SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN METODE ITERATIF DAN ANALISIS KORELASI BERGANDA

OLEH :

ERNIWATI

H 111 96 003

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2003

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR
DENGAN METODE ITERATIF
DAN
ANALISIS KORELASI BERGANDA

Tugas Akhir
untuk melengkapi tugas-tugas dan memenuhi
syarat-syarat dalam memperoleh
gelar sarjana

OLEH :
ERNIWATI
H 111 96 003

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2003

LEMBAR PENGESAHAN

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR
DENGAN METODE ITERATIF
DAN
ANALISIS KORELASI BERGANDA

OLEH :

ERNIWATI
H 111 96 003

Disetujui Oleh :

Pembimbing Utama

Drs. Muh. Zakir, M.Si
Nip. 131 959 064

Pembimbing Pertama

Drs. La Podje Talangko
Nip. 131 650 920

Agustus 2003

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanir rahim

Puji Syukur kehadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan tugas akhir ini yang merupakan salah satu syarat untuk meraih gelar pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Dalam proses penyelesaian studi dan tugas akhir ini, tidak sedikit hambatan dan rintangan yang penulis alami. Sehubungan dengan hal tersebut, penulis telah banyak mendapat bantuan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, dengan penuh kerendahan hati menyampaikan terima kasih yang tiada terhingga kepada :

- Ayahanda M. Yapid (Alm) dan Ibunda H. Nurhuda, Keluarga M. Alham Djabbar dan semua keluarga di Palu atas dukungan, nasehat dan kasih sayangnya.
- Drs. Muh Zakir, MSi selaku pembimbing utama dan Drs. La Podje Talangko selaku pembimbing pertama yang telah banyak meluangkan waktu untuk membimbing, mengarahkan dan menganalisa tugas akhir ini.
- Dekan Fakultas MIPA UNHAS, staf dan karyawan atas segala bantuan serta fasilitas yang diberikan.
- Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA UNHAS beserta seluruh staf dosen dan karyawan Jurusan Matematika atas segala bantuan yang diberikan.
- Sahabatku : Anca, Sri, Yuli, Robi, Waode dan teman-teman angkatan 96 serta rekan-rekan di Jurusan Matematika atas upayanya bersusah payah untukku.

- Kakak-kakakku tercinta, teman-teman KKN-ku se-kecamatan Baranti, adik-adikku di perantauan (Rendi, Andi) dan 2 kemenakan kecilku (Ibar dan Nurul) atas semua canda dan hari-hari indah yang pernah tercipta.
- Semua pihak yang telah membantu dan memberikan motivasi yang karena banyaknya tidak dapat tersebut satu persatu.

Akhir kata, semoga seluruh budi baik dan perhatian dari berbagai pihak mendapat imbalan dari-Nya.

Tiada karya manusia yang sempurna, demikian pula dalam tugas akhir ini yang tidak luput dari berbagai kekurangan. Oleh sebab itu, dengan kerendahan hati, penulis mohon saran dan kritik demi perbaikan mendatang.

Semoga tulisan ini bernilai ibadah di sisi Allah SWT dan dapat bermanfaat bagi pembaca. *Amin.*

Makassar, Agustus 2003

Penulis

ABSTRAK

Di dalam skripsi ini dibahas secara sederhana tentang metode iteratif untuk mencari solusi sistem persamaan linear yang konvergen ke suatu titik dengan toleransi galat yang telah ditetapkan sbelumnya.

Metode iteratif ini mencakup metode jacobi dan metode gauss seidel yang keduanya dimulai dengan menafsirkan x (0) ke dalam solusi x dan kemudian membangun sebuah urutan aproksimasi terbaik terhadap pemecahan eksak.

Metode games – seidel lebih cepat konvergen di banding metode jacobi jika matriksnya real, simetri dan defenit positif.

Pada bidang statistik dibahas salah satu teknik analisis yaitu analisis korelasi berganda yang menyatakan tingkat hubungan antara dua variabel atau lebih yang secara bersama – sama dihubungkan dengan variabel terikatnya.

Analisis ini digunakan untuk menarik suatu kesimpulan, apakah yang diujikan mempunyai hubungan atau sama sekali tidak berhubungan

Besarnya hubungan di nyatakan dengan koefisien korelasi linear berganda atau R.

ABSTRAC

In this skripsi tell about methods of iterative to look for linear eguation system solution when is convergent of to a dot of with error tolerance which have been specified before all.

Methods of iterative learning jacobi methods and games seidel methods. Both methods reguire an arbitrary initial approximaticn x (0) in the x solution and growth one the best approximation to exaet solution.

The games – seidel methods converge faster than te jacobi methods if matries that are real, symmetrie and positive definite.

In the plane statistik tell about one among analisis tecnical is double correlation analysis for connercting two variables or more which by is together attributed to variable tied by it.

This analisis for to look finished solusi, what this example have been relation or nothing relation.

Level of relation expressed with daoubled linear coefficient or R.

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu dari ilmu dasar yang melahirkan berbagai macam ilmu pengetahuan dan teknologi. Tidak dapat disangkal juga bahwa ilmu yang merupakan penyebab terjadinya perubahan-perubahan yang sangat besar dan cepat. Karena semakin komplexnya informasi, membutuhkan suatu kemampuan untuk menangkap, menganalisa, merangkum dan membahas suatu permasalahan. Disini ilmu-ilmu dasar tidak bisa diabaikan begitu saja. Matematika tentunya dapat dikatakan sebagai salah ilmu dasar yang memegang peranan penting dalam menunjang ilmu pengetahuan.

Secara garis besar ilmu matematika terbagi atas dua bagian yaitu matematika murni dan matematika terapan. Matematika murni mempelajari mengenai aljabar dan analisa sedangkan matematika terapan mempelajari masalah statistika dan komputer. Di dalam pembahasan pertama dalam tugas akhir ini penulis menguraikan secara sederhana tentang "Solusi Sistem Persamaan Linear dengan Metode Iteratif", kemudian pada pembahasan kedua diuraikan tentang "Analisis Korelasi Berganda"

1.2 Ruang Lingkup Pembahasan

Ruang lingkup pembahasan meliputi 2 topik utama yaitu :

- Solusi sistem persamaan linear dengan metode iterasi
- Analisis korelasi berganda

Pada bab II, sebagai bab utama, membahas masalah penyelesaian sistem persamaan linear menggunakan metode Jacobi dan Gauss Seidel dan sejauh mana kedua metode ini dijabarkan untuk menyelesaikan SPL. Sedangkan bab III membahas masalah keterkaitan/hubungan antara beberapa variabel-variabelnya untuk menarik suatu kesimpulan, apakah yang diujikan mempunyai hubungan kuat, hubungan lemah atau sama sekali tidak berhubungan.

Selanjutnya judul tugas akhir ini adalah :

"SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN METODE ITERATIF DAN ANALISIS KORELASI BERGANDA".

Demikianlah tugas akhir ini dibuat sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

BAB II

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN METODE ITERATIF

2.1 Pendahuluan

Metode-metode eliminasi eksak atau versi teks eliminasi Gauss – Jordan secara umum adalah metode pilihan untuk pemecahan sistem linear dari n persamaan dalam n bilangan tak diketahui atau metode langsung. Untuk sistem linear yang besar, tidak menggantungkan pemecahan dengan metode langsung tapi dengan iterasi atau metode tak langsung karena metode ini dapat dilanjutkan sampai konvergen di dalam toleransi galat yang telah ditetapkan sebelumnya.

Teknik iteratif untuk memecahkan sistem linear AX = b dengan nxn dimulai dengan menafsirkan X (O) ke dalam solusi X dan menghasilkan rangkaian vektor $\{x^{(k)}\}_{k=1}^{\infty}$ yang konvergen ke X. Dimulai dengan aproksimasi awal untuk sebuah pemecahan dan kemudian membangun sebuah urutan aproksimasi terbaik terhadap pemecahan eksak atau teknik iteratif meliputi proses mengubah sistem AX = b ke sistem ekuivalen dengan bentuk X = TX + C untuk nxn matriks T dan vektor C. Setelah vektor X (O) diseleksi, rangkaian dari penaksiran solusi vektor menghasilkan :

$$X^{(k)} = TX^{(k-1)} + C \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \ldots$$

Metode iteratif yang umum digunakan yaitu metode Jacobi dan metode Gauss-Seidel.

2.2 Metode Jacobi (Metode Penggerakan Serentak)

Metode ini diterapkan terhadap sistem linear dari n persamaan n bilangan tak diketahui.

a. Anggaplah bahwa sistem :

$$\begin{array}{ccccccccc} a_{11}X_1 & + & a_{12}X_2 & + & \cdots & + & a_{1n}X_n & = & b_1 \\ a_{21}X_1 & + & a_{22}X_2 & + & \cdots & + & a_{2n}X_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}X_1 & + & a_{n2}X_2 & + & \cdots & + & a_{nn}X_1 & = & b_n \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

mempunyai persis satu pemecahan dan bahwa entri diagonal a_{11} , a_{22} ... a_{nn} merupakan bilangan tak nol.

