PENGGUNAAN MODEL REGRESI *ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON (ZIGP)* PADA DATA PENDERITA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DI RUMAH SAKIT WAHIDIN SUDIROHUSODO

Skripsi

Oleh :

FIRMINA ADLAIDA

H 121 07 012

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2011

PENGGUNAAN MODEL REGRESI *ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON (ZIGP)* PADA DATA PENDERITA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DI RUMAH SAKIT WAHIDIN SUDIROHUSODO

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Hasanuddin

Makassar

oleh :

FIRMINA ADLAIDA
H 121 07 012

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2011

LEMBAR KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sesungguh–sungguhnya bahwa skripsi yang saya buat dengan judul :

PENGGUNAAN MODEL REGRESI *ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON (ZIGP)* PADA DATA PENDERITA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DI RUMAH SAKIT WAHIDIN SUDIROHUSODO

adalah benar hasil kerja saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 03 Agustus 2011

FIRMINA ADLAIDA
H 121 07 012

PENGGUNAAN MODEL REGRESI *ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON (ZIGP)* PADA DATA PENDERITA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DI RUMAH SAKIT WAHIDIN SUDIROHUSODO

Disetujui Oleh :

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Anisa, S.Si. M.Si.	**Dr. Erna Tri Herdiana, M.Si.**
NIP. 19730227 199802 2 001	**NIP. 19750429 200003 2 001**

Pada Tanggal: 03 Agustus 2011

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN

Pada hari ini, Rabu tanggal 03 Agustus 2011, Panitia Ujian Skripsi menerima dengan baik skripsi yang berjudul :

PENGGUNAAN MODEL REGRESI *ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON (ZIGP)* PADA DATA PENDERITA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DI RUMAH SAKIT WAHIDIN SUDIROHUSODO

yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Makassar, 03 Agustus 2011

Panitia Ujian Skripsi		Tanda Tangan
1. Ketua	: **Drs. Muh. Hasbi, M.Sc.**	(..............................)
2. Sekretaris	: **Drs. Raupong, M.Si**	(..............................)
3. Anggota	: **Firman, S.Si, M.Si.**	(..............................)
4. Anggota	: **Anisa, S.Si, M.Si.**	(..............................)
5. Anggota	: **Dr. Erna Tri Herdiana, M.Si.**	(..............................)

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Alhamdulillah Rabbil Alamin, puji syukur senantiasa penulis panjatkan kepada **Allah SWT** yang telah memberikan rahmat, karunia serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi yang berjudul **"Penggunaan Model Regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* Pada Data Penderita Penyakit Demam Berdarah di Rumah Sakit Wahidin Sudirohusodo"**. Sholawat serta salam tercurah kepada junjungan kita **Nabi Besar Muhammad SAW**.

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada Mamaku tercinta **Dra. Dahlia Jus** untuk cinta, kasih sayang dan doa yang tanpa henti diberikan dengan tulus kepada penulis dan Daeku tercinta **Achmad Taufiq,BA** untuk teladan, kepercayaan dan doa yang selalu menjadikan penulis berani dan optimis meraih setiap impian.

Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada Nenekku tercinta **Sitti Fatimah**, kakak-kakakku yang begitu baik dan pengertian **Farid Humaidi, S.Si, Muh.Fauzi,S.STP,M.AP, Deasy Apriyanah,S.Keb** dan adikku tersayang **Farhan Mursyidan** serta seluruh keluarga atas segala dukungan dan kasih sayang selama ini.

Demikian pula dengan penuh keikhlasan penulis menhanturkan penghargaan yang setinggi-tingginya dan ucapan terima kasih kepada:

1. Ibunda **Anisa, S.Si, M.Si** selaku pembimbing utama dan Ibunda **Dr. Erna Tri Herdiana,M.Si** selaku pembimbing pertama, untuk waktu, ilmu dan bimbingan sejak awal sampai akhir penulisan skripsi ini. Penulis merasa sangat bahagia dan beruntung memperoleh ilmu dan dorongan motivasi yang begitu besar dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak **Drs. Haeruddin, M.Sc** selaku Ketua Jurusan Matematika, Bapak **Andi Kresna Jaya, S.Si, M.Si** selaku Sekretaris Jurusan yang telah memberikan banyak bantuan yang tak ternilai harganya. Para **Dosen Jurusan Matematika** yang telah memberikan bekal ilmu selama perkuliahan serta para **Staf Jurusan Matematika** yang telah memberikan bantuan yang tak terhingga selama penulis menjalani perkuliahan sampai ujian akhir.
3. Bapak **Drs. Muh. Hasbi, M.Sc** selaku Ketua Penguji, Bapak **Drs. Raupong, M.Si** selaku Sekretaris Penguji terima kasih atas saran dan dorongannya serta Bapak **Firman, S.Si, M.Si** selaku Penasehat Akademik dan Anggota Tim Penguji, terima kasih untuk bimbingan dan motivasi kepada penulis selama kurang lebih 4 tahun masa perkuliahan.
4. Beloved family Stat 07: **Tika**, **Echie** (kebersamaan 4 tahun terasa sangat singkat, *I want more*), Miss **MegPedrosa** (*thanks for everything Spaniard lover*), **Lila** (*my girl*), **Ettunk/FL** dan **Ija** (pejuang tangguh), **Lilies** (*genius girl*), **Dila&Azlam** (*best couple*), **Pinko&Agil** (dua sejoli), **Muthe**, **Ima** dan **Zuhur** (selalu dewasa dan bijak), **Nila** dan **Ada'** (lucu dan menggemaskan), **Wandi, Ranu, Ayyub, Dian, Fadly, IlhamBona, Nandang, Safar, Sutha** (korps lelaki sejati masa kini..hahaha).

5. Sahabatku alm.**Marwa** dan **Esy** (kebersamaan kita bertiga yang sangat indah), **Midel**, **Eky**, **Betani**, **Iqbal** (kebersamaan yang singkat namun sangat berarti).
6. Teman-teman seperjuangan Matematika 07 (kita bukan kura-kura)
7. Teman-teman Himatika FMIPA Unhas (satu jiwa satu raga untuk himatika) dan BEM FMIPA Unhas.
8. Sahabat-sahabat terbaikku : **Wiwi**, **Ame**, **Afni**, **Iis**, **Layu'**, **Diyal** dan **Arni** (sahabat selamanya).
9. Kanda-kanda senior yang selalu memberikan masukan-masukannya dan adik-adik angkatan 2008, 2009, dan 2010 yang selalu memberikan semangat.
10. Semua pihak tanpa terkecuali yang telah membantu selama penyusunan skripsi yang tidak sempat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga segala bantuan dan partisipasinya bernilai ibadah dan mendapat pahala yang setimpal disisi Allah SWT.

Akhir kata, semoga tulisan ini memberikan manfaat kepada semua pihak yang membutuhkan dan terutama bagi penulis. Amin Yaa Rabbal Alamin.

Makassar, Agustus 2011

Penulis

ABSTRAK

Regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson* adalah analisis yang digunakan untuk mengkaji hubungan variabel respon dan variabel bebas dimana pada variabel respon terdapat banyak nilai nol yang menyebabkan terjadi overdispersi pada data. Metode yang digunakan untuk mengestimasi model regresi *Zero-Inflated Generalized* Poisson adalah metode *maximum likelihood*. Pada penelitian ini, analisis regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson* digunakan untuk mencari hubungan antara status pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa dengan variabel lama rawat, jenis kelamin dan umur penderita penyakit Demam Berdarah di Rumah Sakit Wahidin Sudirohusodo. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pasien dengan jenis kelamin dan lama rawat yang sama, dengan umur berbeda 1 tahun maka kecenderungan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa dari RS. Wahidin Sudirohusodo adalah 1,16, sedangkan untuk pasien dengan jenis kelamin yang berbeda dengan umur dan lama rawat yang sama memiliki peluang yang sama untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa, sedangkan pasien dengan umur dan jenis kelamin yang sama, dengan lama rawat berbeda 1 hari maka kecenderungan keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa adalah 0,95. Jika dibandingkan dengan model *Zero-Inflated Poisson* dengan data yang sama disimpulkan bahwa model regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson* lebih baik dari model Regresi *Zero-Inflated Poisson.*

Kata Kunci : Regresi *Zero-Inflated Generalized* Poisson, Overdispersi, Metode *Maximum Likelihood*, Penyakit Demam Berdarah.

ABSTRACT

The Zero-inflated Generalized Poisson Regression is analysis used to assess the relationship of independent variables and response variables where on the response variable there are many values of zero causes occur overdispersion the data. The method used to estimate Zero-inflated Generalized Poisson regression models is the maximum likelihood method. In this study, regression analysis of Zero-inflated Generalized Poisson is used to find the relationship between the status of patients forced to go home with a variable length of stay, gender and age of patients with dengue fever disease in Wahidin Sudirohusodo Hospital. In this study known that patients with sex and length of stay the same, with different age of 1 year then the tendency to get out from the hospital in a state has not been recovered or returned forcibly from the Wahidin Sudirohusodo hospital is 1.16, whereas for patients with different sexes with age and length of stay the same have the same opportunities to get out of the hospital in a state has not been recovered or returned forcibly, while patients with same age and sex, with different length of a day then the trend out of the hospital in a state has not recovered or returned forcibly is 0.95. When compared with the Zero-inflated Poisson model with the same data concluded that the Zero-inflated Generalized Poisson regression model is better than Zero-inflated Poisson regression model.

Keywords : Zero-Inflated Generalized Poisson Regression, Overdispersion, Maximum Likelihood method, dengue fever disease

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

KATA PENGANTAR.. i

ABSTRAK.. iv

ABSTRACT.. v

DAFTAR ISI.. vi

DAFTAR TABEL.. viii

DAFTAR GAMBAR.. ix

DAFTAR LAMPIRAN.. x

BAB I PENDAHULUAN.. 1

1.1 Latar Belakang.. 1

1.2 Rumusan Masalah.. 3

1.3 Batasan Masalah.. 3

1.4 Tujuan Penelitian.. 4

BAB II TINJAUAN PUSTAKA.. 5

2.1 *Count data* (data hitung).. 5

2.2 Distribusi Poisson.. 5

2.3 Model Regresi Poisson.. 8

2.4 Variabel Respon dengan Banyak Nilai Nol dan Overdispersi......... 9

2.5 Distribusi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*...................... 10

2.6 Model Regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*............. 17

BAB III METODOLOGI PENELITIAN **19**

3.1 Pemilihan Data 19

3.2 Populasi dan Sampel 19

3.3 Indikator/Parameter yang Digunakan 20

3.4 Luaran (Output) Penelitian 20

3.5 Diagram Alir Kerja 21

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN **22**

4.1 Deskripsi Statistik Variabel-Variabel yang Digunakan dalam Pemodelan Regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* 22

4.2 Uji Overdispersi dan Asumsi Model Regresi *Zero Inflated Generalized Poisson* (μ_i, φ, ω) 23

4.3 Penaksiran Parameter Model Regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* 24

4.4 Taksiran Parameter Regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* 41

4.5 Perbandingan Dengan Model Regresi *Zero-Inflated Poisson (ZIP)* 43

BAB V PENUTUP **46**

5.1 Kesimpulan 46

5.2 Saran 47

DAFTAR PUSTAKA **48**

LAMPIRAN **50**

DAFTAR TABEL

Tabel 1.	Jenis Peubah/Data yang Digunakan	20
Tabel 2.	Deskripsi Variabel Numerik untuk Penderita Penyakit DBD di RS.Wahidin Sudirohusodo	22
Tabel 3.	Deskripsi Variabel Kategorik untuk Penderita Penyakit DBD di RS.Wahidin Sudirohusodo	22
Tabel 4.	Data Penderita Penyakit Demam Berdarah (DBD) di RS. Wahidin Sudirohusodo	34

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Diagram alir prosedur kerja dengan menggunakan *ZIGP* 21

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penderita Demam Berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo 50

Lampiran 2. Program CRAN.. 53

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika adalah ilmu yang mempelajari bagaimana merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasi, dan mempresentasikan data. Statistika banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu, seperti di ilmu-ilmu alam misalnya astronomi dan biologi, di ilmu sosial misalnya sosiologi dan psikologi maupun di bidang bisnis, ekonomi, dan industri.

