memaksimalkan kemenangan dengan m strategi $(A_1, A_2, \ldots, A_m)$ maka matriks *pay-off* untuk pemain A jika memilih strategi A_i adalah a_{ij}.

Strategi campuran untuk pemain A ditentukan oleh probabilitas $p_1, p_2, \ldots, p_m$ dengan $p_1 + p_2 + \cdots + p_m = 1$. Misalkan V adalah nilai permainan dari A. Maka, penyelesaian permainan menggunakan program linear dapat didefinisikan sebagai berikut:

Tentukan besaran yang tidak diketahui $p_1, p_2, \ldots, p_m$ untuk memaksimalkan nilai permainan V sehingga kendala-kendala berikut terpenuhi.

$$\begin{aligned} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + \cdots + a_{1n}p_m &\geq V \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + \cdots + a_{2n}p_m &\geq V \\ &\vdots \\ a_{m1}p_1 + a_{m2}p_2 + \cdots + a_{mn}p_m &\geq V \\ p_1 + p_2 + \cdots + p_m &= 1 \\ p_1, p_2, \ldots, p_m &\geq 0. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Salah satu hal yang perlu diperhatikan dalam penyelesaian teori permainan menggunakan program linear metode simpleks yakni nilai matriks *pay-off* a_{ij} tidak boleh lebih kecil dari nol (negatif). Untuk mencegah hal ini, dapat ditambahkan sebuah konstanta k ke semua elemen matriks *pay-off* sehingga nilai matriks yang diperoleh bernilai positif.

Selanjutnya, bagi setiap pertidaksamaan dengan V

$$\begin{aligned} a_{11}(p_1/V) + a_{12}(p_2/V) + \cdots + a_{1n}(p_m/V) &\geq 1 \\ a_{21}(p_1/V) + a_{22}(p_2/V) + \cdots + a_{2n}(p_m/V) &\geq 1 \\ &\vdots \\ a_{m1}(p_1/V) + a_{m2}(p_2/V) + \cdots + a_{mn}(p_m/V) &\geq 1 \\ \left(\frac{p_1}{V}\right) + \left(\frac{p_2}{V}\right) + \cdots + \left(\frac{p_m}{V}\right) &\geq \frac{1}{V} \\ \frac{p_1}{V}, \frac{p_2}{V}, \ldots, \frac{p_m}{V} &\geq 0. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Untuk menyederhanakan masalah, didefinisikan variabel baru:

$$\frac{p_1}{V} = x_1, \quad \frac{p_2}{V} = x_2, \quad \ldots, \quad \frac{p_m}{V} = x_n.$$

Tujuan pemain A memaksimalkan nilai V, yang setara dengan meminimalkan nilai $1/V$. Sehingga masalah program linear yang diperoleh dapat dituliskan sebagai berikut:

Minimumkan $Z = \frac{1}{V}$ atau $Z = x_1 + x_2 + \cdots + x_{n.}$

Dengan fungsi kendala:

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq 1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq 1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \geq 1 \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0\ . \end{gathered} \tag{2.3}$$

Misalkan pemain B memiliki n strategi $(B_1, B_2, \dots, B_n)$ maka matriks *pay-off* untuk pemain B jika memilih strategi B_j adalah a_{ij}.

Strategi campuran untuk pemain B ditentukan oleh probabilitas $q_1, q_2, \dots, q_n$ dengan $q_1 + q_2 + \cdots + q_n = 1$. Misalkan V adalah nilai permainan dari B. Maka, penyelesaian permainan menggunakan program linear dapat didefinisikan sebagai berikut:

Tentukan besaran yang tidak diketahui $q_1, q_2, \dots, q_n$ untuk memaksimalkan nilai permainan V sehingga kendala-kendala berikut terpenuhi.

$$\begin{gathered} a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + \cdots + a_{1n}q_n \leq V \\ a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + \cdots + a_{2n}q_n \leq V \\ \vdots \\ a_{m1}q_1 + a_{m2}q_2 + \cdots + a_{mn}q_n \leq V \\ q_1 + q_2 + \cdots + q_n = 1 \\ q_1, q_2, \dots, q_n \geq 0. \end{gathered} \tag{2.4}$$

Salah satu hal yang perlu diperhatikan dalam penyelesaian teori permainan menggunakan program linear metode simpleks yakni nilai matriks *pay-off* a_{ij} tidak boleh lebih kecil dari nol (negatif). Untuk mencegah hal ini, dapat ditambahkan sebuah konstanta k ke semua elemen matriks *pay-off* sehingga nilai matriks yang diperoleh bernilai positif.