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}X_2 - a_{13}X_3 - \cdots - a_{1n}X_n) \\ X_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}X_1 - a_{23}X_3 - \cdots - a_{2n}X_n) \\ &\vdots \\ X_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \cdots - a_{nn-1}X_{n-1}) \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

akan dipilih sebuah aproksimasi awal untuk memecahkannya. Bila tidak menemukan pilihan yang lebih baik, maka digunakan $X_1 = 0$, $X_2 = 0$, $X_3 = 0$ dan seterusnya sebagai aproksimasi awal. Dengan menyulihkan aproksimasi awal ini ke dalam ruas kanan persamaan 2) secara serentak maka menghasilkan ruas kiri sebagai aproksimasi baru terhadap pemecahan tersebut. Untuk memperbaharui aproksimasi tersebut, kita dapat mengulangi proses penyulihan dengan nilai X yang baru sebagai aproksimasi pertama, nilai X yang pertama sebagai aproksimasi kedua, dan seterusnya mendekati pemecahan eksak dari sistem tersebut.

b. Tinjau sistem persamaan linear :

$$\begin{array}{ccccccccc}
a_{11}X_1 & + & a_{12}X_2 & + & \cdots & + & a_{1n}X_n & = & b_1 \\
a_{21}X_1 & + & a_{22}X_2 & + & \cdots & + & a_{2n}X_n & = & b_2 \\
\vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\
a_{n1}X_1 & + & a_{n2}X_2 & + & \cdots & + & a_{nn}X_n & = & b_n
\end{array}$$

persamaan diatas dapat dibentuk sebagai :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}}_{b}$$

Koefisien matriks A dapat ditulis :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ -a_{21} & & \\ -a_{n1} & -a_{nn-1} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -a_{12} & -a_{1n} \\ & & -a_{n-1,n} \\ 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

$$= D - L - U$$

Persamaan $AX = b$ atau $(D - L - U)X = b$ mempunyai kesamaan dengan $DX = (L + U)X + b$ dan jika D^{-1} konsisten dan $a_{ii} \neq 0$ untuk setiap i maka :

$$X = D^{-1}(L+U)X + D^{-1}b$$

Dengan menggunakan iterasi Jacobi, menghasilkan :

$$X^{(k)} = T_j \; X^{(k-1)} + C_j$$

Dimana :

$$T_j = D^{-1}(L + U)$$

$$C_j = D^{-1}b$$

2.3 Metode Gauss – Seidel (Metode Pergeseran Berurutan)

Metode ini merupakan perbaikan dari metode Jacobi yang jumlah aproksimasinya lebih sedikit dibanding pada metode Jacobi.

Dalam metode Gauss – Seidel, juga dapat digunakan 2 cara yaitu :

a. Sistem persamaan linear :

$$\begin{array}{ccccccccc} a_{11}X_1 & + & a_{12}X_1 & + & \cdots & + & a_{1n}X_n & = & b_1 \\ a_{21}X_1 & + & a_{22}X_2 & + & \cdots & + & a_{2n}X_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}X_1 & + & a_{n2}X_2 & + & \cdots & + & a_{nn}X_n & = & b_n \end{array}$$

adalah bentuk lain dari :

$$X_1 = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}X_2 - a_{13}X_3 - \cdots - a_{1n}X_n)$$

$$X_2 = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}X_1 - a_{23}X_3 - \cdots - a_{2n}X_n)$$

$$\vdots$$

$$X_n = \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \cdots - a_{nn-1}X_{n-1})$$

Dalam proses perhitungan dengan iterasi maka persamaan ini menjadi :

$$X_1^{k+1} = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}X_2^k - a_{13}X_3^k - \cdots - a_{1n}X_n^k)$$

$$X_2^{k+1} = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}X_1^{k+1} - a_{23}X_3^k - \cdots - a_{2n}X_n^k)$$

$$\vdots$$

$$X_n^{k+1} = \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}X_1^{k+1} - a_{n2}X_2^{k+1} - \cdots - a_{nn-1}X_{n-1}^{k+1})$$

Nilai X yang baru ini tidak semuanya dihitung secara simultan, mula-mula X_1 kita peroleh dari persamaan pertama, kemudian X_2 kita peroleh dari persamaan kedua, selanjutnya X_3 dan demikian seterusnya. Nilai yang baru tersebut, umumnya lebih dekat terhadap pemecahan eksak.

b. Persamaan AX = b atau (D – L – U) X = b mempunyai kesamaan dengan:

$DX^{(k)} = LX^{(k)} + UX^{(k-1)} + b$ atau

$(D - L)X^{(k)} = UX^{(k-1)} + b$ atau

jika $(D - L)^{-1}$ konsisten maka :

$$X^{(k)} = T_g X^{(k-1)} + C_g, \quad k = 1; 2, \ldots$$

dimana :

$$T_g = (D - L)^{-1}U$$

$$C_g = (D - L)^{-1}b$$

2.4 Konteks Permasalahan dalam Metode Iteratif

Metode-metode eliminasi eksak dapat dipakai untuk menyelesaikan kira-kira 100 persamaan linear. Bilangan ini kadang-kadang dapat diperluas jika sistem berkondisi baik, strategi pivot diterapkan, persamaan galat dipakai atau matriksnya jarang. Namun, karena galat pembulatan, kadang-kadang metode eliminasi terbukti tidak sesuai untuk sistem yang lebih besar dalam masalah-masalah jenis ini, metode iterasi / hampiran seringkali dipakai dengan baik.

Metode Gauss – Seidel dan Jacobi tidak selalu dapat kita gunakan. Dalam beberapa kasus, satu atau kedua metode ini dapat mengalami kegagalan untuk menghasilkan sebuah aproksimasi yang baik terhadap pemecahan tersebut, tidak perduli berapapun banyaknya iterasi yang dilakukan. Pada kasus-kasus seperti ini, aproksimasi ini kita namakan berdivergensi. Akan tetapi, jika dengan melakukan iterasi yang jumlahnya memadai, pemecahan ini dapat diperoleh hingga mencapai derajat ketelitian yang diinginkan, maka aproksimasi tersebut dinamakan berkonvergensi.

Kondisi-kondisi yang menjamin kekonvergenan :

1. Jika A adalah matriks dominan diagonal secara tepat maka aproksimasi Gauss – Seidel dan Jacobi terhadap pemecahan AX = b, keduanya

berkonvergensi terhadap pemecahan eksak dari sistem untuk semua pilihan aproksimasi awal.

2. Jika A adalah matriks simetrik definit positif, maka aproksimasi Gauss – Seidel untuk pemecahan AX = b berkonvergensi terhadap pemecahan eksak dari sistem untuk semua pilihan aproksimasi awal.

Iterasi berakhir ketika kriteria kekonvergenan sangat memuaskan, biasanya, kriteria :

$$\left|\frac{X_i^{k+1} - X_i^k}{X_i^k}\right| < \epsilon \qquad , i = 1, 2, 3, \ldots$$

dimana ε adalah nilai kecil yang menentukan syarat ketepatan atau ρ (T) < 1.

2.5 Contoh – Contoh Metode Iteratif

2.5.1 Metode Jacobi

Diberikan sistem linear Ax = b

$10X_1 - X_2 + 2X_3 = 6$

$-X_1 + 11X_2 - X_3 + 3X_4 = 25$

$2X_1 - X_2 + 10X_3 - X_4 = -11$

$3X_2 - X_3 + 8X_4 = 15$

Gunakan iterasi Jacobi untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tersebut.

Penyelesaian :

$10X_1 - X_2 + 2X_3 = 6$

$-X_1 + 11X_2 - X_3 + 3X_4 = 25$

$2X_1 - X_2 + 10X_3 - X_4 = -11$

$3X_2 - X_3 + 8X_4 = 15$

Bentuk Ax = b akan diubah ke dalam x = Tx + C sehingga :

$$X_1 = \frac{1}{10}X_2 - \frac{1}{5}X_3 + \frac{3}{5}$$

$$X_2 = \frac{1}{11}X_1 + \frac{1}{11}X_3 - \frac{3}{11}X_4 + \frac{25}{11}$$

$$X_3 = -\frac{1}{5}X_1 - \frac{1}{10}X_2 - \frac{1}{10}X_4 - \frac{11}{8}$$

$$X_4 = -\frac{3}{8}X_2 + \frac{1}{8}X_3 + \frac{15}{8}$$

dengan $T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & 0 \\ \frac{1}{11} & 0 & \frac{1}{11} & -\frac{3}{11} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} \\ 0 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & 0 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{25}{11} \\ -\frac{11}{10} \\ \frac{15}{8} \end{bmatrix}$

Untuk aproksimasi awalnya, $X^{(0)} = (0, 0, 0, 0)^t$ maka :

$$X_1^{(1)} = \frac{1}{10}X_2^{(0)} - \frac{1}{5}X_3^{(0)} + \frac{3}{5} = 0,6000$$

$$X_2^{(1)} = \frac{1}{11}X_1^{(0)} + \frac{1}{11}X_3^{(0)} - \frac{3}{11}X_4^{(0)} + \frac{25}{11} = 2,2727$$

$$X_3^{(1)} = -\frac{1}{5}X_1^{(0)} - \frac{1}{10}X_2^{(0)} + \frac{1}{10}X_4^{(0)} - \frac{11}{10} = -1,1000$$

$$X_4^{(1)} = -\frac{3}{8}X_2^{(0)} + \frac{1}{8}X_3^{(0)} + \frac{15}{8} = 1,8750$$