Tujuan umum bagi suatu penelitian berbasis statistika adalah menyelidiki hubungan sebab-akibat, lebih khusus menarik suatu kesimpulan akan perubahan yang timbul pada peubah/variabel respon atau biasa disebut peubah dependen akibat berubahnya peubah/variabel bebas atau biasa disebut peubah independen.

Salah satu metode statistika yang digunakan untuk menentukan hubungan antara variabel bebas dengan variabel respon adalah analisis regresi linier. Bentuk hubungan fungsional antara kedua variabel tersebut dinyatakan dalam suatu model. Untuk kasus yang lebih khusus dimana variabel responnya merupakan variabel yang bersifat diskrit (bilangan cacah) dan tidak biner maka salah satu bentuk pemodelannya yaitu model regresi poisson.

Model regresi poisson digunakan untuk menjelaskan hubungan antara variabel bebas dan variabel respon yang berdistribusi poisson (Lambert, Callegari; 1992,2001, diacu dalam alimuddin 2006). Kejadian yang berdistibusi poisson menyangkut suatu keadaan dimana diharapkan peluang kejadiaannya kecil. Salah satu contoh kumpulan data yang mengikuti distribusi poisson adalah banyaknya siswa SMA yang mengikuti ujian nasional dan gagal. Apabila peluang banyaknya siswa SMA yang mengikuti ujian nasional dan gagal, maka peristiwa tersebut dapat dikatakan mengikuti distribusi poisson.

Pada kenyataannya, pada beberapa kasus sering ditemukan variabel respon berisikan data bernilai nol lebih banyak sehingga tidak dapat dikategorikan berdistribusi poisson. Famoye and Singh (2003) memberikan contoh data kejahatan dalam satu wilayah. Jika keamanan betul betul terjaga dalam wilayah tersebut maka kemungkinan tidak terjadinya kejahatan dalam wilayah tersebut lebih besar daripada kemungkinan terjadinya kejahatan. Dalam penelitian Alimuddin (2006), Callegari (2001) menyatakan bahwa model regresi yang digunakan untuk menjelaskan pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon dimana variabel responnya berisikan data bernilai nol yang banyak adalah dengan menggunakan model regresi *Zero Inflated Poisson (ZIP)*, pada model ini variabel responnya diasumsikan berdistribusi *ZIP*. Alimuddin (2006) menggunakan model regresi *ZIP* pada data penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) di Rumah Sakit Wahidin Sudirohusodo dan Rumah Sakit Stella Maris untuk memodelkan jumlah penderita DBD yang keluar dari kedua rumah sakit tersebut ketika DBD sedang mewabah di kota Makassar.

Dalam perkembangan model regresi *Zero Inflated Poisson (ZIP)*, ditemukan keadaan dimana kelebihan nilai nol pada data menyebabkan terjadinya overdispersi, meskipun tidak ada acuan baku berapa persentase nilai nol pada data yang dapat menyebabkan overdispersi tersebut. Famoye and Singh (2003) menyarankan penggunaan model regresi *Zero Inflated Generalized Poisson* siswa SMA yang mengikuti ujian nasional dan gagal. Apabila peluang banyaknya siswa SMA yang mengikuti ujian nasional dan gagal, maka peristiwa tersebut dapat dikatakan mengikuti distribusi poisson.

Pada kenyataannya, pada beberapa kasus sering ditemukan variabel respon berisikan data bernilai nol lebih banyak sehingga tidak dapat dikategorikan berdistribusi poisson. Famoye and Singh (2003) memberikan contoh data kejahatan dalam satu wilayah. Jika keamanan betul betul terjaga dalam wilayah tersebut maka kemungkinan tidak terjadinya kejahatan dalam wilayah tersebut lebih besar daripada kemungkinan terjadinya kejahatan. Dalam penelitian Alimuddin (2006), Callegari (2001) menyatakan bahwa model regresi yang digunakan untuk menjelaskan pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon dimana variabel responnya berisikan data bernilai nol yang banyak adalah dengan menggunakan model regresi *Zero Inflated Poisson (ZIP)*, pada model ini variabel responnya diasumsikan berdistribusi *ZIP*. Alimuddin (2006) menggunakan model regresi *ZIP* pada data penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) di Rumah Sakit Wahidin Sudirohusodo dan Rumah Sakit Stella Maris untuk memodelkan jumlah penderita DBD yang keluar dari kedua rumah sakit tersebut ketika DBD sedang mewabah di kota Makassar.

Dalam perkembangan model regresi *Zero Inflated Poisson (ZIP)*, ditemukan keadaan dimana kelebihan nilai nol pada data menyebabkan terjadinya overdispersi, meskipun tidak ada acuan baku berapa persentase nilai nol pada data yang dapat menyebabkan overdispersi tersebut. Famoye and Singh (2003) menyarankan penggunaan model regresi *Zero Inflated Generalized Poisson*

(ZIGP) untuk keadaan seperti ini sehingga model regresi yang digunakan untuk menjelaskan pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon yang berdistribusi *ZIGP* adalah dengan model regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*. Oleh karena itu, penelitian ini akan mengkaji "Penggunaan Model Regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* pada Data Penderita Penyakit Demam Berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo".

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana menduga parameter model regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* pada data.
2. Bagaimana mengaplikasikan model regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* pada data.
3. Bagaimana pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon dengan menggunakan model regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*.

1.3 Batasan Masalah

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penderita/pasien penyakit demam berdarah (DBD) yang berumur 25 tahun kebawah yang dirawat di RS. Wahidin Sudirohusodo, mulai bulan Januari 2005 sampai bulan Juli 2006. Pemilihan interval umur 25 tahun ke bawah dengan pertimbangan bahwa jika penyakit DBD ini sedang mewabah, pada umumnya penderitanya adalah anak-anak atau remaja yang berada pada interval umur tersebut.

Data yang digunakan dalam penelitian ini diasumsikan berdistribusi poisson karena data merupakan jenis *count data cross section* yang memiliki nilai integer nonnegatif yang bersifat diskrit sehingga ini menyangkut kejadian yang berdistribusi poisson.

Model yang digunakan pada data penelitian ini menggunakan model regresi zero inflated generalized poisson (ZIGP) dengan asumsi nilai konstan pada parameter overdispersi dan *zero inflated.*

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menduga parameter model regresi regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*, mengaplikasikan model regresi *ZIGP* pada data dan mengidentifikasi pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon dengan menggunakan model *ZIGP*.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. *Count data* (data hitung)

Count data (data hitung) adalah data yang memiliki nilai yang integer nonnegatif. *Count data* dapat berbentuk data *Cross Section*, data *time series*, maupun data panel.

Contoh *count data* yang berbentuk *Cross Section* salah satunya berbentuk data jumlah dari kelahiran hidup berdasarkan interval umur tertentu dari ibunya. Contoh lainnya yaitu dalam studi pentingnya kesehatan yang menggunakan data intensitas individu menggunakan pelayanan kesehatan seperti kunjungan ke dokter yang terjadi tahun lalu. *Count data* yang berbentuk *times series* terdapat pada data jumlah kegagalan tahunan dari suatu bank, sedangkan jika data yang digunakan adalah data jumlah kegagalan tahunan dari beberapa bank maka data tersebut merupakan *count data* yang berbentuk data panel (Cameron dan Trivedi, 1999).

2.2. Distribusi Poisson

Distribusi poisson merupakan distribusi probabilitas yang sering digunakan untuk situasi dimana variabel respon adalah data hitung (*count data*). Ini dikarenakan data hitung (*count data*) memiliki nilai yang integer nonnegatif yang bersifat diskrit sehingga ini menyangkut kejadian yang berdistribusi poisson. Distribusi poisson juga sering digunakan untuk menentukan peluang suatu peristiwa yang diharapkan sangat jarang terjadi. Misalnya banyaknya siswa SMA yang gagal UN. Apabila peluang banyaknya siswa SMA yang gagal UN itu sangat kecil, maka peristiwa tersebut dapat mengikuti distribusi poisson.

Distribusi poisson adalah pendekatan dari distribusi binomial, dengan $np = \mu$ dimana p kecil dan n besar atau $n \to \infty$. Banyaknya sukses X dalam suatu percobaan poisson disebut sebagai suatu variabel acak poisson.

Fungsi massa peluang bagi variabel acak poisson X, yang menyatakan Banyaknya kejadian selama selang waktu tertentu, dengan parameter μ dinyatakan dalam persamaan berikut

$$P(X = x) = p(x, \mu) = e^{-\mu}\frac{\mu^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \ldots \quad (1)$$

rata-rata dan variansi dari variabel acak X yang mengikuti distribusi poisson dengan parameter μ masing-masing adalah

$$E\,[X] = \mu \text{ dan } Var\,(X) = \mu \quad (2)$$

Bukti :

Untuk menunjukkan bahwa rataan betul sama dengan μ dituliskan

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!} = \sum_{x=1}^{\infty} x\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x(x-1)!}$$

$$= \mu\sum_{x=1}^{\infty}\frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

karena

$$\sum_{y=0}^{\infty}\frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!} = \sum_{y=0}^{\infty} p(y; \mu) = 1$$

Sekarang dimisalkan $x - 1 = y$ sehingga diperoleh

$$E\,(X) = \mu\sum_{y=0}^{\infty}\frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!} = \mu$$

Variansi distribusi Poisson diperoleh dengan

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

$$E(X^2) = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} (x(x-1) + x) \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!} + \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$$

$$= \mu^2 \sum_{x=2}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-2}}{(x-2)!} + \sum_{x=1}^{\infty} \mu \frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

dengan memasukkan $x - 2 = y$ diperoleh

$$E(X^2) = \mu^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!} + \sum_{x=1}^{\infty} \mu \frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= \mu^2 + \sum_{x=1}^{\infty} \mu \frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

dengan memasukkan $x - 1 = z$ diperoleh

$$E(X^2) = \mu^2 + \sum_{z=0}^{\infty} \mu \frac{e^{-\mu}\mu^z}{z!}$$

$$E(X^2) = \mu^2 + \mu$$

Sehingga variansinya yaitu

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

$$= (\mu^2 + \mu) - \mu^2$$

$$= \mu$$

2.3. Model Regresi Poisson

Model regresi poisson merupakan bentuk hubungan fungsional antara variabel bebas dan variabel respon yang berdistribusi poisson. Model regresi poisson dapat pula digunakan untuk memodelkan banyaknya kejadian dari suatu peristiwa pengamatan sebagai suatu fungsi dari beberapa variabel bebas.

Model poisson merupakan pengembangan dari Bernoulli dan Binomial. Terdapat dua sifat pada model poisson yaitu pertama kejadian saling bebas terhadap waktu dan kedua yaitu nilai mean dan variansinya sama.

Model regresi dari n data dapat dituliskan dalam bentuk berikut

$$y_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \, , i = 1,2,\dots,n \qquad (3)$$

Jika diasumsikan bahwa $E(\varepsilon_i) = 0$, maka persamaan (3) menjadi

$$E(Y_i|\boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} \qquad (4)$$

Berdasarkan hal di atas, maka langkah-langkah yang dilakukan pada model regresi poisson yang diskrit hampir sama dengan analisis regresi biasa.

