

**PENERAPAN *FULLY FUZZY LINEAR PROGRAMMING*
MENGUNAKAN BILANGAN *FUZZY* SEGITIGA
DALAM OPTIMASI PRODUKSI
(Studi Kasus: Meera Cake Makassar)**

SKRIPSI



ANANDA RISKY KHALIK

H011191077

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2023

**PENERAPAN *FULLY FUZZY LINEAR PROGRAMMING*
MENGUNAKAN BILANGAN *FUZZY* SEGITIGA
DALAM OPTIMASI PRODUKSI
(Studi Kasus: Meera Cake Makassar)**

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

ANANDA RISKY KHALIK

H011191077

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2023

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ananda Risky Khalik

Nim : H011191077

Program Studi : Matematika

Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya yang berjudul

Penerapan *Fully Fuzzy Linear Programming* Menggunakan Bilangan Fuzzy Segitiga dalam Optimasi Produksi (Studi kasus: Mera Cake Makassar)

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa tulisan skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 10 Juli 2023

Yang menyatakan,



Ananda Risky Khalik
Nim.H011191077

LEMBAR PENGESAHAN

**PENERAPAN *FULLY FUZZY LINEAR PROGRAMMING* MENGGUNAKAN
BILANGAN *FUZZY* SEGITIGA DALAM OPTIMASI PRODUKSI
(Studi Kasus: Meera Cake Makassar)**

Disusun dan diajukan oleh
ANANDA RISKY KHALIK
H011191077

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka
Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas Matematika
dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Pada tanggal, 10 Juli 2023

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,



Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.
NIP.19680114 199412 1 001

Pembimbing Pertama,



Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.
NIP.19750816 199903 1 001

Ketua Program Studi,



Prof. Dr. Nurdin, S.Si, M.Si.
NIP.19700807 200003 1 002



KATA PENGANTAR

Puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, sebagai Nabi yang telah menjadi suri tauladan bagi seluruh umatnya sehingga penyusunan skripsi yang berjudul “**Penerapan *Fully Fuzzy Linear Programming* Menggunakan Bilangan *Fuzzy* Segitiga dalam Optimasi Produksi (Studi Kasus: Meera Cake Makassar)**” ini dapat diselesaikan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar **Sarjana Sains (S.Si)** pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat terselesaikan tanpa adanya bantuan, dukungan, bimbingan, serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kedua orang tua penulis, Bapak **Abdul Khalik** dan Ibu **Rahmawati** yang telah membesarkan dan mendidik penulis, serta senantiasa memberikan doa, dukungan, dan materi, sehingga penulis bisa sampai di titik ini. Terima kasih kepada kedua kakak saya **Askhari Khalik** dan **Ardianti Khalik**, serta seluruh keluarga yang telah memberikan doa dan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini. Pada kesempatan ini pula, dengan segala kerendahan hati penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

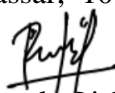
1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya, serta Bapak **Dr. Eng. Amiruddin** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya.
2. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta Bapak dan Ibu **Dosen Departemen Matematika** yang telah memberikan banyak ilmu dan pengetahuan kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Program Studi Matematika, serta **Para Staff Departemen**

Matematika yang telah membantu dan memudahkan penulis dalam berbagai hal administrasi.

3. Bapak **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.** dan Bapak **Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.** selaku Dosen Pembimbing yang dengan sabar, tulus, dan ikhlas meluangkan banyak waktu di tengah kesibukan dan prioritasnya untuk membimbing dan memberi masukan serta motivasi dalam penulisan skripsi ini.
4. Bapak **Prof. Dr. Moh. Ivan Azis, M.Sc.** selaku Tim Penguji sekaligus Penasehat Akademik selama menempuh pendidikan sarjana. Terima kasih atas waktu yang telah diluangkan untuk memberikan nasihat, saran, dan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
5. Ibu **Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.** selaku Tim Penguji yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan masukan dan kritikan yang membangun terhadap penyempurnaan penulisan skripsi ini.
6. Pihak **Meera Cake Makassar** yang telah banyak membantu dalam memperoleh data yang penulis perlukan.
7. Teman-teman **Matematika 2019, SCIFI-HAS, dan POL19ON** yang senantiasa memberikan bantuan dan dukungan moril kepada penulis, serta memberikan momen berharga bagi penulis selama masa studi sarjana.
8. Sahabat penulis, **Dara, Esse, Ekky, Rany, Kiki** yang telah memberikan dukungan dan bantuan kepada penulis, serta telah menjadi tempat berbagi pikiran penulis selama ini.
9. Seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebut satu persatu, terima kasih untuk segala dukungan, doa, motivasi, inspirasi, dan partisipasi yang diberikan kepada penulis.

Akhir kata, penulis berharap semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

Makassar, 10 Juli 2023


Ananda Risky Khalik

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMISI**

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ananda Risky Khalik
Nim : H011191077
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demikian pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya saya yang berjudul:

**Penerapan *Fully Fuzzy Linear Programming* Menggunakan Bilangan *Fuzzy*
Segitiga dalam Optimasi Produksi (Studi Kasus: Meera Cake Makassar)**

berserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak Universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya,
Dibuat di Makassar pada, 10 Juli 2023

Yang menyatakan,



Ananda Risky Khalik

ABSTRAK

Pemrograman linear *fuzzy* adalah pemrograman linear yang dinyatakan dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang memiliki parameter dan ketidaksamaan *fuzzy*. Dalam hal ini, istilah *fuzzy* merupakan sebuah pendekatan untuk menyelesaikan masalah ketidakpastian, seperti keraguan, ketidaktepatan, dan kebenaran yang bersifat sebagian. Meera Cake Makassar adalah sebuah toko yang menyediakan berbagai jenis kue kering seperti nastar, kastangle, salju, mente, chocostick, dan palm sugar. Pada penelitian ini akan dilakukan pengoptimalan produksi pada Meera Cake Makassar untuk menentukan jumlah masing-masing kue yang harus diproduksi sehingga memperoleh keuntungan yang optimal dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang bergantung pada beberapa variabel seperti kebutuhan bahan baku, persediaan bahan baku, dan biaya produksi yang tidak stabil. Adanya ketidakstabilan ini mengakibatkan variabel-variabel tersebut selanjutnya dinyatakan ke dalam bilangan *fuzzy* segitiga. Untuk menyelesaikan masalah optimasi tersebut, pada penelitian ini digunakan metode *fully fuzzy linear programming*. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa keuntungan optimal yang diperoleh adalah Rp1.617.600,00 dengan memproduksi kue nastar sebanyak 19 kemasan, chocostick sebanyak 6 kemasan, kastangle sebanyak 18 kemasan, salju sebanyak 35 kemasan, mente sebanyak 21 kemasan, dan palm sugar sebanyak 25 kemasan. Keuntungan yang diperoleh menggunakan metode *fully fuzzy linear programming* ini meningkat 21,88% dari keuntungan produksi yang dilakukan oleh Meera Cake Makassar saat ini.

Kata Kunci: *Fully Fuzzy Linear Programming*, Bilangan *Fuzzy* Segitiga, Metode Simpleks.

ABSTRACT

Fuzzy linear programming is a linear programming which is expressed by the objective function and the constraint function which has fuzzy parameters and inequalities. In this case, *fuzzy* is an approach to solving uncertainty problems, such as doubts, inaccuracies, and partial truths. Meera Cake Makassar is a store that provides various types of pastries such as nastar, kastangle, snow, cashew, chocostick, and palm sugar. In this research, production optimization will be carried out at Meera Cake Makassar to determine the amount of each cake that must be produced so as to obtain optimal benefits with objective functions and constraint functions that depend on several variables such as raw material requirements, raw material supplies, and production costs that are unstable. The existence of this instability causes these variables to be expressed in triangular fuzzy numbers. To solve the production optimization problem in this research, the fully fuzzy linear programming method was used. The calculation results show that the optimal profit obtained is IDR 1,617,600.00 by producing 19 packages of nastar cakes, 6 packages of chocostick cakes, 18 packages of kastangle cakes, 35 packages of snow cakes, 21 packages of cashew cakes, and 25 packages of palm sugar cakes. The profit obtained using the fully fuzzy linear programming method has increased by 21.88% from the current production profit by Meera Cake Makassar.

Keywords: *Fully Fuzzy Linear Programming, Triangular Fuzzy Number, Simplex Method.*

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
KATA PENGANTAR	iv
PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
I.1 Latar Belakang.....	1
I.2 Rumusan Masalah.....	4
I.3 Batasan Masalah	4
I.4 Tujuan Penelitian	4
I.5 Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	6
II.1 Optimasi	6
II.2 Pemrograman Linear	6
II.2.1 Model Program Linear	7
II.2.2 Asumsi Program Linear	9
II.2.3 Langkah-langkah Pembuatan Model Program Linear	9
II.3 Metode Simpleks	10
II.3.1 Beberapa Bentuk Standar Pemrograman Linear.....	10
II.3.2 Langkah-langkah Metode Simpleks	11
II.4 Konsep Himpunan <i>Fuzzy</i>	15
II.4.1 Pengertian Himpunan <i>Fuzzy</i>	16
II.4.2 Logika <i>Fuzzy</i>	16
II.4.3 Fungsi Keanggotaan <i>Fuzzy</i>	17
II.4.4 Operasi Aritmetika Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga	20
II.4.5 <i>Fully Fuzzy Linear Programming</i> (FFLP).....	21
II.4.6 Tahapan Penyelesaian <i>Fully Fuzzy Linear Programming</i>	22
II.5 <i>QM for Windows</i>	32
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	35
III.1 Lokasi Penelitian	35
III.2 Jenis dan Sumber Data	35
III.3 Perumusan Model.....	35