Diperoleh : $X^{(1)} = (0,6000, 2,2727, -1,1000, 1,8750)^t$

$$X_1^{(2)} = \frac{1}{10}X_2^{(1)} - \frac{1}{5}X_3^{(1)} + \frac{3}{5} = 1{,}0473$$

$$X_2^{(2)} = \frac{1}{11}X_1^{(1)} + \frac{1}{11}X_3^{(1)} - \frac{3}{11}X_4^{(1)} + \frac{25}{11} = 1{,}7159$$

$$X_3^{(2)} = -\frac{1}{5}X_1^{(1)} - \frac{1}{10}X_2^{(1)} + \frac{1}{10}X_4^{(1)} - \frac{11}{10} = -0{,}8052$$

$$X_4^{(2)} = -\frac{3}{8}X_2^{(1)} + \frac{1}{8}X_3^{(1)} + \frac{15}{8} = 0{,}8852$$

Diperoleh . $X^{(2)} = (1{,}0473,\ 1{,}7159,\ -0{,}8052,\ 0{,}8852)^t$

$$X_1^{(3)} = \frac{1}{10}X_2^{(2)} - \frac{1}{5}X_3^{(2)} + \frac{3}{5} = 0{,}9326$$

$$X_2^{(3)} = \frac{1}{11}X_1^{(2)} + \frac{1}{11}X_3^{(2)} - \frac{3}{11}X_4^{(2)} + \frac{25}{11} = 2{,}053$$

$$X_3^{(3)} = -\frac{1}{5}X_1^{(2)} - \frac{1}{10}X_2^{(2)} + \frac{1}{10}X_4^{(2)} - \frac{11}{10} = -1{,}0493$$

$$X_4^{(3)} = -\frac{3}{8}X_2^{(2)} + \frac{1}{8}X_3^{(2)} + \frac{15}{8} = 1{,}1309$$

Diperoleh : $X^{(3)} = (0{,}9325,\ 2{,}053,\ -1{,}0493,\ 1{,}1309)^t$

$$X_1^{(4)} = \frac{1}{10}X_2^{(3)} - \frac{1}{5}X_3^{(3)} + \frac{3}{5} = 1{,}0152$$

$$X_2^{(4)} = \frac{1}{11}X_1^{(3)} + \frac{1}{11}X_3^{(3)} - \frac{3}{11}X_4^{(3)} + \frac{25}{11} = 1{,}9537$$

$$X_3^{(4)} = -\frac{1}{5}X_1^{(3)} - \frac{1}{10}X_2^{(3)} + \frac{1}{10}X_4^{(3)} - \frac{11}{10} = -0{,}9681$$

$$X_4^{(4)} = -\frac{3}{8}X_2^{(3)} + \frac{1}{8}X_3^{(3)} + \frac{15}{8} = 0{,}9739$$

Diperoleh : $X^{(4)} = (1{,}0152,\ 1{,}9537,\ -0{,}9681,\ 0{,}9739)^t$

$$X_1^{(5)} = \frac{1}{10}X_2^{(4)} - \frac{1}{5}X_3^{(4)} + \frac{3}{5} = 0{,}9890$$

$$X_2^{(5)} = \frac{1}{11}X_1^{(4)} + \frac{1}{11}X_3^{(4)} - \frac{3}{11}X_4^{(4)} + \frac{25}{11} = 2{,}0114$$

$$X_3^{(5)} = -\frac{1}{5}X_1^{(4)} - \frac{1}{10}X_2^{(4)} + \frac{1}{10}X_4^{(4)} - \frac{11}{10} = -1{,}0103$$

$$X_4^{(5)} = -\frac{3}{8}X_2^{(4)} + \frac{1}{8}X_3^{(4)} + \frac{15}{8} = 1{,}0214$$

Diperoleh : $X^{(5)} = (0{,}9890,\ 2{,}0114,\ -1{,}0103,\ 1{,}0214)^t$

$$X_1^{(6)} = \frac{1}{10}X_2^{(5)} - \frac{1}{5}X_3^{(5)} + \frac{3}{5} = 1{,}0032$$

$$X_2^{(6)} = \frac{1}{11}X_1^{(5)} + \frac{1}{11}X_3^{(5)} - \frac{3}{11}X_4^{(5)} + \frac{25}{11} = 1{,}9922$$

$$X_3^{(6)} = -\frac{1}{5}X_1^{(5)} - \frac{1}{10}X_2^{(5)} + \frac{1}{10}X_4^{(5)} - \frac{11}{10} = -0{,}9945$$

$$X_4^{(6)} = -\frac{3}{8}X_2^{(5)} + \frac{1}{8}X_3^{(5)} + \frac{15}{8} = 0{,}9944$$

Diperoleh : $X^{(6)} = (1{,}0032,\ 1{,}9922,\ -0{,}9945,\ 0{,}9944)^t$

$$X_1^{(7)} = \frac{1}{10}X_2^{(6)} - \frac{1}{5}X_3^{(6)} + \frac{3}{5} = 0{,}9981$$

$$X_2^{(7)} = \frac{1}{11}X_1^{(6)} + \frac{1}{11}X_3^{(6)} - \frac{3}{11}X_4^{(6)} + \frac{25}{11} = 2{,}0023$$

$$X_3^{(7)} = -\frac{1}{5}X_1^{(6)} - \frac{1}{10}X_2^{(6)} + \frac{1}{10}X_4^{(6)} - \frac{11}{10} = -1{,}0020$$

$$X_4^{(7)} = -\frac{3}{8}X_2^{(6)} + \frac{1}{8}X_3^{(6)} + \frac{15}{8} = 1{,}0036$$

Diperoleh : $X^{(7)} = (0{,}9981,\ 2{,}0023,\ -1{,}0020,\ 1{,}0036)^t$

$$X_1^{(8)} = \frac{1}{10}X_2^{(7)} - \frac{1}{5}X_3^{(7)} + \frac{3}{5} = 1{,}0006$$

$$X_2^{(8)} = \frac{1}{11}X_1^{(7)} + \frac{1}{11}X_3^{(7)} - \frac{3}{11}X_4^{(7)} + \frac{25}{11} = 1{,}9987$$

$$X_3^{(8)} = -\frac{1}{5}X_1^{(7)} - \frac{1}{10}X_2^{(7)} + \frac{1}{10}X_4^{(7)} - \frac{11}{10} = -1{,}0020$$

$$X_4^{(8)} = -\frac{3}{8}X_2^{(7)} + \frac{1}{8}X_3^{(7)} + \frac{15}{8} = 1{,}0036$$

Diperoleh : $X^{(8)} = (1{,}0006,\ 1{,}9987,\ -1{,}0020,\ 1{,}0036)^t$

$$X_1^{(9)} = \frac{1}{10}X_2^{(8)} - \frac{1}{5}X_3^{(8)} + \frac{3}{5} = 0{,}9997$$

$$X_2^{(9)} = \frac{1}{11}X_1^{(8)} + \frac{1}{11}X_3^{(8)} - \frac{3}{11}X_4^{(8)} + \frac{25}{11} = 2{,}0004$$

$$X_3^{(9)} = -\frac{1}{5}X_1^{(8)} - \frac{1}{10}X_2^{(8)} + \frac{1}{10}X_4^{(8)} - \frac{11}{10} = -1{,}0004$$

$$X_4^{(9)} = -\frac{3}{8}X_2^{(8)} + \frac{1}{8}X_3^{(8)} + \frac{15}{8} = 1{,}0006$$

Diperoleh : $X^{(9)} = (0{,}9997,\ 2{,}0004,\ -1{,}0004,\ 1{,}0006)^t$

$$X_1^{(10)} = \frac{1}{10}X_2^{(9)} - \frac{1}{5}X_3^{(9)} + \frac{3}{5} = 1{,}0001$$

$$X_2^{(10)} = \frac{1}{11}X_1^{(9)} + \frac{1}{11}X_3^{(9)} - \frac{3}{11}X_4^{(9)} + \frac{25}{11} = 1{,}9998$$

$$X_3^{(10)} = -\frac{1}{5}X_1^{(9)} - \frac{1}{10}X_2^{(9)} + \frac{1}{10}X_4^{(9)} - \frac{11}{10} = -0{,}9998$$

$$X_4^{(10)} = -\frac{3}{8}X_2^{(9)} + \frac{1}{8}X_3^{(9)} + \frac{15}{8} = 0{,}9998$$

Diperoleh : $X^{(10)} = (1{,}0001,\ 1{,}9998,\ -0{,}9998,\ 0{,}9998)^t$

$$\left\| X^{(10)} - X^{(9)} \right\|_\infty = 8{,}0 \times 10^{-4} < 10^{-3}$$

$$\left\| X^{(10)} - X \right\|_\infty \approx 0{,}0002$$

Jadi dengan menggunakan metode Jacobi, diperoleh :

$X_1 = 1{,}0001$ $\quad$ $X_3 = 0{,}9998$

$X_2 = 1{,}9998$ $\quad$ $X_4 = 0{,}9998$

2.5.2 Metode Gauss – Seidel

Diberikan sistem linier Ax = b

$10X_1 - X_2 + 2X_3 = 6$

$-X_1 + 11X_2 - X_3 + 3X_4 = 25$

$2X_1 - X_2 + 10X_3 - X_4 = -11$

$3X_2 - X_3 + 8X_4 = 15$

Gunakan iterasi Gauss – Seidel untuk menyelesaikan SPL tersebut.