Model Regresi Poisson pada dasarnya menyatakan rata-rata dari distribusi yang diskrit tersebut sebagai fungsi dari variabel respon (Myers, 1990). Untuk variabel respon Y dan variabel bebas X, dimana $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)$, maka model regresinya dapat ditulis menjadi

$$y_i = \mu_i + \varepsilon_i \, , i = 1,2,\dots,n \qquad (5)$$

μ_i adalah rata-rata banyaknya kejadian pada periode waktu t_i dan diasumsikan tetap dan bebas dari waktu ke waktu. Jika μ_i dimodelkan sebagai fungsi dari k variabel bebas, maka dapat dituliskan

$$p(y_i, \boldsymbol{\beta}) = \frac{[t_i(\mu(x_i, \boldsymbol{\beta}))]^{y_i} exp\left(-t_i(\mu(x_i, \boldsymbol{\beta}))\right)}{y_i!} \, , i = 1,2,\dots,n \qquad (6)$$

dimana $\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$ adalah rata-rata poisson, dan $\boldsymbol{\beta}$ merupakan vektor parameter yang akan ditaksir. Fungsi $\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$ dapat dipilih menurut pola dari data dan selalu bernilai positif (Myers, 1990).

Untuk melakukan pendugaan pada vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$, maka persamaan (6) perlu diketahui fungsi likelihoodnya. Jika fungsi likelihood dari (6) diketahui, maka pemaksimalan fungsi tersebut dengan menggunakan teknik iterasi akan menghasilkan penaksir maksimum likelihood untuk koefisien-koefisien regresi pada $\boldsymbol{\beta}$. Fungsi maksimum likelihood untuk persamaan (6) adalah

$$L(y, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} p(y_i, \boldsymbol{\beta})$$

$$= \frac{\left(\prod_{i=1}^{n}[t_i\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^{y_i}\right) exp\left(-\sum_{i=1}^{n} t_i\mu\,(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})\right)}{\prod_{i=1}^{n} y_i!} \quad (7)$$

2.4. Variabel Respon dengan Banyak Nilai Nol dan Overdispersi

Data dengan banyak nilai nol biasa terdapat pada data pengamatan pada kejadian yang jarang terjadi. Namun Banyaknya nilai nol pada data amatan dapat disebabkan karena adanya *clustering* atau pengelompokkan. Kelebihan nilai nol dalam data amatan pada penelitian ini menyebabkan terjadinya overdispersi.

Overdispersi adalah suatu keadaan pada model poisson dimana variansi lebih besar dari rata-rata, sehingga model regresi poisson tidak dapat digunakan. Jika pada data jumlahan terjadi overdispersi namun tetap digunakan regresi poisson, maka dugaan dari parameter koefisien regresinya tetap konsisten namun tidak efisien. Hal ini berdampak pada nilai *standard error* yang menjadi *under* *estimate*, sehingga kesimpulannya menjadi tidak valid (McCullagh & Nelder, 1983 diacu dalam Rani Puspa Dewi, 2008).

Overdispersi ini dapat disebabkan karena beberapa hal, dan dalam penelitian ini disebabkan karena data yang digunakan mempunyai banyak nilai nol.

Overdispersi dapat diindikasikan dengan nilai dispersi *pearson chi square* yang dibagi dengan derajat bebasnya. Jika nilai tersebut lebih besar dari satu maka dikatakan terjadi overdispersi pada data (Hilbe, 2011).

2.5. Distribusi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*

Distribusi *Zero Inflated Poisson (ZIP)* terbentuk apabila pada suatu himpunan data cacahan terdapat nilai nol yang begitu banyak (Lambert, Callegari; 1992, 2001 diacu dalam Alimuddin, 2006).

Fungsi massa peluang bagi variabel acak Y yang mengikuti distribusi *ZIP*, dengan dua parameter μ dan ω adalah

$$P_{\mu,\omega}(y) := P(Y = y) = \begin{cases} (1-\omega) + \omega\, e^{-\mu} & , untuk\ y = 0 \\ \omega \dfrac{e^{-\mu}\mu^{y}}{y!} & , untuk\ y = 1,2,\ldots \end{cases} \tag{8}$$

dengan nilai $0 \leq \omega \leq 1$

Pada perkembangannya, ditemukan keadaan dimana nilai nol yang banyak ini menyebabkan overdispersi pada data. Untuk mengatasi masalah Overdispersi tersebut, Famoye and Singh (2003) mengembangkan analisis regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*.

Analisis regresi *ZIGP* mengikuti distribusi *ZIGP* yang merupakan hal khusus dari distribusi poisson. Meskipun tidak ada acuan baku berapa persentase jumlah nol yang dikatakan banyak, jika data amatan sudah terlihat memiliki banyak nilai nol dan mengalami overdispersi maka sudah dapat diasumsikan data mengikuti distribusi *ZIGP*.

Famoye and Singh (2003) memperkenalkan regresi *ZIGP* (μ, φ, ω). Distribusi *ZIGP* memiliki analogi yang sama dengan distribusi *ZIP* dengan penambahan parameter Overdispersi φ (Czado, et all, 2006).

Variabel acak Y yang mengikuti distibusi *ZIGP* dengan tiga parameter μ, φ, ω mempunyai fungsi massa peluang yaitu

$$P_{\mu,\varphi,\omega}(y) := P(Y = y) = \begin{cases} \omega + (1-\omega)P_{\mu,\varphi}(0) & ,untuk\ y = 0 \\ (1-\omega)P_{\mu,\varphi}(y) & ,untuk\ y = 1,2,\ldots \\ 0 & ,ketika\ \ \varphi < 1 \end{cases} \tag{9}$$

dimana

$$P_{\mu,\varphi}(y) := \begin{cases} \dfrac{\mu\big(\mu + y(\varphi-1)\big)^{y-1}\varphi^{-y}e^{-(\mu+y(\varphi-1))/\varphi}}{y!} & ,untuk\ y = 0,1,\ldots \\ 0 & ,\varphi < 1 \end{cases}$$

dan $0 \le \omega \le 1, \mu > 0$, dan $\varphi \ge 1$, dengan asumsi $\mu + y(\varphi - 1) > 0$

Mean dan variansi ke-i pada pengamatan Y_i pada distribusi *ZIGP* yaitu

$$E(Y)_{ZIGP} = (1-\omega)\mu \tag{10}$$

$$Var(Y)_{ZIGP} = E(Y)(\varphi^2 + \mu\omega) \tag{11}$$

Distribusi *ZIGP* merupakan gabungan dari distribusi Bernoulli dengan parameter $1 - \omega$ dan distribusi *Generalized Poisson* dengan parameter μ dan φ.

Bukti mean dan variansi:

- Mean distribusi *ZIGP* yaitu $E(Y) = (1-\omega)\mu$

  Diketahui

$$P_Y(\theta,\lambda) = \frac{\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}\exp\left(-(\theta+y\lambda)\right)}{y!} \quad, y = 0,1,\ldots$$

dan

$$I = \sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+y\lambda)^{y}}{y!}e^{-y\lambda-\theta}$$

dapat ditulis menjadi

$$I = \sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+y\lambda)^{y}}{y!}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}(\theta+y\lambda)^{k}}{k!}$$

$$= \sum_{y=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\theta+y\lambda)^{y+k}(-1)^{k}}{y!\,k!}$$

$$= \sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+y\lambda)^{y}}{y!}e^{-y\lambda-\theta}$$

$$= \frac{1}{1-\lambda} \qquad (*)$$

maka

$$\sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+y\lambda)(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!}e^{-y\lambda-\theta} = \sum_{y=0}^{\infty}\frac{\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!}e^{-y\lambda-\theta} + \sum_{y=0}^{\infty}\frac{y\lambda(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!}e^{-y\lambda-\theta}$$

$$\sum_{y=0}^{\infty}\frac{\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!}e^{-(y\lambda+\theta)} + \sum_{y=1}^{\infty}\frac{\lambda(\theta+y\lambda)^{y-1}}{(y-1)!}e^{-y\lambda-\theta} = \frac{1}{1-\lambda}$$

$$\sum_{y=0}^{\infty}\frac{\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!}e^{-y\lambda-\theta} = \frac{1}{1-\lambda} - \lambda e^{-\lambda}\sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+\lambda+y\lambda)^{y}}{y!}e^{-y\lambda-\theta}$$

$$= \frac{1}{1-\lambda} - \frac{\lambda e^{-\lambda} e^{\lambda}}{1-\lambda}$$

$$= 1$$

Jadi terbukti bahwa merupakan fungsi massa peluang

$$E(Y) = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{y\theta(\theta + y\lambda)^{y-1}}{y!} e^{-y\lambda-\theta}$$

$$= \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\theta(\theta + y\lambda)^{y-1}}{(y-1)!} e^{-y\lambda-\theta}$$

$$= \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\theta(\theta + \lambda + y\lambda)^{y}}{y!} e^{-(y+1)\lambda-\theta}$$

$$= \theta \sum_{y=0}^{\infty} \frac{(\theta + \lambda + y\lambda)^{y}}{y!} e^{-y\lambda-(\theta+\lambda)}$$

$$E(Y) = \frac{\theta}{1-\lambda}$$

diketahui

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{\theta(\theta + y\lambda)^{y} e^{(-\theta-y\lambda)}}{y!} = \frac{1}{1-\lambda} \qquad (*)$$

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{(\mu + y(\varphi-1))^{y} \varphi^{-y} e^{\left(\frac{-(\mu+y(\varphi-1))}{\varphi}\right)}}{y!} = \varphi \qquad (**)$$

dengan menyamakan persamaan (**) dan (*) diperoleh $\theta = \frac{\mu}{\varphi}$ dan $\lambda = \frac{\varphi-1}{\varphi}$

maka

$$E(Y) = \frac{\mu/\varphi}{\varphi - 1/\varphi}$$

$$= \frac{\mu/\varphi}{\varphi - \varphi + 1/\varphi}$$

$$E(Y) = \mu$$

Dengan menambahkan parameter $1-\omega$ pada mean distribusi *Generalized Poisson* di atas diperoleh mean distribusi *ZIGP* yaitu

$$E(Y)_{ZIGP} = (1-\omega)E(Y)$$

$$E(Y)_{ZIGP} = (1-\omega)\mu$$

- Variansi

$$Var(Y) = E(Y^2) - E^2(Y)$$

$$E(Y^2) = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{y^2\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!} e^{-y\lambda-\theta}$$

$$= \sum_{y=0}^{\infty} \frac{(y(y-1)+y)\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!} e^{-y\lambda-\theta}$$

Jadi tinjau

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{(y(y-1))\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!} e^{-y\lambda-\theta} + \sum_{y=0}^{\infty} \frac{y\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!} e^{-y\lambda-\theta} = A + \frac{\theta}{1-\lambda} \quad (***)$$

$$A = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{(y(y-1))\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{y!} e^{-y\lambda-\theta}$$

$$= \sum_{y=2}^{\infty} \frac{\theta(\theta+y\lambda)^{y-1}}{(y-2)!} e^{-y\lambda-\theta}$$

$$= \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\theta(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y+1}}{y!} e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}$$

$$= \theta\left(\sum_{y=0}^{\infty} \frac{(\theta+2\lambda+y\lambda)(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y}}{y!} e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}\right)$$

$$= \theta\left(\sum_{y=0}^{\infty}\frac{\theta(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y}}{y!}e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}+\sum_{y=0}^{\infty}\frac{2\lambda(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y}}{y!}e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}\right.$$

$$\left.+\sum_{y=0}^{\infty}\frac{y\lambda(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y}}{y!}e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}\right)$$

$$= \theta\left(\frac{\theta}{1-\lambda}+\frac{2\lambda}{1-\lambda}+\lambda\left(\sum_{y=1}^{\infty}\frac{(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y}}{(y-1)!}e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}\right)\right)$$

kemudian $\sum_{y=1}^{\infty}\frac{(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y}}{(y-1)!}e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}$ dimisalkan B maka diperoleh

$$B = \sum_{y=1}^{\infty}\frac{(\theta+2\lambda+y\lambda)^{y}}{(y-1)!}e^{-y\lambda-2\lambda-\theta}$$

$$= \sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+3\lambda+y\lambda)^{y+1}}{y!}e^{-y\lambda-3\lambda-\theta}$$

$$= \theta\sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+3\lambda+y\lambda)^{y+1}}{y!}e^{-y\lambda-3\lambda-\theta}+3\lambda\sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+3\lambda+y\lambda)^{y+1}}{y!}e^{-y\lambda-3\lambda-\theta}$$

$$+\sum_{y=0}^{\infty}\frac{y\lambda(\theta+3\lambda+y\lambda)^{y+1}}{y!}e^{-y\lambda-3\lambda-\theta}$$

$$= \theta\frac{1}{1-\lambda}+\frac{3\lambda}{1-\lambda}+\lambda\left(\sum_{y=1}^{\infty}\frac{(\theta+3\lambda+y\lambda)^{y}}{(y-1)!}e^{-y\lambda-3\lambda-\theta}\right)$$