III.4 Alur Kerja Penelitian.....	36
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	38
IV.1 Pengolahan Data ke Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga.....	38
IV.1.1 Data Kebutuhan Bahan Baku Setiap Jenis Kue.....	38
IV.1.2 Data Persediaan Bahan Baku	54
IV.1.3 Data Biaya Produksi, Harga Jual, dan Keuntungan	58
IV.2 Penyelesaian Masalah dengan Pemrograman Linear Biasa.....	62
IV.3 Penyelesaian Masalah dengan <i>Fully Fuzzy Linear Programming</i>	65
IV.3.1 Perumusan Variabel Keputusan	66
IV.3.2 Perumusan Fungsi Tujuan.....	66
IV.3.3 Perumusan Fungsi Kendala.....	66
IV.4 Penerapan <i>Fully Fuzzy Linear Programming</i> dalam Optimasi Produksi pada Meera Cake Makassar	68
IV.5 Penyelesaian <i>Fully Fuzzy Linear Programming</i> dengan Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 2\%$ dan $\pm 3\%$	83
IV.5.1 Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 2\%$	83
IV.5.2 Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 3\%$	87
IV.6 Analisis Data.....	91
BAB V PENUTUP.....	94
V.1 Kesimpulan.....	94
V.2 Saran.....	95
DAFTAR PUSTAKA	96
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Fungsi Keanggotaan Segitiga 18
Gambar 2.2 Fungsi Keanggotaan A 19
Gambar 2.3 Tampilan Modul Linear Programming *QM for Windows* 33
Gambar 2.4 Tampilan Tabel Data Pemrograman Linear pada *QM for Windows* 33
Gambar 2.5 Tampilan Tabel Solusi Optimal pada *QM for Windows*..... 34

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Tabel Awal Simpleks	12
Tabel 2.2 Tabel Awal Simpleks dari Contoh 2.1	14
Tabel 2.3 Tabel Simpleks dengan Kolom Kunci dan Baris Kunci dari Contoh 2.1 ..	14
Tabel 2.4 Tabel Simpleks Iterasi ke-1 dari Contoh 2.1	15
Tabel 2.5 Tabel Simpleks Iterasi ke-2 dari Contoh 2.1	15
Tabel 2.6 Kebutuhan dan Persediaan Bahan Baku dari Contoh 2.4.....	25
Tabel 2.7 Keuntungan Produksi dari Contoh 2.4	25
Tabel 2.8 Kebutuhan Bahan Baku dalam Bilangan Fuzzy Segitiga dari Contoh 2.4	26
Tabel 2.9 Persediaan Bahan Baku dalam Bilangan Fuzzy Segitiga dari Contoh 2.4	26
Tabel 2.10 Keuntungan Produksi dalam Bilangan Fuzzy Segitiga dari Contoh 2.4 ..	27
Tabel 2.11 Tabel Awal Simpleks dari Contoh 2.4	30
Tabel 2.12 Tabel Simpleks dengan Kolom Kunci dan Baris Kunci dari Contoh 2.4.	30
Tabel 2.13 Tabel Simpleks Iterasi ke-1 dari Contoh 2.4.....	31
Tabel 2.14 Tabel Optimal dari Contoh 2.4.....	31
Tabel 4.1 Data Kebutuhan Bahan Baku Setiap Jenis Kue dalam Satu Kali Produksi	39
Tabel 4.2 Data Kebutuhan Bahan Baku Setiap Jenis Kue untuk Satu Kemasan	40
Tabel 4.3 Data Kebutuhan Bahan Baku dalam Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga dengan Asumsi Toleransi $\pm 1\%$	533
Tabel 4.4 Data Persediaan Bahan Baku	544
Tabel 4.5 Data Persediaan Bahan Baku dalam Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga.....	588
Tabel 4.6 Data Biaya Produksi, Harga Jual, dan Keuntungan	599
Tabel 4.7 Data Biaya Produksi Setiap Jenis Kue dalam Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga...	611
Tabel 4.8 Data Keuntungan Produksi dalam Bilangan Fuzzy Segitiga	622
Tabel 4.9 Data Kebutuhan Bahan Baku, Persediaan Bahan Baku, dan Keuntungan Produksi.....	633
Tabel 4.10 Tabel Awal Simpleks Pengoptimalan Produksi pada Meera Cake Makassar dengan Pemrograman Linear	655
Tabel 4.11 Data Kebutuhan Bahan Baku dalam Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga dengan Asumsi Toleransi $\pm 2\%$	845
Tabel 4.12 Data Kebutuhan Bahan Baku dalam Bilangan <i>Fuzzy</i> Segitiga dengan Asumsi Toleransi $\pm 3\%$	88

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1: Surat Kediaan untuk Memberikan Data	98
Lampiran 2: Data Kebutuhan Bahan Baku	99
Lampiran 3: Data Persediaan Bahan Baku dan Biaya Produksi, Harga Jual, dan Keuntungan	100
Lampiran 4: Tabel Awal Simpleks Fully Fuzzy Linear Programming dengan Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 1\%$	101
Lampiran 5: Hasil Penyelesaian Fully Fuzzy Linear Programming dengan Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 1\%$	103
Lampiran 6: Tabel Awal Simpleks Fully Fuzzy Linear Programming dengan Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 2\%$	105
Lampiran 7: Hasil Penyelesaian Fully Fuzzy Linear Programming dengan Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 2\%$	107
Lampiran 8: Tabel Awal Simpleks Fully Fuzzy Linear Programming dengan Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 3\%$	109
Lampiran 9: Hasil Penyelesaian Fully Fuzzy Linear Programming dengan Asumsi Toleransi Kebutuhan Bahan Baku $\pm 3\%$	111
Lampiran 10: Hasil Penyelesaian dengan Pemrograman Linear	113

BAB I PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Dewasa ini, perkembangan dunia usaha di Indonesia semakin mengalami peningkatan. Hal ini ditandai dengan semakin banyaknya orang yang tertarik dan berminat untuk terjun dalam dunia usaha. Contoh kecilnya adalah kemunculan berbagai UKM (Usaha Kecil Menengah) dan UMKM (Usaha Mikro Kecil dan Menengah). Berdirinya berbagai jenis usaha ini pada akhirnya mengakibatkan timbulnya persaingan bisnis antar perusahaan, khususnya pada perusahaan yang bergerak di bidang yang sama. Oleh karena itu, sangat penting bagi perusahaan untuk menyusun perencanaan produksi (*production planning*) secara sempurna.

Perencanaan produksi merupakan suatu strategi yang dilakukan oleh sebuah perusahaan saat akan memproduksi barang atau jasa untuk mencapai tujuan perusahaan. Pada umumnya, tujuan utama perusahaan adalah memperoleh laba yang maksimal, namun sedapat mungkin menggunakan biaya yang minimal. Dalam proses produksi harus ada koreksi yang optimal agar diperoleh tingkat biaya yang rendah. Adapun faktor yang perlu diperhatikan dalam aktivitas produksi diantaranya adalah permintaan, kapasitas pabrik, suplai bahan baku, serta biaya produksi. Hasil perencanaan produksi ini akan menjadi salah satu faktor penting terhadap keberlangsungan hidup perusahaan. Tanpa adanya perencanaan produksi yang baik, sebuah perusahaan akan sulit dijalankan secara efektif yang mengakibatkan penggunaan biaya pada produksi tersebut menjadi boros (Halida, 2020).

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang sering digunakan untuk mempermudah penyelesaian permasalahan yang ada di dalam ilmu-ilmu lainnya, maupun di dalam kehidupan sehari-hari. Cabang ilmu di dalam matematika begitu banyak, salah satunya adalah matematika terapan. Dalam melakukan perencanaan produksi, dapat digunakan beberapa metode yang ada di dalam matematika terapan, salah satunya adalah metode pemrograman linear (*linear programming*).

Pemrograman linear merupakan salah satu metode matematis yang berkarakteristik linear yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi, yaitu memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap suatu kendala (Simarmata, 2022). Artinya, pemrograman linear adalah sebuah metode dalam pengambilan keputusan baik dari sudut formulasi maupun pemecahan masalah yang dihadapi dengan membuat perencanaan untuk memperoleh hasil yang optimal. Adapun yang dimaksud optimal adalah memperoleh nilai maksimum (dalam hal keuntungan, jumlah produk, dan lainnya) atau minimum (dalam hal biaya, tenaga kerja, dan lainnya).

Dalam pemodelan program linear salah satu asumsi dasar adalah kepastian, yaitu setiap parameter dan data-data dalam pemodelan program linear, yang terdiri dari koefisien-koefisien fungsi tujuan, fungsi kendala, dan variabel keputusan, diketahui secara pasti (Kumala, 2014). Namun dalam praktiknya, fungsi tujuan dan fungsi kendala seringkali memiliki nilai yang tidak pasti. Apabila terdapat nilai koefisien dan konstanta yang tidak pasti, maka solusi program linear biasa menjadi tidak optimal. Oleh karena itu, dikembangkanlah salah satu teknik dalam menyelesaikan program linear, yaitu metode pemrograman linear *fuzzy* (*fuzzy linear programming*) yang dapat mengatasi ketidakpastian tersebut.

Istilah *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Lotfi A. Zadeh dari Universitas California di Berkeley, melalui jurnal penelitiannya *Fuzzy Sets* pada tahun 1965. Teori ini dapat digunakan untuk memecahkan masalah ketidakpastian dan ketidaktepatan. Teori ini memperkenalkan fungsi yang keanggotaannya dinyatakan dalam bentuk derajat keanggotaan tertentu dalam selang tertutup antara 0 dan 1. Pemrograman linear *fuzzy* adalah pemrograman linear yang dinyatakan dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang memiliki parameter dan ketidaksamaan *fuzzy* (Purba, 2012).

Meera Cake Makassar adalah salah satu unit usaha UMKM di bidang manufaktur sebagai toko kue yang berada di Kota Makassar. Toko kue ini menyediakan berbagai jenis kue kering, mulai dari nastar, kastangle, kue salju, mente, chocostick, maupun palm sugar. Sebagai toko kue yang baru berdiri pada November 2020, proses produksi pada toko ini masih belum terorganisir dengan baik. Salah satu masalah yang muncul

adalah berapa banyak masing-masing jenis kue yang diproduksi untuk memperoleh keuntungan yang maksimum. Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan pemrograman linear, dimana tujuan yang ingin dicapai adalah memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dari hasil produksi. Adapun fungsi kendala dibentuk dari kebutuhan dan persediaan bahan baku.