$10X_1 - X_2 + 2X_3 = 6$

$-X_1 + 11X_2 - X_3 + 3X_4 = 25$

$2X_1 - X_2 + 10X_3 - X_4 = -11$

$3X_2 - X_3 + 8X_4 = 15$

Bentuk Ax = b akan diubah ke dalam X = Tx + C sehingga :

$$X_1 = \frac{1}{10}X_2 - \frac{1}{5}X_3 + \frac{3}{5}$$

$$X_2 = \frac{1}{11}X_1 \qquad + \frac{1}{11}X_3 - \frac{3}{11}X_4 + \frac{25}{11}$$

$$X_3 = -\frac{1}{5}X_1 - \frac{1}{10}X_2 - \frac{1}{10}X_4 - \frac{11}{10}$$

$$X_4 = \qquad -\frac{3}{8}X_2 + \frac{1}{8}X_3 \qquad + \frac{15}{8}$$

dengan

$$T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & 0 \\ \frac{1}{11} & 0 & \frac{1}{11} & -\frac{3}{11} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} \\ 0 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan } C = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{25}{11} \\ -\frac{11}{10} \\ \frac{15}{8} \end{bmatrix}$$

Untuk aproksimasi awalnya, $X^{(0)} = (0, 0, 0, 0)^t$ maka :

$$X_1^{(1)} = \quad \frac{1}{10}X_2^{(0)} - \frac{1}{5}X_3^{(0)} \qquad + \frac{3}{5} = 0{,}6000$$

$$X_2^{(1)} = \frac{1}{11}X_1^{()} \qquad + \frac{1}{11}X_3^{(0)} - \frac{3}{11}X_4^{(0)} + \frac{25}{11} = 2{,}3272$$

$$X_3^{(1)} = -\frac{1}{5}X_1^{(1)} - \frac{1}{10}X_2^{(1)} \qquad + \frac{1}{10}X_4^{(0)} - \frac{11}{10} = -0{,}9873$$

$$X_4^{(1)} = \quad -\frac{3}{8}X_2^{(1)} + \frac{1}{8}X_3^{(1)} \qquad + \frac{15}{8} = 0{,}8789$$

Diperoleh : $X^{(1)} = (0{,}6000,\ 2{,}3272,\ -1{,}9873,\ 0{,}8787)^t$

$$X_1^{(2)} = \frac{1}{10}X_2^{(1)} - \frac{1}{5}X_3^{(1)} + \frac{3}{5} = 1{,}030$$

$$X_2^{(2)} = \frac{1}{11}X_1^{(2)} + \frac{1}{11}X_3^{(1)} - \frac{3}{11}X_4^{(1)} + \frac{25}{11} = 2{,}037$$

$$X_3^{(2)} = -\frac{1}{5}X_1^{(2)} - \frac{1}{10}X_2^{(2)} + \frac{1}{10}X_4^{(1)} - \frac{11}{10} = -1{,}014$$

$$X_4^{(2)} = -\frac{3}{8}X_2^{(2)} + \frac{1}{8}X_3^{(2)} + \frac{15}{8} = 0{,}9844$$

Diperoleh : $X^{(2)} = (1{,}030,\ 2037,\ -1{,}014,\ 0{,}9844)^t$

$$X_1^{(3)} = \frac{1}{10}X_2^{(2)} - \frac{1}{5}X_3^{(2)} + \frac{3}{5} = 1{,}0065$$

$$X_2^{(3)} = \frac{1}{11}X_1^{(3)} + \frac{1}{11}X_3^{(2)} - \frac{3}{11}X_4^{(2)} + \frac{25}{11} = 2{,}0036$$

$$X_3^{(3)} = -\frac{1}{5}X_1^{(3)} - \frac{1}{10}X_2^{(3)} + \frac{1}{10}X_4^{(2)} - \frac{11}{10} = -1{,}0025$$

$$X_4^{(3)} = -\frac{3}{8}X_2^{(3)} + \frac{1}{8}X_3^{(3)} + \frac{15}{8} = 0{,}9983$$

Diperoleh : $X^{(3)} = (1{,}0065,\ 2{,}0036,\ -1{,}0025,\ 0{,}9983)^t$

$$X_1^{(4)} = \frac{1}{10}X_2^{(3)} - \frac{1}{5}X_3^{(3)} + \frac{3}{5} = 1{,}0009$$

$$X_2^{(4)} = \frac{1}{11}X_1^{(4)} + \frac{1}{11}X_3^{(3)} - \frac{3}{11}X_4^{(3)} + \frac{25}{11} = 2{,}0003$$

$$X_3^{(4)} = -\frac{1}{5}X_1^{(4)} - \frac{1}{10}X_2^{(4)} + \frac{1}{10}X_4^{(3)} - \frac{11}{10} = -1{,}0003$$

$$X_4^{(4)} = -\frac{3}{8}X_2^{(4)} + \frac{1}{8}X_3^{(4)} + \frac{15}{8} = 0{,}9999$$

Diperoleh : $X^{(4)} = (1{,}0009,\ 2{,}0003,\ -1{,}0003,\ 0{,}9999)^t$

$$X_1^{(2)} = \frac{1}{10}X_2^{(1)} - \frac{1}{5}X_3^{(1)} + \frac{3}{5} = 1{,}030$$

$$X_2^{(2)} = \frac{1}{11}X_1^{(2)} + \frac{1}{11}X_3^{(1)} - \frac{3}{11}X_4^{(1)} + \frac{25}{11} = 2{,}037$$

$$X_3^{(2)} = -\frac{1}{5}X_1^{(2)} - \frac{1}{10}X_2^{(2)} + \frac{1}{10}X_4^{(1)} - \frac{11}{10} = -1{,}014$$

$$X_4^{(2)} = -\frac{3}{8}X_2^{(2)} + \frac{1}{8}X_3^{(2)} + \frac{15}{8} = 0{,}9844$$

Diperoleh : $X^{(2)} = (1{,}030,\ 2037, -1{,}014,\ 0{,}9844)^t$

$$X_1^{(3)} = \frac{1}{10}X_2^{(2)} - \frac{1}{5}X_3^{(2)} + \frac{3}{5} = 1{,}0065$$

$$X_2^{(3)} = \frac{1}{11}X_1^{(3)} + \frac{1}{11}X_3^{(2)} - \frac{3}{11}X_4^{(2)} + \frac{25}{11} = 2{,}0036$$

$$X_3^{(3)} = -\frac{1}{5}X_1^{(3)} - \frac{1}{10}X_2^{(3)} + \frac{1}{10}X_4^{(2)} - \frac{11}{10} = -1{,}0025$$

$$X_4^{(3)} = -\frac{3}{8}X_2^{(3)} + \frac{1}{8}X_3^{(3)} + \frac{15}{8} = 0{,}9983$$

Diperoleh : $X^{(3)} = (1{,}0065, 2{,}0036, -1{,}0025, 0{,}9983)^t$

$$X_1^{(4)} = \frac{1}{10}X_2^{(3)} - \frac{1}{5}X_3^{(3)} + \frac{3}{5} = 1{,}0009$$

$$X_2^{(4)} = \frac{1}{11}X_1^{(4)} + \frac{1}{11}X_3^{(3)} - \frac{3}{11}X_4^{(3)} + \frac{25}{11} = 2{,}0003$$

$$X_3^{(4)} = -\frac{1}{5}X_1^{(4)} - \frac{1}{10}X_2^{(4)} + \frac{1}{10}X_4^{(3)} - \frac{11}{10} = -1{,}0003$$

$$X_4^{(4)} = -\frac{3}{8}X_2^{(4)} + \frac{1}{8}X_3^{(4)} + \frac{15}{8} = 0{,}9999$$

Diperoleh : $X^{(4)} = (1{,}0009, 2{,}0003, -1{,}0003,\ 0{,}9999)^t$

$$X_1^{(5)} = \frac{1}{10}X_2^{(4)} - \frac{1}{5}X_3^{(4)} + \frac{3}{5} = 1{,}0001$$

$$X_2^{(5)} = \frac{1}{11}X_1^{(5)} + \frac{1}{11}X_3^{(4)} - \frac{3}{11}X_4^{(4)} + \frac{25}{11} = 2{,}0000$$

$$X_3^{(5)} = -\frac{1}{5}X_1^{(5)} - \frac{1}{10}X_2^{(5)} + \frac{1}{10}X_4^{(4)} - \frac{11}{10} = -1{,}0000$$

$$X_4^{(5)} = -\frac{3}{8}X_2^{(5)} + \frac{1}{8}X_3^{(5)} + \frac{15}{8} = 1{,}0000$$

Diperoleh : $X^{(5)} = (1{,}0001,\ 2{,}0000,\ -1{,}0000,\ 1{,}0000)^t$

$\left\| X^{(5)} - X^{(4)} \right\| \infty = 0{,}0008 < 10^{-3}$

Dengan menggunakan metode Gauss – Seidel, diperoleh :

$X_1 = 1{,}0001$	$X_3 = -1{,}0000$
$X_2 = 2{,}0000$	$X_4 = 1{,}0000$

BAB III

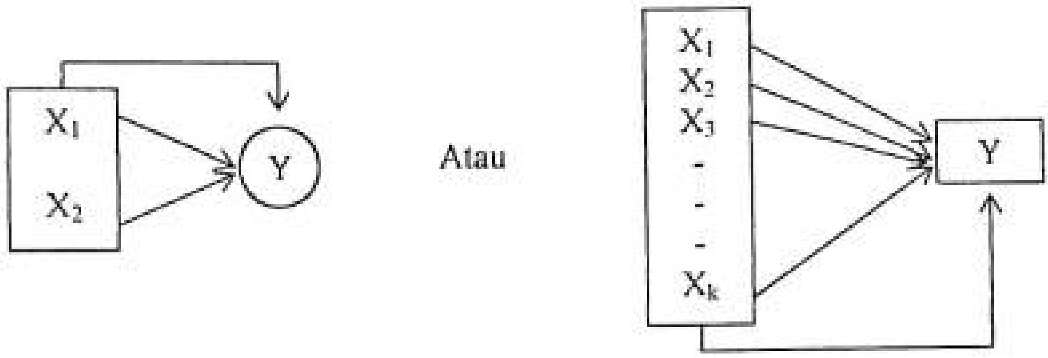
ANALISIS KORELASI BERGANDA

3.1 Korelasi Berganda

Korelasi adalah salah satu teknik analisis statistik yang menyatakan tingkat hubungan antara variabel-variabel atau sejauh mana suatu persamaan linier ataupun tak linier menjelaskan hubungan antara peubah-peubah tersebut. Apabila semua nilai dari variabel-variabel secara tepat memenuhi suatu persamaan maka dikatakan bahwa variabel-variabel tersebut mempunyai korelasi yang sempurna.

