PERBANDINGAN METODE *BRANCH AND BOUND* DAN *GOMORY CUT* DALAM MENGOPTIMUMKAN JUMLAH PRODUKSI ROTI

(Studi Kasus : CV. Roti Mama Ija)

SKRIPSI

Oleh :

DEWI RINI ANDRIYANI

H111 15 009

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2022

PERBANDINGAN METODE *BRANCH AND BOUND* DAN *GOMORY CUT* DALAM MENGOPTIMUMKAN JUMLAH PRODUKSI ROTI

(Studi Kasus : CV. Roti Mama Ija)

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

DEWI RINI ANDRIYANI

H11115009

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

JULI 2022

HALAMAN PENGESAHAN

PERBANDINGAN METODE *BRANCH AND BOUND* DAN GOMORY CUT DALAM MENGOPTIMUMKAN JUMLAH PRODUKSI ROTI

(Studi Kasus : CV. Roti Mama Ija)

Disusun dan diajukan oleh

DEWI RINI ANDRIYANI

H11115009

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin

pada tanggal 15 Juli 2022

dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Pembimbing Utama,	**Pembimbing Pertama,**
Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, M.S.	**Dr. Khaeruddin, M.Sc.**
NIP. 19570705 198503 2 001	**NIP. 19650914 199103 1 003**

Ketua Program Studi,

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.

NIP. 19700807 200003 1 002

i

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Dewi Rini Andriyani
NIM	:	H11115009
Program Studi	:	Matematika
Jenjang	:	S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

"Perbandingan Metode *Branch and Bound* dan Metode *Gomory Cut* dalam Mengoptimumkan jumlah produksi roti (Studi Kasus: CV. Roti Mama Ija)"

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambil alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 15 Juli 2022

Yang Menyatakan

METERAI TEMPEL

EAB30AJX319078230

Dewi Rini Andriyani

NIM: H11115009

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahirabbil'alamin.

Kalimat yang tiada hentinya penulis hanturkan kepada-Nya yang membuat hati berderai air mata bahagia karena syukur pada-Nya. Allah Subhanahu Wata'ala, zat yang Maha memberi segalanya, yang menggerakkan hati dan pikiran, serta menggelorakan semangat. Shalawat dan salam senantiasa penulis kirimkan kepada Nabiullah Muhammad SAW yang mengajarkan dan membimbing umat-umatnya ke arah yang benar, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul **"Perbandingan Metode Branch and Bound dan Metode Gomory Cut Dalam Mengoptimumkan Jumlah Produksi Roti (Studi Kasus: CV Roti Mama Ija)".**

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains pada Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin Makassar. Dalam penyelesaian skripsi ini diperlukan proses yang sangat panjang, dengan banyak tantangan dan hambatan mulai dari penyusunan hingga akhirnya skripsi ini dapat dirampungkan.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada kedua orang tua tercinta dan tersayang: **Nenek, Ibunda Jummiati Rahimahullah, dan Ayahanda Abd. Rahman Rahimahullah.** atas setiap bait doa yang tidak pernah putus serta kasih sayang yang mengalir tiada henti dalam merawat, mendidik, dan membesarkan penulis dengan sabar dan ikhlas. Ucapan terima kasih juga kepada suami **Aswar Anas, A.Md.Rad** serta seluruh keluarga besar yang selalu senantiasa memberikan doa dan dukungan bagi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penghargaan dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya juga penulis ucapkan kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.,** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta jajarannya, Bapak **Dr. Eng. Amiruddin.,** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya.
2. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si**., selaku Ketua Departemen Matematika atas ilmu, nasehat, dan saran yang telah diberikan kepada penulis. Ibu **Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.**, selaku Sekretaris Departemen Matematika, yang telah memberikan banyak bantuan selama penulis menjalani pendidikan.
3. Ibu **Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti. M.S.,** selaku pembimbing utama dan Bapak **Dr. Khaeruddin, M.Sc.,** selaku pembimbing pertama untuk segala ilmu, nasehat, dan kesabaran dalam membimbing dan mengarahkan penulis, serta bersedia meluangkan waktunya untuk mendampingi penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Ibu **Dra. Nur Erawati, M.Si.** dan Bapak **Dr. Muhammad Zakir, M.Si.** selaku anggota tim penguji yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk memberikan saran dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Ibu **Dr. Muhammad Zakir, M.Si.** selaku Penasehat Akademik tahun 2015–2022 yang telah memberikan perhatian, dukungan, serta masukan kepada penulis selama menempuh pendidikan
6. Bapak/Ibu **Dosen Pengajar Departemen Matematika** yang telah membekali ilmu kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika, serta staf departemen matematika atas bantuannya dalam pengurusan akademik selama ini.
7. Terimakasih kepada sahabat **Mirnawati Halim, Fitri dan Yuli** yang telah menemani, selalu meluangkan waktu, memberikan doa dan dukungan, serta tempat barbagi keluh kesah penulis selama kurang lebih 6 tahun ini.

8. Terimaksih kepada **Kementrian Pendidikan** yang telah memberikan beasiswa Bidikmisi sehingga dapat melanjutkan kuliah di perguruan tinggi negeri.
9. Terimakasih kepada **Mandiri Syariah** yang telah memberikan beasiswa ISDP Laznaz BSM Ummat untuk mahasiswa yang memiliki minat dibidang usaha.
10. Teman-teman seperjuangan **Program Studi Matematika 2015** yang telah mendukung dan berjuang bersama-sama selama ini.
11. Teman – teman Tim **King Studio dan Percetakan King Studio**.
12. Semua pihak yang telah banyak membantu penulis dan tak sempat penulis tuliskan satu per satu.

Semoga segala bantuan yang tulus dan ikhlas ditujukan kepada penulis mendapatkan balasan yang terbaik dari Allah SWT. Mudah-mudahan tulisan ini bermanfaat untuk adik-adik, kakak-kakak, dan semua pihak yang membutukan dan terutama untuk penulis sendiri.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Makassar, 15 Juli 2022

Dewi Rini Andriyani

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Dewi Rini Andriyani

NIM : H11115009

Program Studi : Matematika

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Prediktor Royalti Non-eksklusif** (***Non-exclusive Royalty-Free Right***) atas karya ilmiah saya yang berjudul:

"Perbandingan Metode Branch and Bound dan Metode Gomory Cut dalam Mengoptimumkan Jumlah Produksi Roti (Studi Kasus: CV. Roti Mama Ija)"

Berserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal tersebut, maka pihak Universitas Hasanuddin berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, megelolah dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal 15 Juli 2022