Namun besarnya biaya produksi yang terdiri dari biaya bahan baku, biaya tenaga kerja, dan biaya *overhead* yang dikeluarkan tidak menentu. Hal ini dikarenakan harga bahan baku di pasaran yang kadang mengalami peningkatan, terdapat tenaga kerja *freelance*, dan adanya biaya *overhead*. Hal ini akan mempengaruhi keuntungan produksi yang juga tidak menentu. Selain itu, jumlah bahan baku yang disediakan juga tidak menentu, hal ini dikondisikan dengan permintaan yang kadang meningkat dan menurun. Dengan adanya ketidakpastian ini, maka masalah pemrograman linear tersebut akan diselesaikan dengan pemrograman linear *fuzzy*. Dalam hal ini, fungsi tujuan, fungsi kendala, maupun variabel keputusan yang digunakan semuanya dinyatakan dalam bilangan *fuzzy*, sehingga masalah ini akan diselesaikan dengan *fully fuzzy linear programming*.

Penelitian yang berkenaan dengan pemrograman linear *fuzzy* telah banyak dilakukan oleh para peneliti, diantaranya Nasser (2008) membahas mengenai penyelesaian pemrograman linear *fuzzy* dengan cara mengubah bentuk pemrograman linear *fuzzy* ke pemrograman linear klasik yang selanjutnya diselesaikan dengan metode simpleks. Kumar, dkk. (2011) membahas metode dalam menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming*, yakni pemrograman linear *fuzzy* yang seluruh parameter dan variabel keputusannya berupa bilangan *fuzzy*. Pada tulisan ini, diperkenalkan metode baru dalam penyelesaian *fully fuzzy linear programming*, yaitu dengan menggunakan *ranking function*. Kemudian, Abdullah dan Abidin (2014) menggunakan pemrograman linear *fuzzy* dalam mengoptimalkan produksi daging. Dalam penelitian tersebut, data terkait produksi daging diformulasikan ke dalam bentuk pemrograman linear *fuzzy*, selanjutnya dikonversi ke bentuk pemrograman linear klasik, sehingga dapat diselesaikan dengan metode simpleks.

Berdasarkan uraian di atas, maka judul penelitian ini adalah “**Penerapan *Fully Fuzzy Linear Programming* Menggunakan Bilangan *Fuzzy* Segitiga dalam Optimasi Produksi (Studi kasus: Meera Cake Makassar)**”.

I.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana menerapkan metode *fully fuzzy linear programming* dalam pengoptimalan profit pada produksi kue kering di Meera Cake Makassar.

I.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bilangan *fuzzy* yang digunakan dalam penelitian ini adalah bilangan *fuzzy* segitiga.
2. Fluktuasi harga bahan baku produksi dianggap sebagai sesuatu yang pasti.

I.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menerapkan metode *fully fuzzy linear programming* dalam menentukan jumlah produksi kue kering di Meera Cake Makassar yang menghasilkan profit yang optimal.

I.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Bagi peneliti
 - a. Dapat mengaplikasikan teori yang telah diperoleh dalam perkuliahan dengan permasalahan nyata yang terjadi pada dunia industri.
 - b. Dapat menambah wawasan dan ilmu pengetahuan, khususnya pada penerapan *fully fuzzy linear programming*.

2. Bagi perusahaan

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini dapat menjadi acuan atau masukan bagi perusahaan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

II.1 Optimasi

Optimasi adalah tindakan pengambilan keputusan untuk mengoptimalkan satu atau lebih tujuan di bawah serangkaian keadaan yang ditentukan (Kaur dan Kumar, 2016). Tujuan akhir dari semua keputusan tersebut adalah untuk meminimalkan upaya yang diperlukan atau untuk memaksimalkan keuntungan yang diinginkan. Karena upaya yang diperlukan atau manfaat yang diinginkan dalam situasi praktis apa pun dapat diungkapkan sebagai fungsi dari variabel keputusan tertentu, optimasi dapat didefinisikan sebagai proses menemukan kondisi yang memberikan nilai maksimum atau minimum dari suatu fungsi (Rao, 2009).

Adapun masalah yang sering muncul sebagai hasil pemodelan matematika dari banyak situasi dalam kehidupan nyata disebut masalah optimasi. Masalah optimasi sering ditemui dalam disiplin ilmu, seperti manajemen keuangan, optimasi teknik, sistem manufaktur, manajemen, bisnis, ilmu fisika, pertanian, dan lain sebagainya (Kaur dan Kumar, 2016). Dalam dunia bisnis, optimasi sering digunakan dalam menentukan jumlah produksi suatu perusahaan untuk memaksimalkan keuntungan dan efisiensi serta meminimalkan kerugian, biaya atau resiko. Permasalahan optimasi dapat diselesaikan dengan beberapa program matematika, diantaranya yaitu *linear programming*, *non-linear programming*, *integer programming*, maupun *dynamic programming*.

II.2 Pemrograman Linear

Pemrograman linear adalah suatu teknik pengambilan keputusan untuk menentukan nilai optimum (maksimum atau minimum) dari sebuah fungsi linear dibawah serangkaian kendala-kendala yang dinyatakan dalam persamaan atau pertidaksamaan linear (Hillier dan Lieberman, 2001). Keputusan yang akan diambil dinyatakan sebagai fungsi tujuan (*objective function*), sedangkan kendala-kendala yang dihadapi dalam membuat keputusan tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi kendala

(*constraint*). Tujuan penggunaan pemrograman linear dalam menyelesaikan masalah berkaitan dengan masalah optimalisasi, yaitu memaksimalkan atau meminimumkan sesuatu, dimana tingkat pencapaian tujuan ini dibatasi oleh kendala yang mewakili keterbatasan dari kapasitas waktu, produk, maupun kemampuan yang ada. Nilai-nilai variabel keputusan yang diperoleh dari pencapaian tujuan ini disebut sebagai solusi layak. Solusi layak yang memberikan nilai fungsi tujuan paling besar (untuk kasus maksimum) atau yang paling kecil (untuk kasus minimum) disebut solusi optimal (Rangkuti, 2022).

II.2.1 Model Program Linear

Secara matematis, bentuk umum model program linear adalah sebagai berikut (Rangkuti, 2022):

Maksimalkan:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_jx_j \quad (2.1)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Disamping itu, terdapat bentuk lain sebagai berikut:

- a. Meminimalkan fungsi tujuan:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.3)$$

- b. Beberapa kendala fungsional berupa ketidaksamaan lebih besar dari atau sama dengan:

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \quad (2.4)$$

- c. Kendala fungsional berbentuk persamaan:

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \quad (2.5)$$

d. Variabel keputusan memenuhi kendala non-negatif, yaitu:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.6)$$

dimana:

- Z = fungsi tujuan yang akan dioptimalkan.
- c_j = kenaikan nilai Z apabila terdapat pertambahan tingkat kegiatan x_j dengan satu satuan unit atau sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan j terhadap Z .
- x_j = tingkat kegiatan ke- j (untuk $j = 1, 2, \dots, n$).
- a_{ij} = banyaknya sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit kegiatan j .
- b_i = kapasitas sumber i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan (untuk $i = 1, 2, \dots, m$).
- m = macam batasan sumber atau fasilitas yang tersedia.
- n = macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia.

Secara umum model pemrograman linear terdiri dari (Rangkuti, 2022):

- Fungsi tujuan (*objective function*), yaitu fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (Z), dapat berupa nilai maksimum atau minimum.
- Fungsi batasan atau kendala (*constraint function*), yaitu fungsi yang mempengaruhi persoalan terhadap fungsi tujuan yang akan dicapai yang berbentuk persamaan atau pertidaksamaan.
- Variabel keputusan (*decision variables*), yaitu variabel yang mempengaruhi pengambilan keputusan.

II.2.2 Asumsi Program Linear

Ada lima asumsi program linear, yaitu sebagai berikut (Rangkuti, 2022):

- a. Linearitas (*linearity*), yaitu membatasi bahwa fungsi tujuan dan fungsi kendala harus berbentuk linear, dengan kata lain variabel keputusan berpangkat satu.
- b. Proporsionalitas (*proportionality*), yaitu naik-turunnya nilai fungsi tujuan dan penggunaan sumber daya atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding (*proportional*) dengan perubahan tingkat kegiatan.
- c. Aditivitas (*additivity*) yaitu nilai fungsi tujuan untuk setiap kegiatan tidak saling mempengaruhi dan dalam pemrograman linear dianggap bahwa kenaikan dari nilai fungsi tujuan yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian dari kegiatan lain.
- d. Deterministik (*deterministic*) yang dalam hal ini menyatakan bahwa setiap parameter yang ada dalam pemrograman linear (a_{ij}, b_i, c_j) dapat ditentukan dengan pasti, meskipun jarang dengan tepat.
- e. Divisibilitas (*divisibility*) yaitu menyatakan bahwa keluaran (*output*) yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan.

II.2.3 Langkah-langkah Pembuatan Model Program Linear

Untuk memformulasikan suatu masalah nyata ke dalam bentuk program linear, maka perlu dilakukan pembuatan model program linear dengan langkah-langkah sebagai berikut (Siang, 2014):

- a. Memahami permasalahan yang ada.
- b. Menentukan variabel-variabel keputusan. Variabel keputusan yaitu besaran yang akan ditentukan nilainya agar optimalitas yang diinginkan tercapai.
- c. Membuat fungsi tujuan, yaitu fungsi yang akan dioptimumkan. Fungsi yang akan dioptimumkan harus merupakan kombinasi linear variabel-variabel keputusan.
- d. Menentukan kendala berdasarkan keterbatasan sumber daya atau kondisi yang harus dipenuhi. Sama seperti fungsi tujuan, fungsi kendala harus merupakan

fungsi linear variabel keputusan. Kendala bisa berupa persamaan maupun pertidaksamaan.