Selanjutnya $\sum_{y=1}^{\infty}\frac{(\theta+3\lambda+y\lambda)^{y}}{(y-1)!}e^{-y\lambda-3\lambda-\theta}$ dimisalkan sebagai C diperoleh

$$C = \sum_{y=0}^{\infty}\frac{(\theta+4\lambda+y\lambda)^{y+1}}{y!}e^{-y\lambda-4\lambda-\theta}$$

$$= \frac{\theta}{1-\lambda}+\frac{4\lambda}{1-\lambda}+\cdots$$

Sehingga dengan mensubtitusi nilai C ke persamaan B dan kemudian mensubtitusi nilai B ke persamaan A diperoleh

$$A = \frac{\theta^2}{1-\lambda} + \frac{2\theta\lambda}{1-\lambda} + \frac{\theta^2\lambda}{1-\lambda} + \frac{3\theta\lambda^2}{1-\lambda} + \frac{\theta^3\lambda^2}{1-\lambda} + \frac{4\theta\lambda^3}{1-\lambda} + \cdots$$

$$= \left(\frac{\theta^2}{1-\lambda} + \frac{\theta^2\lambda}{1-\lambda} + \frac{\theta^3\lambda^2}{1-\lambda} + \cdots\right) + \left(\frac{2\theta\lambda}{1-\lambda} + \frac{3\theta\lambda^2}{1-\lambda} + \frac{4\theta\lambda^3}{1-\lambda} + \cdots\right)$$

$$= \frac{\theta^2}{1-\lambda}(1 + \lambda + \lambda^2 + \cdots) + \frac{\theta}{1-\lambda}(2\lambda + 3\lambda^2 + 4\lambda^3 + \cdots)$$

$$= \frac{\theta^2}{1-\lambda}\left(\frac{1}{1-\lambda}\right) + \frac{\theta}{1-\lambda}(1 + 2\lambda + 3\lambda^2 + 4\lambda^3 + \cdots - 1)$$

$$= \frac{\theta^2}{(1-\lambda)^2} + \frac{\theta}{1-\lambda}(1 + 2\lambda + 3\lambda^2 + 4\lambda^3 + \cdots) - \frac{\theta}{1-\lambda}$$

$$= \frac{\theta^2}{(1-\lambda)^2} + \left(\frac{\theta}{1-\lambda}\left(\frac{1}{(1-\lambda)^2}\right)\right) - \frac{\theta}{1-\lambda}$$

Dengan mensubtitusi nilai A ke persamaan (***) diperoleh

$$E(Y^2) = A + \frac{\theta}{1-\lambda}$$

$$= \left(\frac{\theta^2}{(1-\lambda)^2} + \frac{\theta}{(1-\lambda)^3} - \frac{\theta}{1-\lambda}\right) + \frac{\theta}{1-\lambda}$$

$$E(Y^2) = \frac{\theta^2}{(1-\lambda)^2} + \frac{\theta}{(1-\lambda)^3}$$

Sehingga Variansi diperoleh

$$Var(Y) = E(Y^2) - E^2(Y)$$

$$= \left(\frac{\theta^2}{(1-\lambda)^2} + \frac{\theta}{(1-\lambda)^3}\right) - \left(\frac{\theta}{1-\lambda}\right)^2$$

$$= \frac{\theta}{(1-\lambda)^3}$$

Diketahui $\theta = \frac{\mu}{\varphi}$ dan $\lambda = \frac{\varphi-1}{\varphi}$

$$Var(Y) = \frac{\frac{\mu}{\varphi}}{\left(1 - \frac{\varphi-1}{\varphi}\right)^3}$$

$$= \frac{\frac{\mu}{\varphi}}{\left(\frac{1}{\varphi}\right)^3}$$

$$= \frac{\frac{\mu}{\varphi}}{\frac{1}{\varphi^3}} = \frac{\mu\varphi^3}{\varphi}$$

$$Var(Y) = \mu\varphi^2$$

Dengan menambahkan parameter $1 - \omega$ pada variansi distribusi *Generalized Poisson* diperoleh variansi distribusi *ZIGP* yaitu

$$\begin{aligned}
Var(Y)_{ZIGP} &= (1-\omega)Var\,(Y) + \omega(1-\omega)\big(E(Y)\big)^2 \\
&= (1-\omega)(\mu\varphi^2) + \omega(1-\omega)(\mu^2) \\
&= \mu\varphi^2 - \omega\mu\varphi^2 + (\omega - \omega^2)(\mu^2) \\
&= \mu\varphi^2 - \omega\mu\varphi^2 + \omega\mu^2 - \omega^2\mu^2 \\
&= \mu\varphi^2 + \omega\mu^2 - \omega\mu\varphi^2 - \omega^2\mu^2 \\
&= (\mu - \omega\mu)(\varphi^2 + \omega\mu) \\
&= (1-\omega)\mu(\varphi^2 + \mu\omega) \\
&= E(Y)(\varphi^2 + \mu\omega)
\end{aligned}$$

Kelebihan utama penggunaan model yang berdistribusi *ZIGP* yaitu dibolehkannya dua cara untuk Overdispersi yaitu dengan penggunaan penambahan parameter Overdispersi φ dan parameter *zero inflated* ω.

2.6. Model Regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*

Model regresi *ZIGP* merupakan pengembangan dari model regresi poisson yang digunakan untuk mengidentifikasi hubungan antara variabel bebas dan variabel respon yang banyak bernilai nol dan mengalami overdispersi.

Misalkan Y_i pada persamaan (9) adalah variabel respon dimana $i = 1,2,\dots,n$, dengan mengasumsikan parameter Overdispersi (φ) dan parameter *zero inflated* (ω) bernilai konstan maka penelitian ini akan menggunakan model regresi ZIGP (μ_i, φ, ω).

Asumsi untuk model regresi *ZIGP* yaitu

$$log(\mu_i) = \sum_{j=1}^{k} \mathrm{x}_{ij}\boldsymbol{\beta}_j \tag{12}$$

menggunakan fungsi penghubung logaritma asli, dimana $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter model yang tidak diketahui dan akan diduga nilainya.

Kelebihan utama penggunaan model yang berdistribusi *ZIGP* yaitu dibolehkannya dua cara untuk Overdispersi yaitu dengan penggunaan penambahan parameter Overdispersi φ dan parameter *zero inflated* ω. Jika $\varphi = 1$ dan $\omega = 0$ maka akan direduksi ke regresi poisson, jika $\omega = 0$ direduksi ke *generalized Poisson regression*, sedangkan jika $\varphi = 0$ direduksi ke *zero inflated poisson* (Czado dan Min).

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Pemilihan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penderita Demam Berdarah (DBD) yang berumur 25 tahun ke bawah yang pernah menjalani rawat inap di RS. Wahidin Sudirohusodo mulai bulan Januari 2005 sampai bulan Juli 2006. Pemilihan data tersebut dikarenakan hasil yang diperoleh pada penelitian ini akan dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dalam tugas akhir Alimuddin (2006) yang memodelkan data tersebut dengan menggunakan model *zero inflated poisson* (*ZIP*).

3.2 Populasi dan Sampel

Populasi penelitian ini adalah semua penderita penyakit Demam Berdarah (DBD) yang berumur 25 tahun ke bawah yang pernah menjalani rawat inap di RS. Wahidin Sudirohusodo mulai bulan Januari 2005 sampai bulan Juli 2006.

Pengambilan sampel dilakukan secara acak untuk pasien yang dirawat inap di RS. Wahidin Sudirohusodo yang berumur 25 tahun ke bawah mulai bulan Januari 2005 sampai bulan Juli 2006. Cara pengambilan data adalah pengambilan data sekunder berdasarkan data rekam medik pada di RS Wahidin Sudirohusodo. Sampel yang terpilih pada periode Januari 2005 sampai bulan Juli 2006 yaitu 119 pasien DBD.

3.3 Indikator/Parameter yang Digunakan

Indikator yang diamati dan digunakan diberikan dalam tabel berikut:

Tabel 1. Jenis Peubah/Data yang Digunakan

Pengamatan	Jenis Peubah yang digunakan
Karakteristik Pasien	1. Jenis kelamin 2. Umur 3. Lama dirawat di Rumah Sakit 4. Status kelangsungan hidup

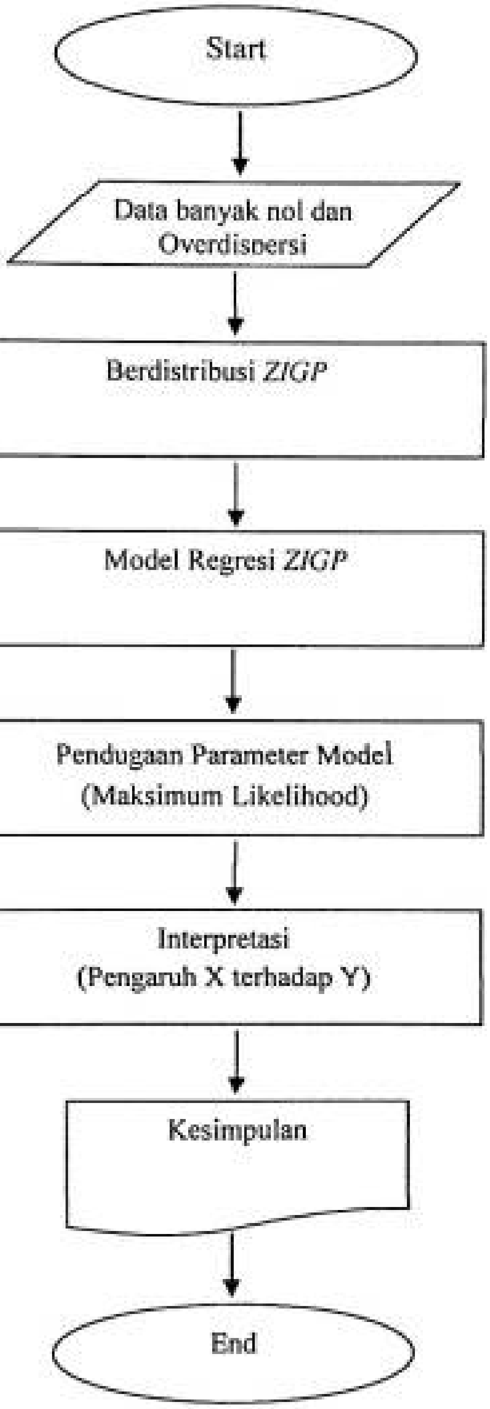
3.4 Luaran (Output) Penelitian

Secara khusus penelitian ini akan menghasilkan output berupa pengaplikasian data penderita Demam Berdarah yang dirawat di RS. Wahidin Sudirohusodo dengan model *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* dan mengidentifikasi seberapa besar pengaruh variabel umur, jenis kelamin, dan lama rawat terhadap kelangsungan hidup penderita penyakit demam berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo.

Hasil ini diharapkan menjadi acuan perbaikan fasilitas dalam rangka memberikan pelayanan optimal kepada masyarakat. Karena dengan mengetahui seberapa besar keterkaitan variabel umur , jenis kelamin, dan lama rawat terhadap kelangsungan hidup dalam hal ini status pulang paksa pasien penderita penyakit demam berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo, kita memperoleh gambaran faktor-faktor yang mempengaruhi seorang pasien pulang paksa dari rumah sakit yang sangat berhubungan dengan ketersediaan fasilitas dari rumah sakit tersebut.