Yang menyatakan,

Dewi Rini Andriyani

ABSTRAK

Program Linear (*Linear Programming*) merupakan metode matematika dalam mengalokasikan sumber daya yang tersedia untuk mencapai keuntungan yang sebesar-besarnya atau biaya produksi yang sekecil-kecilnya, linear programming suatu model matematika yang terdiri atas sebuah fungsi tujuan dan fungsi kendala. Salah satu bentuk model khusus dari program linear yaitu program *integer*. Program *integer* digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah di mana nilai dari variabel-variabel keputusan dalam penyelesaian optimal harus merupakan bilangan bulat. Salah satu metode untuk menyelesaikan persoalan program *integer* adalah metode *branch and bound* dan metode *gomory cut*.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperlihatkan bahwa metode *branch and bound* dan metode *gomory cut* merupakan salah satu alternatif yang dapat digunakan untuk mengoptimumkan jumlah produksi CV. Roti Mama Ija. Berdasarkan metode *branch and bound* perusahaan mendapatkan peningkatan keuntungan sebanyak 30,75% atau sebesar Rp.638.700 dalam proses sekali produksi, sedangkan pada metode *gomory cut* memberikan kenaikan sebanyak 30,73% atau sebesar Rp.638.350 dalam proses sekali produksi.

Kata Kunci: Program Linear, Program *Integer*, Metode *Branch and Bound*, Metode *Gomory Cut.*

ABSTRACT

Linear programming is a mathematical method of allocating available resources to achieve the maximum profit or the smallest production cost, linear programming is a mathematical model consisting of an objective function and a constraint function. One of the special models of linear programming is integer programming. An integer program is used to solve a problem in which the values of the decision variables in the optimal solution must be integers. One method to solve integer programming problems is the branch and bound method and the gomory cut method.

The purpose of this study is to show that the branch and bound method and the gomory cut method are an alternative that can be used to optimize the amount of production CV. Roti Mama Ija. Based on the branch and bound method, the company gets an increase in profit of 30.75% or Rp. 638,700 in a single production process, while the gomory cut method gives an increase of 30.73% or Rp. 638,350 in a single production process.

Keywords: *Linear Programming, Integer Programming, Branch and Bound Method, Gomory Cut Method*

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Program Linear (*Linear Programming*) merupakan metode matematika dalam mengalokasikan sumber daya yang tersedia untuk mencapai keuntungan yang sebesar-besarnya atau biaya yang sekecil-kecilnya, seperti memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya. LP banyak diterapkan dalam membantu menyelesaikan masalah ekonomi, industri, dan lain-lain, linear programming suatu model matematika yang terdiri atas sebuah fungsi tujuan dan fungsi kendala (Mulyono, 2017).

Setiap perusahaan ingin memperoleh laba sebesar-besarnya dengan biaya produksi yang sekecil-kecilnya agar perusahaan dapat terus beroperasi dan berkembang. Pada kenyataannya banyak perusahaan tidak mampu meningkatkan laba bahkan mengalami kerugian. Hal ini diakibatkan oleh beberapa faktor, salah satunya kurangnya pengelolaan dalam hal produksi. Pengolaan produksi yang tidak baik menyebabkan persediaan produk yang berlebihan atau produk yang diproduksi tidak mencukupi permintaan pasar. Bahan baku sangat berpengaruh terhadap jumlah produk yang akan diproduksi yang akan menghasilkan keuntungan yang lebih besar (Dewi, 2019).

Untuk menyelesaikan persamaan linear akan ada dua solusi yang dapat ditemukan yaitu solusi bilangan bulat dan solusi bilangan tidak bulat. Namun dalam memproduksi suatu produk, nilai yang akan dihasilkan adalah nilai bilangan bulat. Karena tidak mungkin suatu perusahaan atau pabrik memproduksi suatu produk dalam suatu desimal seperti 1,5 bungkus produk, sehingga diperlukan suatu penyelesaian untuk menjadikan sulusi bilangan bulat. Adapun metode penyelesaian persamaan linear sehingga menghasilkan solusi bilangan bulat yaitu metode *Branch and Bound* dan metode *Gomory Cut*.

Metode *Branch and Bound*, metode ini membatasi penyelesaian optimum yang menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing solusi yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru sedangkan *Gomory Cut* adalah solusi bilangan bulat yang dihasilkan akan di selesaikan menggunakan metode simpleks dan dual simpleks sehingga dengan pendekatan metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut* dapat memaksimalkan keuntungan dari jumlah produksi (Ansar, 2018).

Peningkatan dan pelaksanaan kegiatan produksi yang efisien penting dilakukan oleh setiap perusahaan dengan memiliki perencanaan produksi, perencanaan produksi berhubungan dengan penentuan volume produksi, ketetapan waktu penyelesaian, dan pemanfataan sumber daya yang tersedia, Perencanaan produksi bertujuan untuk optimasi produk sehingga dapat memaksimalkan keuntungan (Pasaribu, 2018).

Setiap perusahaan bertujuan untuk memaksimalkan pendapatan atau nilai suatu perusahaan salah satunya CV. Roti Mama Ija, merupakan salah satu perusahaan yang memproduksi roti setiap hari dengan berbagai macam jenis roti. Produksi roti adalah hal penting bagi CV. Roti Mama Ija untuk mendapatkan keuntungan. Berdasarkan uraian tersebut, maka judul penelitian ini adalah**"Penggunaan Metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut* dalam Mengoptimumkan Jumlah Produksi Roti (Studi Kasus: Roti Mama Ija)".**

B. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana perbandingan motode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut* dalam mengoptimumkan jumlah produksi roti?
2. Bagaimana analisis perbandingan keuntungan yang diperoleh CV. Mama Ija sebelum dan sesudah menggunakan metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut*?

C. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut.*
2. Jenis-jenis produk yang diproduksi adalah proses sekali produksi (Proses sekali produksi adalah proses penggunaan total bahan baku dalam satu priode).
3. Biaya bahan baku dianggap konstan (Biaya bahan baku dianggap konstan adalah proses penggunaan total bahan baku dalam satu priode).
4. Pengadaan bahan baku tetap tersedia.

D. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk menganalisis perbandingan metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut* dalam memaksimalkan keuntungan produksi di CV. Roti Mama Ija.
2. Untuk menganalisis penerapan metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut* dalam mengoptimumkan jumlah produksi roti yang diperoleh dari CV. Roti Mama Ija.

E. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis:
   a. Sebagai sarana untuk menambah pengetahuan dan wawasan dalam penerapan teori-teori yang sudah diperoleh dalam perkuliahan.
   b. Dapat mengaplikasikan teori tentang metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut.*
2. Bagi perusahaan CV. Roti Mama Ija:
   a. Memberikan keuntungan yang maksimal bagi perusahaan.
   b. Dapat dijadikan acuan untuk meningkatkan produksi Roti.
3. Bagi Pembaca

a. Menambah pemahaman tentang penerapan metode *Branch and Bound*dan *Gomory Cut* dalam mengoptimumkan jumlah produk.
b. Bahan referensi dalam kajian optimasi mengoptimumkan keuntungan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

A. Program Linear

Program linear merupakan suatu metode untuk membuat keputusan di antara berbagai alternatif kegiatan pada waktu kegiatan-kegiatan tersebut dibatasi oleh kegiatan tertentu. Keputusan yang akan diambil dinyatakan sebagai fungsi tujuan, sedangkan kendala-kendala yang dihadapi dalam membuat keputusan tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi kendala. Adapun tujuan mempelajari pemrograman liner yaitu mampu dalam membuat model matematika dan menguasai analisisnya, memiliki wawasan dalam analisis untuk menentukan fungsi tujuan maksimal dan minimal dengan kendala yang ada, dan mampu menganalisis fungsi tujuan, maksimal atau minimal.

Beberapa Penyelesaian optimal dalam program linear dapat ditemukan pada titik ekstrim dalam daerah layak. Titik ekstrim adalah titik potong dari minimal dua garis kendala, sedangkan daerah layak adalah daerah pada grafik yang memuat titik-titik dan memenuhi semua kendala permasalahan (kumpulan dari semua penyelesaian layak). Penyelesaian layak adalah suatu solusi untuk semua kendala dipenuhi, sehingga titik ekstrim akan menunjukkan titik-titik yang dapat menghasilkan nilai fungsi tujuan yang paling besar (untuk kasus maksimal), seperti menghitung laba atau pendapatan dan nilai fungsi yang paling kecil (pada kasus minimal) seperti menghitung biaya *(cost)* atau waktu *(time)* (Rangkuti, Aidawayati, 2013).

Bentuk umum model program linear sebagai berikut:

Maksimalkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ \leq atau \ \geq \ b_i$$

dengan $x_j \geq 0, untuk\ setiap\ j$

Untuk $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$j = 1, 2, 3, \dots, n$

dapat dituliskan secara lengkap sebagai berikut:

Maksimalkan fungsi tujuan:

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ \dots + c_n x_n$$

dengan kendala:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \ \dots \ + a_{1n} x_n \ \leq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \ \dots \ + a_{2n} x_n \ \leq b_2$$

$$. \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad .$$

$$. \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad .$$

$$. \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad .$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{m3} x_3 + \ \dots \ + a_{mn} x_n \ \leq b_m$$

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$$

Keterangan:

- Z adalah fungsi tujuan yang merupakan nilai optimum (memaksimalkan atau meminimalkan)
- x_j adalah tingkat kegiatan ke- j
- c_j adalah kenaikan nilai Z apabila ada pertambahan tingkat kegiatan x_j dengan satu satuan unit atau sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan j terhadap Z
- a_{ij} adalah banyaknya sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran kegiatan j
- b_i adalah kapasitas sumber i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan
- n adalah macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia
- m adalah macam batasan sumber atau fasilitas yang tersedia.

Untuk i =1,2,3,...,m dan j = 1,2,3,...,n

Selain memaksimalkan, permasalahan juga dapat dilakukan dengan meminimalkan fungsi tujuan yaitu sebagai berikut:

a. Fungsi tujuan $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n$ diminimalkan
b. Beberapa kendala fungsional dengan pertidaksamaan lebih besar dari atau sama dengan

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n \geq b_n;$$

c. Kendala fungsional dalam bentuk persamaan

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = b_n;$$

d. Variabel keputusan memenuhi kendala tidak negatif yaitu:

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \geq 0;$$

Model program linear secara umum mempunyai unsur-unsur sebagai berikut :

a. Fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (*Z*) disebut fungsi tujuan *(objective function)* dapat berupa maksimal atau minimal.
b. Fungsi yang memengaruhi persoalan terhadap fungsi tujuan yang akan dicapai disebut dengan fungsi batasan atau kendala *(constraints function)* yang merupakan ketidaksamaan dan persamaan.
c. Variabel yang memengaruhi persoalan dalam pengambilan keputusan disebut variabel keputusan *(decision variables)* yang berupa *non-negative.*

Asumsi Model Liner Programing:

a. Linearitas

Syarat utama dari LP adalah bahwa fungsi tujuan dan semua kendala harus linier. artinya variabel keputusan berpangkat satu.

b. Aditivitas

Nilai fungsi tujuan untuk tiap kegiatan tidak saling memengaruhi. Diasumsikan bahwa kenaikan dari nilai fungsi tujuan yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa memengaruhi kegiatan lain.

c. Divisibilitas

Asumsi ini berarti bahwa nilai solusi yang diperoleh X_j, tidak harus berupa bilangan bulat. Ini berarti nilai X_j dapat terjadi pada nilai pecahan manapun.

d. Deterministik

Deterministik menyatakan bahwa setiap parameter yang ada dalam pemrograman linear (a_{ij}, b_i, c_{ij}) dapat ditentukan dengan pasti, meskipun hasilnya bisa tidak tepat (Mulyono, 2016).

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan program linear ini, yaitu dengan metode grafik dan metode simpleks.

1. Metode Grafik

Metode grafik adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk memecahkan permasalahan program linear. Metode ini menggunakan pendekatan grafik dalam pengambilan keputusan, dimana seluruh fungsi kendala dibuat dalam satu bagian gambar kemudian diambil keputusan melalui grafik tersebut untuk menentukan nilai variabel keputusan yang optimum. Metode ini terbatas pada pemakaian untuk dua variabel keputusan, apabila memiliki lebih dari dua variabel keputusan maka metode ini tidak dapat dipergunakan (Ansar, 2018)

2. Metode Simpleks

Metode simpleks adalah metode pemecahan yang sistematis, dimulai dari suatu pemecahan dasar yang fisibel dan pemecahan dasar fisibel lainnya. Pemecahan tersebut dilakukan secara iterasi atau berulang ulang (dengan jumlah ulangan yang terbatas) sehingga akhirnya tercapai suatu pemecahan dasar yang optimal.