II.3 Metode Simpleks

Dalam menyelesaikan masalah pemrograman linear, terdapat dua metode yang dapat digunakan, yaitu metode grafik dan metode simpleks. Namun, metode grafik hanya dapat digunakan untuk penyelesaian program linear yang memiliki dua variabel. Oleh karena itu, diperkenalkanlah metode simpleks yang dapat menyelesaikan masalah program linear yang memiliki variabel keputusan lebih dari dua. Metode simpleks ini pertama kali diperkenalkan oleh George Dantzig pada tahun 1947. Metode simpleks adalah suatu metode yang secara sistematis dimulai dari suatu pemecahan dasar yang fisibel ke pemecahan dasar fisibel lainnya yang dilakukan secara berulang-ulang hingga tercapai suatu pemecahan dasar yang optimal, dan pada setiap tahap penyelesaiannya menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar, lebih kecil atau sama dari tahap-tahap sebelumnya (Rangkuti, 2022).

II.3.1 Beberapa Bentuk Standar Pemrograman Linear

Sebelum menyelesaikan masalah pemrograman linear dengan metode simpleks, maka terlebih dahulu permasalahan tersebut diubah ke dalam suatu bentuk standar pemrograman linear, adapun bentuk standar tersebut adalah (Rangkuti, 2022):

- a. Bentuk standar ketidaksamaan (*the standard inequality form*)

Maks/Min:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n \quad (2.7)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$\text{dan } x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$$

dimana a_{ij} , c_j , dan b_i adalah konstanta-konstanta yang diketahui dan dapat ditentukan.

b. Bentuk standar kesamaan (*the standard equality form*)

Bentuk standar kesamaan dapat diperoleh dari bentuk ketidaksamaan dengan mengubah tanda “ \leq ” dan “ \geq ” menjadi tanda “ $=$ ”.

1) Ketaksamaan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \quad (2.9)$$

dapat diubah menjadi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1 \quad (2.10)$$

dimana $x_{n+1} \geq 0$ dan disebut *slack variable*.

2) Ketaksamaan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n \geq b_1 \quad (2.11)$$

dapat diubah menjadi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n - x_{n+1} = b_1 \quad (2.12)$$

dimana $x_{n+1} \geq 0$ dan disebut *surplus variable*.

II.3.2 Langkah-langkah Metode Simpleks

Penyelesaian masalah program linear dengan metode simpleks dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Subagyo dkk., 1984):

a. Menyusun bentuk standar dari model matematika permasalahan.

Bentuk standar disusun dengan cara mengkonversikan semua pertidaksamaan pada fungsi kendala menjadi persamaan, yaitu menambahkan *slack variable* pada kendala yang bertanda “ \leq ” atau *surplus variable* pada kendala bertanda “ \geq ”.

b. Mengubah bentuk fungsi tujuan.

Misalnya dari $Z = c_1x_1 + c_2x_2$ diubah menjadi $Z - c_1x_1 - c_2x_2 = 0$

c. Menyusun persamaan-persamaan ke dalam tabel simpleks.

Setelah formulasi diubah, kemudian disusun ke dalam tabel. Adapun bentuk tabel awal simpleks adalah sebagai berikut:

Tabel 2. 1 Tabel Awal Simpleks

Basis	x_1	x_2	\dots	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	\dots	x_{n+m}	RHS
x_{n+1}	a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1n}	1	0	\dots	0	b_1
x_{n+2}	a_{21}	a_{22}	\dots	a_{2n}	0	1	\dots	0	b_2
\vdots	\vdots		\vdots				\vdots		\vdots
x_{n+m}	a_{m1}	a_{m2}	\dots	a_{mn}	0	0	\dots	1	b_m
Z	$-c_1$	$-c_2$	\dots	$-c_n$	0	0	\dots	0	0

d. Memilih kolom kunci

Kolom kunci dipilih dari kolom yang nilainya pada baris Z bernilai negatif terkecil (untuk kasus maksimasi) atau bernilai positif terbesar (untuk kasus minimasi). Jika suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif (untuk kasus maksimasi) atau nilai positif (untuk kasus minimasi) pada fungsi tujuan, maka tabel tersebut sudah tidak dapat dioptimalkan lagi.

e. Memilih baris kunci

Baris kunci adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel tersebut. Terlebih dahulu akan dicari rasio masing-masing baris, yaitu hasil bagi dari nilai-nilai pada kolom RHS (b_i) dengan nilai kolom kunci pada baris ke- i . Misalkan yang menjadi kolom kunci adalah kolom ke- j , maka rasionya adalah:

$$\text{rasio} = \frac{b_i}{a_{ij}} \quad (2.13)$$

Baris yang memiliki rasio bernilai positif terkecil dipilih sebagai baris kunci.

f. Mengubah nilai-nilai baris kunci

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci.

g. Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

Nilai-nilai pada baris lain, selain pada baris kunci diubah dengan menggunakan rumus:

$$\text{Baris baru} = \text{Baris lama} - (\text{nilai pada kolom kunci}) \times (\text{nilai baru baris kunci})$$

- h. Melanjutkan dan mengulangi langkah perbaikan pada tabel baru hingga diperoleh nilai optimal.

Jika masih terdapat nilai pada baris Z yang negatif (untuk kasus maksimasi) atau positif (untuk kasus minimasi) dari tabel baru, maka ulangi langkah-langkah pada poin d sampai poin g. Namun jika semua koefisien variabel dasar pada baris Z sudah tidak ada lagi yang negatif (untuk kasus maksimasi) atau sudah tidak ada lagi yang positif (untuk kasus minimasi), maka penyelesaian sudah optimal sehingga proses pengerjaan dengan metode simpleks telah selesai.

Contoh 2.1

Selesaikan masalah pemrograman linear berikut:

Maksimumkan:

$$Z = 5x + 3y$$

dengan kendala:

$$3x + 5y \leq 15$$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x, y \geq 10$$

Penyelesaian:

Masalah di atas dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menambahkan variabel *slack* pada fungsi kendala dan mengubah fungsi tujuan menjadi bentuk implisit seperti berikut:

Maksimumkan:

$$Z - 5x - 3y = 0$$

Dengan kendala:

$$3x + 5y + s_1 = 15$$

$$5x + 2y + s_2 = 10$$

$$x, y \geq 10$$

- Menyusun semua nilai fungsi tujuan dan fungsi kendala ke dalam tabel simpleks.

Tabel 2. 2 Tabel Awal Simpleks dari Contoh 2.1

Basis	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>s</i>₁	<i>s</i>₂	RHS
<i>s</i>₁	3	5	1	0	15
<i>s</i>₂	5	2	0	1	10
Z	-5	-3	0	0	0

- Memilih kolom kunci dan baris kunci. Kolom kunci adalah kolom yang memiliki nilai negatif terkecil pada baris Z, sehingga kolom 1 dipilih sebagai kolom kunci. Kemudian, rasio masing-masing baris dihitung, yaitu hasil bagi dari nilai-nilai pada kolom RHS dengan nilai kolom kunci pada baris yang sama. Baris yang memiliki nilai rasio terkecil dipilih sebagai baris kunci, dalam hal ini dipilih baris 2 sebagai baris kunci.

Tabel 2. 3 Tabel Simpleks dengan Kolom Kunci dan Baris Kunci dari Contoh 2.1

Basis	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>s</i>₁	<i>s</i>₂	RHS	Rasio
<i>s</i>₁	3	5	1	0	15	5
<i>s</i>₂	5	2	0	1	10	2
Z	-5	-3	0	0	0	

- Melakukan perbaikan tabel dengan menggunakan operasi baris elementer untuk memperoleh nilai-nilai baris yang baru.

- Baris ke 2 yang baru diperoleh dari baris ke-2 yang lama dibagi 5.

$$\bar{b}_2 = \frac{1}{5} b_2$$

- Baris ke 1 yang baru diperoleh dari baris ke 1 yang lama dikurang dengan 3 kali baris ke 2 yang baru.

$$\bar{b}_1 = b_1 - 3\bar{b}_2$$

- Baris ke 3 yang baru diperoleh dari baris ke 3 yang lama ditambah dengan 5 kali baris ke 2 yang baru.

$$\bar{b}_3 = b_3 + 5\bar{b}_2$$

sehingga diperoleh tabel simpleks yang baru sebagai berikut.

Tabel 2.4 Tabel Simpleks Iterasi ke-1 dari Contoh 2.1

Basis	x	y	s_1	s_2	RHS
s_1	0	3.8	1	-0.6	9
x	1	0.4	0	0.2	2
Z	0	-1	0	1	10

Tabel 2.4 belum optimal karena pada baris Z masih ada yang bernilai negatif, sehingga perlu dilakukan perbaikan tabel kembali. Dengan mengulangi langkah 3 dan 4, maka dibuat tabel baru seperti berikut:

Tabel 2.5 Tabel Simpleks Iterasi ke-2 dari Contoh 2.1

Basis	x	y	s_1	s_2	RHS
y	0	1	0.263158	-0.15789	2.368421
x	1	0	-0.10526	0.263158	1.052632
Z	0	0	0.263158	0.842105	12.36842

Pada Tabel 2.5 kondisi optimum telah tercapai karena nilai pada baris Z tidak ada lagi yang bernilai negatif. Dengan demikian, diperoleh penyelesaian optimal yaitu $x = 1.052632$ dan $y = 2.368421$ dengan nilai fungsi tujuan $Z = 12.36842$.

II.4 Konsep Himpunan Fuzzy

Istilah *fuzzy* pertama kali diperkenalkan pada tahun 1965 oleh Prof. Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar di *University of California, Berkeley*, Amerika Serikat, melalui publikasi tulisannya yang berjudul “*Fuzzy Sets*” yang mendeskripsikan teori

himpunan *fuzzy*. Adapun penjelasan terkait konsep himpunan *fuzzy* adalah sebagai berikut.