Teknik korelasi yang membahas antara tiga variabel atau lebih, dimana sekurang-kurangnya dua variabel bebas secara bersama-sama dihubungkan dengan variabel terikatnya disebut korelasi berganda (*multiple correlation*). Bila peubah-peubah secara bersamaan dipengaruhi oleh faktor lain, korelasi berganda mungkin merupakan pendekatan paling logis dalam menganalisa data tersebut. Korelasi berganda berperan dalam penganalisaan apakah faktor-faktor yang mempengaruhi sangat kuat dalam pengambilan keputusan variabel terikatnya. Misalnya pendapatan per minggu dan jumlah anggota rumah tangga mempengaruhi pengeluaran untuk pembelian barang-barang tahan lama per minggu, rata-rata pertambahan berat daging sapi bergantung pada berat permulaan, umur sapi ketika pengamatan mulai dilakukan, berat makanan yang diberikan sapi setiap hari dan mungkin masih ada faktor lain lagi. Demikian pula, permintaan barang tertentu di pasar, tidak hanya bergantung pada harga pokok barang itu tetapi juga dari faktor lain, misalnya harga barang lain dan banyaknya pembeli.

Secara umum, data hasil pengamatan bisa terjadi karena akibat variabel-variabel bebas. Adapun bentuk hubungannya dapat digambarkan sebagai berikut :



Keterangan : $X_1, X_2, X_3, \ldots X_k$ = Variabel bebas

Y = Variabel terikat

Seperti halnya dengan korelasi tunggal maka sebelum korelasi berganda dihitung, perlu diperhatikan atau dipenuhi asumsi yang berlaku yaitu :

a. Variabel yang dihubungkan mempunyai data yang berdistribusi normal
b. Variabel yang dihubungkan mempunyai data linier
c. Variabel yang dihubungkan mempunyai data yang dipilih secara acak (random)
d. Variabel yang dihubungkan mempunyai pasangan sama dari subyek yang sama pula (variasi skor variabel yang dihubungkan harus sama).

Dalam penelitian, korelasi ganda biasanya dilakukan setelah korelasi tunggal dianalisis terlebih dahulu sehingga ditentukan nilai-nilai r dan pasangan acaknya diperoleh dari suatu sebaran normal peubah-peubah.

Dalam penelitian, korelasi ganda biasanya dilakukan setelah korelasi tunggal dianalisis terlebih dahulu sehingga ditentukan nilai-nilai r dan pasangan acaknya diperoleh dari suatu sebaran normal peubah-peubah.

3.2 Koefisien Korelasi Berganda

Koefisien korelasi berganda mengukur keeratan hubungan antara nilai-nilai pengamatan Y dengan nilai-nilai X lainnya. Sebagai dasar untuk menghitung korelasi ganda, maka korelasi tunggal mendasari perhitungan ini. Jika dalam korelasi biasa, koefisien korelasi dinyatakan dengan r maka dalam korelasi ganda, korelasi linier bergandanya (KKLB) dinyatakan dengan R.

Untuk menghitung besarnya koefisien korelasi, dapat dengan cara :

1. Untuk harga k (banyak variabel bebas) yang kecil, koefisien korelasi ganda dapat dihitung dengan menggunakan koefisien korelasi antara dua variabel. Koefisien korelasi ganda R, akan dinyatakan dengan Ry. 12, dapat dihitung dengan rumus :

$$R_{y.12} = \sqrt{\frac{r^2 y_1 + r^2 y_2 - 2 r_{y1} r_{y2} r_{12}}{1 - r_{12}^2}}$$

Dimana : r_{y1} = koefisien korelasi antara Y dan X_1

r_{y2} = koefisien korelasi antara Y dan X_2

r_{y1} = koefisien korelasi antara X_1 dan X_2

yang masing-masing dihitung dengan rumus :

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\left(\sum x_i^2\right)\left(\sum y_i^2\right)}}$$

2. $R = \sqrt{\frac{\text{JKreg}}{\sum y_i^2}}$

Dimana :

$$\text{JKreg} = a_1 \sum x_{1i} y_i + a_2 \sum x_{2i} y_i + \ldots + a_k \sum x_{ki} y_i$$

$$\sum x_{1i} y_i = \sum (X_{1i} - \overline{X}_1)(Y_i - \overline{Y}) = \sum X_{1i} Y_i - 1/n \sum X_{1i} \sum Y_i$$

$$\sum x_{2i} y_i = \sum (X_{2i} - \overline{X}_2)(Y_i - \overline{Y}) = \sum X_{2i} Y_i - 1/n \sum X_{2i} \sum Y_i$$

$$\equiv \qquad \equiv \qquad \equiv \qquad \equiv \qquad \equiv$$

$$\sum x_{ki} y_i = \sum (X_{ki} - \overline{X}_k)(Y_i - \overline{Y}) = \sum X_{ki} Y_i - 1/n \sum X_{ki} \sum Y_i$$

$$\sum y_i^2 = \sum (Y_i - \overline{Y})^2 = \sum Y_i^2 - 1/n(\sum Y_i)^2$$

Untuk memperoleh nilai-nilai a_0, a_1, a_2 ….. a_k digunakan cara :

- Untuk 2 variabel bebas dapat berlaku :

$$ao = \overline{Y} - a_1 \overline{X}_1 - a_2 \overline{X}_2$$

$$a_1 = \frac{\left(\sum x_{2i}^2\right)\left(\sum x_{1i} y_i\right) - \left(\sum x_{1i} x_{2i}\right)\left(\sum x_{2i} y_i\right)}{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum x_{2i}^2\right)\left(\sum x_{1i} x_{2i}\right)^2}$$

$$a_2 = \frac{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum x_{2i} y_i\right) - \left(\sum x_{1i} x_{2i}\right)\left(\sum x_{1i} y_i\right)}{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum x_{2i}^2\right)\left(\sum x_{1i} x_{2i}\right)^2}$$

- Untuk 2 atau lebih variabel bebas berlaku :

$$\sum y_i x_{1i} = a_1 \sum x_{1i}^2 + a_2 \sum x_{1i} x_{2i} + a_3 \sum x_{1i} x_{3i} + \ldots + a_k \sum x_{1i} x_{ki}$$

$$\sum y_i x_{2i} = a_1 \sum x_{1i} x_{2i} + a_2 \sum x_{2i}^2 + a_3 \sum x_{2i} x_{3i} + \ldots + a_k \sum x_{2i} x_{ki}$$

$$\equiv \qquad \equiv \qquad \equiv \qquad \equiv \qquad \equiv$$

$$\sum y_i x_{ki} = a_1 \sum x_{1i} x_{ki} + a_2 \sum x_{2i} x_{ki} + a_3 \sum x_{3i} x_{ki} + \ldots + a_k \sum x_{ki}' x_{ki}$$

3. Dinyatakan dalam kekeliruan baku taksiran

$$R = \sqrt{1 - \frac{(n-k-1)S^2_{y.12\ldots k}}{(n-1)S^2_y}}$$

Dengan :

$$S^2_{y.12\ldots k} = \frac{\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k-1}$$

$$S^2_y = \frac{\Sigma(Y_i - \overline{Y}_i)}{n-1}$$

Nilai N terbesar adalah +1 disebut hubungan linier langsung sangat tinggi, sebaliknya jika N = -1 disebut hubungannya tidak langsung sangat tinggi. Secara umum, interpretasi dari nilai adalah sebagai berikut :

N	Interpretasi
0	Tidak berkorelasi
0,01 – 0,20	Sangat rendah
0,21 – 0,40	Rendah
0,41 – 0,60	Agak rendah
0,61 – 0,80	Cukup
0,81 – 0,99	Tinggi
1	Sangat tinggi

Apabila KKLB dikuadratkan, maka akan diperoleh koefisien penentu (Kp)/koefisien determinasi ganda (*coeffisient of determination*) yaitu suatu nilai untuk mengukur besarnya sumbangan dari beberapa variasi X terhadap variasi Y.

$$KP = R^2$$

Apabila dikalikan dengan 100 % akan diperoleh persentase sumbangan X terhadap Y.

3.3 Uji Signifikansi

Sebelum macam-macam nilai R diberikan, maka terlebih dahulu disajikan cara untuk mendapatkan atau menghitung nilai R sendiri. Cara menghitung nilai R ada 3 yaitu :

a. Tabel biasa

b. Tabel peta korelasi

c. Tabel distribusi frekuensi

Berikut ini dibatasi pada perhitungan korelasi dengan menggunakan tabel biasa sebab tabel distribusi frekuensi sudah banyak ditinggalkan orang karena terlalu sulit. Penggunaan tabel biasa untuk menghitung korelasi ganda merupakan dasar untuk menetapkan rumus korelasi ganda dan cara ini termasuk relatif murah dibandingkan dua tabel lainnya.