3.5 Diagram Alir Kerja

Adapun diagram alir prosedur kerja yang akan dilakukan diberikan pada Gambar 1 berikut.



Gambar. 1 Diagram alir prosedur kerja dengan menggunakan *ZIGP*

Dari Tabel 3 diketahui bahwa distribusi jumlah pasien menurut status kelangsungan hidup dengan persentase tertinggi yang menderita penyakit DBD adalah sembuh atau mati yaitu 89,9% sedangkan yang terendah adalah belum sembuh dan pulang paksa yaitu 10,1%. Sedangkan distribusi jumlah pasien menurut jenis kelamin, persentase tertinggi penderita penyakit DBD adalah laki-laki yaitu 54,6%, sedangkan terendah adalah perempuan yaitu 45,4%.

4.2 Uji Overdispersi dan Asumsi Model Regresi *Zero Inflated Generalized Poisson* (μ_i, φ, ω)

Overdispersi dapat diindikasikan dengan nilai dispersi *pearson chi square* yang dibagi dengan derajat bebasnya. Jika nilai tersebut lebih besar dari satu maka dikatakan terjadi overdispersi pada data. Dari output program diperoleh nilai:

dispersi *pearson chi square* = 150

derajat bebas pada data = $n - 1 = 119 - 1 = 118$

$$\frac{\text{dispersi } pearson\ chi\ square}{\text{derajat bebas}} = \frac{150}{118} = 1{,}27$$

dengan demikian, disimpulkan bahwa telah terjadi overdispersi pada data.

Pada penelitian ini diasumsikan parameter Overdispersi (φ) dan parameter *zero inflated* (ω) bernilai konstan dengan mengasumsikan nilainya adalah satu. Pemilihan nilai satu pada parameter φ dikarenakan nilai tersebut merupakan nilai terkecil yang mungkin pada parameter φ yang merupakan nilai terbaik untuk koefisien tersebut. Sedangkan Pemilihan nilai satu pada parameter ω dikarenakan untuk menyamakan dengan nilai pada parameter φ agar keduanya mempunyai pengaruh yang sama pada model yang diasumsikan konstan.

4.3 Penaksiran Parameter Model Regresi *Zero Inflated Generalized Poisson* (ZIGP)

Penaksiran parameter model regresi *ZIGP* dilakukan dengan menggunakan penaksir maksimum likelihood. Penaksir linier $\eta_i^{\mu}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}$ dengan $i = 1,2,\dots,n$ mempengaruhi respon y_i dimana $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)^t$ merupakan parameter regresi yang tidak diketahui. Matriks $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ disebut desain matriks.

Penaksir linier $\eta_i^{\mu}(\boldsymbol{\beta})$ berhubungan dengan $\mu_i(\boldsymbol{\beta})$ dari Y_i dengan $\mu_i = \exp(\eta_i^{\mu}(\boldsymbol{\beta}))$, untuk $i = 1,2,\dots,n$.

Joint vektor dari parameter regresi $\boldsymbol{\beta}, \varphi\ dan\ \omega$ dari distribusi *ZIGP* dinotasikan $\boldsymbol{\delta}$ dimana $\boldsymbol{\delta} := (\boldsymbol{\beta}^t, \varphi, \omega)^t$, dan penaksiran maksimum likelihoodnya yaitu $\widehat{\boldsymbol{\delta}}$.

Diketahui Variabel acak Y yang mengikuti distibusi *ZIGP* dengan tiga parameter μ, φ, ω mempunyai fungsi massa peluang yaitu

$$P_{\mu,\varphi,\omega}(y) := P(Y = y) = \begin{cases} \omega + (1-\omega)P_{\mu,\varphi}(0) & ,untuk\ y = 0 \\ (1-\omega)P_{\mu,\varphi}(y) & ,untuk\ y = 1,2,\dots \\ 0 & ,ketika\ \varphi < 1 \end{cases}$$

dimana

$$P_{\mu,\varphi}(y) := \begin{cases} \dfrac{\mu\left(\mu + y(\varphi-1)\right)^{y-1}\varphi^{-y}e^{-(\mu+y(\varphi-1))/\varphi}}{y!} & ,untuk\ y = 0,1,\dots \\ 0 & ,\varphi < 1 \end{cases}$$

dan $0 \le \omega \le 1, \mu > 0$, dan $\varphi \ge 1$, dengan asumsi $\mu + y(\varphi - 1) > 0$

Dengan menggunakan fungsi eksponensial pada fungsi massa peluang diperoleh fungsi likelihood dari *ZIGP* yaitu

$$L = \begin{cases} \exp\left(\omega + (1-\omega)P_{\mu,\varphi}(0)\right) & ,untuk\ y = 0 \\ \exp\left((1-\omega)P_{\mu,\varphi}(y)\right) & ,untuk\ y = 1,2,\dots \end{cases} \tag{13}$$

Untuk pengamatan y_i dengan $i = 1,2, \dots n$ maka fungsi likelihoodnya menjadi

$$L(\boldsymbol{\delta}) = \begin{cases} \exp\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\omega + (1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(y_i)\right)\right) & , untuk\ y_i = 0 \\ \exp\left(\sum_{i=1}^{n}\left((1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(y_i)\right)\right) & , untuk\ y_i = 1,2, \dots \end{cases} \tag{14}$$

atau dapat pula ditulis dalam bentuk

$$L(\boldsymbol{\delta}) = \exp\left[\sum_{i=1}^{n}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\left(\omega + (1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(0)\right) + \sum_{i=1}^{n}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left((1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(y_i)\right)\right] \tag{15}$$

sehingga diperoleh bentuk log likelihoodnya yaitu

$$l_n(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\log\left(\omega + (1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(0)\right) + \sum_{i=1}^{n}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\log\left((1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(y_i)\right) \tag{16}$$

Misalkan

$$\mu_i(\boldsymbol{\beta}) := \exp\left(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}\right),$$

$$f_i(\boldsymbol{\beta},\varphi) := \exp\left(-\frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)$$

$$g_i(\boldsymbol{\delta}) := \omega + (1-\omega)f_i(\boldsymbol{\beta},\varphi) = P_{\mu_i(\boldsymbol{\beta}),\varphi,\omega}(0)$$

diperoleh

$$l_n(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\log\left(\left(\omega + (1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(0)\right)\right)$$
$$+ \sum_{i=1}^{n}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\log\left((1-\omega)\frac{\mu\left(\mu_i + y_i(\varphi-1)\right)^{y_i-1}\varphi^{-y_i}e^{-(\mu_i+y_i(\varphi-1))/\varphi}}{y_i!}\right)$$

$$l_n(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \log\left(\left(\omega + (1-\omega)P_{\mu_i,\varphi}(0)\right)\right) + \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \log(1-\omega) + \log\mu_i$$

$$+(y_i - 1)\log\left(\mu_i + y_i(\varphi - 1)\right) - y_i \log\varphi - \frac{\left(\mu_i + y_i(\varphi - 1)\right)}{\varphi} - \log y_i!$$

$$l_n(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \log\left(g_i(\boldsymbol{\delta})\right) + \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \log(1-\omega) + \mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}$$

$$+(y_i - 1)\log\left(\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + y_i(\varphi - 1)\right) - y_i \log\varphi - \frac{\left(y_i(\varphi - 1)\right)}{\varphi} - \log y_i! - \frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}$$

$$l_n(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \log\left(g_i(\boldsymbol{\delta})\right) + \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \left(log(1-\omega) + \mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta} - \frac{1}{\varphi}\mu_i(\boldsymbol{\beta})\right)$$

$$+(y_i - 1)\log[\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + y_i(\varphi - 1)] - y_i\log\varphi - y_i\,\frac{1}{\varphi}(\varphi - 1) - \log\,(y_i!) \qquad (17)$$

Nilai vektor turunan pertamanya yaitu:

$$s_n(\boldsymbol{\delta}) = \left(s_1(\boldsymbol{\delta}), \ldots, s_p(\boldsymbol{\delta}), s_{p+1}(\boldsymbol{\delta}), s_{p+2}(\boldsymbol{\delta})\right)^t \qquad (18)$$

dimana

$$s_1(\boldsymbol{\delta}) = \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\beta_1}$$

$$s_p(\boldsymbol{\delta}) = \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\beta_p}$$

$$s_{p+1}(\boldsymbol{\delta}) = \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\varphi}$$

$$s_{p+2}(\boldsymbol{\delta}) = \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\omega}$$

Sehingga dapat ditulis menjadi

$$s_n(\boldsymbol{\delta}) = \left(\frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_1}, \dots, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_p}, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \varphi}, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \omega}\right)^t \tag{19}$$

Penaksir maksimum likelihood $\widehat{\boldsymbol{\delta}}$ diperoleh dengan menyelesaikan secara simultan persamaan yang diperoleh dengan menghitung nilai vektor (18) menuju nol.

- Persamaan taksiran nilai β_r $untuk$ $r = 1,2, \dots p$

  Misalkan $r = 1,2, \dots p$ maka persamaan (18) menjadi

  $$s_n(\boldsymbol{\delta}) = \left(s_r(\boldsymbol{\delta}), s_{p+1}(\boldsymbol{\delta}), s_{p+2}(\boldsymbol{\delta})\right)^t$$

  dimana

  $$s_r(\boldsymbol{\delta}) = \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_1}, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_p} \tag{20}$$

  $$s_r(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n} s_{r,i}(\boldsymbol{\delta}) \ untuk \ r = 1,2, \dots p$$

dengan

$$s_{r,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_r}$$

dimana

$$l_n(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \log\left(g_i(\boldsymbol{\delta})\right) + \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \Big(log(1-\omega) + \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta} - \frac{1}{\varphi}\mu_i(\boldsymbol{\beta})$$

$$+ (y_i - 1) log[\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + y_i(\varphi - 1)] - y_i log\varphi - y_i \frac{1}{\varphi}(\varphi - 1)$$

$$- \log(y_i!) \Big)$$

Diketahui

$$\mu_i(\boldsymbol{\beta}) := \exp\ \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}$$

$$f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi) := \exp\left(-\frac{\mu_i(\beta)}{\varphi}\right)$$

$$g_i(\boldsymbol{\delta}) := \omega + (1-\omega) f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi) = P_{\mu_i(\boldsymbol{\beta}),\varphi,\omega}(0)$$