II.4.1 Pengertian Himpunan *Fuzzy*

Himpunan yang memiliki batasan yang tegas antara objek-objek yang merupakan anggota himpunan atau bukan merupakan anggota himpunan disebut himpunan tegas (*crisp*). Tetapi dalam kenyataannya, tidak semua himpunan yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari terdefinisi secara tegas, sehingga muncullah himpunan *fuzzy* (Amiri dkk., 2009). Dalam hal ini, himpunan *fuzzy* dapat dikatakan sebagai himpunan yang tidak jelas (kabur, abu-abu) atau tidak dapat dikelompokkan secara tegas, misalnya terdapat himpunan wanita cantik atau himpunan laki-laki tinggi, seberapa cantik seorang wanita dan seberapa tinggi seorang laki-laki adalah sesuatu yang bersifat subjektif. Penilaian antara satu orang dengan orang lainnya bisa saja berbeda, oleh karena itu himpunan-himpunan ini (himpunan wanita cantik atau himpunan laki-laki tinggi) tidak dapat menjadi himpunan-himpunan yang dapat dimodelkan oleh himpunan biasa (himpunan *crisp*). Sedangkan himpunan tegas (*crisp*) adalah himpunan dengan keanggotaan yang tidak dapat memiliki keanggotaan di tempat lainnya, misalnya himpunan hewan, himpunan tumbuhan, dan lain-lain. Himpunan tegas ini bersifat ya atau tidak, salah atau benar, 0 atau 1 (Hakim dkk., 2021).

Definisi 2.1 (Kaur dan Kumar, 2016)

Misalkan X adalah kumpulan objek-objek yang secara umum dilambangkan oleh x , maka himpunan *fuzzy* \tilde{A} pada X adalah sebuah himpunan pasangan berurutan sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) : x \in X\} \quad (2.14)$$

dimana $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ dan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ disebut fungsi keanggotaan dari x pada \tilde{A} .

II.4.2 Logika *Fuzzy*

Logika *fuzzy* adalah logika yang dikembangkan berdasarkan cara penalaran manusia dengan menggunakan pendekatan untuk menyelesaikan masalah

ketidakpastian (*uncertainty*), seperti keraguan, ketidaktepatan, kekuranglengkapan informasi, dan kebenaran yang bersifat sebagian. Dalam logika boolean, nilai kebenaran variabel hanya memiliki dua buah nilai, yaitu 0 atau 1, hitam atau putih, iya atau tidak, tidak ada nilai diantaranya. Sedangkan, logika *fuzzy* adalah suatu bentuk logika yang nilai kebenaran variabelnya dapat berupa bilangan riil dari 0 sampai 1. Logika *fuzzy* digunakan dalam menangani konsep kebenaran parsial, dimana nilai kebenaran dapat berkisar antara sepenuhnya benar, sepenuhnya salah, atau bahkan di antara keduanya (Hakim dkk., 2021).

II.4.3 Fungsi Keanggotaan *Fuzzy*

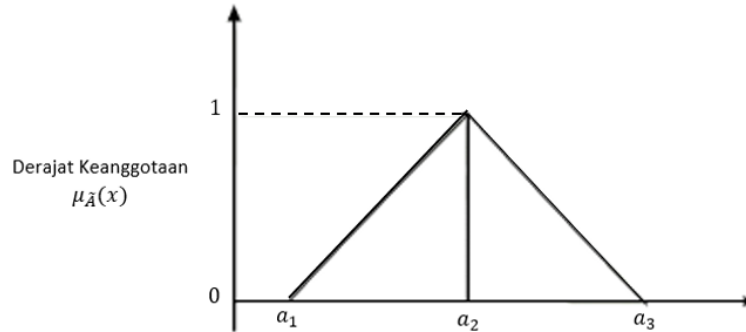
Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya atau derajat keanggotaan yang berada pada interval antara 0 sampai 1 (Kusumadewi dan Purnomo, 2010). Salah satu cara yang dapat digunakan untuk memperoleh nilai keanggotaan adalah melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi keanggotaan yang bisa digunakan, salah satunya adalah fungsi keanggotaan segitiga (*triangular*).

Definisi 2.2 (Pandian dan Jayalakshmi, 2010)

Sebuah bilangan *fuzzy* $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ adalah sebuah bilangan *fuzzy* segitiga (*triangular fuzzy number*) dimana $a_1, a_2,$ dan a_3 adalah bilangan riil dan fungsi keanggotaannya $\mu_{\tilde{A}}(x)$ diberikan oleh:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{(a_2 - a_1)} & , \text{ untuk } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{(a_3 - a_2)} & , \text{ untuk } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & , \text{ untuk } x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (2.15)$$

Adapun fungsi keanggotaan \tilde{A} ditunjukkan oleh Gambar 2.1



Gambar 2. 1 Fungsi Keanggotaan Segitiga

Contoh 2.2

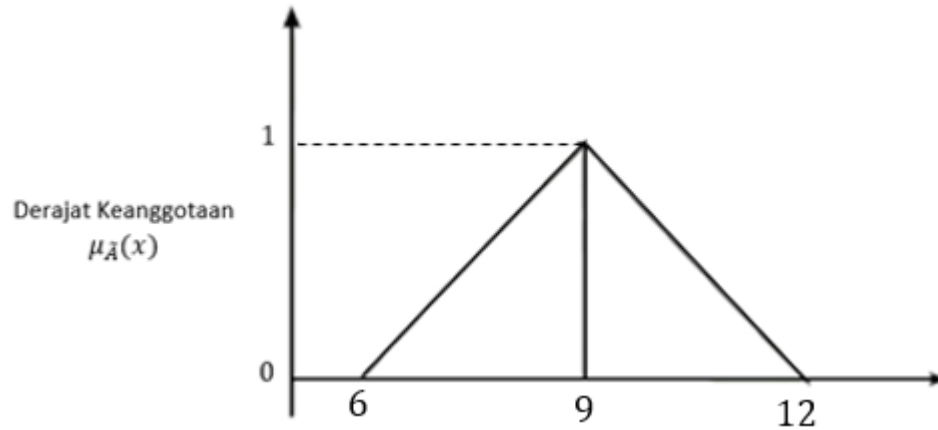
Misal diberikan bilangan *fuzzy* $\tilde{A} = (6, 9, 12)$, maka fungsi keanggotaan dari \tilde{A} dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-6}{(9-6)} & , \text{ untuk } 6 \leq x \leq 9 \\ \frac{12-x}{(12-9)} & , \text{ untuk } 9 \leq x \leq 12 \\ 0 & , \text{ lainnya} \end{cases}$$

Selanjutnya disederhanakan menjadi:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-6}{3} & , \text{ untuk } 6 \leq x \leq 9 \\ \frac{12-x}{3} & , \text{ untuk } 9 \leq x \leq 12 \\ 0 & , \text{ lainnya} \end{cases}$$

Bilangan *fuzzy* \tilde{A} tersebut merupakan bilangan *fuzzy* segitiga simetris karena jarak sisi kiri dan sisi kanan sama, yaitu sebesar 3. Adapun fungsi keanggotaan dari \tilde{A} dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2. 2 Fungsi Keanggotaan \tilde{A}

Definisi 2.3 (Pandian dan Jayalakshmi, 2010)

Misalkan $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ adalah bilangan *fuzzy* segitiga, maka:

- \tilde{A} dikatakan bilangan *fuzzy* non-negatif jika $a_i \geq 0$, untuk setiap $i = 1, 2, 3$.
- \tilde{A} dikatakan bilangan bulat jika a_i , untuk setiap $i = 1, 2, 3$ adalah bilangan bulat.
- $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ dikatakan simetris jika $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$.

Definisi 2.4 (Nasseri dan Behmanesh, 2019)

Misalkan $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ dan $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ adalah dua bilangan *fuzzy* segitiga, maka:

- $\tilde{A} = \tilde{B}$ jika dan hanya jika $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$
- $\tilde{A} < \tilde{B}$ jika dan hanya jika $a_1 < b_1, a_2 < b_2, a_3 < b_3$
- $\tilde{A} \leq \tilde{B}$ jika dan hanya jika $\tilde{A} = \tilde{B}$ atau $\tilde{A} < \tilde{B}$

Definisi 2.5 (Kumar dkk., 2011)

Ranking function adalah fungsi $\mathfrak{R}: F(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, dimana $F(\mathbb{R})$ adalah himpunan bilangan *fuzzy* yang didefinisikan pada himpunan bilangan real yang memetakan setiap

bilangan *fuzzy* pada bilangan real. Misalkan $\tilde{A} = (a, b, c)$ adalah bilangan *fuzzy* segitiga, maka:

$$\Re(\tilde{A}) = \frac{a + 2b + c}{4} \quad (2.16)$$

II.4.4 Operasi Aritmetika Bilangan *Fuzzy* Segitiga

Misalkan $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ dan $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ adalah dua bilangan *fuzzy* segitiga, operasi aritmetika pada \tilde{A} dan \tilde{B} adalah sebagai berikut (Pandian dan Jayalakshmi, 2010):

a. Penjumlahan

$$\begin{aligned} \tilde{A} \oplus \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) \oplus (b_1, b_2, b_3) \\ &= (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \end{aligned} \quad (2.17)$$

b. Pengurangan

$$\begin{aligned} \tilde{A} \ominus \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) \ominus (b_1, b_2, b_3) \\ &= (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \end{aligned} \quad (2.18)$$

c. Perkalian skalar

$$\begin{aligned} k(a_1, a_2, a_3) &= (ka_1, ka_2, ka_3) \quad , \text{jika } k \geq 0 \\ k(a_1, a_2, a_3) &= (ka_3, ka_2, ka_1) \quad , \text{jika } k < 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

d. Perkalian

Misalkan $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ adalah sembarang bilangan *fuzzy* segitiga dan $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ adalah bilangan *fuzzy* segitiga non-negatif, maka:

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = \begin{cases} (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3), & a_1 \geq 0 \\ (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_3), & a_1 < 0, a_3 \geq 0 \\ (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1), & a_3 < 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