Uji siginifikasi dalam korelasi ganda digunakan untuk menguji seberapa besar faktor-faktor pada variabel X mempengaruhi faktor pada variabel Y.

Langkah-langkah uji signifikansi korelasi berganda dengan menggunakan bantuan tabel adalah sebagai berikut :

1. Menghitung harga r jika belum diketahui
2. Hitung R dengan menggunakan rumus :

a. $$R_{y.12} = \sqrt{\frac{r^2 y_1 + r^2 y_2 - 2 r_{y1} r_{y2} r_{12}}{1 - r_{12}^2}}$$

b. $$R = \sqrt{\frac{JKreg}{\sum y_i^2}}$$ atau

c. $$R = \sqrt{1 - \frac{(n-k-1) S_{y.12...k}^2}{(n-1) S_y^2}}$$

3. Menetapkan taraf signifikansinya (α)
4. Menentukan kriteria pengujian signifikansi R yaitu :

   Ha = tidak signifikan

   Ho = signifikan

   Jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$, maka Ho diterima atau signifikan.

5. Mencari F_{hitung} dengan rumus :

$$F = \frac{R^2 / k}{(1 - R^2) / n - k - 1}$$

6. Mencari $F_{tabel} = F_{(1-\alpha)}$ dengan :

   dk pembilang = k

   dk penyebut = n - k – 1

   dimana : k = banyaknya variabel bebas dan

   n = banyaknya anggota sampel

   dengan melihat tabel F didapat nilai F_{tabel}

7. Membandingkan F_{hitung} dengan F_{tabel} dan dikonsultasikan dengan kriteria pada langkah 4 diatas.

8. Membuat kesimpulan

3.4 Contoh-Contoh Penerapan Korelasi Berganda

Contoh 1 :

Data berikut ini menyatakan hubungan antara umur (X_{1i}), tinggi (X_{2i}) dan berat (Y_i). Berat dalam kg, tinggi dalam cm dan umur dalam tahun.

Analisis data tersebut dengan uji signifikansi korelasi berganda.

X_{1i}	X_{1i}	X_{1i}
9	125	37
12	137	41
6	99	34
10	122	39
7	96	37
8	104	39
11	132	42
6	95	35
10	114	41
8	101	40

Penyelesaian :

Penga - matan	X_{1i}	X_{2i}	Y_i	X_{1i}^2	X_{2i}^2	Y_i^2	$X_{1i}Y_i$	$X_{2i}Y_i$	$X_{1i}Y_{2i}$
1	9	125	37	81	15625	1369	333	4625	1125
2	12	137	41	144	18769	1681	492	5617	1644
3	6	99	34	36	9801	1156	204	3366	594
4	10	122	39	100	14884	1521	390	4758	1220
5	7	96	37	49	9216	1369	259	3552	672
6	8	104	39	64	10816	1521	312	4056	832
7	11	132	42	121	17424	1764	462	5544	1452
8	6	95	35	36	9025	1225	210	3325	570
9	10	114	41	100	12996	1681	410	4674	1140
10	8	101	40	64	10210	1600	320	4040	808
Jumlah	87	1125	385	795	128766	14887	3392	43557	10057

1. Cara 1 :

- $$r_{yx_1} = \frac{\sum x_{1i} y_i}{\sqrt{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum y_i^2\right)}} = \frac{\sum X_{1i} Y_i - 1/n \sum X_{1i} Y_i}{\sqrt{\left(\sum X_{1i}^2 - 1/n\left(\left(\sum X_{1i}\right)^2\right)\left(\sum Y_i^2 - 1/n\left(\sum Y_i\right)^2\right)\right)}}$$

$$= \frac{3392 - 1/10(87)(385)}{\sqrt{\left(795 - 1/10(87)^2\right)\left(14887 - 1/10(385)^2\right)}}$$

$$= \frac{3392 - 3349{,}5}{\sqrt{38{,}1 . 64{,}5}} = \frac{42{,}5}{49{,}57} = 0{,}857$$

$$r^2_{yx_1} = (0{,}857)^2 = 0{,}734$$

- $$r_{yx_2} = \frac{\sum x_{2i} y_i}{\sqrt{\left(\sum x_{2i}^2\right)\left(\sum y_i^2\right)}} = \frac{\sum X_{2i} Y_i - 1/n \sum X_{2i} \sum Y_i}{\sqrt{\left(\sum X_{2i}^2 - 1/n\left(\sum X_{2i}\right)^2\right)\left(\sum Y_i^2 - 1/n\left(\sum Y_i\right)^2\right)}}$$

$$= \frac{43557 - 1/10(1124)(385)}{\sqrt{\left(128766 - 1/10(1125)^2\right)\left(1488 - 1/10(385)^2\right)}}$$

$$= \frac{43557 - 43312{,}5}{\sqrt{2203{,}5 \,.\, 64{,}5}} = \frac{244{,}5}{376{,}996} = 0{,}648$$

$$r^2_{yx_2} = (0{,}648)^2 = 0{,}4199$$

- $$r_{x_1x_2} = \frac{\sum x_{1i} x_{2i}}{\sqrt{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum x_{2i}^2\right)}} = \frac{\sum X_{1i} X_{2i} - 1/n \sum X_{1i} \sum_{2i}}{\sqrt{\left(\sum X_{1i}^2 - 1/n\left(\sum X_{1i}\right)^2\right)\left(\sum X_{2i}^2 - 1/n\left(\sum X_{2i}\right)^2\right)}}$$

$$= \frac{10057 - 1/10(87)(1125)}{\sqrt{\left(795 - 1/10(87)^2\right)\left(128766 - 1/10(25)^2\right)}}$$

$$= \frac{10057 - 9787{,}5}{\sqrt{38{,}1 \,.\, 2203{,}5}} = \frac{269{,}5}{289{,}75} = 0{,}93$$

$$r^2_{x_1x_2} = (0{,}93)^2 = 0{,}8649$$

2. $$R = \sqrt{\frac{r^2 x_1 y + r^2 x_2 y - 2 r_{x_1y} r_{x_2y} r_{x_1x_2}}{1 - r^2_{x_1x_2}}} = \sqrt{\frac{0{,}734 + 0{,}4199 - 2(0{,}857)(0{,}648)(0{,}93)}{1 - 0{,}8649}}$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}12098}{0{,}1351}} = \sqrt{0{,}8955} = 0{,}946$$

$KP = R^2 = (0{,}946)^2 = 0{,}8949$ atau 89,49%

Jika cara I diperbandingkan maka diperoleh :

Cara 2 :

$$a_1 = \frac{\left(\sum x_{2i}^2\right)\left(\sum x_{1i} yi\right) - \left(\sum x_{1i} x_2\right)\left(\sum x_{2i} yi\right)}{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum x_{2i}^2\right) - \left(\sum x_{1i} x_{2i}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(\sum X_{2i}^2 - 1/n(\sum X_{2i})^2\right)\left(\sum X_{1i}Y_i - 1/n\sum X_{1i}\sum Y_i\right) - \left(\sum X_{1i}X_{2i} - 1/n\sum X_{1i}\sum X_{2i}\right)\left(\sum X_{2i}Y_i - 1/n\sum X_{2i}\sum Y_i\right)}{\left(\sum X_{1i}^2 - 1/n(\sum X_{1i})^2\right)\left(\sum X_{2i}^2 - 1/n(\sum X_{2i})^2\right) - \left(\sum X_{1i}X_{2i} - 1/n\sum X_{1i}X_{2i}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(128766 - 1/10(1125)^2\right)\left(3392 - 1/10(87)(385)\right) - \left(10057 - 1/10(87)(1125)\right)\left(43557 - 1/10(1124)(385)\right)}{\left(795 - 1/10(87)^2\right)\left(128766 - 1/10(1125)^2\right) - \left(10057 - 1/10.87.1125\right)^2}$$

$$= \frac{(2203,5)(42,5) - (269,5)(244,5)}{(38,1)(2203,5)} = \frac{93627,5 - 65892,75}{83953,35 - 72630,25}$$

$$= \frac{27734,75}{11323,1} = 2,449$$

$$a_2 = \frac{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum x_{2i} yi\right) - \left(\sum x_{1i} x_2\right)\left(\sum x_{1i} yi\right)}{\left(\sum x_{1i}^2\right)\left(\sum x_{2i}^2\right) - \left(\sum x_{1i} x_{2i}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(\sum X_{1i}^2 - 1/n(\sum X_{1i})^2\right)\left(\sum X_{2i}Y_i - 1/n\sum X_{2i}\sum Y_i\right) - \left(\sum X_{1i}X_{2i} - 1/n\sum X_{1i}\sum X_{2i}\right)\left(\sum X_{1i}Y_i - 1/n\sum X_{1i}\sum Y_i\right)}{\left(\sum X_{1i}^2 - 1/n(\sum X_{1i})^2\right)\left(\sum X_{2i}^2 - 1/n(\sum X_{2i})^2\right) - \left(\sum X_{1i}X_{2i} - 1/n\sum X_{1i}X_{2i}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(795 - 1/10(87)^2\right)\left(43557 - 1/10(1125)(385)\right) - \left(1005 - 1/10(87)(1125)\right)\left(3392 - 1/10(87)(385)\right)}{\left(795 - 1/10(87)^2\right)\left(128766 - 1/10(1125)^2\right) - \left(10057 - 1/10.87.1125\right)^2}$$

$$= \frac{(38,1)(244,5) - (269,5)(42,5)}{(38,1)(2203,5) - 72630,25} = \frac{9315,45 - 11453,75}{83953,35 - 72630,25}$$

$$= \frac{-2138,3}{11323,1} = -0,189$$

$$\sum x_{1i} y_i = \sum X_{1i} Y_i - 1/n \sum X_{1i} \sum Y_i = 3392 - 1/10.\,87.\,385$$

$$= 3392 - 3349,5$$

$$= 42,5$$

$\sum x_{2i} y_i = \sum X_{2i} Y_i - 1/n \sum X_{2i} \sum Y_i$ = 433557 - 1/10.1125.385