Langkah-langkah yang ditempuh dalam metode simpleks untuk menyelesaikan kasus ini meliputi tiga langkah yaitu:

a. Menyusun bentuk standar dari model matematika permasalahan yang dihadapi

b. Mengubah fungsi tujuan dan kendala (batasan – batasan)

   Fungsi tujuan diubah menjadi fungsi yang implisit, artinya semua $c_n x_n$ digeser keruas kiri persamaan. Pada bentuk standar, semua batasan mempunyai tanda $\leq$. Ketidaksamaan ini harus diubah menjadi kesamaan. Caranya dengan menambahkan variable slack variable tamban.

c. Menyusun persamaan-persamaan didalam tabel

   Setelah fungsi tujuan dan batasan diubah, kemudian disusun ke dalam tabel.

d. Menentukan kolom pivot

   Cara menentukan kolom pivot adalah dengan memilih kolom yang mempunyai nilai terkecil (yang mempunyai nilai negatif dengan angka terbesar) pada baris $Z_j - C_j$.

e. Mencari rasio

   Untuk mencari baris pivot sebelumnya tentukan rasio tiap-tiap baris dengan cara membagi nilai NK dengan kolom pivot, atau:

$$Rasio = \frac{b_i(NK)}{kolom\ pivot}$$

f. Menentukan baris pivot

Baris pivot adalah baris yang memiliki rasio positif dengan angka terkecil.

g. Menetukan pivot

Setelah menentukan baris pivot maka diperoleh pivotnya,pivot adalah pertemuan antara kolom pivot dan baris pivot.

h. Mengubah nilai-nilai baris pivot

Nilai pada elemen baris pivot diubah dengan cara membanginya dengan angka pivot, dan mengubah variable keputusan pada baris pivot dengan variable keputusan pada kolom pivot.

i. Mengubah nilai-nilai selain pada baris pivot

Mengubah nilai pada kolom pivot menjadi 0 (selain pivot) dengan menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE).

j. Memastikan seluruh elemen pada baris $Z_j - C_j$ tidak ada yang bernilai negatif, apabila masih terdapat nilai negatif maka diulangi dari langkah d sampai seterusnya. Jika tidak ada elemen pada baris $Z_j - C_j$ yang bernilai negatif maka proses eksekusi telah selesai.

Beberapa ketentuan yang perlu diperhatikan dalam menyelesaikan program linear menggunakan metode simpleks, sebagai berikut:

a. Nilai kanan fungsi tujuan tidak pernah sama dengan nol (0).

b. Nilai kanan fungsi kendala harus positif. Apabila negatif, nilai tersebut harus dikalikan -1, yang awalnya tanda pertidaksamaan $\leq$ berubah menjadi pertidaksamaan $\geq$.

c. Fungsi kendala dengan tanda pertidaksamaan $\leq$ atau $\geq$ harus diubah kebentuk persamaan "=" dan dalam penyelesaiannya harus dengan menambahkan variabel *slack* atau mengurangkan dengan variabel *surplus.*

B. Program *Integer*

Program integer *(integer programming)* suatu model program linear khusus yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah program linear di mana nilai dari variabel-variabel keputusan dalam penyelesaian optimum harus merupakan bilangan bulat. Persyaratan bahwa nilai variabel keputusan harus bulat mengingat nilai tidak mungkin dalam bilangan pecahan, seperti rumah, pabrik, dan lain sebagainya. Misalnya, suatu solusi yang memerlukan 2,29 kapal selam, dalam suatu sistem pertahanan solusi ini tidak layak karena tidak mungkin suatu perusahaan memproduksi 2,29 kapal, dalam kasus ini seharusnya perusahaan memproduksi, 2 atau 3 kapal. Masih banyak masalah lain dalam bidang industri dan bisnis yang memerlukan nilai bulat untuk mencapai solusi yang optimum. (Mulyono, 2017).

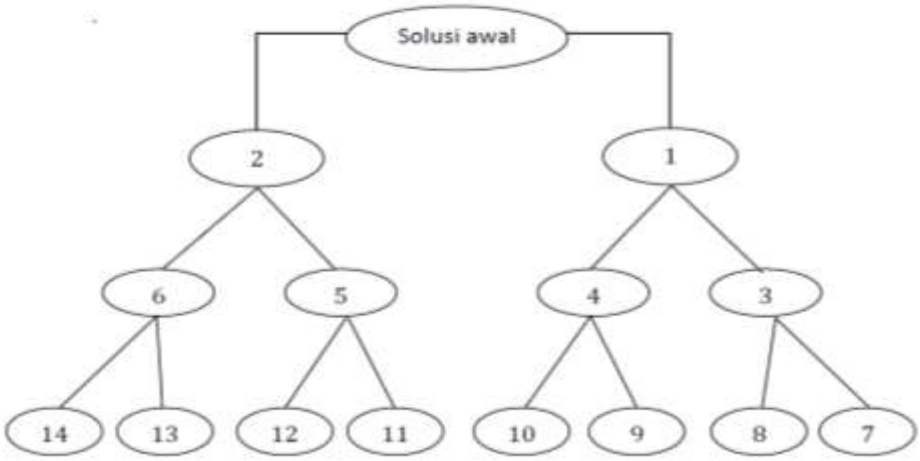
C. Metode *Branch and Bound*

Metode *Branch and Bound* adalah salah satu metode untuk menyelesaikan masalah program linear yang menghasilkan variabel-variabel keputusan bilangan bulat. prinsip kerja *branch and bound* adalah membuat cabang atas atau bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru yang akan dievaluasi secara sistematis sampai solusi terbaik ditemukan. Teknik *branch and bound* pada persoalan program linear digunakan bersama-sama dengan metode simpleks.

Metode ini sering digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah program *integer* karena hasil yang diperoleh dalam penyelesaian optimum lebih teliti dan lebih baik dibanding metode lainnya. Kelemahan pokok metode ini adalah prosedur untuk mencapai hasil optimum yang sangat panjang. Prinsip dasar metode ini yaitu memecah daerah fisibel layak suatu masalah program linear dengan membuat sub-masalah (Pasaribu, 2018).

1. Pencabangan (Branching)

Pencabangan berarti memecah masalah menjadi dua masalah baru (masing-masing ditambah dengan kendala baru) dan menyelesaikan keduanya. Misalkan penyelesaian optimum program bilangan bulat memuat variabel x_j yang tidak bulat dengan $i_1 < x_j < i_2$ (i_1 dan i_2 merupakan dua bilangan bulat berurutan). Maka program dicabangkan menjadi dua soal baru. Cabang kiri ditambah dengan kendala $x_j \leq i_1$, sedangkan cabang kanan ditambah dengan kendala $x_j \geq i_2$.



Gambar 2. 1 Pencabangan Metode Branch and Bound

2. **Pembatasan *(Bounding)***

Misalkan soal adalah memaksimalkan. Pencabangan dilakukan terus hingga ditemukan penyelesaian bilangan bulat (misal X^* dengan nilai maksimal $f(X^*)).X^*$ menjadi batas bawah tetapi belum tentu merupakan penyelesaian optimum masalah mula-mula. Akan tetapi apabila X_a adalah penyelesaian lain (bulat ataupun tidak) dengan $f(X_a) < f(X^*)$ maka pencabangan dari titik X_a pasti tidak akan menghasilkan penyelesaian bilangan bulat yang optimum sehingga pencabangan tidak perlu dilakukan.