Maka

$$s_{r,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{ir} \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{(1-\omega) f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi) \mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi g_i(\boldsymbol{\delta})} + x_{ir} \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \left(1 + \frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})(y_i - 1)}{\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + (\varphi - 1) y_i} - \frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right) \tag{21}$$

dan

$$s_{p+1}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \varphi} = \sum_{i=1}^{n} s_{p+1,i}(\boldsymbol{\delta})$$

dengan

$$s_{p+1,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{(1-\omega) f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi) \mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2 g_i(\boldsymbol{\delta})} + \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \left(\frac{y_i(y_i - 1)}{\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + (\varphi - 1) y_i} - \frac{y_i}{\varphi} + \frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta}) - y_i}{\varphi^2}\right) \tag{22}$$

serta

$$s_{p+2}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \omega} = \sum_{i=1}^{n} s_{p+2,i}(\boldsymbol{\delta})$$

dengan

$$s_{p+2,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{1 - f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi)}{g_i(\boldsymbol{\delta})} - \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \frac{1}{1-\omega} \tag{23}$$

untuk i = 1,…,n

- Persamaan taksiran nilai β_r $dengan\ r = 1, 2, 3$

Pada data terdapat 3 variabel bebas yang digunakan sehingga juga terdapat 3 parameter β yang akan ditaksir sehingga persamaan (18) dapat dibentuk menjadi

$$s_n(\boldsymbol{\delta}) = \left(s_1(\boldsymbol{\delta}), s_2(\boldsymbol{\delta}), s_3(\boldsymbol{\delta}), s_4(\boldsymbol{\delta}), s_5(\boldsymbol{\delta})\right)^t \tag{24}$$

atau

$$s_n(\boldsymbol{\delta}) = \left(\frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_1}, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_2}, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_3}, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \varphi}, \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \omega}\right)^t$$

dimana

$$l_n(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \log\left(g_i(\boldsymbol{\delta})\right) + \sum_{i=1}^{n} \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \Big(log(1-\omega) + \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta} - \frac{1}{\varphi}\mu_i(\boldsymbol{\beta})$$

$$+ (y_i - 1) log[\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + y_i(\varphi - 1)] - y_i log\varphi - y_i \frac{1}{\varphi}(\varphi - 1)$$

$$- \log(y_i!)\Big)$$

Diketahui

$$\mu_i(\boldsymbol{\beta}) := \exp(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta})$$

$$f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi) := \exp\left(-\frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)$$

$$g_i(\boldsymbol{\delta}) := \omega + (1-\omega) f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi) = P_{\mu_i(\boldsymbol{\beta}), \varphi, \omega}(0)$$

maka diperoleh

$$s_{1,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \beta_1}$$

$$s_{1,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i1} \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{(1-\omega) f_i(\beta_1, \varphi) \mu_i(\beta_1)}{\varphi g_i(\boldsymbol{\delta})}$$

$$+ x_{i1} \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \left(1 + \frac{\mu_i(\beta_1)(y_i - 1)}{\mu_i(\beta_1) + (\varphi - 1) y_i} - \frac{\mu_i(\beta_1)}{\varphi}\right)$$

$$s_{1,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i1}\mathbb{1}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)f_i(\beta_1,\varphi)\mu_i(\beta_1)}{\varphi\big(\omega+(1-\omega)f_i(\beta_1,\varphi)\big)} + x_{i1}\mathbb{1}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_1)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_1)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_1)}{\varphi}\right)$$

$$s_{1,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i1}\mathbb{1}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\beta_1)}{\varphi}\right)\mu_i(\beta_1)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\beta_1)}{\varphi}\right)\right)} + x_{i1}\mathbb{1}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_1)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_1)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_1)}{\varphi}\right)$$

$$s_{1,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i1}\mathbb{1}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)\exp(x_i^t\beta_1)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)\right)} + x_{i1}\mathbb{1}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\exp(x_i^t\beta_1)(y_i-1)}{\exp(x_i^t\beta_1)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\exp(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right) \tag{25}$$

$$s_{2,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\beta_2}$$

$$s_{2,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i2}\mathbb{1}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)f_i(\beta_2,\varphi)\mu_i(\beta_2)}{\varphi g_i(\boldsymbol{\delta})} + x_{i2}\mathbb{1}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_2)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_2)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_2)}{\varphi}\right)$$

$$s_{2,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i2}\mathbb{1}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)f_i(\beta_2,\varphi)\mu_i(\beta_2)}{\varphi\big(\omega+(1-\omega)f_i(\beta_2,\varphi)\big)} + x_{i2}\mathbb{1}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_2)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_2)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_2)}{\varphi}\right)$$

$$s_{2,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i1}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\beta_2)}{\varphi}\right)\mu_i(\beta_2))}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\beta_2)}{\varphi}\right)\right)}$$
$$+ x_{i1}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_2)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_2)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_2)}{\varphi}\right)$$

$$s_{2,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i2}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)\exp\,(x_i^t\beta_2)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)\right)}$$
$$+ x_{i2}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\exp\,(x_i^t\beta_2)(y_i-1)}{\exp\,(x_i^t\beta_2)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right) \qquad (26)$$

$$s_{3,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\beta_3}$$
$$s_{3,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)f_i(\beta_3,\varphi)\mu_i(\beta_3)}{\varphi g_i(\boldsymbol{\delta})}$$
$$+ x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_3)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_3)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_3)}{\varphi}\right)$$

$$s_{3,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)f_i(\beta_3,\varphi)\mu_i(\beta_3)}{\varphi(\omega+(1-\omega)f_i(\beta_3,\varphi))}$$
$$+ x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_3)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_3)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_3)}{\varphi}\right)$$

$$s_{3,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\beta_3)}{\varphi}\right)\mu_i(\beta_3))}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\beta_3)}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+\,x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\mu_i(\beta_3)(y_i-1)}{\mu_i(\beta_3)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\mu_i(\beta_3)}{\varphi}\right)$$

$$s_{3,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+\,x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\exp(x_i^t\beta_3)(y_i-1)}{\exp(x_i^t\beta_3)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right) \qquad (27)$$

dan

$$s_{p+1}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\varphi} = \sum_{i=1}^{n} s_{p+1,i}(\boldsymbol{\delta})$$

karena p=3 maka dapat ditulis menjadi

$$s_4(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial\varphi} = \sum_{i=1}^{n} s_{4,i}(\boldsymbol{\delta})$$

dengan

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)f_i(\boldsymbol{\beta},\varphi)\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2 g_i(\boldsymbol{\delta})}$$

$$+\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(\frac{y_i(y_i-1)}{\mu_i(\boldsymbol{\beta})+(\varphi-1)y_i}-\frac{y_i}{\varphi}+\frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})-y_i}{\varphi^2}\right)$$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{(1-\omega) f_i(\boldsymbol{\beta},\varphi)\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2\big(\omega + (1-\omega) f_i(\boldsymbol{\beta},\varphi)\big)}$$

$$+\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(\frac{y_i(y_i-1)}{\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + (\varphi-1)y_i} - \frac{y_i}{\varphi} + \frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta}) - y_i}{\varphi^2}\right)$$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(\frac{y_i(y_i-1)}{\mu_i(\boldsymbol{\beta}) + (\varphi-1)y_i} - \frac{y_i}{\varphi} + \frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta}) - y_i}{\varphi^2}\right)$$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(\frac{y_i(y_i-1)}{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) + (\varphi-1)y_i} - \frac{y_i}{\varphi} + \frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) - y_i}{\varphi^2}\right) \qquad (28)$$

serta

$$s_{p+2,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \omega} := \sum_{i=1}^{n} s_{p+2,i}(\boldsymbol{\delta})$$

karena p=3 maka dapat ditulis menjadi

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{\partial l_n(\boldsymbol{\delta})}{\partial \omega} := \sum_{i=1}^{n} s_{5,i}(\boldsymbol{\delta})$$

dengan

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{1 - f_i(\boldsymbol{\beta},\varphi)}{g_i(\boldsymbol{\delta})} - \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \frac{1}{1-\omega}$$

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{1 - f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi)}{\omega + (1-\omega) f_i(\boldsymbol{\beta}, \varphi)} - \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \frac{1}{1-\omega}$$

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)}{\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\mu_i(\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)} - \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \frac{1}{1-\omega}$$

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)}{\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)} - \mathbb{I}_{\{y_i>0\}} \frac{1}{1-\omega} \quad (29)$$

untuk i = 1,2,…,n

Penaksir maksimum likelihood $\hat{\boldsymbol{\delta}}$ yaitu

$$\left(s_1(\boldsymbol{\delta}), s_2(\boldsymbol{\delta}), s_3(\boldsymbol{\delta}), s_4(\boldsymbol{\delta}), s_5(\boldsymbol{\delta})\right)^t = 0 \quad (30)$$

SIMULASI

Dari 119 data diambil 2 data teratas untuk dilakukan simulasi penaksiran parameter dengan metode maksimum likelihood

Tabel 4. Data Penderita Penyakit Demam Berdarah (DBD) di RS. Wahidin Sudirohusodo

Status Kelangsungan hidup (Y) 0 = Sembuh 1 = Belum Sembuh/Pulang Paksa	Umur (X_1)	Jenis kelamin (X_2) 1 = Laki-laki 2 = Perempuan	Lama rawat (X_3)
0	24	2	5
1	18	1	1

- Untuk X_1

$$s_{1,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i1}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+\,x_{i1}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)(y_i-1)}{\exp\,(x_i^t\beta_1)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)$$

Karena $y_1 = 0$ maka

$$s_{1,1}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i1}\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)\right)}\right)$$

$$s_{1,1}(\boldsymbol{\delta}) := -24\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(24\beta_1)}{\varphi}\right)\exp\,(24\beta_1)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp\,(24\beta_1)}{\varphi}\right)\right)}\right)$$

Karena $y_2 = 1$ maka

$$s_{1,2}(\boldsymbol{\delta}) := x_{21}\left(1+\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)(y_2-1)}{\exp\,(x_i^t\beta_1)+(\varphi-1)y_2}-\frac{\exp\,(x_i^t\beta_1)}{\varphi}\right)$$

$$s_{1,2}(\boldsymbol{\delta}) := 18\left(1+\frac{\exp\,(18\beta_1)(1-1)}{\exp\,(18\beta_1)+(\varphi-1)1}-\frac{\exp\,(18\beta_1)}{\varphi}\right)$$

$$s_{1,2}(\boldsymbol{\delta}) := 18\left(1+0-\frac{\exp\,(18\beta_1)}{\varphi}\right)$$

$$s_{1,2}(\boldsymbol{\delta}) := 18\left(1-\frac{\exp\,(18\beta_1)}{\varphi}\right)$$

sehingga

$$s_1(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{2} s_{1,i}(\boldsymbol{\delta})$$

$$s_1(\boldsymbol{\delta}) = s_{1,1}(\boldsymbol{\delta}) + s_{1,2}(\boldsymbol{\delta})$$

$$s_1(\boldsymbol{\delta}) = -24\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(24\beta_1)}{\varphi}\right)\exp(24\beta_1)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(24\beta_1)}{\varphi}\right)\right)}\right) + 18\left(1-\frac{\exp(18\beta_1)}{\varphi}\right)$$

- Untuk X_2

$$s_{2,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i2}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+ x_{i2}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\exp(x_i^t\beta_2)(y_i-1)}{\exp(x_i^t\beta_2)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)$$

Karena $y_1 = 0$ maka

$$s_{2,1}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{12}\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)\right)}\right)$$

$$s_{2,1}(\boldsymbol{\delta}) := -2\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(2\beta_2)}{\varphi}\right)\exp(2\beta_2)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(2\beta_2)}{\varphi}\right)\right)}\right)$$

Karena $y_2 = 1$ maka

$$s_{2,2}(\boldsymbol{\delta}) := x_{22}\left(1+\frac{\exp(x_i^t\beta_2)(y_2-1)}{\exp(x_i^t\beta_2)+(\varphi-1)y_2}-\frac{\exp(x_i^t\beta_2)}{\varphi}\right)$$

$$s_{2,2}(\boldsymbol{\delta}) := 1\left(1+\frac{\exp(1\beta_2)(1-1)}{\exp(1\beta_2)+(\varphi-1)1}-\frac{\exp(1\beta_2)}{\varphi}\right)$$

$$s_{2,2}(\boldsymbol{\delta}) := 1\left(1+0-\frac{\exp(\beta_2)}{\varphi}\right)$$

$$s_{2,2}(\boldsymbol{\delta}) := 1-\frac{\exp(\beta_2)}{\varphi}$$

sehingga

$$s_2(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{2} s_{2,i}(\boldsymbol{\delta})$$

$$s_2(\boldsymbol{\delta}) = s_{2,1}(\boldsymbol{\delta}) + s_{2,2}(\boldsymbol{\delta})$$

$$s_2(\boldsymbol{\delta}) = -2\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(2\beta_2)}{\varphi}\right)\exp(2\beta_2)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(2\beta_2)}{\varphi}\right)\right)}\right) + \left(1-\frac{\exp(\beta_2)}{\varphi}\right)$$

- Untuk X_3

$$s_{3,i}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+ x_{i3}\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(1+\frac{\exp(x_i^t\beta_3)(y_i-1)}{\exp(x_i^t\beta_3)+(\varphi-1)y_i}-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)$$