Selanjutnya, bagi setiap pertidaksamaan dengan V

$$a_{11}(q_1/V) + a_{12}(q_2/V) + \cdots + a_{1n}(q_n/V) \leq 1$$
$$a_{21}(q_1/V) + a_{22}(q_2/V) + \cdots + a_{2n}(q_n/V) \leq 1$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}(q_1/V) + a_{m2}(q_2/V) + \cdots + a_{mn}(q_n/V) \leq 1 \qquad (2.5)$$
$$\left(\frac{q_1}{V}\right) + \left(\frac{q_2}{V}\right) + \cdots + \left(\frac{q_n}{V}\right) \leq \frac{1}{V}$$
$$\frac{q_1}{V}, \frac{q_2}{V}, \ldots, \frac{q_n}{V} \quad \geq 0.$$

Untuk menyederhanakan masalah, didefinisikan variabel baru:

$$\frac{q_1}{V} = x_1, \qquad \frac{q_2}{V} = x_2, \qquad \ldots, \qquad \frac{q_n}{V} = x_n.$$

Tujuan pemain B meminimalkan nilai V, yang setara dengan memaksimalkan nilai $1/V$. Sehingga masalah program linear yang diperoleh dapat dituliskan sebagai berikut:

Maksimumkan $Z = \frac{1}{V}$ atau $Z = x_1 + x_2 + \cdots + x_n.$

Dengan fungsi kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq 1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq 1$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq 1$$
$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0. \qquad (2.6)$$

Contoh 2.3 Teori permainan

Selesaikan masalah program linear berikut dengan menggunakan metode simpleks.

Maximize $Z = 6x_1 + 4x_2$.

Dengan kendala

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$
$$2x_1 + 3x_2 \leq 8$$
$$4x_1 - 2x_2 \leq 3$$

dan

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Penyelesaian:

Ubah tanda pertidaksamaan pada fungsi kendala diatas menjadi persamaan dengan menambahkan *slack* variabel. Sehingga, diperoleh persamaan baru berikut:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x3 \quad &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 \quad + x_4 \quad &= 8 \\ 4x_1 - 2x_2 \quad + x_5 &= 3. \end{aligned}$$

Jadi ini adalah penyelesaian awal dengan basis x_3, x_4, dan x_5 dengan fungsi tujuannya adalah

$$Z - 6x_1 - 4x_2 + 0x_3 + 0\,x_4 + 0x_5 = 0.$$

Tabel 2. 8 Iterasi Ke-0

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS	Rasio
x_3	2	1	1	0	0	2	1
x_4	2	3	0	1	1	8	4
x_5	**4**	-1	0	0	1	3	3/4
Z	-6	-4	0	0	0	0	

Tabel 2. 9 Iterasi Ke-1

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS	Rasio
x_3	0	2	1	0	-1/2	1/2	1/4
x_4	0	4	0	1	-1/2	13/2	13/8
x_1	1	-1/2	0	0	1/4	3/4	---
Z	0	-7	0	0	3/2	18/4	

Tabel 2. 10 Iterasi Ke-2

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS	Rasio
x_2	0	1	1/2	0	-1/4	1/4	---
x_4	0	0	-2	1	1/2	11/2	11
x_1	1	0	1/4	0	1/8	7/8	7
Z	0	0	7/2	0	-1/4	25/4	

Tabel 2. 11 Iterasi Ke-3

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
x_2	2	1	1	0	0	2
x_4	-4	0	-3	1	0	2
x_1	8	0	2	0	1	7
Z	2	0	4	0	0	8

Semua baris Z pada Tabel 2.11 adalah non negatif, maka solusi optimal dari masalah program linear telah diperoleh.