= 43557 – 43312,5

= 244,5

$\sum y_i^2 = \sum Y_i^2 - 1/n(\sum Y_i)^2$ = 14887 - 1/10. $(385)^2$

= 14887 – 14822,5

= 64,5

$$R = \sqrt{\frac{JK_{reg}}{\sum y_i^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_1 \sum x_{1i} y_i + \alpha_2 \sum x_{2i} y_i}{\sum y_i^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(2,449)(42,5) + (-0,189)(244,5)}{64,5}}$$

$$= \sqrt{\frac{104,0825 - 46,2105}{64,5}} = \sqrt{\frac{57,872}{64,5}} = \sqrt{0,897} = 0,947$$

KP = $R^2 = (0,947)^2$ = 0,897 atau 89,7 %

Cara 3 :

Dari cara 2 diperoleh :

$a_o = \overline{Y} - a_1 \overline{X} - a_2 \overline{X}_2$ = 38,5 - 2,449 (8,7) + (0,189) (112,5)

= 38,5 – 21,3063 + 21,2625

= 38,4562

a_1 = 2,449

a_2 = -0,189

maka : Y = 38,4562 + 2,449X_1 – 0,189X_2

Pengamatan	Y_{1i}	Y_{2i}	Y_i	$\hat{Y}_i$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$Y_i - \overline{Y}$	$(Y_i - \overline{Y})^2$
1	9	125	37	36,8722	0,1278	0,0163	-1,5	2,25
2	12	137	41	41,9512	-0,9512	0,9048	2,5	6,25
3	6	99	34	34,4392	-0,4392	0,1929	-4,5	20,25
4	10	122	39	39,8882	-0,8882	0,7889	0,5	0,25
5	7	96	37	37,4552	-0,4552	0,2072	-1,5	2,25
6	8	104	39	38,3922	0,6078	0,3694	0,3	0,25
7	11	132	42	40,4472	1,5528	2,4112	3,5	12,25
8	6	95	35	35,1952	-0,1952	0,0381	-3,5	12,25
9	10	114	41	41,4002	-0,4002	0,16	2,5	6,25
10	8	101	40	39,9592	1,0408	1,083	1,5	2,25
Jumlah	87	1125	385	-	-	6,1718	-	64,5

$\overline{X}_1 = 87/10 = 8,7$ $\qquad\qquad \overline{Y} = 38,5$

$\overline{X}_2 = 1125/10 = 112,5$

$$S^2_{y.12} = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k-1} = \frac{6,1718}{10-2-1} = \frac{6,1718}{7} = 1,134$$

$$S^2_y = \frac{\sum(Y_i - \overline{Y}_i)^2}{n-1} = \frac{64,5}{9} = 7,1667$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{(n-k-1)S^2_{y.12}}{(n-1)S^2_y}} = \sqrt{1 - \frac{(10-2-1)1,134}{(10-1).7,1667}} = \sqrt{1 - \frac{7.1,134}{9.7,1667}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{7,938}{64,5003}} = \sqrt{1-0,123} = \sqrt{0,877} = 0,936$$

KP = $R^2 = (0,936)^2 = 0,877$ atau 87,7 %

3. Taraf signifikansinya = 0,05

4. Diberikan kriteria pengujian signifikansi R yaitu :

   Ha : tidak signifikan

   H_o : signifikan

   Jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$ maka H_o diterima atau signifikan.

5. $$F_{hitung} = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/n-k-1} = \frac{0{,}8949/2}{(1-0{,}8949)/10-2-1} = \frac{0{,}8949/2}{0{,}1051/7} = \frac{0{,}44745}{0{,}015} = 29{,}83$$

6. F_{tabel} = $F_{(1-0,05)}$ dengan : dk pembilang = k

   dk penyebut = n – k - 1

   F_{tabel} dengan $\alpha = 0{,}05$: dk pembilang = 2

   dk penyebut = 10 – 2 -1 = 7

   $F_{tabel\,(0,95)\,(2,7)}$ = 4,74

   Ternyata 29,83 > 4,74 atau $F_{hitung} > F_{tabel}$ sehingga Ha diterima atau tidak signifikan.

7. **Kesimpulannya:**

   Hipotesis nol yang berbunyi, "Terdapat hubungan yang signifikan antara X_1 bersama-sama dengan X_2 dengan Y", <u>ditolak</u>. Sebaliknya hipotesis alternatif yang berbunyi, "Tidak terdapat hubungan yang signifikan antara X_1 bersama-sama dengan X_2 dengan Y", <u>diterima.</u>

Contoh 2 :

Data berikut menyatakan adanya unsur Y dalam semacam zat apabila unsur-unsur lainnya X_1, X_2 dan X_3 diketahui. Satuan unsur semuanya dinyatakan dalam gram. Analisis data tersebut dengan uji signifikan koreiasui berganda.

Pengamatan	X_{1i}	X_{2i}	X_{3i}	Y_i
1	10,1	31	117	93
2	9,4	44	46	81
3	23,1	46	114	96
4	0,4	53	158	64
5	3,1	19	37	71
6	4,7	24	59	54
7	21,6	44	73	93
8	0,4	23	163	60
9	29,9	51	124	99
10	1,9	36	143	54

Penyelesaian :

Pengamatan	X_{1i}	X_{2i}	X_{3i}	Y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	y_i	x_{1i}^2	x_{2i}^2	x_{3i}^2	y_i^2
1	10,1	31	117	93	-0,36	-6,1	13,6	16,5	0,1296	37,21	184,96	272,25
2	9,4	44	46	81	-1,06	6,9	-57,4	4,5	1,1236	47,61	3294,76	20,25
3	23,1	46	114	96	12,64	8,9	10,6	19,5	159,7696	79,21	112,36	380,25
4	0,4	53	158	64	-10,06	15,9	54,6	-12,5	101,2036	252,81	2981,16	156,25
5	3,1	19	37	71	-7,36	-18,1	-66,4	-5,5	54,1696	327,61	4408,96	30,25
6	4,7	24	59	54	-5,76	-13,1	-44,4	-22,5	33,1776	171,61	197,36	506,25
7	21,6	44	73	93	11,14	6,9	-30,4	16,5	124.0996	47,61	924,16	272,25
8	0,4	23	163	60	-10,06	-14,1	59,6	-16,5	101,2036	198,81	3552,16	272,25
9	29,9	51	124	99	19,44	13,9	20,6	22,5	377,9136	193,21	424,36	506,25
10	1,9	36	143	54	-8,56	-1,1	39,6	-22,5	73,2736	1,21	1568,16	506,25
Jumlah	104,6	371	1034		-	-	-	-	1026,064	1356,9	19422,4	2922,5

1.

Pengamatan	$x_{1i}x_{2i}$	$x_{1i}x_{3i}$	$x_{2i}x_{3i}$	$x_{1i}y_i$	$x_{1i}y_i$	$X_{1i}y_i$
1	2,196	-4,896	-82,96	-5,94	-100,65	224,4
2	-7,314	60,844	-3961,06	-4,77	31,05	-258,3
3	112,496	133,984	94,34	246,48	173,55	206,7
4	-159,954	-549,276	868,14	125,75	198,75	-682,5
5	133,216	488,7022	1201,84	40,48	99,55	365,2
6	75,456	255,744	581,64	129,6	294,75	999
7	76,866	-338,656	-209,76	183,81	113,85	-501,6
8	141,846	-599,576	-840,36	165,99	232,65	983,4
9	270,216	400,464	286,34	437,4	312,75	463,5
10	9,416	-338,976	-43,56	-192,6	24,75	-891
Jumlah	654,44	-491,64	1459,6	1126,2	-983,5	-1058

$$\sum y_i x_{1i} = a_1 \sum x_{1i}^2 + a_2 \sum x_{1i} x_{2i} + a_3 \sum x_{1i} x_{3i} \qquad \text{............1)}$$

$$\sum y_i x_{2i} = a_1 \sum x_{1i} x_{2i} + a_2 \sum x_{2i}{}^2 + a_3 \sum x_{2i} x_{3i} \qquad \text{............2)}$$

$$\sum y_i x_{3i} = a_1 \sum x_{1i} x_{3i} + a_2 \sum x_{2i} x_{3i} + a_3 \sum x_{3i}{}^2 \qquad \text{............3)}$$

Bentuk persamaan di atas, dapat diubah menjadi :

1126,2 = a_1. 1026,064 + a_2 .654,44 –a_3. 491,64 ....4)

983,5 = a_1. 654,44 + a_2 . 1356,9 + a_3. 1459,6 ....5)