Contoh 2.3

Diberikan dua bilangan *fuzzy* $\tilde{P} = (1, 5, 7)$ dan $\tilde{Q} = (2, 3, 5)$, operasi aritmetika pada \tilde{P} dan \tilde{Q} adalah:

a. Penjumlahan

$$\tilde{P} \oplus \tilde{Q} = (1, 5, 7) \oplus (2, 3, 5) = (3, 8, 12)$$

b. Pengurangan

$$\tilde{P} \ominus \tilde{Q} = (1, 5, 7) \ominus (2, 3, 5) = (-4, 2, 5)$$

c. Perkalian skalar

$$2\tilde{P} = 2(1, 5, 7) = (2, 10, 14)$$

$$-2\tilde{P} = -2(1, 5, 7) = (-14, -10, -2)$$

d. Perkalian

$$\begin{aligned}\tilde{P} \otimes \tilde{Q} &= (1, 5, 7) \otimes (2, 3, 5) \\ &= (2, 15, 35)\end{aligned}$$

II.4.5 Fully Fuzzy Linear Programming (FFLP)

Fuzzy linear programming (FLP) adalah sebuah pemrograman linear yang dinyatakan dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang memiliki parameter *fuzzy* dan ketidaksamaan *fuzzy* (Purba, 2012). Adapun tujuan dari *fuzzy linear programming* adalah untuk mencari solusi yang dapat diterima berdasarkan kriteria yang dinyatakan dalam fungsi tujuan dan fungsi kendala. Solusi tersebut akan berbentuk himpunan *fuzzy* yang memiliki derajat kebenaran tertentu pada selang 0 sampai 1. Pada *fuzzy linear programming*, akan dicari suatu nilai Z yang merupakan fungsi tujuan yang akan dioptimalkan sedemikian rupa sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy* (Kusumadewi dan Purnomo, 2010).

Dalam pemodelan program linear *fuzzy* setidaknya terdapat dua bentuk model pemrograman, yaitu pemrograman linear *fuzzy* tidak penuh dan pemrograman linear *fuzzy* penuh (*fully fuzzy linear programming*). *Fully fuzzy linear programming* (FFLP) merupakan bentuk model permasalahan *fuzzy linear programming* dimana seluruh parameter-parameter keputusan dan variabel-variabel keputusannya adalah berupa bilangan *fuzzy*. Bentuk umum masalah FFLP dengan m kendala dan n variabel *fuzzy* adalah sebagai berikut (Kumar dkk., 2011).

Maksimumkan:

$$\tilde{Z} = \sum_{j=1}^n \tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j \quad (2.21)$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \lesssim \tilde{b}_i \quad (i = 1,2,3, \dots, m) \quad (2.22)$$

$$\tilde{x}_j \gtrsim \tilde{0} \quad (j = 1,2,3, \dots, n)$$

Adapun bentuk lainnya sebagai berikut:

Minimumkan:

$$\tilde{Z} = \sum_{j=1}^n \tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j \quad (2.23)$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \gtrsim \tilde{b}_i \quad (i = 1,2,3, \dots, m) \quad (2.24)$$

$$\tilde{x}_j \gtrsim \tilde{0} \quad (j = 1,2,3, \dots, n)$$

dimana \tilde{Z} adalah fungsi tujuan *fuzzy*, \tilde{a}_{ij} adalah koefisien kendala *fuzzy*, \tilde{b}_i adalah konstanta ruas kanan *fuzzy*, \tilde{c}_j adalah koefisien fungsi tujuan *fuzzy*, \tilde{x}_j adalah variabel keputusan *fuzzy* dan $\tilde{0} = (0,0,0)$ adalah bilangan *fuzzy* segitiga nol. Untuk \tilde{a}_{ij} , \tilde{b}_i , \tilde{c}_j , dan \tilde{x}_j berupa bilangan *fuzzy* segitiga.

II.4.6 Tahapan Penyelesaian *Fully Fuzzy Linear Programming*

Adapun tahapan dalam menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* (FFLP), dalam hal ini menentukan solusi optimalnya adalah sebagai berikut (Kumar dkk., 2011):

- a. Memformulasikan masalah yang ada ke dalam bentuk *fully fuzzy linear programming*

Masalah yang akan dibahas adalah masalah *fully fuzzy linear programming* dengan koefisien-koefisien dan variabel keputusan berupa bilangan *fuzzy* segitiga dengan model umum, yaitu:

Maksimumkan:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j \quad (2.25)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j &\lesssim \tilde{b}_i & (i = 1, 2, 3, \dots, m) \\ \tilde{x}_j &\gtrsim \tilde{0} & (j = 1, 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.26)$$

dimana \tilde{a}_{ij} , \tilde{b}_i , \tilde{c}_j , dan \tilde{x}_j berupa bilangan *fuzzy* segitiga.

- b. Memisalkan \tilde{c}_j , \tilde{x}_j , \tilde{a}_{ij} , dan \tilde{b}_i sebagai bilangan *fuzzy* segitiga (p_j, q_j, r_j) , (x_j, y_j, z_j) , (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) , dan (f_i, g_i, h_i) , sehingga Persamaan (2.25) dan (2.26) menjadi:

Maksimumkan:

$$\sum_{j=1}^n (p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j) \quad (2.27)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j) &\lesssim (f_i, g_i, h_i) & (i = 1, 2, 3, \dots, m) \\ (x_j, y_j, z_j) &\gtrsim (0, 0, 0) & (j = 1, 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.28)$$

- c. Mengasumsikan $(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j) = (m_{ij}, n_{ij}, o_{ij})$ yang diperoleh dari operasi aritmetika, sehingga masalah FFLP pada Persamaan (2.28) diubah menjadi:

Maksimumkan:

$$\sum_{j=1}^n (p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j) \quad (2.29)$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n (m_{ij}, n_{ij}, o_{ij}) \lesssim (f_i, g_i, h_i) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \quad (2.30)$$

$$(x_j, y_j, z_j) \gtrsim (0, 0, 0) \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

- d. Menggunakan *ranking function* dan operasi aritmetika *fuzzy* untuk mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala pada Persamaan (2.29) dan (2.30) menjadi data tegas, sehingga diperoleh bentuk berikut:

Maksimumkan:

$$\Re \left(\sum_{j=1}^n (p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j) \right) \quad (2.31)$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} \leq f_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m)$$

$$\sum_{j=1}^n n_{ij} \leq g_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \quad (2.32)$$

$$\sum_{j=1}^n o_{ij} \leq h_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m)$$

$$y_j - x_j \geq 0, \quad z_j - y_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$$x_j \geq 0, \quad y_j \geq 0, \quad z_j \geq 0.$$

- e. Menyelesaikan masalah FFLP yang telah berbentuk program linear klasik dengan menggunakan metode simpleks untuk mencari solusi optimal $x_j, y_j,$ dan z_j . Kemudian substitusikan kembali nilai-nilai $x_j, y_j,$ dan z_j ke $\tilde{x}_j = (x_j, y_j, z_j)$.
- f. Menghitung penyelesaian optimal *fuzzy* dengan mensubstitusikan nilai $\tilde{x}_j = (x_j, y_j, z_j)$ yang telah diperoleh ke dalam fungsi tujuan FFLP yaitu $\sum_{j=1}^n \tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j$.
- g. Penegasan nilai optimal *fuzzy* dengan *ranking function*.

Contoh 2.4

Suatu perusahaan roti memproduksi roti A dan roti B dengan bahan baku mentega, tepung terigu, dan gula. Dalam satu kali produksi, roti A membutuhkan 5 kg tepung terigu, 2 kg mentega, dan 2 kg gula, sedangkan roti B membutuhkan 4 kg tepung terigu, 3 kg mentega, dan 2 kg gula. Hasil yang diperoleh dalam satu kali produksi adalah sekitar 18 kemasan roti A dan 19 kemasan roti B, sehingga kebutuhan bahan baku setiap jenis roti per kemasan diperkirakan seperti pada tabel berikut dengan toleransi 5%. Adapun jumlah bahan baku yang disediakan juga tidak menentu, hal ini dikondisikan dengan permintaan yang kadang meningkat dan menurun, sehingga persediaan bahan baku tertera pada tabel berikut dengan toleransi persediaan 10%.

Tabel 2.6 Kebutuhan dan Persediaan Bahan Baku dari Contoh 2.4

Bahan Baku (kg)	Roti A	Roti B	Persediaan Bahan Baku (kg)
Tepung terigu	0.3	0.2	30
Mentega	0.1	0.2	20
Gula	0.1	0.1	15

Harga bahan baku di pasaran yang kadang mengalami peningkatan dan penurunan mempengaruhi biaya produksi yang dikeluarkan, sehingga besarnya keuntungan yang diperoleh pun mengalami peningkatan dan penurunan dengan toleransi 10%. Data keuntungan setiap jenis roti per kemasan tertera pada tabel berikut:

Tabel 2.7 Keuntungan Produksi dari Contoh 2.4

Jenis Roti (per kemasan)	Keuntungan
Roti A	Sekitar Rp4.000,00
Roti B	Sekitar Rp5.000,00

Berdasarkan data tersebut, berapakah banyaknya roti A dan roti B yang harus diproduksi untuk memperoleh keuntungan yang maksimum?