$$x_1 = 0 \ ;$$

$$x_2 = 2.$$

Sehingga

$$Z_{max} = 6x_1 + 4x_2 = 8.$$

II.3 Rantai Markov

Analisis rantai Markov merupakan suatu metode yang digunakan dalam mempelajari sifat-sifat suatu variabel dalam upaya meramal sifat-sifat variabel tersebut di masa depan. Pada penganalisisan rantai Markov diperoleh suatu informasi probabilistik yang digunakan dalam membantu pembuatan keputusan (Heripson, 2022). Berikut langkah-langkah penyelesaian menggunakan rantai Markov.

II.3.1 Menentukan *State*

Langkah pertama yang dilakukan pada proses Markov ialah menentukan *state-state* yang terdapat dalam sistem tersebut. Terdapat dua langkah dalam menentukan *state*, yaitu (Oktavyani, dkk., 2018):

1. Mengelompokan dan mendefinisikan *state-state* yang terdapat dalam sistem tersebut.
2. Interaksi antar *state*.

II.3.2 Menyusun Matriks Probabilitas Transisi

Matriks probabilitas transisi merupakan suatu matriks yang memiliki elemen-elemen yang diperoleh dari nilai probabilitas transisi suatu *state* ke *state* lain maupun ke *state* itu sendiri dalam sistem tertentu. Elemen-elemen pada matriks probabilitas transisi didekati dengan menggunakan proporsi perpindahan antar *state* pada seluruh masa pengamatan. Proporsi perpindahan dari *state* i ke j dinotasikan dengan P_{ij}, yang didekati dengan hasil bagi antara jumlah individu yang mengalami perpindahan dari *state* i ke j untuk seluruh pengamatan dengan jumlah individu *state* i secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$P_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T} n_{ij}}{\sum_{t=1}^{T} n_i\,(t)}. \tag{2.7}$$

$$n_i(t) = \sum_{j=1}^{m} n_{ij}(t). \tag{2.8}$$

Keterangan:

P_{ij} : probabilitas perpindahan dari *state* i ke *state* j,

T : jumlah periode pengamatan,

$n_{ij}(t)$: jumlah individu yang mengalami perpindahan *state*, dan

$n_i(t)$: jumlah individu di *state* i pada awal periode t.

Persamaan tersebut merupakan probabilitas transisi dari *state* i pada saat t ke *state* j pada saat $t+1$, dan diasumsikan bahwa probabilitas ini ditetapkan sepanjang waktu. Probabilitas transisi dari *state* i ke *state* j akan lebih mudah jika disusun dalam bentuk matriks yang kemudian disebut sebagai matriks transisi. Gambaran dari matriks transisi satu langkah adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \cdots & p_{1n} \\ p_{10} & p_{11} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{mn} & p_{m1} & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix}. \tag{2.9}$$

Matriks **P** disebut sebagai probabilitas transisi stasioner atau matriks stokastik karena seluruh probabilitas transisi P_{ij} bernilai tetap dan independen terhadap waktu. Probabilitas P_{ij} harus memenuhi kondisi sebagai berikut:

1. $P = P_{ij}{}^{(n)} \geq 0, \forall\, i, j\,; n = 0,1,2, \dots$
2. $\sum_{j=1}^{n} P_{ij}{}^{(n)} = 1, \forall\, i, j\,; n = 0,1,2, \dots$ (2.10)

Pada matriks **P** tersebut merepresentasikan mengenai probabilitas terjadinya perubahan *state* untuk satu periode mendatang (Oktavyani, dkk., 2018).