-1058 = -a_1. 491,64 + a_2 . 1459,6 + a_3. 19422,4 ....6)

Persamaan 4) dan 5) dieliminasikan menjadi :

1026,064 a_1 + 654,44 a_2 – 491,64 a_3 = 1126,2 (dikalikan dengan 1459,6)

654,44 a_1 + 1356,9 a_2 – 1459,6 a_3 = 983,5 (dikalikan dengan 491,64)

diperoleh :

$$1497643{,}014\,a_1 + 955220{,}624\,a_2 - 717597\,a_3 = 1643801{,}52 \quad \ldots\ldots 7)$$

$$321748{,}8816\,a_1 + 667106{,}316\,a_2 - 717597{,}744\,a_3 = 483527{,}94 \quad \ldots\ldots 8)$$

$$1819391{,}896\,a_1 + 1622326{,}94\,a_2 = 2127329{,}46 \quad + \quad \ldots\ldots 9)$$

Persamaan 5) dan 6) dieliminasikan menjadi :

$654{,}44\,a_1 + 1356{,}9\,a_2 + 1459{,}6\,a_3 = 983{,}5$ (dikalikan dengan 19422,4)

$-491{,}64\,a_1 + 1459{,}6\,a_2 + 19422{,}4\,a_3 = -1058$ (dikalikan dengan 1459,6)

diperoleh :

$$12710795{,}46\,a_1 + 26354254{,}56\,a_2 + 28348935{,}04\,a_3 = 19101930{,}4 \quad \ldots\ldots 10)$$

$$-717597{,}744\,a_1 + 2130432{,}16\,a_2 + 28348935{,}04\,a_3 = -1544256{,}8 \quad \ldots\ldots 11)$$

$$13428393{,}2\,a_1 + 24223822{,}4\,a_2 = 20646187{,}2 \quad - \quad \ldots\ldots 12)$$

Persamaan 9) dan 12) dieliminasikan menjadi :

$1819391{,}896\,a_1 + 1622326{,}94\,a_2 = 2127329{,}46$ (dikalikan dengan 244223822,4)

$13428393{,}2\,a_1 + 244223822{,}4\,a_2 = 20646187{,}2$ (dikalikan dengan 1622326,94)

diperoleh ;

$$4{,}443388433.10^{14}\,a_1 + 3{,}962108865.10^{14}\,a_2 = 5{,}195445322.10^{14} \quad \ldots\ldots\ldots 13)$$

$$0{,}2178524405.10^{14}\,a_2 + 3{,}962108865.10^{14}\,a_2 = 0{,}334948657.10^{14} \quad \ldots\ldots\ldots 14)$$

$$4{,}2255359925\,.10^{14}\,a_1 = 4{,}860496665.10^{14} \quad -$$

$$a_1 = \frac{4{,}860496665\,.10^{14}}{4{,}2255359925\,.10^{14}}$$

$$= 1{,}15 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 15)$$

Dari persamaan 9), subsitusikan $a_1 = 1{,}15$, diperoleh :

$$1819391{,}896\,(1{,}15) + 1622326{,}94\,a_2 = 2127329$$

$$2092300{,}68 + 1622326{,}95\,a_2 = 2127329$$

$$a_2 = \frac{2127329 - 2092300,68}{1622326,94}$$

$$= \frac{35028,78}{1622326,94}$$

$$= 0,02 \text{ .... } 16)$$

$$a_3 = 0,14 \text{ .... } 17)$$

2. $$R = \sqrt{\frac{JK_{reg}}{\sum y_i^2}} = \sqrt{\frac{a_1 \sum x_{1i} y_i + a_2 \sum x_{2i} y_i + a_3 \sum x_{3i} y_i}{\sum y_i^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1,15 . 1126,2 + 0,02 . 983,5 + 0,14 - 1058}{2922,5}}$$

$$= \sqrt{\frac{129,13 + 19,67 - 148,12}{2922,5}} = \sqrt{\frac{1166,68}{2922,5}} = \sqrt{0,4} = 0,63$$

$KP = R^2 = (0,63)^2 = 0,4$

Cara lain yang dapat digunakan :

Pengamatan	X_{1i}	X_{2i}	X_{3i}	Y_i	$\hat{Y}_i$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$Y_i - \overline{Y}$	$(Y_i - \overline{Y})^2$
1	10,1	31	117	93	77,868	15,132	228,977	16,5	272,25
2	9,4	44	46	81	67,383	13,617	185,423	4,5	20,25
3	23,1	46	114	96	92,698	3,302	10,903	19,5	380,25
4	0,4	53	158	64	72,893	-8,893	79,085	-12,5	156,25
5	3,1	19	37	71	58,378	12,622	159,315	-5,5	30,25
6	4,7	24	59	54	63,398	-9,398	88,322	-22,5	506,25
7	21,6	44	73	93	85,193	7,807	60,949	16,5	272,25
8	0,4	23	163	60	72,993	-12,993	168,818	-16,5	272,25
9	29,9	57	124	99	102,018	-3,018	9,108	22,5	506,25
10	1,9	36	143	54	72,178	-18,178	330,439	-22,5	506,25
Jumlah	104,6	371	1034	765	-	-	1321,339	-	2922,5

$\overline{X}_{1i} = 104{,}6/10 = 10{,}46$ $a_1 = 1{,}15$

$\overline{X}_{2i} = 371/10 = 37{,}1$ $a_2 = 0{,}02$

$\overline{X}_{3i} = 1034/10 = 103{,}4$ $a_3 = 0{,}14$

$\overline{Y}_i = 765/10 = 76{,}5$

$$a_o = \overline{Y} - a_1\overline{X}_1 - a_2\overline{X}_2 - a_3\overline{X}_3 = 76{,}5 - 1{,}15(10{,}46) - 0{,}02(37{,}1) - 0{,}14(103{,}4)$$

$$= 76{,}5 - 12{,}029 - 0{,}472 - 14{,}476$$

$$= 49{,}253$$

$$\hat{Y} = 49{,}253 + 1{,}15X_1 + 0{,}02X_2 + 0{,}14X_3$$

$$S^2_{y.123} = \frac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n-1} = \frac{1321{,}339}{10-3-1} = \frac{1321{,}339}{6} = 220{,}22$$

$$S^2_y = \frac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n-1} = \frac{2922{,}5}{9} = 324{,}72$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{(n-k-1)S^2y.123}{(n-1)S^2_y}} = \sqrt{1 - \frac{(10-3-1).\,220{,}22}{(10-1).324{,}72}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{6.220{,}22}{9.324{,}72}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1321{,}32}{2922{,}46}}$$

$$= \sqrt{1 - 0{,}452} = \sqrt{0{,}548} = 0{,}74$$

KP = $R^2 = (0{,}74)^2 = 0{,}548$ atau 54,8 %

3. Taraf signifikansinya = 0,05

4. Diberikan kriteria pengujian signifikansi R yaitu :

Ha : tidak signifikan

H_o : signifikan

Jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$ maka H_o diterima atau signifikan.

5. $$F_{hitung} = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/n-k-1} = \frac{0{,}4/3}{(1-0{,}4)/10-3-1} = \frac{0{,}4/3}{0{,}6/6} = \frac{0{,}4.2}{0{,}6} = 1{,}33$$

6. $F_{tabel} = F_{(1-0{,}05)}$ dengan : dk pembilang = k

dk penyebut = n – k - 1

F_{tabel} dengan α = 0,05 : dk pembilang = 3

dk penyebut = 10 – 3 -1 = 6

$F_{tabel\,(0{,}95)\,(3{,}6)}$ = 4,76

Ternyata 1,33 < 4,76 atau $F_{hitung} < F_{tabel}$ sehingga Ha diterima atau signifikan.

7. **Kesimpulannya:**

Hipotesis nol yang berbunyi, "Terdapat hubungan yang signifikan antara X_1 bersama-sama dengan X_2 dengan Y", diterima.

Sebaliknya hipotesis alternatif yang berbunyi, "Tidak terdapat hubungan yang signifikan antara X_1 bersama-sama dengan X_2 dengan Y", ditolak.

DAFTAR PUSTAKA

1. Howard Anton, 1993, *Aljabar Linear Elementer*, Penerbit : Erlangga.
2. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, 1991, *Metode Numerik*, edisi Kedua, Penerbit : Erlangga.
3. Frank Ayres JR, Phd, 1992, *Matriks* (versi S1/Metrik), Penerbit : Erlangga.
4. J. Douglas Faires, Richard Burden,---, *Numerical Methods*, Second Edition, International Thompson Pubh. Company.
5. Daniel D. MC. Cracken, William S. Dorn, Farida Muchtadi, 1986, *Studi Kasus Metode Numerik Dengan Fortran IV*, Penerbit : Erlangga.
6. Sudjana, 1996, *Metode Statistika*, Penerbit : Tarsito Bandung.
7. Murray R. Spiegel, ---, *Statistika*, edisi Kedua, Penerbit : Erlangga.
8. Husaini Usman, M.Pd, R. Purnomo Setiady Akbar, S.Pd, M.Pd, 1995, *Pengantar Statistika*, edisi Pertama, Penerbit : Bumi Aksara.

Lampiran

Nilai Persentase 95
untuk Distribusi F
(v_1 derajat kebebasan pembilang (numerator))
(v_2 derajat kebebasan penyebut (denomerator))

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	4,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	2,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	4,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,67	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Sumber: E. S. Pearson dan H. O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 2 (1972), Tabel 5, halaman 178, dengan izin.