Jika masalahnya adalah meminimalkan maka penyelesaian bulat X^* yang pertama kali ditemukan menjadi batas atas. Semua penyelesaian lain (bulat ataupun tidak) yang memiliki nilai fungsi lebih besar dari $f(X^*)$ diabaikan dan tidak perlu dicabangkan.

3. **Pemilihan Titik dan Variabel yang Dicabangkan**

Misalkan X_a dan X_b merupakan 2 titik yang penyelesaian optimum nya bukan merupakan bilangan bulat sehingga keduanya perlu dicabangkan. Apabila soalnya memaksimalkan, pilihlah titik yang nilai fungsinya lebih besar. Sebaliknya jika soalnya meminimalkan, pilihlah titik yang nilai fungsinya lebih kecil. Sedangkan variabel yang dicabangkan adalah variabel yang memiliki nilai pecahan terbasar (Siang, 2014).

4. **Syarat Penghentian Pencabangan *(Fathoming)***

Pencabangan atau pencarian solusi pada suatu sub masalah dihentikan jika:

a. *Infeasible* atau tidak mempunyai solusi layak
b. Semua variabel keputusan sudah bernilai *integer*
c. Pada masalah memaksimalkan, penghentian pencabangan pada suatu sub-masalah dilakukan jika batas atas dari sub-masalah tersebut lebih kecil dari batas bawah
d. Pada masalah meminimalkan, penghentian pencabangan pada suatu sub-masalah dilakukan jika batas bawah dari sub-masalah tersebut lebih besar dari batas atas.

5. **Syarat Kondisi optimum**

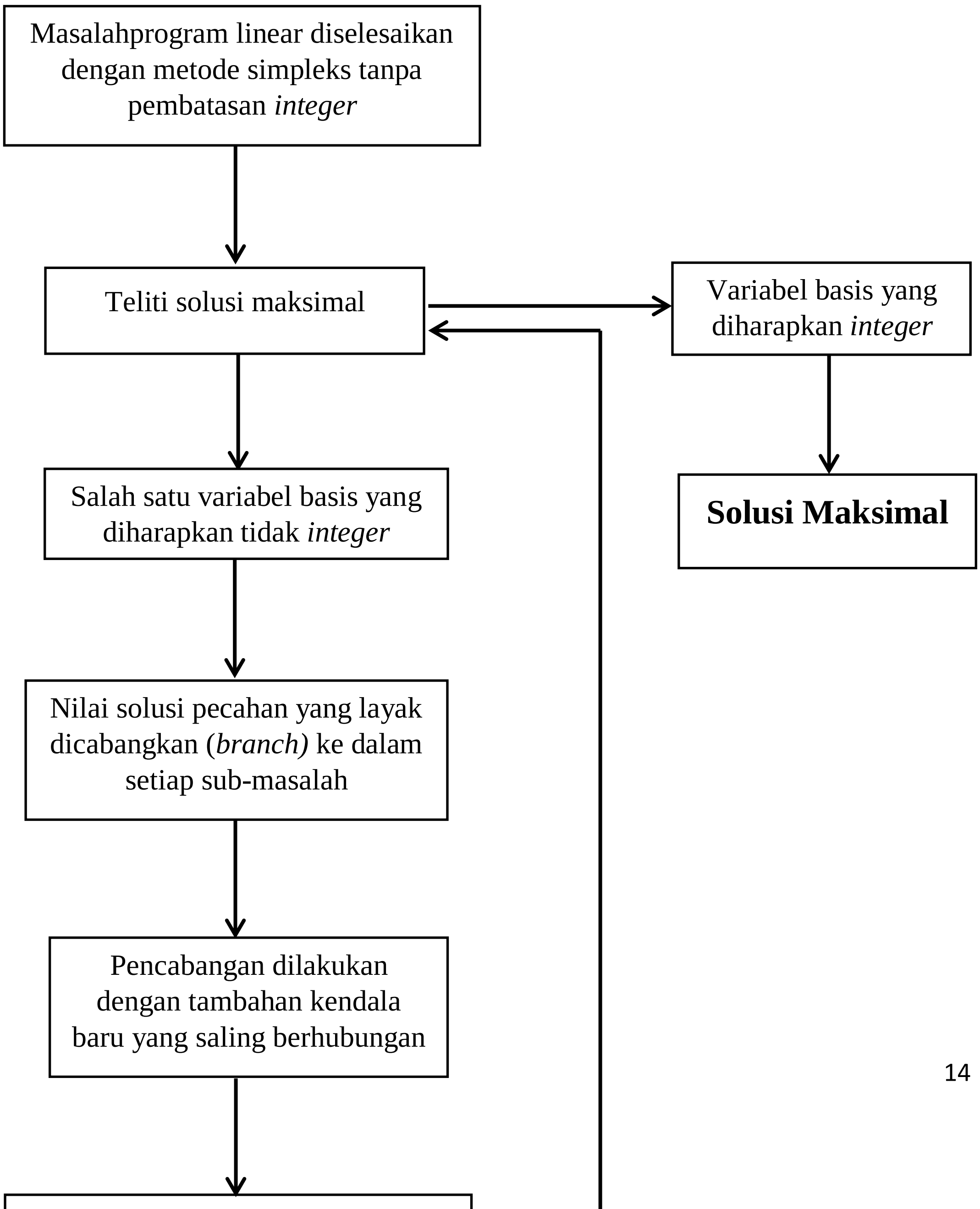
Kondisi optimum pada metode *branch and bound* antara lain (Pasaribu, 2018):

a. Jika sudah tidak ada sub-masalah yang perlu dicabangkan lagi, maka solusi optimum sudah diperoleh.
b. Pada masalah memaksimalkan, solusi optimum merupakan solusi sub-masalah yang saat ini menjadi batas bawah *(lower bound)*.
c. Pada masalah meminimalkan, solusi optimum merupakan solusi sub-masalah yang saat ini menjadi batas atas *(upper bound)*.