Sebelumnya telah didefinisikan probabilitas transisi 1 langkah P_{ij}. Selanjutnya, akan didefinisikan probabilitas transisi n-langkah menjadi probabilitas yang menyatakan bahwa suatu proses dalam keadaan i akan berada pada keadaan j setelah n transisi tambahan (Ross, 1981).

$$\mathbf{P}_{ij}^{n} = P\{X_{n+m} = j | X_m = i\}, \quad n \geq 0, i, j \geq 0. \tag{2.11}$$

Dengan $P_{ij}^{1} = P_{ij}$. Persamaan *Chapman-Kolmogorov* menyediakan sebuah metode untuk menghitung probabilitas transisi n-langkah. Persamaan tersebut, dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathbf{P}_{ij}{}^{n+m} = \sum_{k=1}^{\infty} P_{ik}{}^{n} P_{kj}{}^{m} \text{ untuk setiap } n, m \geq 0. \tag{2.12}$$

Jika dimisalkan $\mathbf{P^n}$ adalah matriks probabilitas transisi n-langkah P_{ij}^{n}, maka Persamaan 2.12 menjadi:

$$P^{(n+m)} = P^{(n)} \cdot P^{(m)},$$

dengan $(\cdot)$ sebagai perkalian matriks. Sehingga:

$$\mathbf{P}^{(2)} = \mathbf{P}^{(1+1)} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P}^{2}$$

dan dengan induksi

$$\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^{(n-1+1)} = \mathbf{P}^{(n-1)} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P}^{n}. \tag{2.13}$$

Artinya bahwa probabilitas transisi n-langkah dapat didapatkan dengan mengalikan matriks **P** dengan dirinya sendiri. Sehingga, Jika perhitungan matriks probabilitas transisi n-langkah menggunakan Persamaan 2.13 memiliki hasil yang konsisten maka probabilitas sudah mencapai kondisi *steady state* yang stabil dan optimal.

II.3.3 Menentukan Peluang *Steady-State*

Jika *state* i adalah *state* yang *recurrent* (berulang), maka dikatakan sebagai positif *recurrent* apabila proses dimulai pada *state* i maka waktu yang diharapkan sampai proses untuk kembali ke *state* i terbatas. Meskipun terdapat *state recurrent* yang tidak positif *recurrent* (*null recurrent*), tetapi semua *state* yang *recurrent* adalah positif *recurrent* pada *state* yang terbatas dari rantai Markov. *State* yang positif *recurrent* dan aperiodik disebut *ergodic* (Ross, 1981).

Teorema 2.1 (Ross, 1981) Untuk setiap rantai Markov yang *irreducible ergodic*, $\lim_{n\to\infty} P_{ij}^{n}$ ada dan tidak bergantung pada *state* i. Sehingga:

$$\boldsymbol{\pi}_j = \lim_{n\to\infty} P_{ij}^{n} \qquad , i, j \geq 0 \tag{2.14}$$

dengan π_j merupakan solusi non negatif dari

$$\boldsymbol{\pi}_j = \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i P_{ij}^{n}, \qquad i, j \geq 0,$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \boldsymbol{\pi}_j = 1. \tag{2.15}$$

Probabilitas *steady-state* dari rantai Markov disebut sebagai $\boldsymbol{\pi}_j$ dengan $j = 1,2, \dots$. Peluang *steady state* berarti kemungkinan menemukan proses pada keadaan tertentu. Misalkan **P** adalah sebuah matriks, setelah n transisi dengan $n \to \infty$ akan menuju ke nilai $\boldsymbol{\pi}_j$, yang tidak bergantung pada distribusi peluang *state* awal. Probabilitas *steady state* tidak berarti bahwa proses menjadi satu *state*. Sebaliknya, proses terus melakukan transisi dari *state* ke *state*, dan setiap n langkah dari probabilitas transisi dari *state* i ke *state* j tetap P_{ij} (Hillier dan Lieberman, 2001).

Selain sebagai probabilitas *steady state* dari rantai Markov, $\boldsymbol{\pi}_j$ juga disebut sebagai distribusi stasioner dari rantai Markov. Jika peluang *state* awal berada pada *state* j diberikan oleh $\boldsymbol{\pi}_j$, maka peluang untuk menentukan proses *state* j pada waktu $n = 1,2, \cdots$ juga diberikan oleh $\boldsymbol{\pi}_j$, yaitu Jika $P\{X_0 = j\} = \pi_j$, $j \geq 0$ maka $P\{X_n = j\} = \pi_j$, untuk setiap $n, j \geq 0$ (Hillier dan Lieberman, 2001).