Karena $y_1 = 0$ maka

$$s_{3,1}(\boldsymbol{\delta}) := -x_{i3}\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)\right)}\right)$$

$$s_{3,1}(\boldsymbol{\delta}) := -5\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(5\beta_3)}{\varphi}\right)\exp(5\beta_3)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(5\beta_3)}{\varphi}\right)\right)}\right)$$

Karena $y_2 = 1$ maka

$$s_{3,2}(\boldsymbol{\delta}) := x_{23}\left(1+\frac{\exp(x_i^t\beta_3)(y_3-1)}{\exp(x_i^t\beta_2)+(\varphi-1)y_2}-\frac{\exp(x_i^t\beta_3)}{\varphi}\right)$$

$$s_{3,2}(\boldsymbol{\delta}) := 1\left(1+\frac{\exp(1\beta_3)(1-1)}{\exp(1\beta_3)+(\varphi-1)1}-\frac{\exp(1\beta_3)}{\varphi}\right)$$

$$s_{3,2}(\boldsymbol{\delta}) := 1\left(1+0-\frac{\exp(\beta_3)}{\varphi}\right)$$

$$s_{3,2}(\boldsymbol{\delta}) := 1 - \frac{\exp(\beta_3)}{\varphi}$$

sehingga

$$s_3(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i=1}^{2} s_{3,i}(\boldsymbol{\delta})$$

$$s_3(\boldsymbol{\delta}) = s_{3,1}(\boldsymbol{\delta}) + s_{3,2}(\boldsymbol{\delta})$$

$$s_3(\boldsymbol{\delta}) = -5\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(5\beta_3)}{\varphi}\right)\exp(5\beta_3)}{\varphi\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(5\beta_3)}{\varphi}\right)\right)}\right) + \left(1 - \frac{\exp(\beta_3)}{\varphi}\right)$$

- Untuk turunan terhadap parameter overdispersi

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}} \frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)}$$

$$+\mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\left(\frac{y_i(y_i-1)}{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) + (\varphi-1)y_i} - \frac{y_i}{\varphi} + \frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) - y_i}{\varphi^2}\right)$$

Untuk $y_1 = 0$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)}$$

Untuk $y_2 = 1$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \left(\frac{y_i(y_i-1)}{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) + (\varphi-1)y_i} - \frac{y_i}{\varphi} + \frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) - y_i}{\varphi^2}\right)$$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \left(\frac{1(1-1)}{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) + (1-1)y_i} - \frac{1}{\varphi} + \frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) - 1}{\varphi^2}\right)$$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := \left(0 - \frac{1}{\varphi} + \left(\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) - 1}{\varphi^2}\right)\right)$$

$$s_{4,i}(\boldsymbol{\delta}) := -\frac{1}{\varphi} + \left(\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) - 1}{\varphi^2}\right)$$

Sehingga diperoleh

$$s_4(\boldsymbol{\delta}) := \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{(1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)} + \left(-\frac{1}{\varphi} + \left(\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta}) - 1}{\varphi^2}\right)\right)\right)$$

- Untuk turunan terhadap parameter *zero inflated*

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \mathbb{I}_{\{y_i=0\}}\frac{1-\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)}{\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)} - \mathbb{I}_{\{y_i>0\}}\frac{1}{1-\omega}$$

Untuk $y_1 = 0$

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{1-\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)}{\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)}$$

Untuk $y_2 = 1$

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \frac{1}{1-\omega}$$

Sehingga diperoleh

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \sum_{i=1}^{n} s_{5,i}(\boldsymbol{\delta})$$

$$s_{5,i}(\boldsymbol{\delta}) := \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1-\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)}{\left(\omega + (1-\omega)\exp\left(-\frac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)} + \frac{1}{1-\omega}\right)$$

Joint vektor dari parameter regresi $\boldsymbol{\beta}, \varphi\ dan\ \omega$ dari distribusi *ZIGP* dinotasikan $\boldsymbol{\delta}$ dimana $\boldsymbol{\delta} := (\boldsymbol{\beta}^t, \varphi, \omega)^t$, dan penaksiran maksimum likelihoodnya yaitu $\widehat{\boldsymbol{\delta}}$. Penaksir maksimum likelihood $\widehat{\boldsymbol{\delta}}$ diperoleh dengan menyelesaikan secara simultan persamaan berikut :

$$\left(s_1(\boldsymbol{\delta}), s_2(\boldsymbol{\delta}), s_3(\boldsymbol{\delta}), s_4(\boldsymbol{\delta}), s_5(\boldsymbol{\delta})\right)^t = 0$$

sehingga diperoleh

$$\begin{bmatrix}
-24\left(\dfrac{(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(24\beta_1)}{\varphi}\right)\exp(24\beta_1)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(24\beta_1)}{\varphi}\right)\right)}\right)+18\left(1-\dfrac{\exp(18\beta_1)}{\varphi}\right) \\
-2\left(\dfrac{(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(2\beta_2)}{\varphi}\right)\exp(2\beta_2)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(2\beta_2)}{\varphi}\right)\right)}\right)+\left(1-\dfrac{\exp(\beta_2)}{\varphi}\right) \\
-5\left(\dfrac{(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(5\beta_3)}{\varphi}\right)\exp(5\beta_3)}{\varphi\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(5\beta_3)}{\varphi}\right)\right)}\right)+\left(1-\dfrac{\exp(\beta_3)}{\varphi}\right) \\
\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi^2\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)}+\left(-\dfrac{1}{\varphi}+\left(\dfrac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})-1}{\varphi^2}\right)\right)\right) \\
\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{1-\exp\left(-\dfrac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)}{\left(\omega+(1-\omega)\exp\left(-\dfrac{\exp(\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\beta})}{\varphi}\right)\right)}+\dfrac{1}{1-\omega}\right)
\end{bmatrix} = 0$$

4.4 Taksiran Parameter Regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson*

Hasil pengolahan data pasien penderita penyakit DBD dengan bantuan program yang dibuat oleh Vinzenz Erhardt (2010) dalam perangkat lunak CRAN/R Language dan dari program tersebut diperoleh output diberikan sebagai berikut :

Nilai taksiran parameter model regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson*

$\hat{\beta}_1 = 0{,}15$ untuk variabel umur

$\hat{\beta}_2 = -4{,}84$ untuk variabel dummy laki-laki

$\hat{\beta}_2 = -4{,}49$ untuk variabel dummy perempuan

$\hat{\beta}_3 = -0{,}05$ untuk variabel lama dirawat

Sehingga taksiran parameter model regresi *Zero-Inflated Generalized Poisson*-nya yaitu :

untuk variabel jenis kelamin laki-laki

$$\mu_i = \exp\,(0{,}15\ x_{1i} - 4{,}84x_{2i} - 0{,}05\,x_{3i})$$

untuk variabel jenis kelamin perempuan

$$\mu_i = \exp\,(0{,}15\ x_{1i} - 4{,}49x_{2i} - 0{,}05\,x_{3i})$$

dimana x_{1i} menyatakan umur (tahun) pasien DBD ke-i, x_{2i} menyatakan jenis kelamin pasien ke-i, x_{3i} menyatakan lama pasien penderita penyakit DBD ke-i dirawat di RS. Wahidin Sudirohusodo.

Interpretasi dari taksiran parameter model log β didasarkan pada perhitungan odds rasio. Odds rasio adalah suatu ukuran yang menunjukkan berapa kali lipat kenaikan atau penurunan nilai P(Y sukses atau Y=1), jika nilai variabel x sebesar nilai tertentu dengan kata lain, odds rasio menunjukkan seberapa lebih disukainya suatu event (kejadian) pada suatu grup relatif terhadap kejadian pada grup yang lain.

Nilai odds rasio dapat dihitung dengan menggunakan nilai dugaan untuk parameter β yang telah diperoleh, yaitu

$\exp(0{,}15) = 1{,}16$ untuk variabel umur

$\exp(-4{,}84) = 0{,}079$ untuk variabel jenis kelamin laki-laki

$\exp(-4{,}49) = 0{,}01$ untuk variabel jenis kelamin perempuan

$\exp(-0{,}05) = 0{,}95$ untuk variabel lama rawat

Nilai 1,16 menunjukkan bahwa penderita penyakit DBD di RS. Wahidin Sudirohusodo yang jenis kelamin dan lama rawat sama, dengan umur berbeda 1 tahun maka kecenderungan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa dari RS. Wahidin Sudirohusodo adalah 1,16, atau dengan kata lain untuk penderita DBD dengan jenis kelamin dan lama rawat yang sama maka kecenderungan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa dari ruang perawatan 5,8 kali lebih tinggi dibandingkan dengan penderita yang perbedaan umur 5 tahun dibawahnya. Jika ditinjau dari status kelangsungan hidup untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh maka dengan umur berbeda 1 tahun kecenderungannya yaitu sebesar 1/1,16 atau 0,86 dengan jenis kelamin dan lama rawat yang sama.

Dari nilai odds rasio untuk jenis kelamin laki-laki dan perempuan yang hampir sama yaitu 0,079 untuk variabel jenis kelamin laki-laki dan 0,01 untuk variabel jenis kelamin perempuan menunjukkan bahwa penderita penyakit DBD di RS. Wahidin Sudirohusodo yang umur dan lama dirawat sama maka tidak ada perbedaan yang signifikan antara laki-laki dan perempuan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa. Atau dengan kata lain peluang untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa untuk variabel jenis kelamin adalah sama.

Nilai 0,95 menunjukkan bahwa untuk penderita penyakit DBD di RS. Wahidin Sudirohusodo yang umur dan Jenis kelaminnya sama, dengan masa rawat berbeda 1 hari maka kecenderungan keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa adalah 0,95, atau dengan kata lain untuk umur dan jenis kelamin yang sama maka kecenderungan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa adalah 4,75 kali lebih tinggi dibandingkan dengan penderita yang perbedaan lama rawat 5 hari dibawahnya. Jika ditinjau dari status kelangsungan hidup untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh maka dengan lama rawat berbeda 1 hari kecenderungannya yaitu sebesar 1/0,95 atau 1,05 dengan umur dan jenis kelamin yang sama.

4.5 Perbandingan dengan Model Regresi *Zero-Inflated Poisson (ZIP)*

Perbandingan dengan model regresi *Zero-Inflated Poisson (ZIP)* dilakukan dengan membandingkan dengan hasil yang diperoleh Alimuddin (2006) yang menggunakan model regresi *ZIP*.

Hasil pengolahan data pasien penderita penyakit DBD dengan model regresi *ZIP* dilakukan Alimuddin (2006) dengan bantuan program yang dibuat oleh Callegari (2001) dalam perangkat lunak S-Plus 2000. Nilai taksiran vektor parameter model regresi *ZIP* β yang diperoleh yaitu

$\hat{\beta}_1 = 0,33$ untuk variabel umur

$\hat{\beta}_2 = -3,14$ untuk variabel jenis kelamin

$\hat{\beta}_3 = 0,41$ untuk variabel lama dirawat

Nilai odds rasio dengan menggunakan nilai dugaan untuk parameter β yang telah diperoleh yaitu :

exp (0,33) = 1,39 untuk variabel umur

exp (−3,14) = 0,04 untuk variabel jenis kelamin

exp (0,41) = 1,51 untuk variabel lama rawat

Nilai odds rasio pada variabel umur dengan model *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* diperoleh sebesar 1,16 sedangkan dengan model *Zero Inflated Poisson (ZIP)* diperoleh sebesar 1,39. Dari nilai tersebut diketahui dengan model *ZIGP* kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa lebih rendah dibandingkan dengan model *ZIP* untuk variabel umur yang berbeda, jenis kelamin dan lama rawat yang sama. Jika ditinjau dari status kelangsungan hidup untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh dengan umur yang berbeda, jenis kelamin dan lama rawat yang sama maka kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh dengan menggunakan model *ZIGP* sebesar 1/1,16 atau 0,86 sedangkan dengan menggunakan model *ZIP* yaitu sebesar 1/1,39 atau 0,72 sehingga disimpulkan dengan menggunakan model *ZIGP* kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh lebih besar dibandingkan dengan menggunakan model *ZIP* untuk variabel umur yang berbeda, jenis kelamin dan lama rawat yang sama.