Penyelesaian:

Misalkan:

\tilde{x}_1 = banyaknya roti A yang diproduksi

\tilde{x}_2 = banyaknya roti B yang diproduksi

Karena terdapat ketidakpastian pada data yang dimiliki, maka data tersebut pertama-tama akan diformulasikan ke bentuk bilangan *fuzzy* segitiga sebagai berikut:

- Data kebutuhan bahan baku setiap jenis roti diubah menjadi bilangan *fuzzy* segitiga dengan toleransi 5%, sehingga diperoleh:

Tabel 2.8 Kebutuhan Bahan Baku dalam Bilangan *Fuzzy* Segitiga dari Contoh 2.4

Bahan Baku (kg)	Roti A	Roti B
Tepung terigu	(0.285, 0.3, 0.315)	(0.19, 0.2, 0.21)
Mentega	(0.095, 0.1, 0.105)	(0.19, 0.2, 0.21)
Gula	(0.095, 0.1, 0.105)	(0.095, 0.1, 0.105)

- Data persediaan bahan baku diubah menjadi bilangan *fuzzy* segitiga dengan toleransi 10%, sehingga diperoleh:

Tabel 2.9 Persediaan Bahan Baku dalam Bilangan *Fuzzy* Segitiga dari Contoh 2.4

Bahan Baku (kg)	Persediaan Bahan Baku (kg)
Tepung terigu	(27, 30, 33)
Mentega	(18, 20, 22)
Gula	(13.5, 15, 16.5)

- Data keuntungan diubah menjadi bilangan *fuzzy* segitiga dengan toleransi 10%, sehingga diperoleh:

Tabel 2. 10 Keuntungan Produksi dalam Bilangan *Fuzzy* Segitiga dari Contoh 2.4

Jenis Roti (per kemasan)	Keuntungan
Roti A	(3600, 4000, 4400)
Roti B	(4500, 5000, 5500)

Dengan demikian, masalah di atas akan diselesaikan dengan *fully fuzzy linear programming* sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$\tilde{Z} = (3600, 4000, 4400) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (4500, 5000, 5500) \otimes \tilde{x}_2 \quad (2.33)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} (0.285, 0.3, 0.315) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (0.19, 0.2, 0.21) \otimes \tilde{x}_2 &\leq (27, 30, 33) \\ (0.095, 0.1, 0.105) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (0.19, 0.2, 0.21) \otimes \tilde{x}_2 &\leq (18, 20, 22) \\ (0.095, 0.1, 0.105) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (0.095, 0.1, 0.105) \otimes \tilde{x}_2 &\leq (13.5, 15, 16.5) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\tilde{x}_1 \geq \tilde{0}, \quad \tilde{x}_2 \geq \tilde{0}$$

Selanjutnya, misalkan $\tilde{x}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ dan $\tilde{x}_2 = (x_2, y_2, z_2)$, maka Persamaan (2.33) dan (2.34) diubah menjadi:

Maksimumkan:

$$\begin{aligned} \tilde{Z} = (3600, 4000, 4400) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (4500, 5000, 5500) \\ \otimes (x_2, y_2, z_2) \end{aligned} \quad (2.35)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} (0.285, 0.3, 0.315) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (0.19, 0.2, 0.21) \otimes (x_2, y_2, z_2) \\ \leq (27, 30, 33) \\ (0.095, 0.1, 0.105) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (0.19, 0.2, 0.21) \otimes (x_2, y_2, z_2) \\ \leq (18, 20, 22) \\ (0.095, 0.1, 0.105) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (0.095, 0.1, 0.105) \otimes (x_2, y_2, z_2) \\ \leq (13.5, 15, 16.5) \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$(x_1, y_1, z_1) \geq (0, 0, 0), \quad (x_2, y_2, z_2) \geq (0, 0, 0)$$

Dengan menggunakan operasi aritmetika bilangan *fuzzy* segitiga, maka masalah FFLP di atas menjadi:

Maksimumkan:

$$Z = \Re(3600x_1 + 4500x_2, 4000y_1 + 5000y_2, 4400z_1 + 5500z_2) \quad (2.37)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} (0.285x_1 + 0.19x_2, 0.3y_1 + 0.2y_2, 0.315z_1 + 0.21z_2) &\leq (27, 30, 33) \\ (0.095x_1 + 0.19x_2, 0.1y_1 + 0.2y_2, 0.105z_1 + 0.21z_2) &\leq (18, 20, 22) \\ (0.095x_1 + 0.095x_2, 0.1y_1 + 0.1y_2, 0.105z_1 + 0.105z_2) &\leq (13.5, 15, 16.5) \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$(x_1, y_1, z_1) \geq (0, 0, 0), \quad (x_2, y_2, z_2) \geq (0, 0, 0)$$

Kemudian, dengan menggunakan *ranking function* dan operasi aritmetika bilangan *fuzzy* segitiga, diperoleh:

Maksimumkan:

$$\begin{aligned} Z = \frac{1}{4}(3600x_1 + 4500x_2 + 8000y_1 + 10000y_2 + 4400z_1 \\ + 5500z_2) \end{aligned} \quad (2.39)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} 0.285x_1 + 0.19x_2 &\leq 27 \\ 0.3y_1 + 0.2y_2 &\leq 30 \\ 0.315z_1 + 0.21z_2 &\leq 33 \\ 0.095x_1 + 0.19x_2 &\leq 18 \\ 0.1y_1 + 0.2y_2 &\leq 20 \\ 0.105z_1 + 0.21z_2 &\leq 22 \\ 0.095x_1 + 0.095x_2 &\leq 13.5 \\ 0.1y_1 + 0.1y_2 &\leq 15 \\ 0.105z_1 + 0.105z_2 &\leq 16.5 \\ y_1 - x_1 \geq 0, \quad z_1 - y_1 \geq 0, \quad y_2 - x_2 \geq 0, \quad z_2 - y_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$x_1 \geq 0, y_1 \geq 0, z_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y_2 \geq 0, z_2 \geq 0$$

Permasalahan pada kasus di atas telah berbentuk pemrograman linear klasik, sehingga dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks dengan pertama-tama menambahkan variabel *slack*, sehingga Persamaan (2.39) dan (2.40) menjadi:

Maksimumkan:

$$Z - \frac{1}{4}(3600x_1 + 4500x_2 + 8000y_1 + 10000y_2 + 4400z_1 + 5500z_2) = 0 \quad (2.41)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} 0.285x_1 + 0.19x_2 + s_1 &= 27 \\ 0.3y_1 + 0.2y_2 + t_1 &= 30 \\ 0.315z_1 + 0.21z_2 + u_1 &= 33 \\ 0.095x_1 + 0.19x_2 + s_2 &= 18 \\ 0.1y_1 + 0.2y_2 + t_2 &= 20 \\ 0.105z_1 + 0.21z_2 + u_2 &= 22 \\ 0.095x_1 + 0.095x_2 + s_3 &= 13.5 \\ 0.1y_1 + 0.1y_2 + t_3 &= 15 \\ 0.105z_1 + 0.105z_2 + u_3 &= 16.5 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$y_1 - x_1 \geq 0, \quad z_1 - y_1 \geq 0, \quad y_2 - x_2 \geq 0, \quad z_2 - y_2 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0, y_1 \geq 0, z_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y_2 \geq 0, z_2 \geq 0$$

Persamaan (2.41) dan (2.42) selanjutnya diselesaikan menggunakan metode simpleks dengan tabel awal simpleks sebagai berikut:

Tabel 2. 11 Tabel Awal Simpleks dari Contoh 2.4

BASIS	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	s_3	t_3	u_3	m_1	m_2	m_3	m_4	RHS
s_1	0.285	0.19	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27
t_1	0	0	0.3	0.2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30
u_1	0	0	0	0	0.32	0.21	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33
s_2	0.095	0.19	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
t_2	0	0	0.1	0.2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	20
u_2	0	0	0	0	0.11	0.21	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	22
s_3	0.095	0.095	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	13.5
t_3	0	0	0.1	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	15
u_3	0	0	0	0	0.11	0.11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	16.5
m_1	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
m_2	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
m_3	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
m_4	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Z	-900	-	-	-	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Selanjutnya dipilih kolom y_2 sebagai kolom kunci dan baris t_2 sebagai baris kunci seperti berikut:

Tabel 2.12 Tabel Simpleks dengan Kolom Kunci dan Baris Kunci dari Contoh 2.4

BASIS	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	s_3	t_3	u_3	m_1	m_2	m_3	m_4	RHS	Rasio
s_1	0.285	0.19	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27	-
t_1	0	0	0.3	0.2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	150
u_1	0	0	0	0	0.32	0.21	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33	-
s_2	0.095	0.19	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	-
t_2	0	0	0.1	0.2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	20	100
u_2	0	0	0	0	0.11	0.21	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	22	-
s_3	0.095	0.095	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	13.5	-
t_3	0	0	0.1	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	15	150
u_3	0	0	0	0	0.11	0.11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	16.5	-
m_1	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-
m_2	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
m_3	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
m_4	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Z	-900	-	-	-	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Nilai-nilai pada baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci, yaitu 0.2, kemudian nilai pada baris lain pun juga diubah sehingga diperoleh nilai pada tabel berikut:

Tabel 2.13 Tabel Simpleks Iterasi ke-1 dari Contoh 2.4

BASIS	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	s_3	t_3	u_3	m_1	m_2	m_3	m_4	RHS
s_1	0.285	0.19	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27
t_1	0	0	0.2	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	10
u_1	0	0	0	0	0.32	0.21	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33
s_2	0.095	0.19	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
y_2	0	0	0.5	1	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	100
u_2	0	0	0	0	0.11	0.21	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	22
s_3	0.095	0.095	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	13.5
t_3	0	0	0.05	0	0	0	0	0	0	0	-0.5	0	0	1	0	0	0	0	0	5
u_3	0	0	0	0	0.11	0.11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	16.5
m_1	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
m_2	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
m_3	0	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	1	0	100
m_4	0	0	-0.5	0	0	-1	0	0	0	0	-5	0	0	0	0	0	0	0	1	-100
Z	-900	-1125	-750	0	-	-	0	0	0	0	12500	0	0	0	0	0	0	0	0	250000

Iterasi dilanjutkan sampai memperoleh tabel optimal sebagai berikut:

Tabel 2.14 Tabel Optimal dari Contoh 2.4

BASIS	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	s_3	t_3	u_3	m_1	m_2	m_3	m_4	RHS
x_1	1	0	0	0	0	0	5.2632	0	0	-5.263	0	0	0	0	0	0	0	0	0	47.3684211
y_1	0	0	1	0	0	0	0	5	0	0	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	50
m_2	0	0	0	0	0	0	0	-5	4.7619	0	5	-4.762	0	0	0	0	1	0	0	2.38095238
x_2	0	1	0	0	0	0	-2.632	0	0	7.8947	0	0	0	0	0	0	0	0	0	71.0526316
y_2	0	0	0	1	0	0	0	-2.5	0	0	7.5	0	0	0	0	0	0	0	0	75
z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	-2.381	0	0	7.1429	0	0	0	0	0	0	0	78.5714286
s_3	0	0	0	0	0	0	-0.25	0	0	-0.25	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2.25
t_3	0	0	0	0	0	0	0	0.25	0	0	-0.25	0	0	1	0	0	0	0	0	2.5
u_3	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.25	0	0	-0.25	0	0	1	0	0	0	0	2.75
m_1	0	0	0	0	0	0	-5.263	5	0	5.2632	-5	0	0	0	0	1	0	0	0	2.63157895
z_1	0	0	0	0	1	0	0	0	4.7619	0	0	-4.762	0	0	0	0	0	0	0	52.3809524
m_3	0	0	0	0	0	0	2.632	-2.5	0	-7.895	7.5	0	0	0	0	0	0	1	0	3.94736842
m_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5	4.7619	0	0	0	0	0	0	0	1	4.76190476
Z	0	0	0	0	0	0	1776.3	3750	1964.3	4144.7	8750	4583.3	0	0	0	0	0	0	0	575720.551

Dengan demikian, solusi optimal fuzzy yang diperoleh, yaitu $\tilde{x}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (47.368, 50, 52.381)$ dan $\tilde{x}_2 = (x_2, y_2, z_2) = (71.053, 75, 78.571)$, serta penyelesaian fuzzy yang diperoleh adalah $\tilde{Z} = (490263.16, 575000, 662619.0483)$. selanjutnya, dilakukan penegasan nilai optimal fuzzy menggunakan *ranking function* sebagai berikut:

$$\tilde{x}_1 = \mathfrak{R}(47.368, 50, 52.381) = \frac{47.368 + 100 + 52.381}{4} = 49.94$$

$$\tilde{x}_2 = \mathfrak{R}(71.053, 75, 78.571) = \frac{71.053 + 150 + 78.571}{4} = 74.9$$

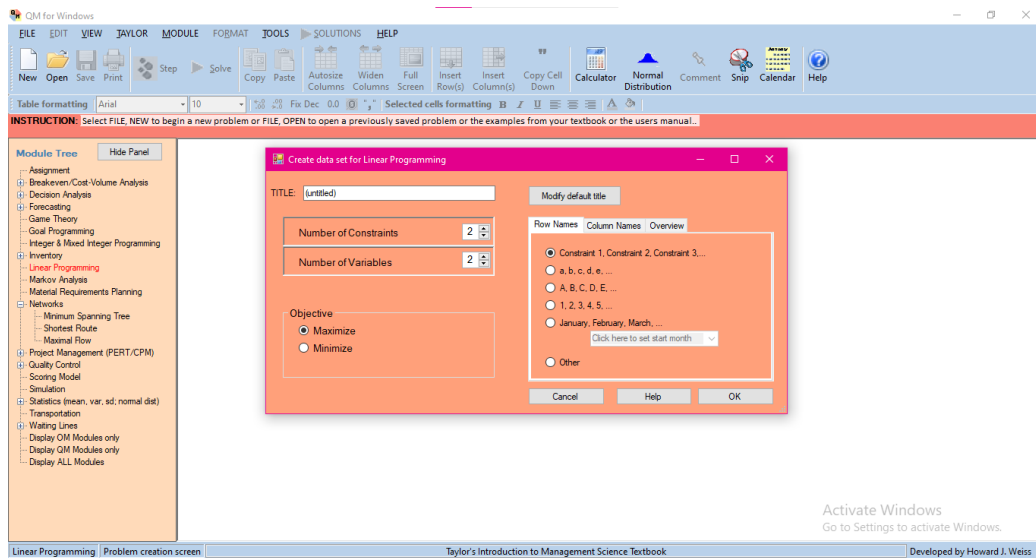
$$\begin{aligned}
\tilde{Z} &= \Re(490263.16, 575000, 662619.0483) \\
&= \frac{490263.16 + 1150000 + 662619.0483}{4} \\
&= 575720.55
\end{aligned}$$

Dengan demikian, diperoleh hasil yang optimal jika banyaknya roti A yang diproduksi adalah $49.94 \approx 50$ kemasan dan banyaknya roti B yang diproduksi adalah $74.9 \approx 75$ kemasan, dengan keuntungan yang diperoleh sebesar Rp575.720,55.

II.5 *QM for Windows*

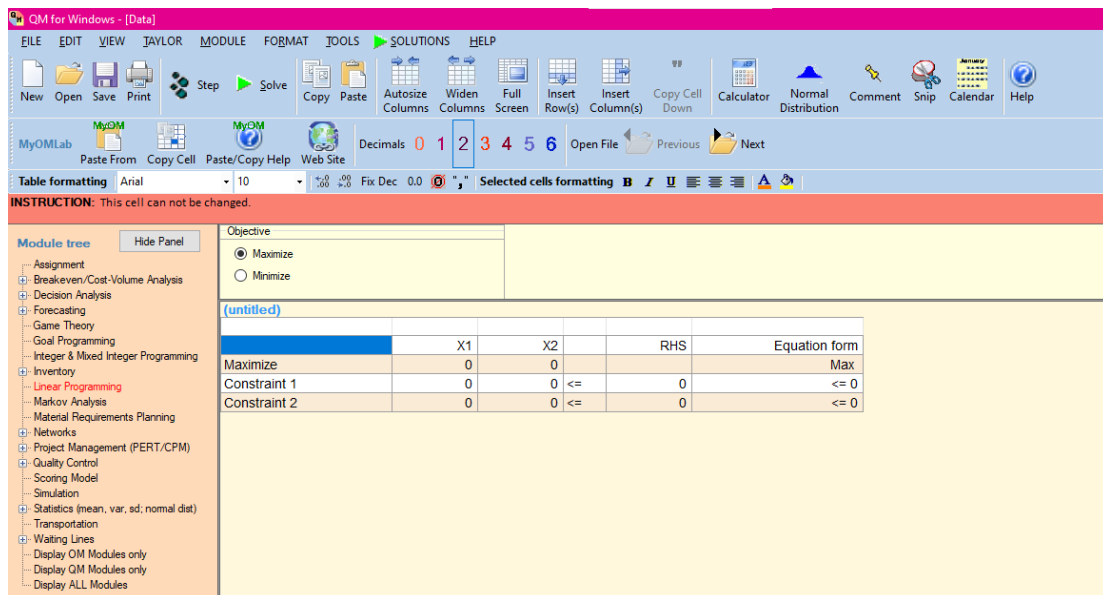
QM (quantitatif management) for windows merupakan sebuah perangkat lunak yang *user-friendly* yang dapat digunakan pada bidang manajemen operasi, metode kuantitatif, ilmu manajemen, atau riset operasi (Weiss, 2010). *Software* ini dirancang untuk membantu memahami serta menyelesaikan permasalahan yang terkait pada bidang-bidang tersebut. *QM for windows* menyediakan modul-modul yang dapat digunakan dalam pengambilan keputusan bisnis, diantaranya adalah *assignment, decision analysis, game theory, goal programming, integer programming, linear programming, markov analysis, network, project management, transportation* dan lain-lain.

QM for windows dapat menyelesaikan masalah pemrograman linear yang berkaitan dengan optimasi keuntungan produksi menggunakan metode simpleks. Adapun tampilan jendela utama dari *QM for windows* dapat dilihat pada Gambar 2.3, dalam hal ini untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear, maka dipilih modul *linear programming*.



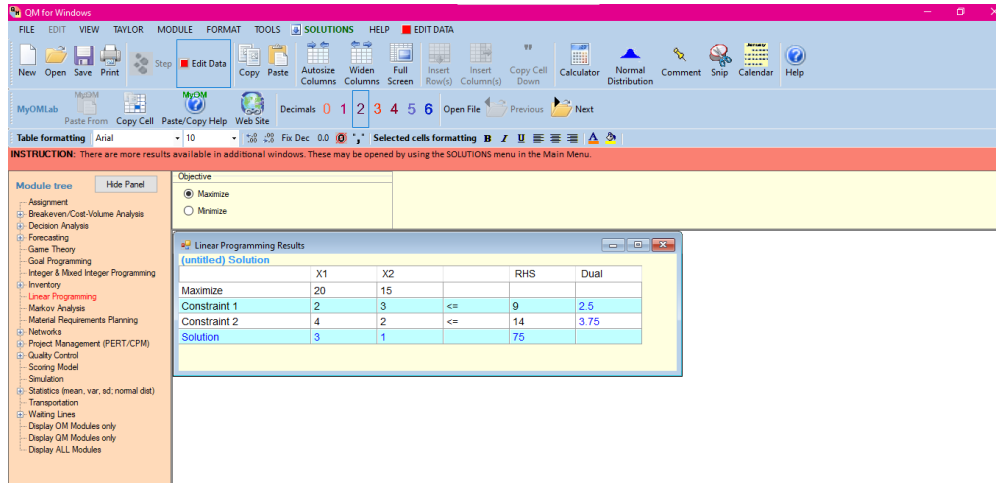
Gambar 2.3 Tampilan Modul Linear Programming *QM for Windows*

Setelah klik “*linear programming*”, maka pada bagian “*create data set for linear programming*”, masukkan jumlah fungsi kendala pada bagian “*number of constraints*” dan jumlah variabel pada bagian “*number of variables*”, lalu klik “Ok” sehingga akan muncul tampilan seperti pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Tampilan Tabel Data Pemrograman Linear pada *QM for Windows*

Masukkan koefisien fungsi tujuan dan fungsi kendala pada masing-masing baris, yakni baris “*maximize*” untuk fungsi tujuan, baris “*constraint 1*” untuk fungsi kendala 1, baris “*constraint 2*” untuk fungsi kendala 2, dan seterusnya. Selanjutnya klik “*solve*”, sehingga akan ditampilkan solusi optimal yang diperoleh seperti pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Tampilan Tabel Solusi Optimal pada *QM for Windows*