Contoh 2.4 Rantai Markov

Diasumsikan jika hari ini hujan, maka peluang besok akan tidak hujan adalah 0,2. Jika hari ini tidak hujan, maka peluang besok akan hujan adalah 0,3. Maka hitunglah :

a. Probabilitas transisi pada hari ke-5, jika hari ini hujan.

b. Peluang *steady-state.*

Penyelesaian:

Sebelum menghitung probabilitas transisi pada hari ke-5 dan menentukan peluang *steady-state*, terlebih dahulu kita menentukan *state*-nya.

Tabel 2. 12 Penentuan State

State ke-*i*	Kondisi
State 1	Hujan
State 2	Tidak hujan

Selanjutnya, menentukan matriks probabilitas transisi.

Tabel 2. 13 Probabilitas Transisi

State	*State* 1	*State* 2
State 1	0,8	0,2
State 2	0,3	0,7

Sehingga diperoleh matriks transisi berikut ini:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{bmatrix}$$

Matriks **P** merupakan matriks probabilitas transisi yang diperoleh, maka kita bisa menghitung probabilitas transisi n -langkah menggunakan Persamaan 2.13 berikut:

$$\mathbf{P}^n = \mathbf{P}^{n-1}\mathbf{P}$$

a. Probabilitas transisi pada hari ke-5, jika hari ini hujan.

Probabilitas transisi pada hari ke-1

$$\mathrm{P}^1 = \mathrm{P}^0\mathrm{P} = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{bmatrix}.$$

Probabilitas transisi pada hari ke-2

$$\mathrm{P}^2 = \mathrm{PP} = \begin{bmatrix} 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}45 & 0{,}55 \end{bmatrix}.$$

Probabilitas transisi pada hari ke-3

$$\mathrm{P}^3 = \mathrm{P}^2\mathrm{P} = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}45 & 0{,}55 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}65 & 0{,}35 \\ 0{,}525 & 0{,}475 \end{bmatrix}.$$

Probabilitas transisi pada hari ke-4

$$\mathrm{P}^4 = \mathrm{P}^3\mathrm{P} = \begin{bmatrix} 0{,}65 & 0{,}35 \\ 0{,}525 & 0{,}475 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}625 & 0{,}375 \\ 0{,}5625 & 0{,}4375 \end{bmatrix}.$$

Probabilitas transisi pada hari ke-5

$$P^5 = P^4P = \begin{bmatrix} 0,625 & 0,375 \\ 0,5625 & 0,4375 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6125 & 0,3875 \\ 0,58125 & 0,41875 \end{bmatrix}.$$

Sehingga, diperoleh matriks probabilitas transisi pada hari kelima:

$$P^5 = \begin{bmatrix} 0,6125 & 0,3875 \\ 0,58125 & 0,41875 \end{bmatrix}.$$

b. Peluang *steady-state*

$$P = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,3 & 0,7 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan Persamaan 2.15, matriks **P** dapat diubah kedalam bentuk persamaan berikut:

$$\pi_1 = 0,8\pi_1 + 0,3\pi_2$$

$$\pi_2 = 0,2\pi_1 + 0,7\,\pi_2$$

$$\pi_1 + \pi_2 = 1.$$

Sehingga, persamaan linear tersebut menjadi:

$$-0,2\pi_1 + 0,3\pi_2 = 0$$

$$0,2\pi_1 - 0,3\,\pi_2 = 0$$

$$\pi_1 + \pi_2 = 1.$$

Dua persamaan yang belum diketahui diatas sama, maka dapat dipilih salah satunya. Sehingga, persamaan linear tersebut dapat diformulasikan kedalam bentuk matriks probabilitas transisi yang diperbesar berikut ini:

$$\left[\begin{matrix} 1 & 1 \\ 0,2 & -0,3 \end{matrix}\left|\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}\right.\right]$$

dengan melakukan OBE pada matriks tersebut, maka dapat diperoleh nilai peluang *steady state*nya:

Baris kedua dikurang 0,2 dikali baris pertama

$$\left[\begin{matrix} 1 & 1 \\ 0,2 & -0,3 \end{matrix}\left|\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}\right.\right] b_2 - (0,2b_1).$$