Langkah-langkah penyelesaian metode *branch and bound* adalah sebagai berikut:

a. Selesaikan masalah *integer linear programming* menggunakan metode simpleks dengan mengabaikan syarat bilangan bulat.
b. Jika penyelesaian pada langkah 1 memuat variabel keputusan yang bernilai pecahan maka dilanjutkan dengan metode *branch and bound*, hasil optimum nilai Z yang dihasilakan pada metode simpleks dinyatakan sebagai batas atas (upper bound) dan pembulatan kebawah sebagai batas bawah (lower bound) .
c. Kemudian pilih variabel dengan pecahan yang terbesar untuk dilakukan pencabangan dan menciptakan dua sub-masalah baru.
d. Membuat dua sub-masalah baru yaitu sub-masalah 1 dan 2 dengan penambahan kendala pada baris terakhir tabel simpleks yang memiliki batasan $\leq$ dan sub-masalah 2 dengan batasan $\geq$.
e. Selesaikan masing-masing sub-masalah dengan menggunakan metode simpleks.
f. Kemudian jika hasil simpleks telah diperoleh pada sub-masalah 1 dan sub-masalah 2, cek kembali :
   - Jika cabang menghasilkan solusi masalah LP yang tidak layak, hentikan cabang.
   - Jika batas bawah sama dengan batas atas maka solusi optimum sudah tercapai
   - Jika cabang menghasilkan solusi masalah LP yang layak, tapi bukan solusi integer, maka lanjutkan kelangkah g.
g. Selanjutnya periksa apakah nilai solusi dari sub-masalah 1 dan 2 tidak lebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari batas bawah, serta nilai variable keputusannya masih ada yang tidak integer. Jika masih ada yang bernilai pecahan maka kembali pilih sub-masalah yang menghasilkan fungsi tujuan yang lebih besar lalu kembali ke langkah c, proses pencabangan terus dilakukan sampai mencapai solusi optimum bilangan bulat.

Langkah-langkah penyelesaian menggunakan metode *Branch and Bound* disajikan pada Gambar 2.2 berikut.



Gambar 2. 2 Alur Kerja Metode Branch and Bound

D. Metode *Gomory Cut*

Metode *gomory cut* merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan permasalahan *integer linear programming*. Solusi optimum bilangan bulat pada metode *gomory cut* dapat di selesaikan dengan menggunakan metode simpleks dan metode dual simpleks dengan menambahkan kendala baru (*gomory*). Penambahan kendala baru diberikan jika variabel keputusan berbentuk bilangan pecahan (Siang, 2011).

Tujuan untuk menghitung metode *gomory cut* sama dengan metode *branch and bound* yaitu untuk mencari penyelesaian optimum dari program linear yang memiliki solusi berbentuk pecahan.

Langkah-langkah penyelesaian *gomory cut* sebagai berikut:

a. Selesaikan permasalahan dengan menggunakan metode simpleks.
b. Periksa solusi optimum. Jika memuat variabel keputusan yang *integer,* maka solusi optimum telah diperoleh dan proses solusi berakhir. Jika terdapat variabel keputusan yang bukan bilangan bulat, maka lanjut kelangkah berikutnya.
c. Memilih sembarang baris tabel optimum simpleks, misalkan pilih solusi optimum simpleks yang memuat pecahan terbesar agar solusi integer lebih cepat ditemukan.
d. Kemudian setelah memilih baris optimum simpleks, maka dilakukan penambahan kendala dengan persamaan sebagai berikut:

$x_i = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$ (2.1)

Dengan tambahan kendala :

$s_{gi} - \sum_{j=1}^{n} f_{ij}x_j = -f_i$

Keterangan :

s_{gi}: kendala tambahan (gomory) ke- i

f_{ij} : bagian pecahan dalam a_{ij}

f_i : bagian pecahan dalam b_i

a_{ij}: nilai varibel kegiatan

b_i : nilai kanan

e. Menyelesaikan masalah *integer linear programming* menggunakan metode dual simpleks dengan kendala tambahan *(gomory)* yang diletakkan pada baris terakhir tabel simpleks.

f. Apabila hasil dual simpleks berupa bilangan bulat maka Proses pembentukan kendala baru berakhir, apabila solusi yang dhasilkan berupa bilangan pecahan maka penambahan kendala baru di buat lagi dari tabel yang dihasilkan dan metode dual simpleks digunakan lagi untuk mengatasi ketidaklayakan.

E. Metode Dual Simpleks

Apabila suatu iterasi sudah optimum akan tetapi belum fisibel (ada kendala *non negatif* yang tidak terpenuhi) maka persoalan tersebut harus diselesaikan dengan menggunakan metode dual simpleks. Syarat metode dual simpleks yaitu semua kendala merupakan ketidaksamaan yang bertanda ($\leq$) sedangkan fungsi tujuan berupa maksimasi atau minimasi (Dimyati,2018).

Menurut (Dimyati,2018) metode dual simpleks sama seperti metode simpleks tetapi *leaving variable* (baris kunci) dan *entering variable* (kolom kunci) ditentukan sebagai berikut:

1. *Leaving Variable*

   Leaving Variable pada dual simpleks adalah variabel basis yang memiliki nilai negatif terbesar.

2. *Entering Variable*
   a. Tentukan rasio antara koefisien persamaan Z dengan koefisien persamaan leaving variable.
   b. Jika kasus maksimasi, *entering variable* adalah variabel dengan rasio absolute terkecil.

Langkah –langkah metode dual simpleks (Mulyono, 2017) sebagai berikut :

1. Mengubah semua kendala menjadi pertidaksamaan $\leq$ dan tambahkan variabel *slack*.
2. Tentukan *entering variable* dan *leaving variable*.
3. Selesaikan dengan menggunakan metode Operasi Baris Elementer (OBE)

Contoh Penerapan Metode Branch and Bound

Maksimumkan

$$Z = \{x_1, x_2\}$$

$$Z = 100.000x_1 + 150.000x_2$$

Kendala

$$8.000.000x_1 + 4.000.000x_2 \leq 40.000.000$$

$$15x_1 + 30x_2 \leq 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Penyelesaian

- Langkah 1

  Mengubah fungsi kendala dan fungsi tujuan dengan penambahan slack variable, sehingga bentuk standarnya adalah :

  Maksimumkan

$$Z = \{x_1, x_2, s_1, s_2\}$$

$$Z = 100.000x_1 + 150.000x_2 + 0s_1 + 0s_2$$

  Kendala

$$8.000.000x_1 + 4.000.000x_2 + S_1 = 40.000.000$$

$$15x_1 + 30x_2 + S_2 = 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Fungsi tujuan dan fungsi kendala dimasukkan kedalam tabel

Tabel 2.1 Matriks Awal

Basis	X1	X2	S1	S2	NK	θ
S1	8000.00000	4000.000	1	0	40.000000	10
S2	15	30	0	1	200	6,67
Zj-Cj≥0	-100.000	-150.000	0	0	0	

Diketahui dari Tabel 2.1 terdapat $Z_j - C_j$ negatif ($Z_j - C_j \leq 0$) yaitu -100.000 dan -150.000. Untuk menentukan kolom pivot, maka dipilih $Z_j - C_j$ yang paling minimal yaitu -150.000. Jadi, x_2 sebagai kolom pivot, dan setelah memilih kolom pivot, kemudian memilih baris pivot berdasarkan rasio pembagi terkecil (θ_{min}) yang diperoleh dari hasil pembagian nilai kanan dan kolom pivot yaitu 6,67. Sehingga elemen pivotnya (pertemuan baris pivot dan kolom pivot) adalah 30. Dengan demikian vektor yang akan dijadikan unsur identitas adalah vektor x_2. Seperti langkah sebelumnya, masih terdapat $Z_j - C_j$ negatif ($Z_j - C_j \leq 0$) yaitu -25.000 pada Tabel 2.2. Jadi kolom pivotnya adalah x_1. Dan setelah memilih kolom pivot, kemudian memilih baris pivot berdasarkan rasio pembagi terkecil (θ_{min}) dan diperoleh dari hasil pembagian nilai kanan dan kolom pivot yaitu 2,22. Sehingga elemen pivotnya (pertemuan baris pivot dan kolom pivot) adalah 6000.000. Dengan demikian vektor yang akan dijadikan unsur identitas adalah vektor x_1.