Pada variabel umur diperoleh hasil yang sama baik dengan model *ZIGP* dan *ZIP* yaitu tidak ada perbedaan yang signifikan antara laki-laki dan perempuan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa.

Pada variabel lama rawat dengan model *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* diperoleh sebesar 0,95 sedangkan dengan model *Zero Inflated Poisson (ZIP)* diperoleh sebesar 1,51. Dari nilai tersebut diketahui dengan model *ZIGP* kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa lebih rendah dibandingkan dengan model *ZIP* untuk variabel lama rawat yang berbeda, jenis kelamin dan umur yang sama. Jika ditinjau dari status kelangsungan hidup untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh maka kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh dengan lama rawat yang berbeda, jenis kelamin dan umur yang sama maka maka kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh dengan menggunakan model *ZIGP* sebesar 1/0,95 atau 1,05 sedangkan dengan menggunakan model *ZIP* yaitu sebesar 1/1,51 atau 0,66 sehingga disimpulkan dengan menggunakan model *ZIGP* kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh lebih besar dibandingkan dengan menggunakan model *ZIP* untuk variabel lama rawat yang berbeda, jenis kelamin dan umur yang sama.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Model regresi *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* digunakan pada yang data memiliki kelebihan nilai nol dan mengalami overdispersi. Dengan menggunakan data penderita penyakit DBD di RS. Wahidin Sudirohusodo diperoleh taksiran parameter model regresi *ZIGP* yaitu

Untuk variabel jenis kelamin laki-laki

$$\mu_i = \exp\left(0{,}15\ x_{1i} - 4{,}84 x_{2i} - 0{,}05\ x_{3i}\right)$$

Untuk variabel jenis kelamin perempuan

$$\mu_i = \exp\left(0{,}15\ x_{1i} - 4{,}49 x_{2i} - 0{,}05\ x_{3i}\right)$$

Berdasarkan nilai odds rasio atau berapa kali lipat lebih tinggi kecenderungan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa pada variabel penjelas umur dengan lama rawat dan jenis kelamin yang sama maka dengan umur berbeda 1 tahun maka kecenderungan keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa dari RS. Wahidin Sudirohusodo adalah 1,16 kali lebih tinggi. Jika ditinjau dari status kelangsungan hidup untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh maka dengan umur berbeda 1 tahun kecenderungannya yaitu sebesar 1/1,16 atau 0,86. Hasil ini jika dibandingkan dengan model *Zero-inflated poisson (ZIP)* maka disimpulkan menggunakan model *ZIGP* kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh lebih besar dibandingkan dengan menggunakan model *ZIP*.

Pada variabel jenis kelamin berdasarkan nilai odds rasio untuk jenis kelamin laki-laki dan perempuan memiliki nilai yang hampir sama menunjukkan bahwa penderita penyakit DBD di RS. Wahidin Sudirohusodo yang umur dan lama dirawat sama maka tidak ada perbedaan antara laki-laki dan perempuan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa.

Pada variabel penjelas lama dirawat dengan umur dan jenis kelamin yang sama maka dengan lama dirawat berbeda 1 hari maka kecenderungan untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan belum sembuh atau pulang paksa adalah 0,95 kali lebih tinggi. Jika ditinjau dari status kelangsungan hidup untuk keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh maka dengan lama rawat berbeda 1 hari kecenderungannya yaitu sebesar 1/0,95 atau 1,05. Hasil ini jika dibandingkan dengan model *Zero-inflated poisson (ZIP)* maka disimpulkan menggunakan model *ZIGP* kecenderungan pasien keluar dari rumah sakit dalam keadaan sembuh lebih besar dibandingkan dengan menggunakan model *ZIP*.

5.2 Saran

Penelitian lanjut dapat dilakukan dengan menambahkan parameter yang ditaksir yaitu parameter *zero inflated* dan parameter overdispersi yang diasumsikan konstan dalam penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Alimuddin., 2006. Pemodelan *Zero inflated Poisson (ZIP)* pada Penyakit Demam Berdarah (DBD).Unhas. *Skripsi*, Makassar.

Cameron, A. Colin dan Pravin K, Trivedi., 1999. *Essentials of Count Data Regression.*

Czado, Claudia dan Aleksey, Min. *Zero-inflated generalized Poisson regression models: Asymptotic theory and applications*. Center for Mathematical Sciences Munich University of Technology, Jerman.

Czado, Claudia ,et al. 2006. *Zero-inflated generalized Poisson models with regression effects on the mean, dispersion and zero-inflation level applied to patent outsourcing rates*. Center for Mathematical Sciences Munich University of Technology, Jerman.

Dewi, Rani Puspa. 2008. *Kajian Overdispersi pada Regresi Poisson dengan Menggunakan Regresi Binomial Negatif (Studi Kasus Ketidaklulusan Siswa SMA dalam Ujian Nasional di DKI Jakarta) [Tinjauan Pustaka]*. Institut Pertanian Bogor. *http://repository.ipb.ac.id/bitstream/handle/123456789/17998/Bab%20II%20Tipus%20G08rpd-4.pdf?sequence=9* [Diakses tanggal 21 Juni 2011]

Famoye, Felix dan Karan P. Singh., 2006. *Zero-Inflated Generalized Poisson Regression Model with an Application to Domestic Violence Data*. Journal of Data Science 4, 117-130. Central Michigan University and UNT Health Science Center.

Hilbe, Joseph M. 2011. *Negative Binomial Regression Second Edition*. Cambridge University Press, New York.

Myers, R., 1992. *Classical and Modern Regression*. PWS-Kent Publishing Company, Boston.

Lerner Bores, et al. 1996. *Probability and Mathematical Statistics*. Department of Mathematics, University of Florida, USA.

LAMPIRAN

LAMPIRAN

Lampiran 1.

Data penderita penyakit Demam Berdarah (DBD) di RS. Wahidin Sudirohusodo mulai bulan Januari 2005 sampai bulan Juli 2006

Status Kelangsungan hidup (Y) 0 = Sembuh 1 = Belum Sembuh/Pulang Paksa	Umur (X_1)	Jenis kelamin (X_2) 1 = Laki-laki 2 = Perempuan	Lama rawat (X_3)
0	24	2	5
1	18	1	1
0	22	2	6
0	10	1	1
0	15	1	9
0	22	2	8
0	8	2	1
0	9	1	3
0	12	2	3
0	11	1	1
0	18	1	10
0	17	2	4
0	8	2	4
0	14	1	4
0	16	1	4
0	21	1	6
0	22	1	5
0	17	1	3
0	14	2	4
0	24	1	5
0	11	1	1
1	22	1	5
0	7	1	2
0	19	1	7
0	23	1	5
1	22	2	5
0	19	1	4
0	19	2	3
0	17	2	5
0	19	1	5
0	8	2	4
0	21	2	3
1	5	2	14
1	22	2	1
0	22	2	1
0	15	1	5

0	19	1	5
0	19	1	4
0	22	1	1
0	21	1	5
0	22	1	6
0	24	1	6
0	21	2	2
0	8	1	5
0	18	2	5
1	14	2	3
0	22	2	6
0	19	1	8
0	6	2	5
0	9	1	4
0	10	2	5
0	18	1	20
1	22	2	4
0	22	1	1
0	18	1	4
1	19	1	5
1	24	1	9
0	20	1	10
0	18	2	12
0	9	1	3
0	11	1	5
0	15	2	4
0	18	2	3
0	14	1	3
0	22	1	2
0	19	1	7
0	19	1	4
0	16	1	4
0	16	2	4
0	19	1	4
0	16	1	10
0	15	2	7
0	13	2	5
0	22	2	2
0	17	2	8
0	7	1	6
0	4	1	1
0	22	2	8
0	6	2	5
0	23	1	4
0	19	2	2
0	7	2	6

0	19	2	9
0	14	1	5
0	4	2	4
0	20	2	7
0	7	2	5
0	7	1	5
0	7	2	5
0	20	2	8
0	7	1	4
0	9	1	8
0	8	2	4
0	5	2	5
0	3	2	5
0	13	2	6
0	7	1	6
0	16	2	10
0	16	1	6
1	22	2	1
0	24	1	7
1	23	1	2
0	12	2	6
0	5	2	6
0	18	2	4
0	5	1	5
0	10	1	3
0	13	1	4
0	16	1	15
0	24	1	4
0	8	2	7
0	6	2	5
0	14	2	4
0	13	1	5
0	5	1	7
0	15	1	5
0	8	2	5
0	22	1	2
1	20	1	5

Lampiran 2

Program CRAN untuk model *Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*

Input :

```
# dbd case
status <-
c(0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0
,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0
,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)
umur <-
c(24,18,22,10,15,22,8,9,12,11,18,17,8,14,16,21,22,17,14,24,11,22,7,19,23,
22,19,19,17,19,8,21,5,22,22,15,19,19,22,21,22,24,21,8,18,14,22,19,6,9,10,
18,22,22,18,19,24,20,18,9,11,15,18,14,22,19,19,16,16,19,16,15,13,22,17,7,
4,22,6,23,19,7,19,14,4,20,7,7,7,20,7,9,8,5,3,13,7,16,16,22,24,23,12,5,18,
5,10,13,16,24,8,6,14,13,5,15,8,22,20)
#jk dummy in {1,2}, 1k = 1 is reference
jk <-
c(2,1,2,1,1,2,2,1,2,1,1,2,2,1,1,1,1,1,2,1,1,1,1,1,1,2,1,2,2,1,2,2,2,2,2,1
,1,1,1,1,1,1,2,1,2,2,2,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,1,2,2,1,1,1,1,1,2,1,1,2,
2,2,2,1,1,2,2,1,2,2,2,1,2,2,2,1,2,2,1,1,2,2,2,2,1,2,1,2,1,1,2,2,2,1,1,1,1
,1,2,2,2,1,1,1,2,1,1)
lama <-
c(5,1,6,1,9,8,1,3,3,1,10,4,4,4,4,6,5,3,4,5,1,5,2,7,5,5,4,3,5,5,4,3,14,1,1
,5,5,4,1,5,6,6,2,5,5,3,6,8,5,4,5,20,4,1,4,5,9,10,12,3,5,4,3,3,2,7,4,4,4,4
,10,7,5,2,8,6,1,8,5,4,2,6,9,5,4,7,5,5,5,8,4,8,4,5,5,6,6,10,6,1,7,2,6,6,4,
5,3,4,15,4,7,5,4,5,7,5,5,2,5)
Y <- status
fm.X <- ~ umur + 0 + factor(jk) + lama
fm.W <- ~ 1
fm.Z <- ~ 1
est.zigp(Yin=Y, fm.X=fm.X, fm.W=fm.W, fm.Z=fm.Z,init = FALSE)
```

Output :

```
                                Estimate Std. Error   z value Pr(>|z|)
              MU REGRESSION
b0                     umur      0.15051    0.06794    2.2153   0.0267    *
b1             factor(jk)1      -4.83589    2.15440   -2.2447   0.0248    *
b2             factor(jk)2      -4.49282    2.11202   -2.1273   0.0334    *
b3                     lama     -0.05549    0.11139   -0.4981   0.6184
             PHI REGRESSION
a0                Intercept    -10.61909 4098.50211  -0.00259   0.9979
           OMEGA REGRESSION
g0                Intercept     -8.46735 7199.65778  -0.00118   0.9991

          Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**'  0.01 '*'   0.05 '.'  0.1 ' ' 1
                 Iterations                               106
             Log Likelihood                              -36.0
        Pearson Chi Squared                               150
                        AIC                                84
                   Range Mu                              0.01      0.31
                        Phi      1.00002    0.10019
                      Omega      0.00021 7196.63170
```