Baris kedua dikali $\frac{1}{-0,5}$ baris pertama

$$\left[\begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & -0,5 \end{matrix}\left|\begin{matrix} 1 \\ 0,4 \end{matrix}\right.\right] b_3 \frac{1}{-0,5}.$$

Baris pertama dikurang 1 dikali baris ketiga

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left| \begin{matrix} 1 \\ 0,4 \end{matrix} \right|\Bigg] \; b_1 - (b_1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left| \begin{matrix} 0,6 \\ 0,4 \end{matrix} \right|\Bigg].$$

Maka diperoleh peluang *steady state*-nya:

$$\pi_1 = 0,6\,,$$
$$\pi_2 = 0,4\,.$$

Dengan demikian, apabila dilakukan pengamatan cuaca dalam jangka waktu yang lama maka akan diperoleh bahwa peluang pernah terjadi hujan dari yang hari diamati sebesar 0,6 atau 60%. Sedangkan, peluang tidak terjadi hujan dari hari yang diamati sebesar 0,4 atau 40%.

II.4 Pengujian Data

Pada penelitian ini, pengujian data perlu dilakukan untuk mengetahui apakah data penelitian yang diperoleh memenuhi syarat untuk dilakukannya proses lebih lanjut.

II.4.1 Uji Validitas

Uji validitas merupakan suatu pengujian yang dilakukan untuk mengetahui seberapa luas jangkauan alat ukur yang digunakan dalam mengukur data-data penelitian. Pengujian ini perlu dilakukan untuk mengetahui valid atau sahnya data penelitian yang diperoleh dari penyebaran kuesioner. Diketahui bahwa valid atau sahnya suatu kuesioner bergantung pada kemampuan pertanyaaan-pertanyaan dari kuesioner tersebut mengungkapkan sesuatu yang diukur. Menurut (Kurniawan dan Puspitaningtyas, 2016) pengujian validitas yang dilakukan dapat menggunakan korelasi *product and momen* dimana skor masing-masing item berkorelasi dengan skor total. Adapun rumus dari *product and momen* yaitu (Setiaman, 2021):

$$r_{XY} = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n(\sum X^2) - (\sum X)^2][n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2]}}. \tag{2.16}$$

Keterangan:

r_{XY} = koefisien korelasi,

n = jumlah responden penelitian,

X = skor item,

Y = skor total dari item,

$\sum XY$ = jumlah perkalian dari X dan Y,

$\sum X^2$ = jumlah dari kuadrat X,

$\sum Y^2$ = jumlah dari kuadrat Y.

Suatu kuesioner dikatakan valid jika pada pengujian validitas memenuhi kriteria dimana $r_{hitung} > r_{tabel}$.

II.4.2 Uji Reliabilitas

Uji reliabilitas merupakan suatu pengujian terhadap data penelitian untuk mengetahui tingkat kepercayaan sebuah pertanyaan dalam mengukur item yang diteliti. Pada pengujian reliabilitas, tinggi atau rendahnya tingkat kepercayaan terhadap pertanyaan dalam mengukur item bergantung pada kekonsistenan hasil yang diperoleh. Menurut (Kurniawan dan Puspitaningtyas, 2016) pengujian reliabilitas yang dilakukan dapat menggunakan pendekatan reliabilitas konsistensi internal (internal consistency reliability) dengan menggunakan *Alpha Cronbach* dalam mengetahui seberapa baik hubungan item-item dalam instrumen penelitian. Adapun rumus yang digunakan dalam uji reliabilitas yakni (Setiaman, 2021):

$$r_{XY} = \left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} s^2}{s_t^2}\right]. \tag{2.17}$$

Keterangan:

r_{XY} = koefisien reliabilitas (*Alpha Cronbach*) $= \alpha$,

k = banyaknya butir pertanyaan pada kuesioner penelitian,

$\sum_{i=1}^{n} s^2$ = jumlah varians butir pertanyaan,

s_t^2 = varians total.

Sebuah kuesioner dikatakan reliabel apabila $r_{XY} > 0{,}60$ atau $\alpha > 0{,}60$.