Tabel 2.2 Iterasi Pertama

Basis	X1	X2	S1	S2	NK	Θ
S1	6000.000	0	1	-132.000	13.320.000	2,22
X2	0.5	1	0	0,033	6,67	13,34
Zj-Cj≥0	-25.000	0	0	49.500	1.000.500	2.001.001

dengan cara yang sama diperoleh Tabel 2.3

Variabel	X1	X2	S1	S2	NK

Tabel 2.3 Iterasi Kedua

X1	1	0	0	-0.22	2,22
X2	0	1	0	0.143	5,56
Zj-Cj≥0	0	0	0	44.000	1.056.000

Tabel 2.3 menunjukkan bahwa seluruh elemen pada baris fungsi tujuan telah berhenti karena semua nilai $Z_j - C_j \geq 0$.

Jadi, diperoleh nilai

$$\begin{aligned} Z &= \{x_1, x_2\} \\ &= \{2{,}22\ , 5{,}56\} \\ &= 1.056.000 \end{aligned}$$

- Langkah 2

  Menyatakan Solusi persoalan metode simpleks sebagai batas atas dan batas bawah.

  a. Batas atas 1.056.000 dengan $x_1 = 2{,}22$ dan $x_2 = 5{,}56$

  b. Batas bawah 950.000 dengan $x_1 = 2$ dan $x_2 = 5$

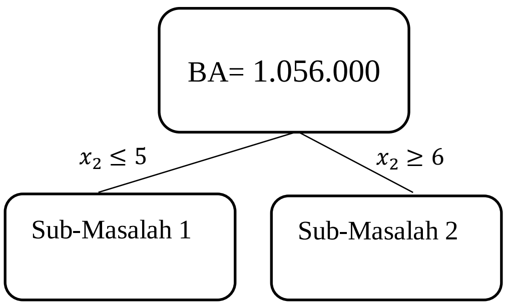
- Langkah 3

  Memilih variabel dengan pecahan terbesar untuk pencabangan, pada langkah 2 diketahui bahwa x_2 memiliki pecahan terbesar yaitu 0,56, oleh karena itu x_2 akan menjadi variabel yang diberi cabang sehingga diperoleh dua batasan baru yaitu $x_2 \leq 5$ dan $x_2 \geq 6$.

  Berdasarkan langkah 3, maka diperoleh dua sub-masalah baru seperti pada gambar 2.3 berikut :

  BA 1.056.000 ($x_1 = 2{,}22$, $x_2 = 5{,}56$)

  BB 950.000 ($x_1 = 2$, $x_2 = 5$)



Gambar 2. 3 Pencabangan metode Branch and bound

- Langkah 4

Menyelesaikan model program linear dengan kendala baru yang ditambahkan pada sub-masalah 1 dan 2

Sub-masalah 1

Maksimumkan

$$Z = \{x_1, x_2\}$$

$$Z = 100.000x_1 + 150.000x_2$$

Kendala

$$8.000.000x_1 + 4.000.000x_2 \leq 40.000.000$$

$$15x_1 + 30x_2 \leq 200$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Mengubah fungsi tujuan dan kendala dengan penambahan slack variabel sehingga:

Maksimumkan

$$Z = \{x_1, x_2, s_1, s_2, s_3\}$$

$$Z = 100.000x_1 + 150.000x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

Kendala

$$8.000.000x_1 + 4.000.000x_2 + S_1 = 40.000.000$$

$$15x_1 + 30x_2 + S_2 = 200$$

$$x_2 + S_3 = 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Menyusun persamaan didalam tabel

Tabel 2.4 Penambahan sub-masalah 1

Basis	X1	X2	S1	S2	S3	NK	Θ
S1	8000.00000	4000.000	1	0	0	40.000000	10
S2	15	30	0	1	0	200	6,67
S4	0	1	0	0	1	5	5
Zj-Cj≥0	-100.000	-150.000	0	0		0	

Selanjutnya selesaikan Tabel 2.4 dengan metode simpleks seperti pada langkah 2 sampai menghasilkan solusi optimum seperti pada Table 2.5

Tabel 2.5 Solusi optimum metode simpleks sub-masalah 1

Basis	X1	X2	S1	S2	S3	NK
X1	1.00000	0	0	0	-0.5	2.5
S2	15	0	0	1	-22.5	12.5
X2	0	1	0	0	1	5
Zj-Cj≥0	0	0	0	0	100.000	1.000.000

Tabel 2.5 menunjukkan bahwa seluruh elemen pada baris fungsi tujuan telah berhenti karena semua nilai $Z_j - C_j \geq 0$.

Jadi, diperoleh nilai

$$Z = \{x_1, x_2\}$$
$$= \{2,5\ , 5\}$$
$$= 1.000.000$$

a. Batas atas 1.000.000 dengan $x_1 = 2,5$ dan $x_2 = 5$
b. Batas bawah 950.000 dengan $x_1 = 2$ dan $x_2 = 5$

Sub-masalah 2

Maksimumkan

$$Z = \{x_1, x_2\}$$
$$Z = 100.000x_1 + 150.000x_2$$

Kendala

$$8.000.000x_1 + 4.000.000x_2 \leq 40.000.000$$
$$15x_1 + 30x_2 \leq 200$$
$$x_2 \geq 6$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Mengubah fungsi tujuan dan kendala dengan penambahan slack variable

Untuk $x_2 \geq 6$ diubah menjadi :

$-x_2 \geq -6$ (dikalikan dengan -1)

$$-x_2 + S_3 = -6 \text{ (ditambahkan slack variable } S_3)$$

$$x_2 - S_3 = 6 \quad \text{(dikalikan dengan -1)}$$

Karena S_3bernilai negetif maka bukanlah variable dasar sehingga perlu ditambah artivicial variable $\bar{S}_4$ maka $x_2 - S_3 + \bar{S}_4 = 6$

Sehingga fungsi tujuannya menjadi :

Maksimumkan

$Z = \{x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, \bar{s}_4\}$

$Z = 100.000x_1 + (150.000 - M)x_2 + 0s_1 + 0s_2 + Ms_3 + \bar{S}_4 = 6\text{M}$

Kendala

$$8.000.000x_1 + 4.000.000x_2 + S_1 = 40.000.000$$

$$15x_1 + 30x_2 + S_2 = 200$$

$$x_2 - S_3 + \bar{S}_4 = 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Menyusun persamaan didalam table

Tabel 2.6 Penambahan sub-masalah 2

Basis	X1	X2	S1	S2	S3	$\bar{S}_4$	NK	θ
S1	8000.00000	4000.000	1	0	0	0	40.000.000	10
S2	15	30	0	1	0	0	200	6,67
$\bar{S}_4$	0	1	0	0	-1	1	6	6
Zj-Cj≥0	-100.000	-150.000-M	0	0	M	0	-6M	

Selanjutnya selesaikan Tabel 2.6 dengan menggunakan metode simpleks seperti pada langkah 2 sampai menghasilkan solusi optimum seperti pada Tabel 2.7

Tabel 2.7 Solusi optimum metode simpleks sub-masalah 2

Basis	X1	X2	S1	S2	S3	$\bar{S}_4$	NK
S1	0	0	1	-528.000	12.000.000	12.000.000	5.280.000
X1	1	0	0	0.006	2	-2	1.34
X2	0	0	0	0	-1	1	6
Zj-Cj≥0	0	0	0	6.600	50.000	M-50.000	1.034.000

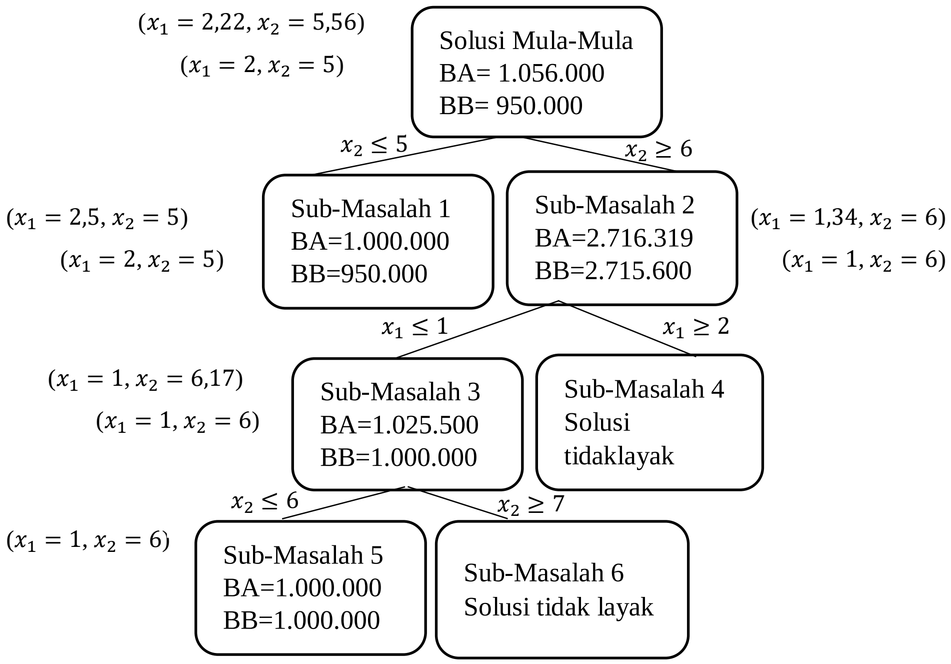
Tabel 2.7 menunjukkan bahwa seluruh elemen pada baris fungsi tujuan telah berhenti karena semua nilai $Z_j - C_j \geq 0$.

Jadi, diperoleh nilai

$$\begin{aligned} Z &= \{x_1, x_2\} \\ &= \{1{,}34\ , 6\} \\ &= 1.034.000 \end{aligned}$$

a. Batas atas 1.034.000 dengan $x_1 = 1{,}34$ dan $x_2 = 6$
b. Batas bawah 1.000.000 dengan $x_1 = 1$ dan $x_2 = 6$

Karena nilai solusi dari sub-masalah 1 dan 2 tidak lebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah, serta nilai variabel keputusannya masih ada yang tidak *integer*, maka harus dibuat cabang dari salah satu diantara sub-masalah 1 atau sub-masalah 2 dengan memperhatikan solusi optimum pada Tabel 2.5 sub-masalah 1 diperoleh batas atas $Z = 1.000.000$ dan pada Tabel 2.7 sub-masalah 2 diperoleh $Z = 1.034.000$, kemudian pilih sub-masalah yang memiliki batas atas paling besar yaitu sub-masalah 2, selanjutnya dilakukan kembali proses pencabangan dengan memilih variable yang memiliki pecahan terbesar yaitu x_1 sebesar 0,34 sehingga diperoleh dua batasan baru yaitu $x_1 \leq 1$ dan $x_1 \geq 2$ seperti pada langkah 3, proses pencabangan terus dilakukan sampai mendapatkan solusi optimal bilangan bulat dalam hal ini pencabangan dilakukan sampai sub-masalah 6, dapat dilihat pada Gambar 2.4



$(x_1 = 1, x_2 = 6)$

Gambar 2. 4 Diagram penyelesaian dengan metode Branch and bound

F. Analisis Sensitivitas

Seorang peneliti jarang dapat menentukan parameter program linear seperti (C_j, b_i, a_{ij}) dengan pasti karena nilai parameter tersebut merupakan fungsi dari beberapa variabel yang dasar untuk menentukan solusi optimal dari model program linear. Oleh karena itu, perlu diamati pengaruh perubahan parameter terhadap solusi optimal. Analisis perubahan parameter dan pengaruhnya terhadap solusi program linear disebut *post optimality analysis*. *Post Optimality* ini menunjukkan adanya analisis lebih lanjut terhadap solusi optimal yang diperoleh dari suatu model program linear. Analisis yang berkaitan dengan perubahan diskrit parameter untuk melihat berapa besar perubahan dapat ditolerir sebelum solusi optimal mulai kehilangan optimalitasnya dinamakan analisis sensitivitas, sedangkan dalam riset operasi, analisis sensitivitas didefinisikan sebagai analisis yang dilakukan untuk mengetahui perubahan yang terjadi pada parameter-parameter persoalan program linear terhadap solusi optimal yang telah dicapai (Rangkuti, 2013).

Dalam analisis sensitivitas, perubahan-perubahan parameter dikelompokkan menjadi:

1. Perubahan koefesien fungsi tujuan
2. Perubahan kosntanta sisi kanan
3. Perubahan kendala
4. Penambahan variabel baru
5. Penambahan kendala baru